



БИФУРКАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ РЕЖИМОВ СИНХРОНИЗАЦИИ И ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ В СВЯЗАННЫХ ГЕНЕРАТОРАХ С ИНЕРЦИОННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

В.В. Астахов, С.А. Коблянский, А.В. Шабунин

В работе представлены результаты исследования бифуркационных переходов к режимам синхронизации и гашения колебаний в системе двух диссипативно связанных генераторов с инерционной нелинейностью. Выявлено, что в исследуемой системе языки синхронизации могут быть двух типов: в одних имеется и область захвата, и область подавления, а в других - только область захвата. Показано, что при слабой неидентичности по параметру возбуждения языки, имеющие области подавления, объединяются и появляется возможность перехода из одного языка синхронизации в другой без бифуркаций устойчивого предельного цикла, то есть переходы между режимами синхронизации с разными числами вращения могут происходить эволюционным образом.

Ключевые слова: Синхронизация, широкополосная синхронизация, «амплитудная смерть».

Введение

Явления взаимной синхронизации и гашения колебаний (или «амплитудной смерти») в диссипативно связанных автоколебательных системах известны очень давно и наблюдаются в системах самой различной природы. Их описание и история открытий широко представлены и в научных монографиях, и в учебной литературе (см., например, [1–5]). Простейшей математической моделью связанных автоколебательных систем, которая охватывает не только явление синхронизации, но и эффект гашения, когда увеличение связи и расстройки по собственным частотам приводит к подавлению автоколебаний в каждом из генераторов, является система связанных укороченных уравнений ван дер Поля для комплексных амплитуд, которые также называются уравнениями Ландау–Стюарта [4, 6]. Детальное описание динамики этой системы можно найти в работах [4–9]. Явления синхронизации и гашения изучались не только в простейших базовых моделях, но и в более реалистичных системах различной природы. Так, например, гашение автоколебаний в связанных химических

системах рассматривалось в работе [10]. В работе [11] дан подробный бифуркационный анализ синхронных режимов (включая и эффект гашения колебаний) для модели химической системы с предельным циклом на фазовой плоскости. Исследования проводились для двух взаимодействующих колебательных систем в широкой (охватывающей языки синхронизации с различными числами вращения) области расстройек по собственным частотам.

Модели диссипативно связанных автоколебательных систем с одинаковыми параметрами возбуждения могут демонстрировать вырожденные бифуркации. Так, например, при выходе из области гашения автоколебаний наблюдается бифуркация, в результате которой из неподвижной точки рождается притягивающий двумерный тор и два седловых предельных цикла, расположенных вне тора. О таких нетипичных бифуркациях в диссипативно связанных генераторах ван дер Поля в виде системы укороченных уравнений для амплитуд и фаз и в виде полной системы связанных осцилляторов сообщалось, например, в работах [9], [12]. В этих работах было показано, что введение неидентичности по параметру возбуждения в парциальных генераторах устраняет вырожденную ситуацию. Бифуркационная линия, разделяющая область гашения от области квазипериодических колебаний, расщепляется на три: бифуркация Андронова–Хопфа для устойчивого состояния равновесия (рождение устойчивого предельного цикла), бифуркация Андронова–Хопфа для неустойчивого состояния равновесия (рождение седлового предельного цикла) и вторичная бифуркация Андронова–Хопфа (или бифуркация Неймарка–Сакера в отображении) рождения притягивающего двумерного тора из предельного цикла. Указанные результаты были получены при описании основного языка синхронизации (1 : 1).

В работах [13–17] были проведены детальные исследования режимов синхронизации и гашения автоколебаний в двух диссипативно связанных генераторах ван дер Поля и осцилляторах ван дер Поля–Дуффинга при различных значениях параметров возбуждения (как в области квазигармонических, так и ангармонических автоколебаний парциальных систем) и в широкой области расстройек по собственным частотам.

Для обозначения характерных режимов, наблюдающихся между областями гашения колебаний и квазипериодической динамики, в [15–17] был предложен термин «широкополосная синхронизация».

Вопросы о бифуркационных механизмах данных эффектов и перестройке структуры бифуркационных множеств, формирующих области синхронизации с различными числами вращения и области «амплитудной смерти», при переходе от случая идентичных по параметру возбуждения генераторов к случаю неидентичных остаются открытыми.

В данной работе представлены результаты исследования бифуркационных переходов к режимам синхронизации и гашения колебаний в системе двух диссипативно связанных генераторов с инерционной нелинейностью. Индивидуальный генератор имеет трехмерное фазовое пространство и два управляющих параметра, при вариации которых он способен демонстрировать суперкритическую бифуркацию Андронова–Хопфа и переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода. Для двух связанных генераторов на плоскости управляющих параметров «коэффициент связи – расстройка по частоте» построены соответствующие линии бифуркационных значений как для случая идентичных по параметру возбуждения парциальных

генераторов, так и для случая слабой неидентичности. Показано, что в исследуемой системе языки синхронизации могут быть двух типов: в одних имеется и область захвата, и область подавления, а в других – только область захвата. При слабой неидентичности по параметру возбуждения языки, имеющие области подавления, объединяются и появляется возможность перехода из одного языка синхронизации в другой без каких-либо бифуркаций устойчивого предельного цикла. Переходы между режимами синхронизации с разными числами вращения могут происходить эволюционным образом. При проведении бифуркационного анализа динамики системы использовался пакет AUTO-2000 [18].

1. Исследуемая система

Рассмотрим бифуркационные механизмы синхронизации автоколебаний и амплитудной смерти в диссипативно связанных генераторах с инерционной нелинейностью в следующей форме:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= m_1 x_1 - p x_1 z_1 + p y_1 + \varepsilon (x_2 - x_1), \\
 \dot{y}_1 &= -x_1, \\
 \dot{z}_1 &= -g [z_1 - f(x_1)], \\
 \dot{x}_2 &= m_2 x_2 - x_2 z_2 + y_2 + \varepsilon (x_1 - x_2), \\
 \dot{y}_2 &= -x_2, \\
 \dot{z}_2 &= -g [z_2 - f(x_2)], \\
 f(x_{1,2}) &= \exp(x_{1,2}) - 1,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $x_{1,2}$, $y_{1,2}$, $z_{1,2}$ – динамические переменные первой и второй подсистемы; $m_{1,2}$ – параметры, управляющие возбуждением автоколебаний в парциальных генераторах; g – параметр инерционности, который в наших исследованиях не менялся и был зафиксирован при $g = 0.2$; $p = \omega_1/\omega_2$ – параметр расстройки по собственным частотам парциальных генераторов; ε – коэффициент связи.

В отсутствие взаимодействия ($\varepsilon = 0$) в парциальных генераторах при отрицательных значениях параметра возбуждения ($m_{1,2}$) имеется единственное устойчивое состояние равновесия, расположенное в начале координат. При $m_{1,2} = 0$ состояние равновесия теряет устойчивость, происходит суперкритическая бифуркация Андронова–Хопфа. В системе мягко возбуждаются автоколебания, амплитуда которых растет пропорционально корню из надкритичности. При малых значениях параметра возбуждения наблюдаются квазигармонические автоколебания. Парциальный генератор при вариации управляющих параметров способен демонстрировать как периодические, так и хаотические автоколебания. Переход к хаосу осуществляется через каскад бифуркаций удвоения периода. Динамика генератора с инерционной нелинейностью в виде кусочной функции $f(x) = 0.25(|x| + x)^2$ детально описана в литературе (см., например, [19]). Генератор с нелинейностью в виде $f(x) = \exp(x) - 1$ ведет себя качественно аналогичным образом.

При положительной связи ε взаимодействующие генераторы (1) способны демонстрировать широкий спектр явлений, режимов и бифуркаций. В зависимости от управляющих параметров системы здесь наблюдаются явления синхронизации периодических и хаотических автоколебаний, явление фазовой мультистабильности, эффекты гашения колебаний. В данной работе рассматриваются явления синхронизации и гашения колебаний в широкой области значений параметров ε и p в случае, когда парциальные генераторы демонстрируют автоколебания периода один.

2. Бифуркационный анализ колебательных режимов в окрестности основной области синхронизации

2.1. Синхронизация при отсутствии расстройки по параметру возбуждения. Рассмотрим динамику взаимодействующих генераторов (1) без расстройки по параметру возбуждения при $m_1 = m_2 = m = 0.1$ в зависимости от величины связи ε и расстройки p . При указанных $m_{1,2}$ парциальные генераторы демонстрируют квазигармонические автоколебания. Вначале исследуем устойчивые и неустойчивые состояния системы и их бифуркации, относящиеся к основной области синхронизации 1 : 1.

На рис. 1 на плоскости параметров $(\varepsilon - p)$ построены бифуркационные линии устойчивых и неустойчивых предельных циклов и неподвижных точек, относящихся к основной области синхронизации. Синхронные автоколебания наблюдаются в областях A и B , которые окружают области квазипериодических колебаний C и области гашения автоколебаний D (или «амплитудной смерти»).

При значениях параметров из области A , ограниченной бифуркационными линиями l_{SN}, l'_{SN} и l_{SR} , в фазовом пространстве системы существуют неустойчивая неподвижная точка P_R , три седловых предельных цикла C_S, C_P, C_R и устойчивый предельный цикл C_N (рис. 2). Предельные циклы соответствуют синхронным движениям с разными сдвигами фаз между временными реализациями в парциальных генераторах. Устойчивый цикл C_N отвечает режиму синфазной синхронизации периодических автоколебаний

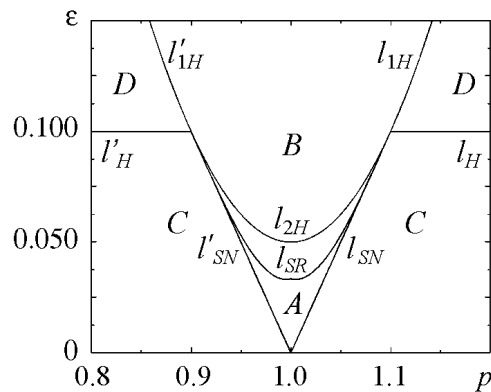


Рис. 1. Линии бифуркационных значений основной области синхронизации на плоскости управляющих параметров «коэффициент связи – расстройка по собственным частотам» при $m_1 = m_2 = 0.1$ и $g = 0.2$

строغو синфазные колебания наблюдаются при $p = 1$). Седловой цикл C_S соответствует неустойчивым противофазным колебаниям. При эволюции изображающей точки на седловых циклах C_R и C_P парциальные системы совершают колебания, сдвиг фаз между которыми лежит в пределах от 0 до π для C_R , и от π до 2π для C_P . Седловые циклы C_P и C_R располагаются в фазовом пространстве симметрично друг другу относительно цикла C_S , как видно из рис. 2, б.

Вычисление собственных значений неподвижной точки P_R показывает, что она является седлом (седло-

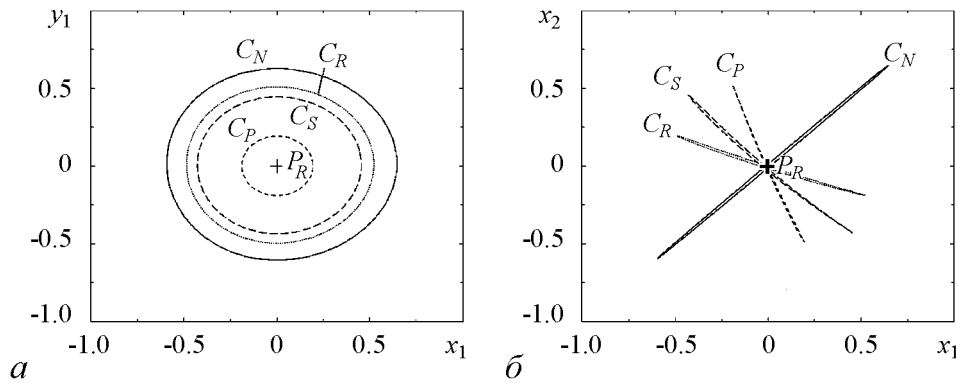


Рис. 2. Проекция фазового портрета на плоскость $(y_1 - x_1)$ (а) и на плоскость $(x_2 - x_1)$ (б) при значениях параметров $m_1 = m_2 = 0.1$, $g = 0.2$, $\varepsilon = 0.025$, $p = 1.001$. В фазовом пространстве существуют неустойчивая неподвижная точка P_R , седловые предельные циклы C_S , C_P , C_R и устойчивый предельный цикл C_N

фокусом), у которого две пары комплексно-сопряженных собственных значений с положительными действительными частями и два действительных отрицательных собственных значения. Из анализа мультипликаторов циклов следует, что седловые циклы C_P и C_R имеют трехмерные устойчивые многообразия и трехмерные неустойчивые многообразия, а седловой цикл C_S – четырехмерное устойчивое и двумерное неустойчивое многообразие. Неустойчивые многообразия седлового цикла C_S замыкаются на устойчивый цикл C_N , образуя притягивающий тор. То есть, резонансные циклы C_N и C_S лежат на двумерном торе. Проследим за бифуркациями этих предельных циклов и неподвижной точки на плоскости параметров $(\varepsilon - p)$.

На рис. 3 представлена бифуркационная диаграмма для предельных циклов и неподвижной точки в зависимости от параметра расстройки p при фиксированном значении коэффициента связи ε . На диаграмме по оси ординат отложены максимальные значения динамической переменной ($x_1 = x_{\max}$) соответствующих предельных циклов и неподвижной точки (для точки P_R динамические переменные равны нулю). В середине интервала синхронизации устойчивый цикл C_N и седловой C_S имеют по две пары комплексно-сопряженных мультипликаторов по модулю меньше единицы, и по одному действительному мультипликатору соответственно меньше и больше единицы. Седловые циклы C_R и C_P имеют по паре действительных больших единицы мультипликаторов, по паре комплексно-сопряженных по модулю меньших единицы и по одному действительному меньшему единицы мультипликатору. При выходе из области A с изменением расстройки p на линиях l_{SN} и l'_{SN} происходят бифуркации синхронного режима. Лежащие на торе устойчивый пре-

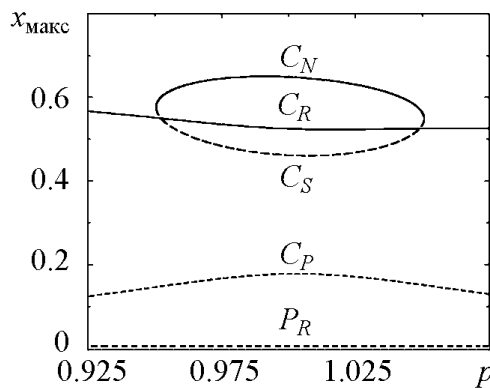


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма для предельных циклов и точки равновесия в зависимости от параметра расстройки p при фиксированных значениях параметров $m_1 = m_2 = 0.1$, $g = 0.2$, $\varepsilon = 0.025$

дельный цикл C_N и седловой цикл C_S сближаются друг с другом по мере приближения управляющего параметра p к бифуркационным линиям l_{SN} и l'_{SN} . На этих линиях они сливаются, по одному действительному мультипликатору принимают значение $+1$ и за точкой бифуркации (в области C на рис. 1) исчезают. Теперь в фазовом пространстве имеется притягивающий эргодический двумерный тор. Фазовые траектории покрывают его, нигде не замыкаясь. При эволюции изображающей точки на этом двумерном торе в системе наблюдается режим квазипериодических колебаний с двумя несоизмеримыми частотами. Седловые циклы C_R , C_P и неподвижная точка P_R при выходе из области синхронизации A с изменением расстройки p никаких бифуркаций не претерпевают и по-прежнему имеют трехмерные устойчивые и трехмерные неустойчивые многообразия. Таким образом, в области квазипериодических колебаний C фазовый портрет системы образуют притягивающий эргодический тор, седловые предельные циклы C_R и C_P и, расположенная в начале координат, неустойчивая неподвижная точка P_R .

Рассмотрим теперь, что происходит при увеличении связи ε . Зафиксируем $m = 0.1, p = 1.034$ и будем следить за бифуркациями указанных выше предельных множеств. Бифуркационная диаграмма представлена на рис. 4. При слабой связи в фазовом пространстве имеется притягивающий тор, седловые циклы C_P и C_R , неустойчивая неподвижная точка P_R . С увеличением ε при пересечении линии l_{SN} (см. рис. 1) на торе рождается устойчивый предельный цикл C_N и седловой цикл C_S . На бифуркационной диаграмме (рис. 4) это соответствует точке b_{SN} , из которой выходят две ветви. Сплошная линия образована значениями динамической переменной на устойчивом цикле C_N , а линия из длинных штрихов – значениями на седловом цикле C_S . При дальнейшем увеличении связи на линии l_{SR} плоскости параметров $(\varepsilon - p)$ (см. рис. 1) происходит субкритическая бифуркация вил. Седловые циклы C_P и C_R приближаются к седловому циклу C_S и на линии l_{SR} влипают в него. Выше точки бифуркации остается седловой предельный цикл C_S уже с другим характером устойчивости. Анализ мультипликаторов циклов показывает, что до точки бифуркации седловые циклы C_P и C_R имеют трехмерные устойчивые многообразия и трехмерные неустойчивые многообразия, а седловой цикл C_S – четырехмерные устойчивые и двумерные неустойчивые многообразия, последние замыкаются на устойчивый предельный цикл, образуя двумерный тор. За точкой субкритической бифуркации вил седловой цикл C_S превращается в седловой предельный цикл с трехмерными устойчивыми и трехмерными неустойчивыми многообразиями, что приводит к разрушению двумерного тора, на котором лежали резонансные циклы. На бифуркационной диаграмме рис. 4 точка бифуркации вил обозначена как b_p . При значениях коэффициента связи из области, ограниченной линиями l_{SR} и l_{2H} на плоскости параметров рис. 1, фазовый портрет системы образуют неустойчивая неподвижная точка P_R , седловой цикл C_S и устойчивый цикл C_N . Двумерного тора выше линии l_{SR} уже нет, он был разрушен в результате субкритической бифуркации вил седлового цикла C_S . С этой бифуркацией связан переход из области захвата A в область подавления B основного языка синхронизации на рис. 1. При дальнейшем увеличении ε радиус седлового предельного цикла C_S уменьшается, и на линии l_{2H} он стягивается в неустойчивую неподвижную точку P_R , происходит бифуркация Андронова–Хопфа. До бифуркации у неподвижной точки было две пары комплексно сопряженных собственных значений с положительными действительными частями

и два действительных отрицательных собственных значения; после бифуркации – пара с положительными действительными частями и пара с отрицательными, два действительных собственных значения остаются отрицательными и равными -0.2 .

При сильной связи, выше линии l_{2H} в области синхронизации B на рис. 1, в фазовом пространстве системы имеется устойчивый предельный цикл C_N и неустойчивая точка P_R . В этом случае увеличение расстройки p приводит к эффекту гашения автоколебаний (или «амплитудной смерти»). По мере увеличения расстройки по собственным частотам p амплитуда автоколебаний в каждом из генераторов плавно уменьшается до нуля. На рис. 5 представлена бифуркационная диаграмма для предельного цикла и неподвижной точки. При совпадении собственных частот парциальных генераторов ($p = 1$) радиус устойчивого предельного цикла C_N , отвечающий режиму синхронизации, имеет максимальное значение. С увеличением или уменьшением параметра расстройки p радиус предельного цикла плавно уменьшается, и на бифуркационных линиях l_{1H} и l'_{1H} (см. рис. 1) цикл стягивается в точку равновесия в начале координат. При переходе из области B в область D неподвижная точка P_R превращается из неустойчивого седло-фокуса в устойчивый фокус. Здесь имеет место суперкритическая бифуркация Андронова–Хопфа. В области D в фазовом пространстве системы имеется только устойчивая неподвижная точка P_R . Автоколебания в системе отсутствуют, взаимодействие привело к гашению колебаний, хотя каждый из парциальных генераторов при выключенной связи находится в возбужденном состоянии.

При переходе из области D в область B (см. рис. 1), например, при фиксированной связи ε с изменением расстройки p плавно возбуждаются периодические автоколебания. Однако при переходе из области D в область C , например, с уменьшением величины связи при фиксированной расстройке p в системе мягко возбуждаются квазипериодические автоколебания. Границей перехода от режима гашения к режиму квазипериодических колебаний являются бифуркационные линии l_H и l'_H . В области D перед линиями l_H и l'_H неподвижная точка P_R имеет две пары комплексно-сопряженных собственных значений с отрицательными действительными частями и

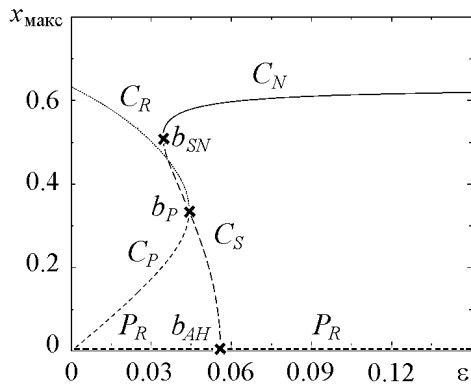


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма для предельных циклов и точки равновесия в зависимости от коэффициента связи ε при фиксированных значениях параметров $m_1 = m_2 = 0.1$, $g = 0.2$, $p = 1.034$

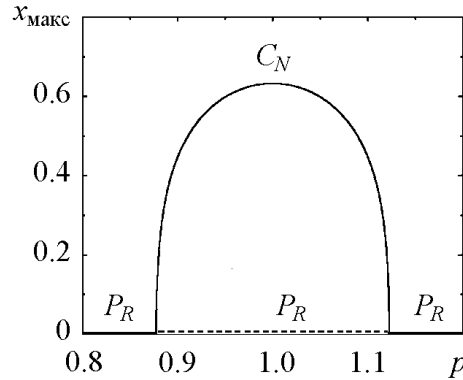


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма для предельного цикла и точки равновесия в зависимости от расстройки p при фиксированных значениях $m_1 = m_2 = 0.1$, $g = 0.2$ и $\varepsilon = 0.125$

два действительных отрицательных собственных значения. На линиях l_H и l'_H действительные части комплексно-сопряженных собственных значений обращаются в ноль (две пары чисто мнимых собственных значений), а ниже линий становятся положительными. В результате, в окрестности неподвижной точки P_R мягким образом рождаются притягивающий тор T и седловые циклы C_P и C_R . С уменьшением связи эти предельные множества (неподвижная точка, два предельных цикла и притягивающий тор) расходятся друг от друга.

Описанный бифуркационный переход рождения из неподвижной точки притягивающего тора и двух седловых циклов относится к числу вырожденных. Обусловлено это идентичностью парциальных генераторов, поскольку параметры возбуждения m_1 и m_2 равны. Идентичность по параметрам, управляющим бифуркацией рождения цикла в несвязанных генераторах, приводит не только к этой вырожденной ситуации, но и к бифуркации вил, которая происходит на линии l_{SR} основного языка синхронизации (см. рис. 1), и в которой участвуют седловые циклы C_S, C_P, C_R (см. бифуркационную диаграмму на рис. 4). Введение неидентичности генераторов по параметру m устраняет эти вырождения вполне определенным образом и приводит к типичным бифуркационным переходам.

2.2. Влияние расстройки по параметру возбуждения генераторов на бифуркационный механизм синхронизации и подавления колебаний. Рассмотрим динамику слабо неидентичных связанных генераторов в окрестности основного языка синхронизации более подробно. На рис. 6 на плоскости параметров $(\varepsilon - p)$ построены линии бифуркационных значений основной области синхронизации для слабо неидентичных генераторов. Здесь также как в идентичном случае, область синхронизации через захват обозначена буквой A , область синхронизации через подавление – B , область квазипериодических колебаний – C , область гашения колебаний – D . Видно, что слабая неидентичность приводит к существенному изменению структуры пространства параметров. На границе перехода между областями C и D появился канал, в котором существует устойчивый предельный цикл, отвечающий режиму синхронизации, в широком интервале расстроек по собственным частотам. Произошло частичное изменение характера бифуркационных переходов. Проанализируем эти изменения более детально.

В области A фазовый портрет системы такой же как и в предыдущем случае (см. рис. 2). Его образуют неустойчивая неподвижная точка P_R , седловые циклы C_P, C_R и резонансные циклы на торе – седловой C_S и устойчивый C_N . Выход из режима синхронизации при малом ε по-прежнему происходит на линиях l_{SN} и l'_{SN} через седло-узловые бифуркации циклов C_N и C_S . Здесь в фазовых портретах и бифуркационных переходах по сравнению с симметричным случаем никаких изменений не произошло.

Изменения в структуре пространства параметров наблюдаются в области больших значений ε . На рис. 7 представлена бифуркационная диаграмма для предельных циклов и точки равновесия с ростом коэффициента связи ε при малой фиксированной расстройке по частотам ($p = 1.034$). При слабой связи, левее точки b_{SN} (на рис. 6 ниже линии l_{SN}), имеется неустойчивая неподвижная точка P_R , два седловых цикла C_P, C_R и притягивающий двумерный тор. С увеличением ε в точке b_{SN} происходит бифуркация и на торе рождается пара циклов C_N и C_S . С дальнейшим ростом связи седловой цикл C_S с двумерными неустойчивыми и четырехмерными устойчивыми многообразиями сближается с другим седловым цик-

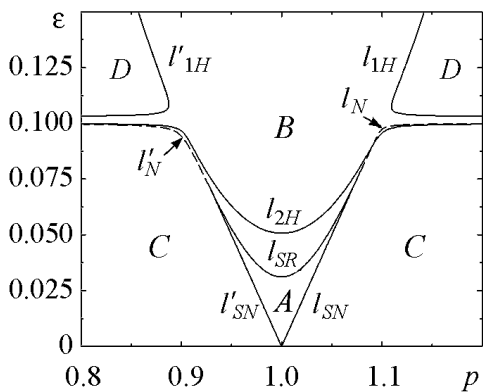


Рис. 6. Линии бифуркационных значений основной области синхронизации на плоскости управляющих параметров «коэффициент связи – расстройка по собственным частотам» при $m_1 = 0.105$, $m_2 = 0.1$, $g = 0.2$

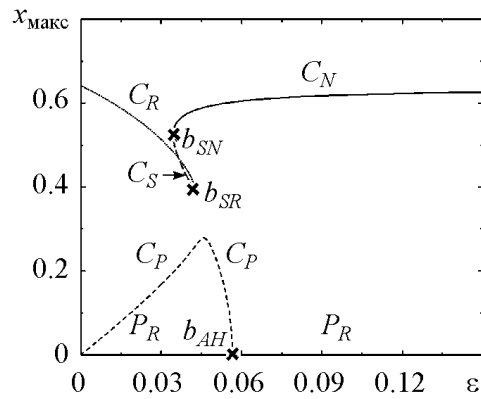


Рис. 7. Бифуркационная диаграмма для предельных циклов и точки равновесия в зависимости от коэффициента связи ε в случае расстройки генераторов по параметру возбуждения ($m_1 = 0.105$, $m_2 = 0.1$) и при фиксированных значениях $g = 0.2$, $p = 1.034$

лом C_R , у которого трехмерные устойчивые и трехмерные неустойчивые многообразия. В точке b_{SR} они сливаются и исчезают за бифуркационной точкой, что приводит к разрушению тора, на котором лежали резонансные циклы – устойчивый C_N и седловой C_S . Далее по параметру происходит еще одна бифуркация. Из рис. 7 видно, что с увеличением связи седловой цикл C_P вначале увеличивается в размере, а затем плавно уменьшается. В точке b_{AH} происходит бифуркация Андронова–Хопфа. Состояние равновесия P_R из неустойчивого седло-фокуса с двумя парами комплексно-сопряженных собственных значений с положительными действительными частями превращается в неустойчивый седло-фокус, у которого одна пара комплексно-сопряженных собственных значений с отрицательными действительными частями и одна с положительными. (Два оставшихся действительных и отрицательных собственных значения при данной бифуркации не меняются.) В области синхронизации B в фазовом пространстве имеется неустойчивая точка P_R и устойчивый предельный цикл C_N . Таким образом, небольшая расстройка по m привела к устранению бифуркации вил. Разрушение тора при переходе из области синхронизации через захват в область синхронизации через подавление происходит теперь в результате седло-седло бифуркации двух циклов C_S и C_R .

На рис. 8 представлена еще одна бифуркационная диаграмма для предельных циклов и точки равновесия в зависимости от коэффициента связи, но при большем значении параметра рас-

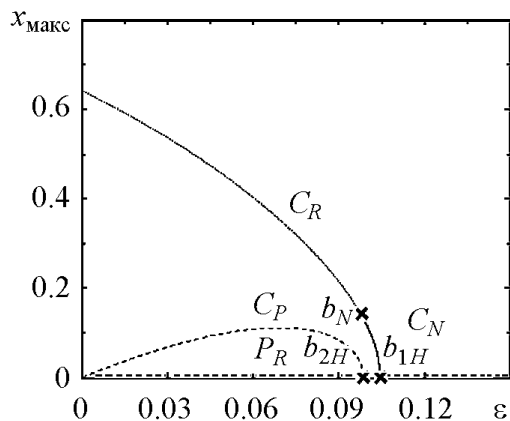


Рис. 8. Бифуркационная диаграмма для предельных циклов и точки равновесия в зависимости от коэффициента связи ε в случае расстройки генераторов по параметру возбуждения ($m_1 = 0.105$, $m_2 = 0.1$) и при фиксированном значении $g = 0.2$, $p = 1.12$

стройки p . Она наглядно описывает бифуркационный механизм эффекта гашения при переходе из области квазипериодических колебаний C в область гашения колебаний (или «амплитудной смерти») D . При слабой связи в фазовом пространстве существует двумерный притягивающий тор, седловые предельные циклы C_P, C_R и неустойчивое состояние равновесия P_R в начале координат. С ростом ε радиус седлового цикла C_P вначале нарастает, затем уменьшается и стягивается в неподвижную точку P_R . На бифуркационной диаграмме в точке b_{2H} происходит бифуркация Андронова–Хопфа. На плоскости параметров $(\varepsilon - p)$ рис. 6 это соответствует бифуркационной линии l_{2H} . После бифуркации у неподвижной точки имеется пара комплексно-сопряженных собственных значений с положительными действительными частями, пара с отрицательными и два действительных отрицательных собственных значения. В то же время с ростом ε размер седлового цикла C_R уменьшается и после точки b_N на бифуркационной диаграмме рис. 8 превращается из седлового в устойчивый предельный цикл, что соответствует бифуркации Неймарка–Сакера. Притягивающий двумерный тор стягивается в седловой предельный цикл C_R после чего он становится устойчивым. На рис. 6 это соответствует бифуркационной линии l_N . При ее пересечении режим квазипериодических колебаний сменяется режимом периодических автоколебаний. При дальнейшем увеличении связи радиус устойчивого предельного цикла уменьшается до нуля. Он стягивается к неустойчивой точке P_R , происходит бифуркация Андронова–Хопфа (точка b_{1H} на рис. 8), после которой состояние равновесия становится устойчивым. В системе наблюдается полное гашение автоколебаний.

3. Бифуркационный анализ колебательных режимов в окрестности областей синхронизации $n:m$

Мы проанализировали основную область синхронизации и ее окрестность при вариации параметров коэффициент связи ε и расстройки по собственным частотам p . В этом разделе исследуем структуру пространства управляющих параметров, учитывая режимы синхронизации с другими соотношениями частот, отличающимися от $1 : 1$, выявляя характерные фазовые портреты и их перестройки при плавном изменении параметров p и ε .

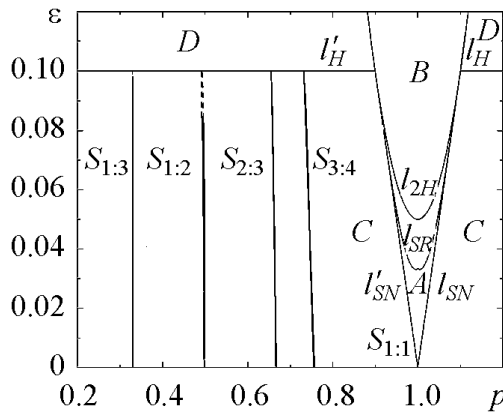


Рис. 9. Области синхронизации с различными числами вращения $S_{1:1}, S_{1:2}, S_{1:3}, S_{2:3}, S_{3:4}$ и гашения колебаний D на плоскости параметров $(\varepsilon - p)$ при фиксированных значениях $m_1 = m_2 = 0.1, g = 0.2$

3.1. Случай двух идентичных по параметру возбуждения генераторов. На рис. 9 показаны языки синхронизации с различными числами вращения справа от основной области $S_{1:1}$. Параметры парциальных генераторов имеют одинаковые значения параметров возбуждения, соответствующие квазигармоническим режимам генераторов в отсутствие связи ($\varepsilon = 0$). Видно, что по сравнению с основной ($S_{1:1}$) дополнительные области синхронизации ($S_{1:2}, S_{1:3}, S_{2:3}, S_{3:4}$) значительно уже и ограничены сверху областью гашения колебаний D . Внизу они опираются на

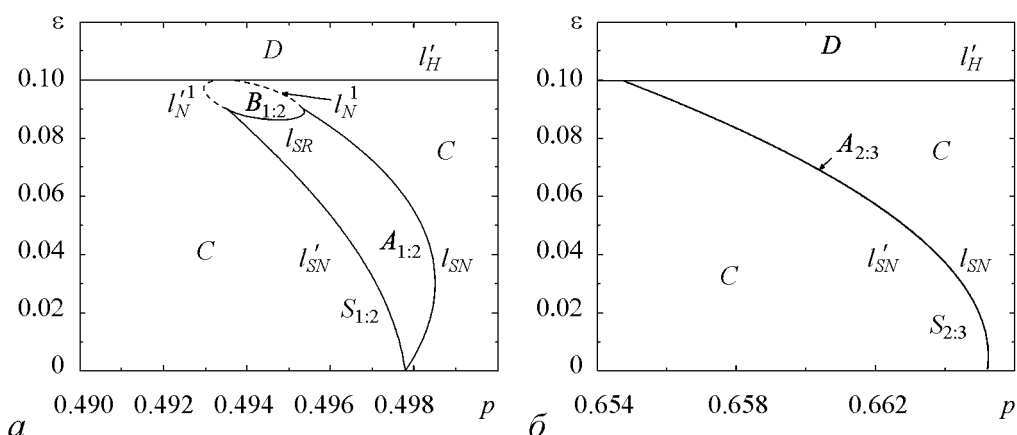


Рис. 10. *a* – язык синхронизации $S_{1:2}$, содержащий область захвата $A_{1:2}$ и область подавления $B_{1:2}$; *б* – язык синхронизации $S_{2:3}$, имеющий только область захвата $A_{2:3}$. Значения параметров $m_1 = m_2 = 0.1$, $g = 0.2$

линию $\varepsilon = 0$, а сверху – на линию l'_H , причем и сверху, и внизу границы каждой из областей сходятся в точку. По своей бифуркационной структуре указанные языки качественно различаются. В областях $S_{2:3}$ и $S_{3:4}$ реализуются режимы синхронизации только через захват, а в областях $S_{1:2}$ и $S_{1:3}$ – как через захват, так и через подавление.

На рис. 10, *a* и *б* показаны в увеличенном масштабе языки синхронизации $S_{1:2}$ и $S_{2:3}$, соответственно. Язык синхронизации $S_{1:2}$ состоит из области захвата $A_{1:2}$ и области подавления $B_{1:2}$. Область захвата $A_{1:2}$ ограничена линиями седло-узловых бифуркаций l_{SN} , l'_{SN} и l_{SR} . Область подавления $B_{1:2}$ ограничена линией седло-узловой бифуркации l_{SR} и линиями бифуркации Неймарка–Сакера l'_N, l_N . При уменьшении связи линии седло-узловых бифуркаций l_{SN} и l'_{SN} сходятся в точку на оси абсцисс $\varepsilon = 0$. При увеличении связи, ограничивающие область подавления, линии бифуркации Неймарка–Сакера l'_N и l_N сходятся в точку на линии l'_H , которая является границей области гашения колебаний D . Язык синхронизации $S_{2:3}$ имеет только область захвата $A_{2:3}$, которая ограничена линиями седло-узловых бифуркаций l_{SN} и l'_{SN} . Как при уменьшении, так и при увеличении связи они сходятся в точку и на линии $\varepsilon = 0$, и на линии l'_H .

На рис. 11 показаны проекции фазовых портретов для областей захвата $A_{1:2}$ и $A_{2:3}$. В обоих случаях фазовый портрет образован неустойчивым состоянием равновесия P_R , седловыми циклами C_P и C_R , а также резонансными циклами C_S и C_N , лежащими на двумерном торе. Предельный цикл C_N является устойчивым и отвечает режиму синхронизации. Предельный цикл C_S является седловым с двумерными неустойчивыми многообразиями, замкнутыми на устойчивый предельный цикл C_N , и четырехмерными устойчивыми многообразиями. Характер устойчивости и периоды седловых циклов C_P и C_R являются одинаковыми при постоянном значении связи ε во всех языках синхронизации. При изменении параметра расстройки p эти седловые циклы никаких бифуркаций не претерпевают. Резонансные циклы на торе C_N и C_S существуют только в области захвата языков синхронизации, при изменении расстройки по частоте исчезают и в разных языках синхронизации имеют разные периоды (см. рис. 11).

Проследим за перестройками режимов, представленных на рис. 11, *a*, по мере увеличения коэффициента связи ε при фиксированных значениях других параметров. На рис. 12, *a* представлена бифуркационная диаграмма для состояния равновесия и предельных циклов в зависимости от ε в сечении языка синхронизации $S_{1:2}$, на рис. 12, *b* показан ее увеличенный фрагмент.

При слабой связи (в области C , ниже линии l'_{SN} на плоскости параметров рис. 10, *a*) в фазовом пространстве существует неустойчивое состояние равновесия P_R , седловые циклы C_P, C_R и притягивающий двумерный тор, соответствующий режиму квазипериодических колебаний. Неподвижная точка P_R имеет два действительных, отрицательных собственных значения и две пары комплексно-сопряженных собственных значения с положительными действительными частями. Седловые предельные циклы C_P и C_R имеют трехмерные устойчивые и трехмерные неустойчивые многообразия. C_P рождается в результате бифуркации Андронова–Хопфа из неустойчивой точки P_R на линии $\varepsilon = 0$. Седловой цикл C_R окружен притягива-

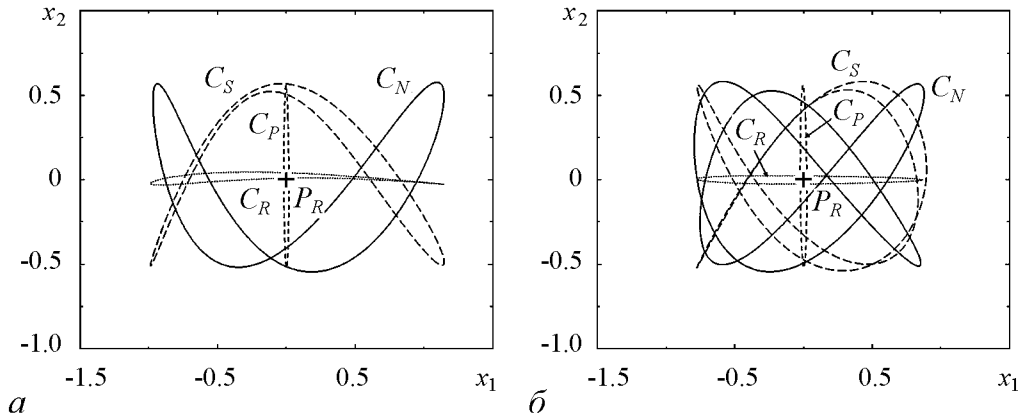


Рис. 11. Проекция фазового портрета: *a* – для языка синхронизации $S_{1:2}$ при $\varepsilon = 0.025$, $p = 0.498$, что соответствует области захвата $A_{1:2}$, и *b* – для языка синхронизации $S_{2:3}$, построенные при значениях параметров $\varepsilon = 0.025$, $p = 0.665$. Значения параметров возбуждения и инерционности оставались прежними $m_1 = m_2 = 0.1$, $g = 0.2$

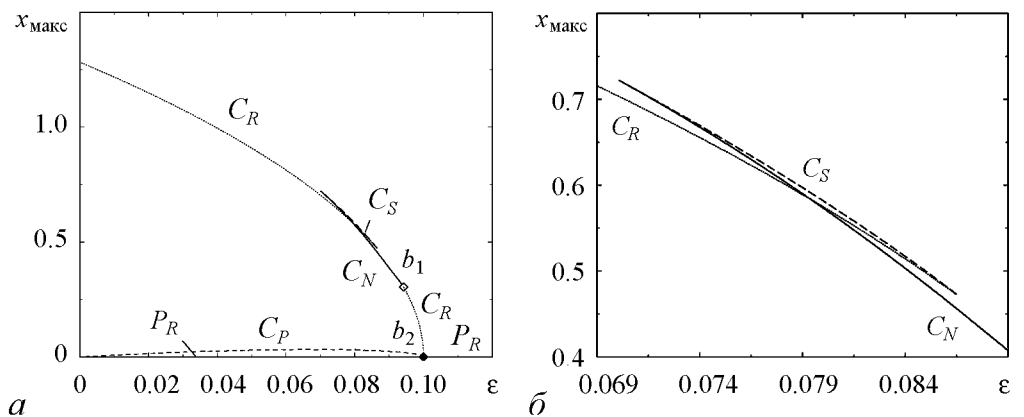


Рис. 12. *a* – бифуркационная диаграмма для состояния равновесия и предельных циклов в зависимости от коэффициента связи ε в сечении языка синхронизации $S_{1:2}$ ($p = 0.495$) при значениях параметров $m_1 = m_2 = 0.1$, $g = 0.2$; *b* – увеличенный фрагмент бифуркационной диаграммы на рис. *a*

ющим двумерным тором. С увеличением связи, при пересечении линии l'_{SN} (см. рис. 10, *a*) на торе рождается пара резонансных циклов: седловой C_S и устойчивой C_N . На бифуркационной диаграмме рис. 12 интервал значений параметра ε , в котором существуют резонансные циклы C_N и C_S , соответствует области синхронизации через захват. При дальнейшем увеличении связи происходит седло-седло бифуркация. Предельный цикл C_R с трехмерным устойчивым и трехмерным неустойчивым многообразиями сливается с седловым резонансным предельным циклом C_S , имеющим двумерное неустойчивое и четырехмерное устойчивое многообразия. Выше точки бифуркации они исчезают. Происходит разрушение двумерного тора, после чего в фазовом пространстве имеется устойчивый предельный цикл C_N , седловой цикл C_P и неустойчивая неподвижная точка P_R . На рис. 10, *a* это соответствует переходу из области захвата $A_{1:2}$ в область подавления $B_{1:2}$. Далее по параметру связи, на бифуркационной диаграмме в точке b_1 происходит бифуркация Неймарка–Сакера, цикл C_N теряет устойчивость и рождается притягивающий двумерный тор. Это соответствует выходу из языка синхронизации $S_{1:2}$ в область квазипериодических колебаний. В интервале значений связи, ограниченном точками b_1 и b_2 , фазовый портрет образуют неустойчивая точка P_R , седловые циклы C_R, C_P и притягивающий двумерный тор. При движении по бифуркационной диаграмме к точке b_2 тор и предельные циклы стягиваются в неподвижную точку P_R , происходит бифуркация, после которой состояние равновесия из неустойчивого превращается в устойчивое. В системе происходит гашение автоколебаний. На рис. 10, *a* это соответствует переходу в область D . Данный бифуркационный переход, когда тор и два цикла одновременно стягиваются в неподвижную точку, обусловлен идентичностью генераторов по параметру возбуждения и инерционности. Введение слабой расстройки по параметру возбуждения устраняет указанную вырожденную бифуркацию вполне определенным образом, что будет рассмотрено ниже.

При изменении коэффициента связи ε в сечении языка синхронизации $S_{2:3}$ происходят более простые перестройки фазового портрета (рис. 11, *b*). При любом значении p из окрестности $S_{2:3}$ (см. рис. 10, *b*) фазовый портрет образован неустойчивой неподвижной точкой P_R , седловыми циклами C_P, C_R и притягивающим двумерным эргодическим тором, отвечающим режиму квазипериодических колебаний. На границах области $S_{2:3}$ происходят седло-узловые бифуркации резонансных циклов C_S и C_N на торе. С увеличением связи, при пересечении линии l'_H происходит вырожденная бифуркация – седловые циклы и притягивающий двумерный тор стягиваются в неподвижную точку P_R , которая становится устойчивой и в системе наблюдается гашение автоколебаний.

Таким образом, в идентичных по параметрам возбуждения ($m_1 = m_2$) и инерционности ($g_1 = g_2$) взаимодействующих генераторах на плоскости управляющих параметров коэффициент связи ε и расстройка по собственным частотам p имеют области синхронизации с различными числами вращения и область гашения автоколебаний. Области синхронизации с числами вращения, отличающимися от $1 : 1$, ограничены по связи. Их границы сходятся в точку не только на оси абсцисс $\varepsilon = 0$, но и на границе l'_H области гашения автоколебаний. Языки синхронизации можно разделить на две группы. Одни из них содержат как область захвата, так и область подавления, а другие – только область захвата. Рассмотрим как трансформируется структура бифуркационного множества в пространстве управляющих параметров при введении расстройки по параметру возбуждения генераторов m_1 и m_2 .

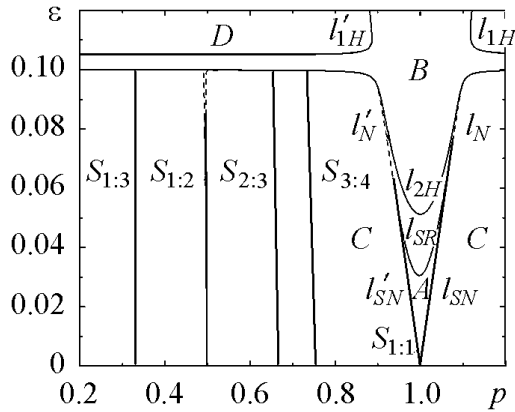


Рис. 13. Области синхронизации с различными числами вращения $S_{1:1}$, $S_{1:2}$, $S_{1:3}$, $S_{2:3}$, $S_{3:4}$ и область гашения D на плоскости параметров $(\epsilon - p)$ при фиксированных значениях параметров $m_1 = 0.105$, $m_2 = 0.1$, $g = 0.2$

рис. 13), а именно, l'_{1H} – линия бифуркации рождения устойчивого предельного цикла C_N из устойчивого состояния равновесия P_R ; l_{2H} – линия бифуркации рождения седлового предельного цикла C_P из неустойчивого состояния равновесия P_R ; l'_N – линия бифуркации рождения притягивающего двумерного тора из устойчивого предельного цикла C_N . В результате появился канал, который разделяет область квазипериодических колебаний C и область амплитудной смерти D , и в котором существует устойчивый предельный цикл C_N . При перемещении по каналу предельный цикл C_N никаких бифуркаций не претерпевает.

В предыдущем случае, при одинаковых значениях m_1 и m_2 (см. рис. 9), границы языков синхронизации сходились в точку и с уменьшением связи, и с ее увеличением. Все области синхронизации были замкнуты и переходы между синхронными движениями с различными числами вращения могли происходить только через бифуркации соответствующих устойчивых предельных циклов.

При слабой неидентичности (см. рис. 13) по m_1 и m_2 , языки синхронизации $S_{2:3}$ и $S_{3:4}$, состоящие только из области захвата, остаются замкнутыми. С увеличением связи их границы сходятся в точку на линии бифуркации рождения тора l'_N . В тоже время, языки синхронизации $S_{1:1}$, $S_{1:2}$, $S_{1:3}$, состоящие из области захвата и области подавления, объединяются и становятся открытыми. С увеличением связи их верхние границы не сходятся в точку. В результате устойчивый предельный цикл C_N можно «протянуть» из области захвата одного открытого языка синхронизации в область захвата другого открытого языка синхронизации без каких-либо бифуркаций цикла C_N . Переходы между режимами синхронизации с разными числами вращения можно осуществлять не бифуркационным, а плавным эволюционным образом.

На рис. 14 показаны открытая $S_{1:2}$ и замкнутая $S_{2:3}$ области синхронизации. Фазовые портреты в областях захвата $A_{1:2}$ и $A_{2:3}$ являются качественно такими же как в идентичном случае и представлены на рис. 11. Исследуем перестройки фазовых портретов в зависимости от коэффициента связи ϵ при фиксированных значениях p в сечениях языков синхронизации $S_{1:2}$ и $S_{2:3}$.

3.2. Влияние расстройки по параметру возбуждения генераторов на переходы к режимам синхронизации и гашения. Слабая неидентичность по параметрам возбуждения m_1 и m_2 приводит к существенным изменениям структуры множества бифуркационных линий в окрестности границы области гашения автоколебаний. На рис. 13 построены те же области, что и на рис. 9, практически при тех же значениях параметров, отличающихся всего лишь на 0.005 по одному параметру возбуждения. Видно, что слабая неидентичность приводит к расщеплению границы области гашения. Вместо одной линии l'_H (см. рис.9) появилось три бифуркационных линии (см.

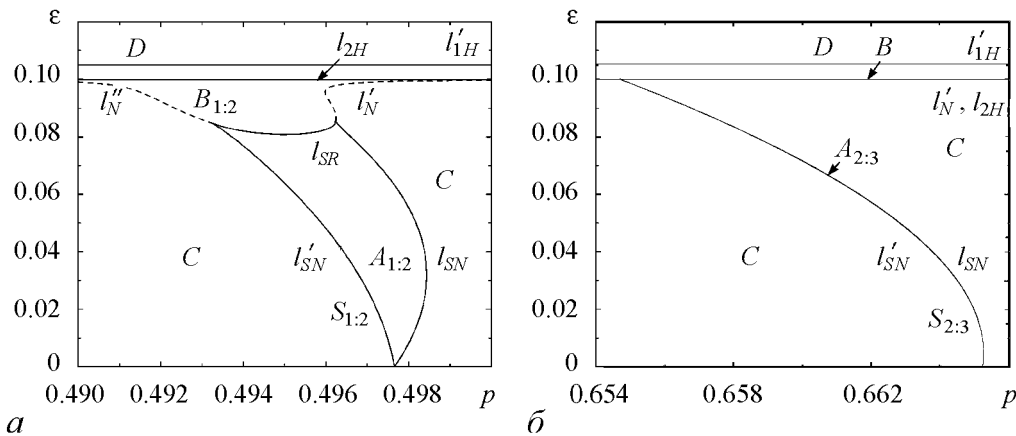


Рис. 14. *a* – язык синхронизации $S_{1:2}$, содержащий область захвата $A_{1:2}$ и область подавления $B_{1:2}$; *б* – язык синхронизации $S_{2:3}$, имеющий только область захвата $A_{2:3}$, построенные при значениях параметров $m_1 = 0.105$, $m_2 = 0.1$, $g = 0.2$ (с расстройкой по параметру возбуждения)

Границы области $S_{2:3}$ образуют линии седло-узловых бифуркаций, которые с ростом связи сходятся в точку на линии рождения тора l'_N . При движении по параметру связи ε здесь всегда происходит седло-узловая бифуркация на торе. Резонансные циклы C_N и C_S (см. рис. 11, б) сливаются и исчезают. С увеличением ε двумерный тор стягивается к седловому циклу C_R , который выше линии l'_N становится устойчивым. Другой седловой цикл C_P с ростом ε уменьшается и на линии l_{2H} впадает в неподвижную точку P_R . Это соответствует бифуркации Андронова–Хопфа, после которой состояние равновесия из седлового с четырехмерным неустойчивым многообразием превращается в седло с двумерным неустойчивым многообразием (остается одна пара комплексно-сопряженных собственных значений, имеющих положительные действительные части). В итоге, на плоскости параметров в канале, разделяющем область квазипериодических колебаний C и область «амплитудной смерти» D , фазовый портрет образуют устойчивый предельный цикл и неустойчивое состояние равновесия в виде седло-фокуса. При дальнейшем увеличении связи ε устойчивый предельный цикл стягивается в неподвижную точку, на линии l'_{1H} происходит бифуркация Андронова–Хопфа, после которой состояние равновесия становится устойчивым и автоколебания гасятся.

Рассмотрим перестройки фазового портрета из области захвата $A_{1:2}$ (см. рис. 11, а) при изменении коэффициента связи ε . На рис. 15 построены бифуркационные диаграммы для состояния равновесия и предельных циклов в сечении языка синхронизации $S_{1:2}$ и в его окрестности.

Для $p = 0.496$ (рис. 15, а) при слабой связи ($0 < \varepsilon \lesssim 0.05$) в фазовом пространстве существует неустойчивое состояние равновесия P_R , седловой цикл C_P и седловой цикл C_R , который окружен двумерным притягивающим тором. В системе наблюдаются квазипериодические колебания. С увеличением связи при входе в область захвата на торе происходит седло-узловая бифуркация, и появляются резонансные циклы C_N (устойчивый) и C_S (седловой). Далее при переходе из области захвата в область подавления происходит разрушение двумерного тора в результате бифуркации слияния и исчезновения седловых циклов C_S и C_R . Отвечающий режим синхронизации устойчивый предельный цикл C_N никаких бифуркаций не претерпевает. То есть с увеличением связи соответствующий режим синхронизации продолжает наблюдаться и в канале, разграничивающем область квазипериодиче-

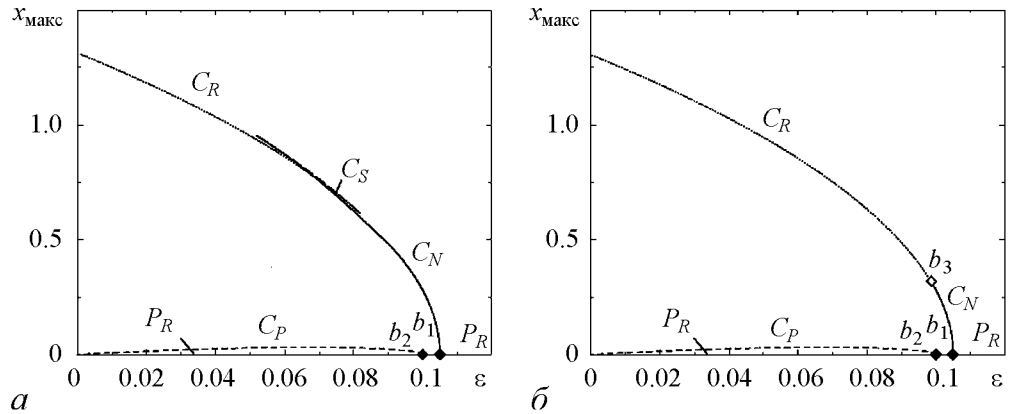


Рис. 15. Бифуркационные диаграммы для состояния равновесия и предельных циклов в зависимости от коэффициента связи ε в сечении языка синхронизации $S_{1:2}$ ($p = 0.496$) (а) и справа от него ($p = 0.499$) (б) при значениях параметров $m_1 = 0.105$, $m_2 = 0.1$, $g = 0.2$

ских колебаний и область «амплитудной смерти». Ширину этого канала определяют бифуркационные точки b_1 и b_2 . Это точки бифуркации Андронова–Хопфа рождения предельного цикла. При входе в канал сверху из устойчивого состояния равновесия P_R рождается устойчивый предельный цикл C_N , и далее при пересечении b_2 из неустойчивого состояния равновесия P_R рождается седловой предельный цикл C_P .

В окрестности языка $S_{1:2}$ для $p = 0.499$ (рис. 15, б) при вариации параметра связи седло-узловых бифуркаций на торе не наблюдается. Однако по мере увеличения ε отвечающий режиму синхронизации устойчивый предельный цикл C_N наблюдается в системе. Имеется переход от квазипериодических колебаний к периодическим, но происходит это в результате бифуркации Неймарка–Сакера. С увеличением связи при подходе к точке b_3 на бифуркационной диаграмме притягивающий двумерный тор стягивается к седловому циклу C_R . За точкой b_3 тор исчезает, а неустойчивый цикл превращается в устойчивый. Возникает режим синхронизации через подавление. С дальнейшим увеличением связи при переходе через точку b_1 устойчивый предельный цикл C_N стягивается в неподвижную точку P_R , и она из седловой превращается в устойчивую. Наблюдается переход из режима периодических колебаний в режим «амплитудной смерти».

Таким образом, при введении небольшой расстройки по параметрам возбуждения m_1 и m_2 парциальных генераторов все типичные режимы синхронизации, квазипериодических колебаний и «амплитудной смерти» сохраняются на плоскости управляющих параметров коэффициент связи ε и расстройка по собственным частотам p . Однако происходит качественное изменение в структуре бифуркационного множества. На плоскости параметров линия вырожденной бифуркации перехода от устойчивой неподвижной точки к притягивающему двумерному тору расщепляется на три линии (две бифуркации Андронова–Хопфа и одна Неймарка–Сакера). В результате образуется канал, отделяющий область квазипериодических и синхронных колебаний от области «амплитудной смерти», в котором существует устойчивый предельный цикл. Сходящиеся в точки линии бифуркаций Неймарка–Сакера, ограничивающие области подавления языков синхронизации, размыкаются и тем самым объединяют языки синхронизации $S_{1:1}$, $S_{1:2}$, $S_{1:3}$.

Заключение

В работе представлено описание динамики двух диссипативно связанных генераторов с инерционной нелинейностью. Исследованы бифуркационные переходы к режимам синхронизации и бифуркационный механизм эффекта гашения колебаний. На плоскости управляющих параметров построены соответствующие линии бифуркационных значений как для случая идентичных по параметру возбуждения парциальных генераторов, так и для случая слабой неидентичности. Показано, что языки синхронизации могут быть двух типов: в одних имеется и область захвата, и область подавления, а в других – только область захвата. При слабой неидентичности по параметру возбуждения наличие языков первого типа приводит к возможности перехода из одной области синхронизации в другую без бифуркаций устойчивого предельного цикла. То есть переходы между режимами синхронизации с разными числами вращения могут происходить эволюционным образом. Это обусловлено тем, что сходящиеся в точки линии бифуркаций Неймарка–Сакера, ограничивающие области подавления языков синхронизации, размыкаются и тем самым объединяют языки синхронизации $S_{1:1}$, $S_{1:2}$, $S_{1:3}$.

Исследования выполнены при финансовой поддержке CRDF (грант № ВР4М06) и Министерства образования и науки РФ в рамках АБЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (2009–2010 годы).

Библиографический список

1. *Блехман И.И.* Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1971.
2. *Ланда П.С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1971.
3. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
4. *Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
5. *Balanov A., Janson N., Postnov D., Sosnovtseva O.* Synchronization. From Simple to Complex. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009.
6. *Aronson D.G., Ermentrout G.B., Kopell N.* Amplitude response of coupled oscillators // *Physica D*. 1990. Vol. 41. P. 403.
7. *Майер А.Г.* К теории связанных колебаний двух самовозбужденных генераторов // *Ученые записки Горьковского государственного университета*. 1935. Т. 2. С. 3.
8. *Rand R.H., Holmes P.J.* Bifurcation of periodic motions in two weakly coupled van der Pol oscillators // *Int. J. Non-Linear Mech.* 1980. Vol. 15. P. 387.
9. *Ivanchenko M.V., Osipov G.V., Shalfeev V.D., Kurths J.* Synchronization of two non-scalar-coupled limit-cycle oscillators. *Physica D*. 2004. Vol. 189. P. 8.
10. *Bar-Eli K.* On the stability of coupled chemical oscillators. *Physica 14D*. 1985. P. 242.
11. *Taylor M.A., Kevrekidis I.G.* Some common dynamic features of coupled reacting systems. *Physica D*. 1991. Vol. 51. P. 274.

12. *Астахов В.В., Коблянский С.А., Вадивасова Т.Е., Анищенко В.С.* Бифуркационный анализ динамики диссипативно связанных генераторов ван дер Поля. Успехи современной радиоэлектроники. 2008. № 9. С. 61.
13. *Кузнецов А.П., Паксютов В.И.* О динамике двух осцилляторов ван дер Поля–Дуффинга с диссипативной связью. Изв.вузов «ПНД». 2003. Т. 11, № 6. С. 48.
14. *Кузнецов А.П., Паксютов В.И.* Особенности устройства пространства параметров двух связанных осцилляторов ван дер Поля–Дуффинга. Изв.вузов «ПНД». 2005. Т. 13, № 4. С. 3.
15. *Кузнецов А.П., Паксютов В.И., Роман Ю.П.* Особенности синхронизации в системе связанных осцилляторов ван дер Поля, неидентичных по управляющему параметру // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33, вып. 15. С. 15.
16. *Кузнецов А.П., Паксютов В.И., Роман Ю.П.* Особенности синхронизации в системе неидентичных связанных осцилляторов ван дер Поля и ван дер Поля–Дуффинга. Широкополосная синхронизация // Изв.вузов «ПНД». 2007. № 4. С. 3.
17. *Kuznetsov A.P., Roman Ju.P.* Properties of synchronization in the systems of non-identical coupled van der Pol and van der Pol–Duffing oscillators. Broadband synchronization // Physica D238. 2009. № 16. P. 1499.
18. *Doedel E., Paffenroth R.C., Fairgrieve T.F., Kuznetsov Y.A., Oldeman B.E., Sandstede B., Wang X.* «AUTO-2000: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with HOMCONT)». Technical report. Concordia University, 2002.
19. *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах: Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах. Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы. 1990. 312 с.

*Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 9.06.2009
После доработки 24.02.2009*

BIFURCATION ANALYSIS OF SYNCHRONIZATION AND AMPLITUDE DEATH IN COUPLED GENERATORS WITH INERTIAL NONLINEARITY

V.V. Astakhov, S.A. Koblyanskiy, A.V. Shabunin

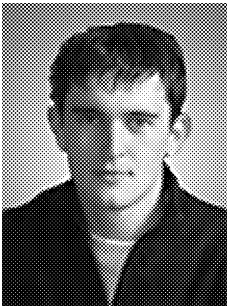
The results of analysis of bifurcation transitions to synchronous regimes and amplitude death are discussed for two dissipatively coupled generators with inertial nonlinearity. It was determined that there are two types of synchronization regions in this system: first consists of both frequency lock and suppression areas, second has only frequency lock area. At the weakly non-identical excitement parameters the first-type synchronization regions merge together. It makes possible the non-bifurcational way of transition between synchronization regions with different rotation numbers.

Keywords: Synchronization, broadband synchronization, «amplitude death».



Астахов Владимир Владимирович – окончил Саратовский государственный университет (1980). Доктор физико-математических наук (1999), профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Область научных интересов – теория колебаний и динамический хаос, синхронизация и управление хаосом. Имеет более 80 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: astakhov@chaos.ssu.runnet.ru



Коблянский Сергей Андреевич – окончил Саратовский государственный университет (2006), аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики физического факультета СГУ. Научные интересы: управление хаосом и мультистабильностью в сосредоточенных и распределенных динамических системах с помощью регулярных и шумовых воздействий. Автор 3 статей по данным направлениям.

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: sergeyk@chaos.ssu.runnet.ru



Шабунин Алексей Владимирович – окончил Саратовский государственный университет (1990). Доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ, доктор физико-математических наук (2008). Научные интересы – нелинейная динамика, теория колебаний, синхронизация и управление хаосом. Автор более 40 научных публикаций.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: shabuninav@info.sgu.ru