



ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ ЧИРПОВ

А.А. Анисимов, О.Н. Павлова, А.Н. Тупицын, А.Н. Павлов

В работе обсуждаются возможности исследования ритмических процессов с линейно меняющимися частотами («чирпов») на основе вейвлет-анализа. Сформулированы ограничения метода непрерывного вейвлет-преобразования при анализе суперпозиции сигналов с линейной частотной модуляцией. Рассматриваются эффекты интерференции и модуляции ритмов колебаний.

Введение

Очень многие процессы в природе являются нестационарными и демонстрируют изменения во времени своих статистических свойств. Примерами могут служить переходные процессы в радиофизических устройствах, атмосферная и гидродинамическая турбулентность, нестационарные волны в океане, нестационарные геофизические и физиологические сигналы. Классические методы обработки экспериментальных данных (спектрально-корреляционный анализ, вычисление моментных функций и т.д.) представляют собой инструменты исследования стационарных случайных процессов; их применение для анализа нестационарных данных зачастую приводит к различным проблемам в интерпретации полученных результатов. В частности, наличие двух пиков в спектре мощности с некротными частотами может соответствовать принципиально разным ситуациям: в динамике изучаемой системы могут одновременно присутствовать два независимых ритма или может наблюдаться процесс переключения частоты, и в каждый момент времени удается зафиксировать только один ритмический процесс.

Довольно часто при исследовании экспериментальных данных используется идеология анализа систем с медленно-меняющимися параметрами: предполагается, что в течение небольших интервалов времени свойства процесса меняются незначительно, и его можно рассматривать как стационарный, применяя классический аппарат статистической обработки. Такой подход следует признать эффективным лишь в том случае, если нестационарность ассоциируется с низкочастотной областью спектра по отношению к динамике, представляющей интерес для исследователя. Если же свойства процесса даже в пределах сравнительно малых временных интервалов успевают существенно поменяться, то есть два варианта дальнейших действий: либо отказываться от классических методов анализа временных рядов и ориентироваться

на специальные методики, либо тщательно проводить предварительную обработку экспериментальных данных, выбирая только те участки сигналов, на которых их можно считать приближенно стационарными. Но даже при условии осуществления предварительной обработки данных целесообразно проводить последующий анализ на основе наиболее универсальных методов, которые могут применяться независимо от свойства стационарности случайных процессов. Таких методов существует немного. К числу наиболее известных и популярных подходов можно отнести метод аналитического сигнала, использующий преобразование Гильберта [1], метод анализа флуктуаций относительно тренда [2, 3] и вейвлет-анализ [4-7]. Последний подход считается одним из наиболее универсальных инструментов исследования сложных сигналов. За последние годы вейвлеты продемонстрировали свою эффективность при решении очень широкого круга задач, связанных с подавлением шумов, сжатием больших объемов информации, анализом изображений и т.д. Возможности вейвлет-анализа очень широки [8, 9]. Также как и метод аналитического сигнала, он позволяет определять мгновенную амплитуду, фазу и частоту ритмических компонент нестационарных процессов. При изучении явления синхронизации в динамике систем с несколькими временными масштабами использование вейвлетов может быть эффективнее проведения исследования на основе преобразования Гильберта. Это связано с тем, что вейвлет-преобразование является инструментом многомасштабного анализа, позволяющим одновременно анализировать структуру сигналов в разных диапазонах масштабов наблюдения. С точки зрения изучения корреляционных свойств случайных процессов, базирующийся на вейвлет-преобразовании мультифрактальный формализм [10] обладает не только теми же возможностями, что и анализ флуктуаций относительно тренда, но еще и рядом преимуществ, например, он позволяет проводить исследование спектрально-корреляционных свойств нестационарных случайных процессов по сигналам малой длительности [11]. Отметим, что на практике исследователи работают с отдельной реализацией случайного процесса, имеющей конечную длительность и заданное разрешение. Поэтому, несмотря на то, что вейвлет-преобразование в лучшей степени подходит для изучения процессов с меняющимися во времени характеристиками, ограничения частотно-временного разрешения, присущие классическому спектральному анализу, при этом остаются.

В данной работе рассматриваются возможности и ограничения теории вейвлетов при анализе так называемых «чирпов» – процессов с монотонным изменением частоты. Чирпы (от англ. «chirp» – чирикание) напоминают звуки, издаваемые дельфинами или летучими мышами. Такие сигналы хорошо известны, например, в акустике. Характерные для чирпов частотно-модулированные зависимости иногда проявляются в рамках классического корреляционного анализа [12]. Отметим, что общепринятого определения чирпов не существует, и иногда чирпом называют любой сигнал, содержащий гармонические функции от нелинейного полинома времени [9].

1. Вейвлет-анализ нестационарных сигналов

Эффективность применения методов исследования структуры сигналов зависит от степени их стационарности. Поэтому ограничения используемых подходов должны проявляться в большей степени для сильно нестационарных процессов. Рассмотрим несколько примеров применения непрерывного вейвлет-преобразования.

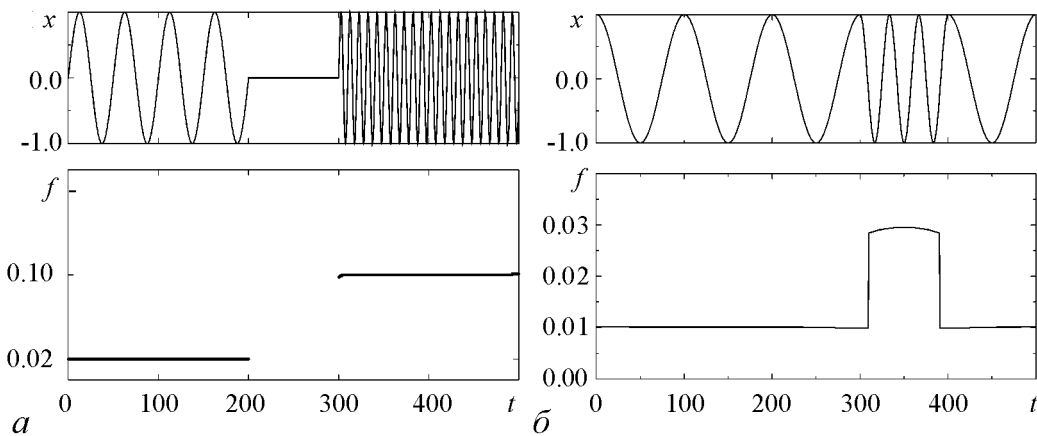


Рис. 1. Анализ сигналов, содержащих переключения частоты. На верхнем рисунке изображен анализируемый сигнал, на нижнем – результат вейвлет-анализа (выделенные временные зависимости мгновенных частот колебаний)

Во всех этих примерах в качестве базисной функции будет использоваться вейвлет Морле

$$\psi(\tau) = \pi^{-1/4} \exp(j2\pi m_0 \tau) \exp\left[-\frac{\tau^2}{2}\right].$$

1.1. Случай переключения частоты. Классический спектральный анализ, основанный на преобразовании Фурье, позволяет обнаружить сам факт существования различных ритмов, но не дает возможности проследить эволюцию во времени мгновенных характеристик колебательных процессов. Вейвлет-анализ обладает более широкими возможностями и является эффективным инструментом исследования локальных свойств сигналов даже в случае быстрых изменений мгновенных частот ритмических составляющих (сильной нестационарности). На рис. 1, *a* приведен тестовый пример сигнала, у которого вначале частота колебаний принимает одно значение, затем на некотором участке колебания полностью прекращаются, после чего они возникают уже на другой частоте. Вейвлет-анализ с применением базисной функции Морле позволяет с хорошей точностью идентифицировать моменты времени, в которые происходят быстрые изменения структуры сигнала. На рис. 1, *б* показан случай, когда частота дважды переключается в пределах одного периода. Возможность анализа столь медленных колебаний (примерно 0.01 Гц) важна в исследованиях сложной динамики живых систем, в частности, динамики различных физиологических процессов. Очень многие ритмы в биологии и медицине соответствуют диапазону $10^{-2} \div 10^{-1}$ Гц, и применение специальных методов, позволяющих проводить детальный анализ их структуры, играет важную роль в задачах диагностики состояния системы по экспериментальным данным.

1.2. Линейные чирпы. Хорошим тестом на эффективность методов исследования нестационарных данных является анализ сигналов, частота которых меняется по линейному закону. Рис. 2, *a* иллюстрирует случай сигнала, включающего два параллельных линейных чирпа (верхний рис.). После проведения вейвлет-преобразования можно идентифицировать мгновенные частоты ритмических процессов, меняющиеся по линейному закону (нижний рис.). Таким образом вейвлет-

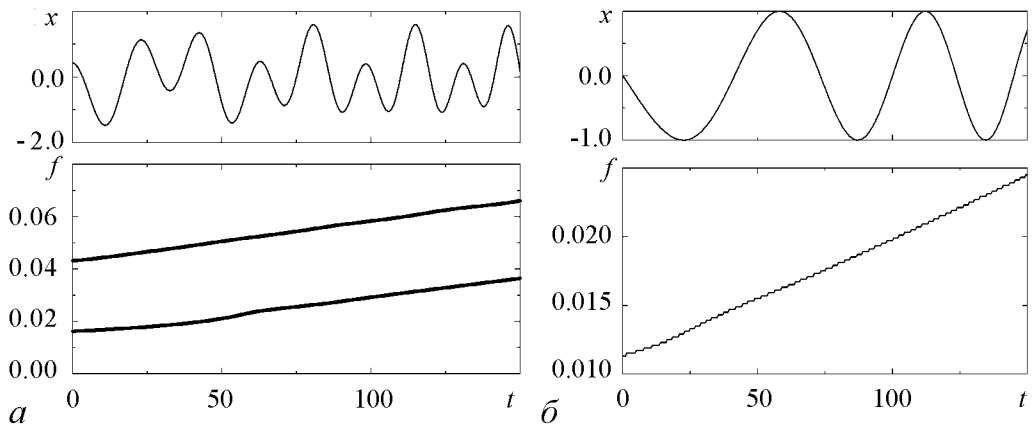


Рис. 2. Анализ линейных чирпов: *a* – сигнал, включающий два чирпа; *б* – случай одного линейного чирпа. На верхнем рисунке изображен анализируемый сигнал, на нижнем – результат вейвлет-анализа (выделенные временные зависимости мгновенных частот колебаний)

анализ позволяет получить правильную информацию о структуре исследуемого сигнала. Отметим, что несмотря на то, что мы можем проводить локальный спектральный анализ, тем не менее, все характеристики оцениваются в пределах окна, занимаемого функцией $\psi(\tau)$ во временной области. Это означает, что характеристики вычисляются не совсем локально, а на основе усреднения по короткому участку сигнала. Эффект усреднения приводит к увеличению погрешности вычисления мгновенных характеристик с ростом скорости их изменения. Однако даже при сравнительно быстрых изменениях свойств сигнала метод позволяет получать корректные результаты. Для иллюстрации рассмотрен случай одного линейного чирпа (рис. 2, *б*), частота которого меняется примерно в два раза за один период колебаний (верхний рис.). Вейвлет-анализ позволяет идентифицировать в этом случае линейную зависимость мгновенной частоты с высокой точностью (нижний рис.).

2. Ограничения вейвлет-анализа

Рассмотрим теперь несколько примеров, иллюстрирующих ограничения непрерывного вейвлет-преобразования на основе базисной функции Морле. Если проанализировать случай быстрых изменений мгновенных частот ритмических процессов или меньшую разницу сосуществующих частот, то это приводит к ограничениям возможности их корректной идентификации. Соответствующий пример изображен на рис. 3 и демонстрирует, что вместо линейных (теоретически ожидаемых) зависимостей наблюдаются осцилляции мгновенных частот колебаний. Частота данных осцилляций равна разности $\Delta f(t) = |f_2(t) - f_1(t)|$, а их размах зависит от параметра k , характеризующего скорость роста частоты параллельных чирпов: $f_j(t) = kt + f_j(0)$, параметра m_0 базисной функции $\psi(\tau)$ и величины $\Delta f(t)$.

Для количественной характеристики погрешности метода на рис. 4 приведена зависимость $\sigma(k)$, где σ – стандартное отклонение мгновенной частоты чирпа от прямой линии. Видно, что отклонения для $\Delta f = 0.05$ Гц и $\Delta f = 0.2$ Гц демонстрируют значительные отличия. При малых k ошибка меньше для $\Delta f = 0.2$ Гц, так как не возникает сложностей, связанных с недостаточным частотным разрешением. Для $\Delta f = 0.05$ Гц наличие близко расположенных мгновенных частот

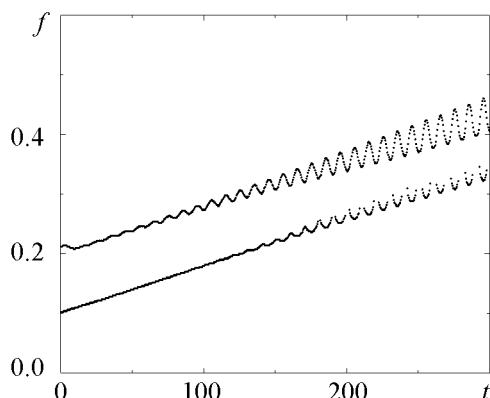


Рис. 3. Пример применения непрерывного вейвлет-преобразования к двум параллельным чирпам. С ростом частот чирпов появляются осцилляции мгновенных частот ритмических процессов $f_1(t)$ и $f_2(t)$ вместо ожидаемых прямых линий

приводит к большей величине ошибки их идентификации. С увеличением k отклонения от линейной зависимости для $\Delta f = 0.05$ Гц растут медленнее, поскольку флуктуации частоты ограничены диапазоном Δf , и это ограничение сильнее сказывается для близко расположенных мгновенных частот. Отметим, что ухудшение их идентификации связано не столько со свойствами или недостатками вейвлет-преобразования, сколько с разрешением сигнала и анализирующего вейвлета (и его выбором). Чем разрешение лучше, тем качественнее выявятся обе близкие частоты. Это справедливо до известных пределов, связанных, в частности, с принципом неопределенности.

Рис. 5 иллюстрирует зависимость величины ошибки идентификации от частоты колебаний: отклонения от линейных зависимостей в большей степени проявляются в данном случае для динамики в диапазоне $0.15 \div 0.2$ Гц, чем для меньших значений частот. Величину погрешности определения мгновенной частоты (размах осцилляций) можно попробовать уменьшить за счет подстройки параметра m_0 вейвлета Морле, который характеризует частотно-временное разрешение выбранной базисной функции. Однако из-за наличия принципа неопределенности Гейзенберга (проявлением которого служит существование частотно-временного окна вейвлет-преобразования), невозможно одновременно улучшить разрешение и во временной, и в частотной области. Поэтому полностью устранить существующие ограничения подстройкой параметров вейвлета не получится.

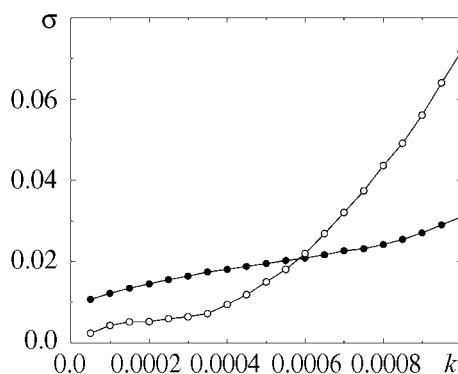


Рис. 4. Стандартные отклонения мгновенных частот двух параллельных чирпов от прямых линий в зависимости от параметра, характеризующего скорость роста частот. Черные кружочки соответствуют $\Delta f = 0.05$ Гц, белые – $\Delta f = 0.2$ Гц

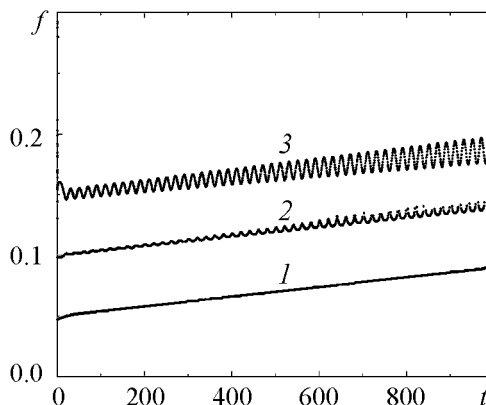


Рис. 5. Тройной чирп. Вместо ожидаемых прямых линий наблюдается осциллирующий характер поведения мгновенных частот для более высокочастотных составляющих чирпа и с ростом f . Кривые соответствуют мгновенным частотам трех линейных чирпов с начальными значениями частот: 1 – 0.05 Гц, 2 – 0.10 Гц, 3 – 0.15 Гц. Видно, что для высокочастотных составляющих ошибка идентификации мгновенных частот выше, чем для низкочастотных

3. Модуляция или интерференция?

В динамике биологических систем часто наблюдаются эффекты взаимодействия ритмов в форме частотной модуляции. Например, в работах [13-15] детально исследовалась частотная модуляция внутриклеточных процессов и взаимодействие ритмов нефронов; типичные примеры представлены на рис. 6.

Сравнивая результаты анализа эффекта частотной модуляции быстрого ритма колебаний медленной динамикой с результатами, демонстрирующими ограничения спектрального разрешения вейвлет-преобразования (см. рис. 5), видим их сходство. Отсюда возникает вопрос – как определить, с чем мы на самом деле встречаемся в той или иной ситуации? Можно ли, проводя анализ динамики живых систем, быть уверенными в том, что речь идет именно о взаимодействии ритмов (в форме частотной модуляции), а не об ограничениях разрешения анализируемого сигнала и выбранного вейвлета, приводящих к явлению интерференции [6]? Результаты, представленные на рис. 4 и 5, относятся именно к случаю интерференции, при котором осциллирующий характер отклонений от ожидаемой прямой линии вызван недостаточным (для разделения чирпов) частотным разрешением. Необходимым требованием для идентификации ритмических процессов является то, что значение разности мгновенных частот сосуществующих ритмов колебаний должно быть много больше чем спектральное разрешение вейвлета на данной частоте (ширина подвижного частотно-временного окна вейвлет-преобразования). Очевидно, что существует и зависимость от скорости роста частоты или степени нестационарности, которая влияет на временное разрешение вейвлет-преобразования. Вышесказанное означает, что идентификация эффектов взаимодействия ритмов в форме модуляции колебаний должна сопровождаться дополнительными исследованиями, которые могли бы подтвердить, что речь идет именно о модуляции сравнительно быстрых колебаний более медленным процессом. Наиболее простая проверка состоит в определении частоты модуляции (в случае нестационарной динамики это можно осуществить на основе техники двойного вейвлет-анализа [16, 17]). Если осцилляции мгновенной

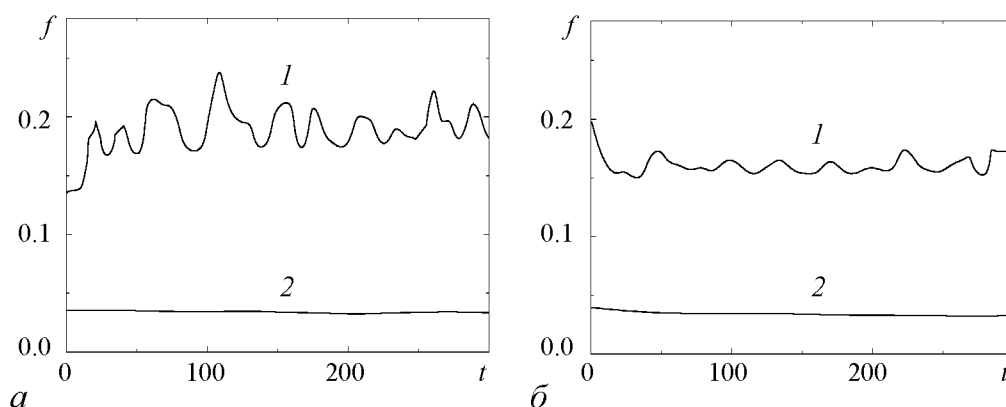


Рис. 6. Частотная модуляция колебаний в функционировании нефронов почки крысы: *a* – крыса с повышенным артериальным давлением, *б* – крыса с нормальным артериальным давлением. *1* – мгновенная частота быстрого ритма колебаний, *2* – мгновенная частота медленного ритма колебаний. Видно, что при повышенном давлении усиливается эффект частотной модуляции – наблюдаются более сильные осцилляции мгновенной частоты быстрого ритма

частоты быстрого ритма происходят с частотой медленной динамики, то этот случай соответствует модуляции колебаний. Если спектральное разрешение недостаточно для надежного разделения двух ритмических процессов, то наблюдаются осцилляции с частотой, представляющей собой линейную комбинацию частот сосуществующих ритмов колебаний (чаще всего их разность). Таким образом, сам факт наличия осциллирующего характера временных зависимостей мгновенных частот является недостаточным для того, чтобы делать вывод о нелинейном взаимодействии ритмов, проявляющемся в форме частотной модуляции, и принципиальным моментом является оценка частоты соответствующих осцилляций.

Заключение

В работе были рассмотрены возможности и ограничения вейвлет-анализа при исследовании частотно-модулированных процессов. В качестве теста на эффективность методов исследования структуры нестационарных данных был выбран случай чирпов – сигналов с монотонным изменением частоты (в данном случае, линейным). Следует отметить, что при решении задачи идентификации мгновенных частот ритмов колебаний до сих пор существует много открытых вопросов. С одной стороны, вейвлет-анализ воспринимается в качестве эффективного инструмента исследования, который обеспечивает хорошее частотное разрешение для сосуществующих ритмов [6]. С другой стороны, некоторые авторы полагают, что при изучении процессов, период которых составляет величину порядка 10 с и выше, вейвлет-анализ приводит к плохому временному разрешению и уступает подходам, основанным на преобразовании Вигнера–Вилля и другим специальным алгоритмам [18]. Этот диапазон, в частности, играет важную роль в динамике живых систем, поскольку многие ритмы в функционировании объектов живой природы являются медленными, и их исследование с применением теории вейвлетов позволяет обнаруживать новые явления [13, 14]. Данное обстоятельство приводит к необходимости более тщательно исследовать вопросы применимости данного математического аппарата при изучении структуры медленных ритмов с быстро меняющимися во времени характеристиками.

Ограничения возможностей анализа параллельных чирпов определяются тремя основными факторами: скоростью изменения мгновенных частот k , разностью между ними Δf и спектральным разрешением выбранной базисной функции. При малых значениях параметра k ошибка идентификации ритмических процессов уменьшается с ростом Δf , а при больших – увеличивается. Знание соответствующих ограничений непрерывного вейвлет-преобразования позволяет оценивать корректность результатов анализа сигналов, регистрируемых в экспериментах, и правильно интерпретировать такие результаты. В частности, недостаточное разрешение анализируемого сигнала и выбранного вейвлета приводят к эффектам, которые могут быть ошибочно приняты за частотную модуляцию. Данные результаты дополняют выводы работы [17], где были сформулированы ограничения вейвлет-анализа при исследовании эффектов амплитудной модуляции.

Проводимые исследования были поддержаны Министерством образования и науки РФ по программе «Развитие научного потенциала высшей школы (2006–2008 гг.)» и Германской службой академических обменов.

Библиографический список

1. *Gabor D.* Theory of communication // J. Inst. Electr. Eng. London. 1946. Vol. 93. P. 429.
2. *Peng C.-K., Havlin S., Stanley H.E., Goldberger A.L.* Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series // Chaos. 1995. Vol. 5. P. 82.
3. *Peng C.-K., Buldyrev S.V., Havlin S., Simons M., Stanley H.E., Goldberger A.L.* Mosaic organization of DNA nucleotides // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49. P. 1685.
4. *Grossmann A., Morlet J.* Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape // S.I.A.M. J. Math. Anal. 1984. Vol. 15. P. 723.
5. *Meyer Y.* Wavelets: Algorithms and Applications. Philadelphia: S.I.A.M., 1993.
6. *Малла С.* Вэйвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005.
7. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Непрерывный вейвлетный анализ в приложениях к задачам нелинейной динамики. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2002.
8. *Астафьева Н.М.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. С. 1145.
9. *Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А.* Вейвлеты и их применение // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. С. 465.
10. *Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A.* The multifractal formalism revisited with wavelets // Int. J. Bifurcation Chaos. 1994. Vol. 4. P. 245.
11. *Павлов А.Н., Анищенко В.С.* Мультифрактальный анализ сложных сигналов // Успехи физических наук. 2007. Т. 177. С. 859.
12. *Dremin I.M.* Cumulant and factorial moments in perturbative gluodynamics // Phys. Lett. B. 1993. Vol. 313. P. 209.
13. *Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Brazhe N.A., Brazhe A.R., Erokhova L.A., Maksimov G.V., Mosekilde E.* Interference microscopy under double-wavelet analysis: A new tool to studying cell dynamics // Physical Review Letters. 2005. Vol. 94. P. 218103.
14. *Marsh D.J., Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H.* Frequency encoding in renal blood flow regulation // American Journal of Physiology. 2005. Vol. 288. P. R1160.
15. *Pavlov A.N., Makarov V.A., Mosekilde E., Sosnovtseva O.V.* Application of wavelet-based tools to study the dynamics of biological processes // Briefings in Bioinformatics. 2006. Vol. 7(4). P. 375.
16. *Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J.* Double-wavelet approach to study frequency and amplitude modulation in renal autoregulation // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 70. P. 031915.
17. *Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J.* Double-wavelet approach to studying the modulation properties of nonstationary multimode dynamics // Physiological Measurement. 2005. Vol. 26. P. 351.
18. *Wand H., Siu K., Ju K., Chon K.H.* A high resolution approach to estimating time-frequency spectra and their amplitudes // Annals of Biomedical Engineering. 2006. Vol. 34. P. 326.

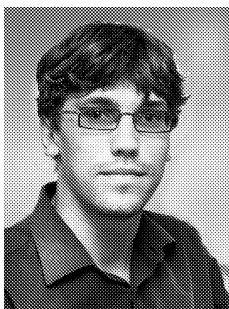
Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 5.11.2007
После доработки 12.02.2008

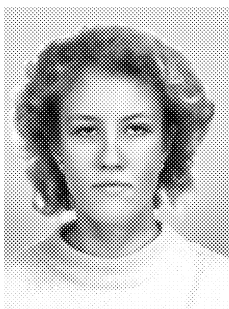
WAVELET-ANALYSIS OF CHIRPS

A.A. Anisimov, O.N. Pavlova, A.N. Tupitsyn, A.N. Pavlov

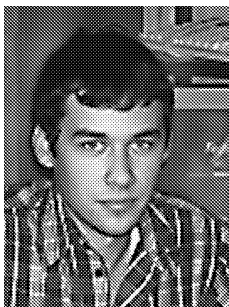
The paper discusses the possibilities of studying of rhythmic processes with linearly changed frequencies («chirps») based on the wavelet-analysis. Limitations of the continuous wavelet-transformation in the analysis of superpositions of signals with linear frequency modulation are formulated. Effects of the interference and the modulation of rhythmic processes are considered.



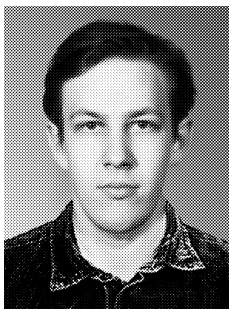
Анисимов Алексей Александрович – аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики физического факультета СГУ (специальность «биофизика»). Инженер кафедры. Область научных интересов: динамика биологических систем, анализ временных рядов.



Павлова Ольга Николаевна – аспирант физического факультета Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского (кафедра радиофизики и нелинейной динамики, специальность «биофизика»). Ассистент кафедры. Область научных интересов – применение методов нелинейной динамики в исследованиях биологических систем. Имеет более 10 научных публикаций.



Тупицын Анатолий Николаевич – родился в Саратове (1983). Окончил Саратовский государственный университет по специальности «биохимическая физика» (2005). В настоящее время аспирант и инженер кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Область научных интересов: нелинейная динамика, анализ временных рядов.



Павлов Алексей Николаевич – родился в Саратове (1973). Окончил физический факультет Саратовского университета по специальности радиофизика и электроника (1995). Кандидат физико-математических наук (1998). Доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики. Область научных интересов: анализ временных рядов. Имеет более 60 работ, опубликованных в отечественной и зарубежной печати. E-mail: pavlov@chaos.ssu.runnet.ru