



КОЛЕБАНИЯ В АВТОНОМНЫХ ДВУМЕРНЫХ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМАХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ТРЕМЯ УРОВНЯМИ КВАНТОВАНИЯ

Ю.А. Брюханов, Д.В. Рудых, А.Л. Приоров

Исследованы процессы в автономных двумерных рекурсивных цифровых системах первого порядка с тремя уровнями квантования. Числа представляются в прямом коде, а результаты суммирования округляются. Сумматор имеет характеристику с насыщением. В рамках детерминированного подхода предложена методика построения бифуркационной диаграммы системы. С ее помощью найдены условия существования заданных типов выходных движений, выраженные через коэффициенты системы.

1. Двумерные цифровые системы рекурсивного и нерекурсивного типов широко используются для обработки многомерных цифровых сигналов, статических и динамических изображений [1]. На их основе создаются как двумерные цифровые фильтры [2], так и генераторы двумерных цифровых сигналов. Благодаря простоте исполнения и возможности работать в реальном масштабе времени, двумерные цифровые системы малых порядков могут использоваться самостоятельно, а также в качестве базовых компонентов более сложных устройств цифровой фильтрации и генерации сигналов и изображений.

Принципиальным отличием цифровых систем от аналоговых является обусловленная ограниченным числом используемых двоичных разрядов конечная точность выполнения арифметических операций и задания коэффициентов, что вызывает специфические ошибки квантования. Исследование процессов в таких системах может быть осуществлено с помощью линейной статистической модели ошибок. Это справедливо в том случае, если последовательность ошибок квантования является совокупностью выборок стационарного случайного процесса, если она не коррелирована с последовательностью точных значений сигнала, а сами значения ошибки не коррелированы между собой (представляют собой белый шум) и при этом распределение вероятностей ошибки равномерно во всем диапазоне ошибок квантования [3]. Эти условия нарушаются при малом количестве разрядов (и связанном с ним количестве уровней квантования), а также при воздействии, например, постоянного сигнала или синусоидального сигнала, дискретизированного с частотой, рационально кратной частоте синусоиды. В этих случаях задача исследования процессов в системах очень сложна и является существенно нелинейной [4].

2. В общем случае движения в автономных двумерных рекурсивных цифровых системах первого порядка описываются нелинейным разностным уравнением

$$x(m, n) = f(ax(m-1, n) + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1)) \quad (1)$$

с ненулевыми начальными условиями. Здесь m и n дискретные переменные, принимающие значения от -1 до бесконечности; a , b и c – независимые коэффициенты; функция f описывает нелинейные свойства сумматора. Структурная схема системы представлена на рис. 1.

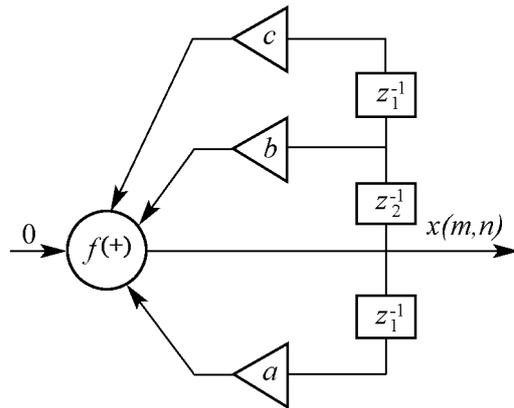


Рис. 1. Структурная схема автономной двумерной рекурсивной цифровой системы первого порядка

Однако для некоторых задач (например, генерации) это свойство может оказаться полезным. Полагается, что коэффициенты системы a , b и c задаются без ошибки, квантование осуществляется с округлением, переменные представляются в форме чисел, выровненных справа (то есть в виде целых чисел), а сумматор без учета квантования имеет характеристику с насыщением.

В качестве характеристики сумматора рассматривается функция

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0.5, \\ 0, & |x| < 0.5, \\ -1, & x \leq -0.5. \end{cases} \quad (2)$$

Участки характеристики, соответствующие $x \leq -0.5$, $|x| < 0.5$ и $x \geq 0.5$, назовем зонами I, II и III, соответственно. Подобные функции нелинейности широко используются в системах цифровой автокорреляции [5].

3. Для исследования систем с нелинейным сумматором и квантователями используется детерминированный подход. В частности, он применялся при изучении нелинейных свойств одномерных цифровых фильтров [6-7]. Такой подход используется для решения задач, связанных с изучением условий зарождения предельных циклов разных периодов из-за нелинейной характеристики сумматора и в двумерных системах [8].

Суть подхода заключается в следующем [6]. Область определения функции нелинейности разбивается на зоны с различными значениями. Далее путем последовательного перебора возможных переходов системы по этим зонам находятся ограничения на параметры системы, соответствующие определенным типам движений на выходе. В результате все пространство параметров системы делится на области с различными типами движений.

Следует отметить, что любое начальное условие для двумерной системы первого порядка представляет собой две бесконечные последовательности ($x(-1, n)$ и $x(m, -1)$), поэтому перебрать все возможные начальные условия при анализе видов движений в такой системе нереально. В связи с этим, при исследовании двумерных систем с произвольными начальными условиями предлагается находить условия возникновения на выходе системы только каких-либо одних типов движений (каждому типу может соответствовать бесконечное число видов движений), например, двумерных предельных циклов (ДПЦ) [8]. В этом случае достаточно основываться на определении этих циклов и аналитическом виде функции нелинейности.

4. Рассмотрим это более подробно на примере нахождения областей существования таких типов движений, как ДПЦ с периодами 1×0 , 0×1 и 1×1 . Первое число обозначает период по переменной m , а второе – по переменной n . В случае, если одно из чисел равно нулю, сигнал может быть как периодическим по соответствующей переменной, так и непериодическим. Предполагается, что отсутствие сигнала на выходе является частным случаем циклов данных периодов.

ДПЦ с периодом 1×0 . Исходя из уравнения (1) и определения данного ДПЦ, найдем область существования цикла периода 1×0

$$\begin{cases} x(m, n) = f(ax(m-1, n) + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1)), \\ x(m, n) = x(m-1, n). \end{cases}$$

Согласно (2), отсчет $x(m, n)$ может принадлежать одной из трех зон функции нелинейности. Рассмотрим каждый случай отдельно.

Пусть $x(m, n)$ принадлежит зоне III, то есть

$$\begin{cases} x(m, n) = f(ax(m-1, n) + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1)), \\ x(m, n) = x(m-1, n) = 1, \end{cases}$$

что равносильно выражению

$$1 = f(a + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1)).$$

Следовательно, согласно (2), имеем

$$a + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1) \geq 0.5.$$

Отсчеты $x(m, n-1)$ и $x(m-1, n-1)$ также могут принимать одно из трех значений. Для каждого из них получим набор условий на коэффициенты (табл. 1), соответствующих различным комбинациям значений данных отсчетов.

Таблица 1

Условия на коэффициенты, соответствующие различным значениям отсчетов при $x(m, n)$, принадлежащих зоне III, для цикла периода 1×0

№	$x(m, n - 1)$	$x(m - 1, n - 1)$	Условия на коэффициенты
1	-1	-1	$a - b - c \geq 0.5$
2	-1	0	$a - b \geq 0.5$
3	-1	1	$a - b + c \geq 0.5$
4	0	-1	$a - c \geq 0.5$
5	0	0	$a \geq 0.5$
6	0	1	$a + c \geq 0.5$
7	1	-1	$a + b - c \geq 0.5$
8	1	0	$a + b \geq 0.5$
9	1	1	$a + b + c \geq 0.5$

При выполнении этих условий и $x(m-1, n)$, принадлежащим зоне III функции нелинейности, $x(m, n)$ для любых значений переменных m и n будет также принадлежать той же зоне. На плоскости коэффициентов (a, b) при фиксированном коэффициенте $c = 0.25$ данным ограничениям соответствует заштрихованная область на рис. 2.

Вследствие симметричности функции (2) для $x(m, n)$, принадлежащих зоне I, имеет место такой же набор неравенств, как и в предыдущем случае. В связи с этим разбиение пространства коэффициентов сохраняет вид, показанный на рис. 2.

Для $x(m, n)$, принадлежащих зоне II, имеем

$$\begin{cases} x(m, n) = f(ax(m-1, n) + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1)), \\ x(m, n) = x(m-1, n) = 0. \end{cases}$$

Этому соответствует набор неравенств, приведенный в табл. 2.

Таблица 2

Условия на коэффициенты, соответствующие различным значениям отсчетов при $x(m, n)$, принадлежащих зоне II, для цикла периода 1×0

№	$x(m, n - 1)$	$x(m - 1, n - 1)$	Условия на коэффициенты
1	1	1	$-0.5 < b + c < 0.5$
2	1	0	$-0.5 < b < 0.5$
3	1	-1	$-0.5 < b - c < 0.5$
4	0	1	$-0.5 < c < 0.5$
5	0	0	$-0.5 < 0 < 0.5$
6	0	-1	$-0.5 < -c < 0.5$
7	-1	1	$-0.5 < -b + c < 0.5$
8	-1	0	$-0.5 < -b < 0.5$
9	-1	-1	$-0.5 < -b - c < 0.5$

На плоскости (a, b) при $c = 0.25$ данным условиям соответствует заштрихованная область, показанная на рис. 3.

Пересечение областей, представленных на рис. 2 и рис. 3, задает результирующую область на плоскости (a, b) , соответствующую циклам периода 1×0 на выходе системы (рис. 4).

Следует отметить, что полученные результаты справедливы для произвольного вида начальных условий.

ДПЦ с периодом 0×1 . Вследствие симметричности относительно переменных m и n коэффициентов a и b (см. (1)) замена $m \rightarrow n$ соответствует замене $a \rightarrow b$. Таким образом, с учетом соответствующих переобозначений для ДПЦ с периодом 0×1 полученный набор неравенств остается справедливым. На плоскости коэффициентов (a, b) при $c = 0.25$ данным циклам на выходе системы соответствует заштрихованная область на рис. 5.

Для существования невырожденных циклов 1×0 и 0×1 необходимо, чтобы минимум один из отчетов последовательностей $(-1, n)$ и $(m, -1)$ был ненулевым (в противном случае, сигнал на выходе будет отсутствовать). Причем, каждый из этих ненулевых отсчетов начальных условий создает аналогичный по знаку столбец или строку в зависимости от периода ДПЦ.

ДПЦ с периодом 1×1 . Найдем условия на коэффициенты, соответствующие ДПЦ периода 1×1 . Согласно определению данного ДПЦ и уравнению (1), справедлива система уравнений

$$\begin{cases} x(m, n) = f(ax(m-1, n) + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1)), \\ x(m, n) = x(m-1, n-1). \end{cases}$$

Отсчет $x(m, n)$ может принадлежать одной из трех зон характеристики сумматора. Рассмотрим каждый случай отдельно.

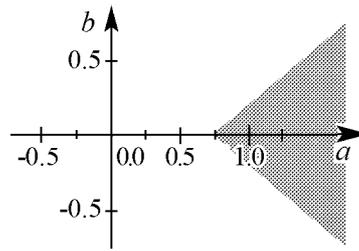


Рис. 2. Область циклов 1×0 , $x(m, n)$ принадлежат зоне III, $c = 0.25$

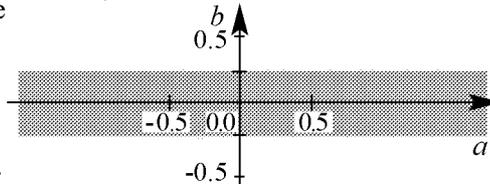


Рис. 3. Область циклов 1×0 , $x(m, n)$ принадлежат зоне II, $c = 0.25$

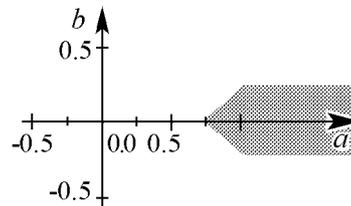


Рис. 4. Область существования циклов периода 1×0 , $c = 0.25$

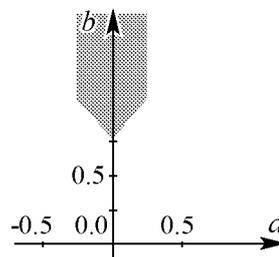


Рис. 5. Область существования циклов периода 0×1 , $c = 0.25$

Пусть $x(m, n)$ принадлежит зоне III, тогда

$$\begin{cases} x(m, n) = f(ax(m-1, n) + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1)), \\ x(m, n) = x(m-1, n-1) = 1, \end{cases}$$

что равносильно набору условий на коэффициенты, приведенным в табл. 3.

Таблица 3

Условия на коэффициенты, соответствующие различным значениям отсчетов при $x(m, n)$, принадлежащих зоне III, для цикла периода 1×1

№	$x(m-1, n)$	$x(m, n-1)$	Условия на коэффициенты
1	-1	-1	$-a - b + c \geq 0.5$
2	-1	0	$-a + c \geq 0.5$
3	-1	1	$-a + b + c \geq 0.5$
4	0	-1	$-b + c \geq 0.5$
5	0	0	$c \geq 0.5$
6	0	1	$b + c \geq 0.5$
7	1	-1	$a - b + c \geq 0.5$
8	1	0	$a + c \geq 0.5$
9	1	1	$a + b + c \geq 0.5$

На плоскости (a, b) этим условиям соответствует заштрихованная область на рис. 6. Следует отметить, что в отличие от предыдущих случаев здесь коэффициент $c = 0.75$, так как одно из неравенств требует выполнения условия $c \geq 0.5$. Вследствие симметричности функции нелинейности (2) набор условий и разбиение плоскости (a, b) для $x(m, n)$, принадлежащих зоне I, сохраняются неизменными.

Случаю $x(m, n)$, принадлежащих зоне II, соответствует набор условий на коэффициенты, приведенный в табл. 4.

Таблица 4

Условия на коэффициенты, соответствующие различным значениям отсчетов при $x(m, n)$, принадлежащих зоне II, для цикла периода 1×1

№	$x(m-1, n)$	$x(m, n-1)$	Условия на коэффициенты
1	1	1	$-0.5 < a + b < 0.5$
2	1	0	$-0.5 < a < 0.5$
3	1	-1	$-0.5 < a - b < 0.5$
4	0	1	$-0.5 < b < 0.5$
5	0	0	$-0.5 < 0 < 0.5$
6	0	-1	$-0.5 < -b < 0.5$
7	-1	1	$-0.5 < -a + b < 0.5$
8	-1	0	$-0.5 < -a < 0.5$
9	-1	-1	$-0.5 < -a - b < 0.5$

Таким образом, представленная на рис. 6 область соответствует циклам периода 1×1 для $x(m, n)$, принадлежащего любой из зон функции нелинейности. В отличие от циклов других периодов для ДПЦ с таким периодом любой ненулевой отсчет последовательностей начальных условий приводит к образованию диагонали аналогичных отсчетов на выходе фильтра.

Следует отметить, что если один из коэффициентов больше единицы, а два других лежат в интервале между -0.25 и 0.25 , на выходе возникает ДПЦ с периодом, зависящим от того, какой именно из коэффициентов превосходит единицу. В случае $a > 1$ это ДПЦ периода 1×0 ; если $b > 1$, то имеем цикл периода 0×1 ; условию $c > 1$ соответствует ДПЦ периода 1×1 .

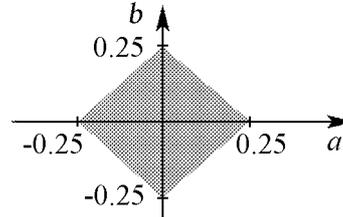


Рис. 6. Область циклов 1×1 , $x(m, n)$ принадлежат зоне III, $c = 0.75$

ДПЦ с периодом 2×0 . Пусть $x(m, n) = -x(m - 1, n)$, что соответствует ДПЦ периода 2×0 . Ограничения на коэффициенты, соответствующие данному типу движений, совпадают с набором условий для ДПЦ периода 1×0 с учетом замены $b \rightarrow -b$. Область, соответствующая таким ДПЦ, будет симметрична относительно оси b заштрихованной области на рис. 4.

ДПЦ с периодом 0×2 . В случае ДПЦ периода 0×2 прослеживается аналогичная закономерность. Для них справедливы условия существования ДПЦ периода 0×1 с учетом замены $a \rightarrow -a$. Им соответствует область, симметричная относительно оси a заштрихованной области на рис. 5.

Отдельно следует рассмотреть область, соответствующую отсутствию свободных колебаний на выходе системы при ненулевых начальных условиях. Этот случай описывается условием вида

$$\begin{cases} x(m, n) = f(ax(m - 1, n) + bx(m, n - 1) + cx(m - 1, n - 1)), \\ x(m, n) = 0, \end{cases}$$

что равносильно неравенству

$$-0.5 < ax(m - 1, n) + bx(m, n - 1) + cx(m - 1, n - 1) < 0.5.$$

С учетом функции нелинейности это приводит к условию

$$|a| + |b| + |c| < 0.5 \quad (3)$$

При выполнении (3) на выходе отсутствуют паразитные колебания, и рекурсивная система работает как фильтр. Следует отметить, что в области коэффициентов фигура, соответствующая (3), представляет собой октаэдр устойчивости (рис. 7), подобный найденному в [9].

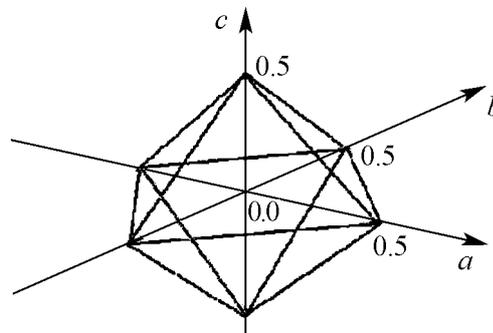


Рис. 7. Область отсутствия паразитных колебаний на выходе

5. Движения, соответствующие остальным областям пространства коэффициентов, не подходят под определение ДППЦ. В общем случае, для однозначного определения типа движений на выходе системы с тремя уровнями квантования необходимо определить значения отсчета $x(m, n)$ для всех возможных комбинаций отсчетов $x(m - 1, n)$, $x(m, n - 1)$ и $x(m - 1, n - 1)$. При функции нелинейности (2) число таких комбинаций равно 27. Однако вследствие симметричности характеристики сумматора их можно сократить до 13.

Рассмотрим это более подробно на примере одного из типов движений. Пусть движения на выходе происходят согласно правилам, содержащимся в табл. 5.

Разные типы выходных движений будут отличаться значениями правого столбца данной таблицы. Зная отсчеты сигнала $x(m - 1, n)$, $x(m, n - 1)$ и $x(m - 1, n - 1)$, с ее помощью можно однозначно определить отсчет $x(m, n)$ без решения разностного

Таблица 5

Правила движения на выходе системы

№	$x(m - 1, n)$	$x(m, n - 1)$	$x(m - 1, n - 1)$	$x(m, n)$
1	1	1	1	0
2	1	0	1	-1
3	1	-1	1	-1
4	0	1	1	1
5	0	0	1	0
6	0	-1	1	-1
7	-1	1	1	1
8	-1	0	1	1
9	-1	-1	1	1
10	1	1	0	0
11	1	0	0	-1
12	1	-1	0	-1
13	0	1	0	1
14	0	0	0	0
15	0	-1	0	-1
16	-1	1	0	1
17	-1	0	0	1
18	-1	-1	0	0
19	1	1	-1	1
20	1	0	-1	-1
21	1	-1	-1	-1
22	0	1	-1	1
23	0	0	-1	0
24	0	-1	-1	-1
25	1	1	-1	1
26	1	0	-1	1
27	-1	-1	-1	0

уравнения (1). Кроме того, эти правила полностью определяют движения на выходе, так как задают отсчет $x(m, n)$ для всех возможных комбинаций отсчетов из правой части разностного уравнения (1). Данному в табл. 5 набору соответствует система условий на коэффициенты, которые определяют область в пространстве коэффициентов, соответствующую этому типу движений на выходе системы.

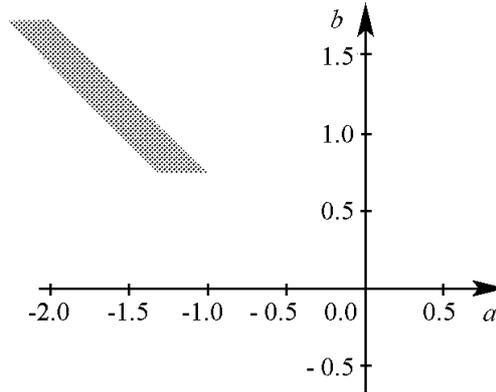


Рис. 8. Область существования заданного типа движений на выходе, $c = 0.25$

В связи с симметричностью функции нелинейности при нахождении области в пространстве коэффициентов, соответствующей данному типу движения, достаточно рассмотреть только первые 13 условий. Каждое из них можно сопоставить с условием на коэффициенты. Рассмотрим это более подробно на примере первого условия из табл. 5.

$$x(m-1, n) = 1, \quad x(m, n-1) = 1, \quad x(m-1, n-1) = 1, \quad x(m, n) = 0.$$

Так как $x(m, n) = 0$, справедливо неравенство

$$-0.5 < ax(m-1, n) + bx(m, n-1) + cx(m-1, n-1) < 0.5.$$

Подставив в него значения соответствующих отсчетов, получим

$$-0.5 < a + b + c < 0.5.$$

Найдя аналогичным образом оставшиеся 12 ограничений на коэффициенты, получим результирующий набор неравенств

$$\left\{ \begin{array}{l} -0.5 < a + b + c < 0.5 \\ a + c \leq -0.5 \\ a - b + c \leq -0.5 \\ b + c \geq 0.5 \\ -0.5 < c < 0.5 \\ -b + c \leq -0.5 \\ -a + b + c \geq 0.5 \\ -a + c \geq 0.5 \\ -a - b + c \geq 0.5 \\ -a + b \geq 0.5 \\ a \leq -0.5 \\ a - b \leq -0.5 \\ b \geq 0.5. \end{array} \right.$$

На плоскости (a, b) данному типу движений на выходе при $c = 0.25$ соответствует заштрихованная область, показанная на рис. 8.

При изменении вида начальных условий внешний вид сигнала тоже будет изменяться, однако правила движений в указанной области останутся неизменными.

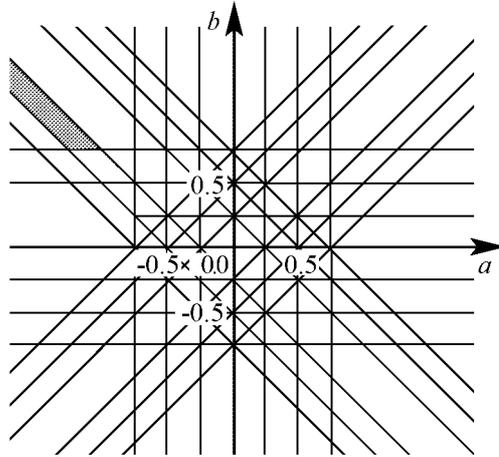


Рис. 9. Бифуркационная диаграмма двумерной рекурсивной цифровой системы первого порядка с характеристикой сумматора с насыщением и тремя уровнями квантования, $c = 0.25$

Аналогичным образом можно найти области существования всех остальных возможных типов движений на выходе. Уравнения плоскостей, разбивающих пространство коэффициентов фильтра на области определенных типов движений, представлены в табл. 6.

Общий вид бифуркационной диаграммы двумерной рекурсивной цифровой системы первого порядка при коэффициенте $c = 0.25$ представлен на рис. 9. Здесь каждой выделенной области пространства коэффициентов соответствует определенный тип движения, независимый от начальных условий. Выделенная область совпадает с областью, изображенной на рис. 8. Следует отметить, что оси координат a и b границами данных областей не являются.

Таблица 6

Уравнения плоскостей, разбивающих пространство коэффициентов системы на области определенных типов движений

№	Уравнение	№	Уравнение
1	$a = 0.5$	14	$a = -0.5$
2	$b = 0.5$	15	$b = -0.5$
3	$c = 0.5$	16	$c = -0.5$
4	$a + b = 0.5$	17	$a + b = -0.5$
5	$a + c = 0.5$	18	$a + c = -0.5$
6	$b + c = 0.5$	19	$b + c = -0.5$
7	$a - b = 0.5$	20	$a - b = -0.5$
8	$a - c = 0.5$	21	$a - c = -0.5$
9	$b - c = 0.5$	22	$b - c = -0.5$
10	$a + b + c = 0.5$	23	$a + b + c = -0.5$
11	$a + b - c = 0.5$	24	$a + b - c = -0.5$
12	$a - b + c = 0.5$	25	$a - b + c = -0.5$
13	$a - b - c = 0.5$	26	$a - b - c = -0.5$

6. Таким образом, представлена методика, позволяющая находить области в пространстве коэффициентов, соответствующие заданным типам движений. С ее помощью определены области двумерных предельных циклов различных периодов. Следует отметить, что данные типы движений являются паразитными для двумерных рекурсивных цифровых фильтров, основанных на исследуемых системах. Найдены аналитические условия на коэффициенты, соответствующие каждому из двумерных предельных циклов. Определена область отсутствия паразитных колебаний на выходе фильтра. Построена бифуркационная диаграмма системы. Результаты работы могут быть использованы для дальнейших исследований систем с большим числом уровней квантования, что позволит рассматривать данные системы как с помощью статистической, так и с помощью детерминированной моделей. Кроме того, они могут быть использованы при построении генераторов двумерных цифровых сигналов и изображений. Теоретические результаты подтверждены компьютерным моделированием.

Библиографический список

1. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. М.: Мир, 1988. 488 с.
2. Chang T. Limit cycles in a two-dimensional first-order digital filter // IEEE Trans. Circuits Syst. 1977. Vol. CAS-24, № 1. P. 15.
3. Каппелини В., Константинодис А., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. М.: Энергоатомиздат, 1983. 360 с.
4. Bose T., Brown D. Zero-input limit cycles due to rounding in digital filters // IEEE Trans. Circuits Syst. 1989. Vol. 6. P. 931.
5. D'Addario L., Thompson A., Schwab F., Granlund J. Complex cross correlators with three-level quantization design tolerances // Radio Sci. 1984. Vol. 19. P. 931.
6. Брюханов Ю.А. Эффекты квантования в цифровых рекурсивных фильтрах первого порядка с усечением по величине // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 6. С. 35.
7. Брюханов Ю.А. Колебания в цифровых рекурсивных фильтрах первого порядка с представлением чисел в дополнительном коде с округлением // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2004. Т. 12, № 1-2. С. 10.
8. Rudyh D.V., Lebedev M.V., Khryashchev V.V., Priorov A.L. Investigation of the two-dimensional first-order recursive digital filters with saturation nonlinearity // Proc. of the 11-th Workshop on «Nonlinear Dynamics of Electronic Systems» (NDES'2003), Switzerland, 2003. P. 213.
9. Брюханов Ю.А., Приоров А.Л., Мясников Е.А., Калинин С.А. Частотные свойства двумерных рекурсивных цифровых систем первого порядка // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1995. № 4. С. 26.

Ярославский государственный
университет им. П.Г. Демидова

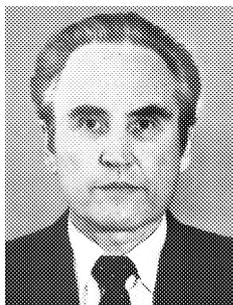
Поступила в редакцию
После доработки

1.02.2005
4.07.2005

OSCILLATIONS IN AUTONOMOUS 2-D RECURSIVE DIGITAL SYSTEMS OF FIRST ORDER WITH THREE LEVELS OF QUANTIZATION

Yu.A. Bryhanov, D.V. Rudykh, A.L. Priorov

Processes in autonomous 2-D digital recursive filters of first order with three levels of quantization are investigated. Method of bifurcation diagram construction is proposed. With its help conditions of existence of the determine input movements types expressed through coefficients of the filter are found.



Брюханов Юрий Александрович – родился в Красноярске (1941), окончил Красноярский политехнический институт (1967) и аспирантуру Воронежского государственного университета (1970). С 1971 года работает в Ярославском государственном университете, в настоящее время заведует кафедрой динамики электронных систем. Защитил кандидатскую диссертацию (1971) и докторскую диссертацию (1989) в области применения теории колебаний в задачах радиопроизики и электроники. Область научных интересов – нелинейная динамика электронных систем дискретного времени. Автор монографии «Управление динамическим режимом колебательных систем» и более 180 статей. Заслуженный деятель науки РФ.



Рудых Дмитрий Владимирович – родился в 1979 году в Ярославле. В 2002 году окончил физический факультет Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук (2006 г.). Область научных интересов – нелинейная динамика двумерных цифровых фильтров.



Приоров Андрей Леонидович – родился в 1959 году в Ярославской области. В 1986 году окончил физический факультет Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова. Кандидат технических наук, доцент кафедры динамики электронных систем. Область научных интересов – нелинейная динамика двумерных цифровых систем, цифровая обработка речевых сигналов и изображений.