



## САМОПОДОБИЕ НА РАЗНЫХ МАСШТАБНЫХ УРОВНЯХ В ОБЛУЧЁННЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛАХ

*Н.В. Куликова, В.С. Хмелевская, В.В. Бондаренко*

В работе представлены некоторые аспекты исследований структур пространственной самоорганизации после ионного облучения металлических сплавов с помощью метода фрактального формализма. Описана компьютерная методика определения масштабной инвариантности обнаруженных диссипативных структур. Показано, что наблюдаемые после облучения структуры могут характеризоваться наличием свойства инвариантности своего строения на разных масштабных уровнях.

*Ключевые слова:* Фрактал, самоорганизация, самоподобие, фрактальная размерность, диссипативные структуры

### Введение

Внимание к теоретическим и экспериментальным исследованиям свойств неравновесных систем было привлечено сравнительно недавно, несмотря на то, что большая часть окружающих нас процессов относится именно к подобным системам. В состав неравновесных систем обычно входят структурно-кинематические элементы, связанные непосредственно с внутренними параметрами системы и объединенные определенной закономерностью. Неравновесные состояния открытой системы часто сопровождаются явлениями самоорганизации структурных элементов, составляющих такую систему [1–2]. Примером подобной системы является твёрдое тело, а облучаемое твёрдое тело представляет собой простой случай открытой системы, поскольку материал здесь находится под воздействием внешнего потока энергии, а в некоторых случаях также и потока чужеродных атомов (ионов). Динамика процессов самоорганизации в таких системах оказывается крайне сложной и нерегулярной, что отражается на поведении многих физических характеристик системы.

Иными словами, при радиационном воздействии вещество, подверженное приходу энергии извне, оказывается в неравновесном состоянии. В нем могут происходить фазовые превращения, ускоренные облучением или радиационно-индуцированные, то есть такие, которые не могут быть реализованы при других видах воздействия на материал, в том числе при термической обработке. Облучение металлических материалов существенно изменяет их структуру. Структурно-кинетические

элементы облучённой системы благодаря наличию динамических связей самоорганизуются. При этом, как правило, существенно изменяются и физические свойства вещества.

Наряду с этим, во многих областях физики в последнее время стало вызывать большой интерес исследование фрактальных множеств. Известно, что многие случайные природные среды являются фрактальными структурами. Самоорганизация диссипативных структур сопровождается нарушением симметрии исходного состояния в системе и может быть охарактеризована величиной фрактальной размерности. Иными словами, в процессе самоорганизации изменяются фрактальные характеристики этой системы, что определяет возможность объединения подходов описания явлений самоорганизации и теории фракталов.

Общим для систем, обладающих свойством самоорганизации, является взаимодействие большого числа подсистем, приводящее к коллективным эффектам с характерными пространственными масштабами, существенно превосходящими размеры отдельных подсистем. При изменении определённых условий или управляющих параметров в системе могут образовываться качественно новые структуры в макроскопическом масштабе. Такие системы способны находиться в различных устойчивых состояниях, поддерживаемых за счёт непрерывного притока вещества или энергии в систему. Следствием этого является развитие неустойчивости разных масштабов, возникающей в результате конкуренции стабилизирующих и возмущающих эффектов. В результате в системе возникают крупномасштабные корреляции, то есть происходит самоорганизация, а сама система приобретает неоднородное распределение параметров (тепла, деформаций, повреждений, концентраций и т.д.). Этот процесс обретения системой неоднородностей самоподобен и распространяется на всё большие масштабы, что приводит к появлению у системы принципиально новых свойств.

## **1. Постановка задачи**

В данной работе исследуются впервые полученные состояния самоорганизации в металлических сплавах, подвергнутых ионному облучению. Облучение металлических материалов может существенно изменять их структуру и свойства. В веществе могут происходить фазовые переходы, ускоренные облучением или радиационно-индуцированные. При этом существенно изменяются свойства вещества, относящиеся как к ионной, так и к электронной подсистемам металла, однако завершённой картины всего комплекса наблюдаемых явлений в текущий момент не имеется.

Как известно, диссипативные структуры возникают в открытой неравновесной системе при некотором пороговом воздействии и при наличии особых динамических связей. Этому условию удовлетворяет облучаемое твердое тело. В такой системе под действием внешней силы непрерывно создаются и аннигилируют дефекты, что приводит к возникновению неких стационарных структур, свойства которых существенно влияют на характеристики исследуемых образцов. Однако является ли воздействие малым или оно выше порогового, во многих случаях возможно решить только по поведению системы. Надёжных аналитических инструментов, позволяющих выявить момент перехода системы в когерентный режим, не имеется. В то же время, при переходе системы в это особое состояние наблюдаются признаки самоорганизации в её микроструктуре. Поверхность облучённого металлического образца в определённом интервале интенсивности облучения может быть фрактальной как

на макроскопическом, так и на микроскопическом масштабе. В таком случае наблюдаемые структуры численно можно описать в терминах фрактального анализа.

В то же время, возникновение самоорганизации элементов микроструктуры после облучения (наблюдается впервые) сопровождается сильным изменением свойств материала, поэтому данный эффект представляет существенный интерес с практической точки зрения при радиационном модифицировании материалов. Однако условия возникновения и природа наблюдаемых пространственных корреляций всё ещё остаются не ясными. Наблюдаемые процессы самоорганизации носят крайне сложный характер и трудно поддаются описанию. Требуется ограничить область радиационных параметров и особенностей материала, где возникает данное состояние вещества. В этой связи создание алгоритмов прогнозирования поведения исследуемых материалов в областях, далёких от состояния равновесия, в которых проявляются свойства самоорганизации и детерминированного хаоса, а также определение взаимосвязи особенностей пространственного упорядочивания с изменением физических свойств этих материалов в условиях высоких доз и температур облучения представляется актуальным, так как позволит разработать принципы управления структурой материалов в неравновесных условиях для получения материалов с заданными свойствами.

## 2. Физический эксперимент

В результате внешнего воздействия на систему в объёме облучённого вещества непрерывно создаются дефекты, которые вследствие происходящих в твёрдом теле процессов также непрерывно исчезают. В результате баланса этих процессов поддерживается некоторая стационарная концентрация дефектов. Сами дефекты распределены по объёму приблизительно равномерно. Однако экспериментально были получены состояния, в которых картина радиационных повреждений существенно отличается от описанной [3–6]. Было обнаружено, что при воздействии на металлические материалы (сплавы Fe–Cr–Ni, Ni–Cr, Cu–Ni, Fe–Cr, V–Cr–Ti и чистые металлы Ti и Zr) ионных пучков высокой интенсивности в ускорителях или плазменных установках в некоторой области радиационных параметров (доз, температур мишени и плотностей ионного потока) формируется особое состояние вещества, обладающее необычными структурой и свойствами. В этих состояниях наблюдаются пространственно самоорганизованные структуры с элементами самоподобия на разных масштабных уровнях. Поверхность материала до облучения и примеры самоорганизованных структур после облучения представлены на рис. 1. До облучения поверхность сплава была однородной, и её микроструктура не имела каких-либо особенностей. После облучения возникла пространственно упорядоченная структура. Объекты на рис. 1 получены методом оптической металлографии после облучения в ионном ускорителе «Vita» ионами  $Ag^+$  с энергией 30 кэВ до дозы  $1.5 \times 10^{18}$  ион/см<sup>2</sup> при температурах от 400 до 700°С. Подобные радиационно-индуцированные состояния после ионного облучения были детально исследованы для 40 различных металлических материалов [2–6]. Было показано, что они являются неравновесными, поскольку связанные с ними изменения структуры и свойств исчезают в процессе пострadiационного отжига при температурах, не превышающих температуру мишени в процессе облучения.

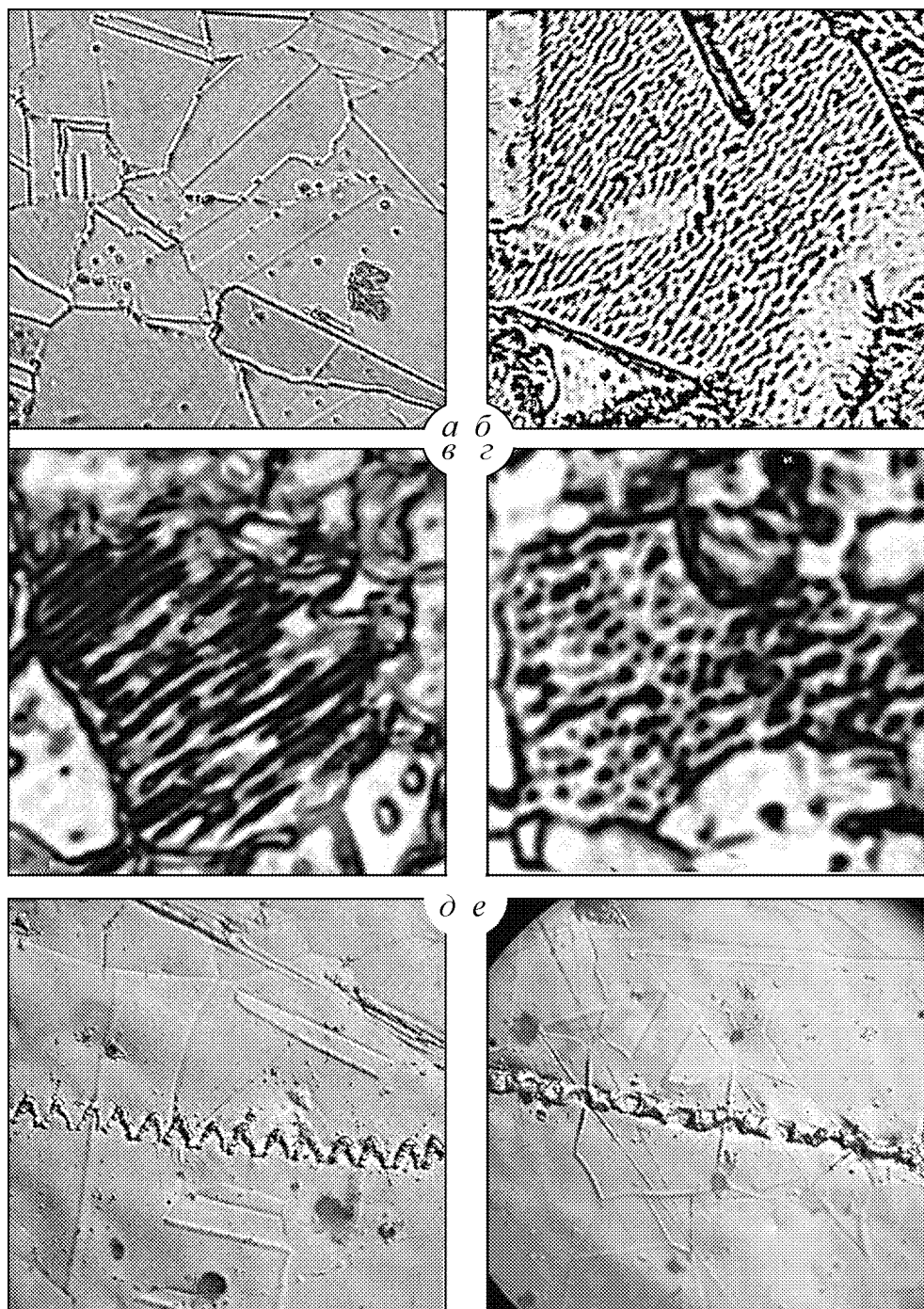


Рис. 1. Материал до облучения и пространственно самоорганизованные структуры после облучения ионами  $Ag^+$ , 30кэВ. Поликристаллический сплав Fe-18Cr до облучения (а) и после облучения – температура мишени 400°С (б). Поликристаллический сплав V-4Cr-Ti после облучения, температура мишени 700°С, первое зерно (в) и второе зерно (г). Сплав Ni-Cr-Fe (Ti,Al) – первая форма самоорганизации (д) и вторая форма самоорганизации (е)

При оптическом увеличении мельчайшие фрагменты диссипативной структуры получаются очень похожими на объекты большого масштаба. Это предопределяет масштабную инвариантность (скейлинг) основных геометрических особенностей наблюдаемых объектов, их неизменность при изменении масштаба. Однако следует отметить, что для этих структур существуют некоторые минимальный и максимальный масштабы длины, ограничивающие область (область скейлинга), вне пределов которой основное свойство этих структур – самоподобие – пропадает. Понимание природы и причины возникновения диссипативных структур на разных масштабных уровнях, а также принципов формирования подобных радиационно-индуцированных состояний может быть основой развития новых технологий радиационного модифицирования материалов.

Обнаруженные структуры крайне сложны и нерегулярны, содержат произвольно малые масштабы, имеют некоторую форму самоподобия как на единичном, так и на множественных масштабных уровнях. Использование объектов классической геометрии для их моделирования представляется крайне затруднительным. Однако можно заметить, что эти структуры часто характеризуются бесконечным повторением одного и того же рельефа облученной поверхности, увеличенного или уменьшенного в несколько раз. Известно, что подобное проявление свойства самоподобия характерно для фракталов [7]. В связи с этим, исследуемые объекты могут быть идентифицированы как фракталы [8–9]. Известно, что метод фрактального анализа в течение ряда лет используется в материаловедении [10–11], однако в этих работах объектом исследования были зёрновая структура или пористые материалы. В данной работе рассматривается эффект масштабной инвариантности для впервые полученных пространственно организованных структур после ионного облучения. В следующих разделах приведены используемая методика и результаты исследования полученных после облучения структур с привлечением метода фрактального анализа.

### **3. Фрактальная параметризация**

Тенденции развития современного научного направления в области физики открытых систем для объяснения наблюдаемых комплексных явлений требуют объединения таких областей знаний, как детерминированный хаос, фрактальная геометрия и теория информации. Создание с помощью математического фрактального аппарата компьютерных моделей даст возможность осуществлять вероятностно-статистические исследования связей между изменениями физических свойств системы и различных типов процессов самоорганизации, позволит выделить общие закономерности физических процессов, происходящих в объеме и на поверхности образца в интенсивных внешних полях. Следуя Бенуа Мандельброту [8], в данной работе принимается точка зрения, согласно которой фракталы должны определяться в терминах дробной (фрактальной) размерности. В связи с этим, для количественного описания процессов самоорганизации и оценки взаимосвязи между характеристиками фрактальной структуры и параметрами внешнего воздействия могут быть применены методы фрактального анализа [8,12]. При наличии у изучаемого объекта свойства самоподобия, его можно количественно характеризовать величиной фрактальной размерности [8,12].

Пусть  $d$  – обычная Евклидова размерность пространства, в котором находится фрактальный объект. Покрыв этот объект целиком  $d$ -мерными «шарами» радиуса  $I$ , предположим, что потребовалось для этого не менее, чем  $N(I)$  шаров. Тогда общее определение фрактальной размерности  $D$  можно переписать в виде

$$D = - \lim_{I \rightarrow 0} \frac{\ln N(I)}{\ln I}.$$

При оценке фрактальной размерности получается тот же результат, если использовать процедуру покрытия фрактала кубами (квадратами, если фрактальный объект располагается на плоскости). В силу того что для природного фрактала интервал самоподобия ограничен, размер ячейки покрытия для него может варьироваться в определённом диапазоне, максимальное значение которого определяется размерами объекта, а минимальное – его элементарным структурным элементом (в случае изображения – пикселем). Таким образом, для оценки размерности необходимо применение численного алгоритма, который заключается в следующих шагах: получение зависимости числа ячеек покрытия фрактала от размера ячейки; выделение на ней линейного участка (в двойном логарифмическом масштабе); аппроксимация зависимости на этом участке линейной функцией.

В данной работе оценка фрактальной размерности осуществлялась следующим образом:

- использовалось чёрно-белое изображение фрактала размером  $1000 \times 1000$  пикселей;
- определялась зависимость количества квадратов  $N$ , покрывающих исследуемый объект, от их размера  $\epsilon$  (масштаба рассмотрения). Размеры клетки  $\epsilon$  в пикселях составляли следующие значения: 500, 400, 300, 200, 150, 125, 100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 29, 28... 2, 1;
- строился график зависимости  $\log N(\epsilon)$  от  $\log \epsilon$ , и оценивался тангенс угла наклона линии для этой зависимости, являющейся оценкой фрактальной размерности.

Для применения описанной методики были получены цифровые отображения фотографий на рис. 1. Они были приняты как реализация пространственного стохастического процесса, определённого на некоторой области размерности 2 [8,10]. При анализе фотографий используется непрерывное прямоугольное ограничение, в котором наиболее наглядно представлен процесс самоорганизации. В ходе компьютерного анализа цифровое изображение структуры рассматривается в виде последовательности матриц, получаемых разбиением фотографий квадратными сетками, состоящими из одинаковых по размеру ячеек, размер которых последовательно уменьшается [8,12]. Если в покрываемой ячейкой блоке изображения присутствует тёмное пятно, ячейке присваивается значение 1, в противном случае – 0 [13]. Размер блока покрытия изображения первой аппроксимирующей матрицы выбирается сопоставимым по размеру с элементом наблюдаемой структуры.

#### 4. Точность оценки фрактальной размерности

Практическое определение фрактальных размерностей часто оказывается весьма трудоёмким занятием, что, в свою очередь, приводит к результатам, надёжность которых не всегда удовлетворительна. Практически в клеточном методе не удаётся определить фрактальную размерность с точностью более одного или двух десятичных разрядов [7], что, конечно, не всегда приемлемо. Тем не менее численная оценка фрактальной размерности может быть применена для решаемой в этой работе задачи определения эффекта масштабной инвариантности свойств самоорганизованных объектов, когда требуется определить фрактальную размерность объектов на разных масштабных уровнях.

Компьютерные алгоритмы вычисления фрактальной размерности  $d$  обычно опираются на следующее соотношение:  $\log N(\epsilon) = \log c - d \log \epsilon$ , где  $c$  – константа. График зависимости  $\log N(\epsilon)$  от  $\log \epsilon$  есть прямая с угловым коэффициентом  $(-d)$ . Для определения неизвестных параметров  $c$  и  $d$  используется метод линейной регрессии.

Величина фрактальной размерности существенным образом зависит от выбора участка, на котором она вычисляется. Соответственно возникает необходимость выбора одного значения величины из некоторого набора получающихся значений. Одним из возможных вариантов, который был принят в этой работе, является следующий: можно отыскать некоторое множество отрезков на графике зависимости  $\log N(L)$  от  $\log L$ , использование которых для определения величины размерности позволяет получить множество значений, не сильно отличающихся друг от друга, и использовать усреднённую по этому множеству величину как характеристику самоподобного объекта.

Кроме того, необходимо отметить, что величина фрактальной размерности также существенно зависит от структуры и качества изображения, по которому ведётся расчёт. Это может быть проиллюстрировано следующим примером. На рис. 1, *a* представлена фотография поверхности сплава Fe–Cr до облучения. Видно, что поверхность практически гладкая, на ней наблюдаются только границы зёрен и небольшое количество дефектов. Для расчёта фрактальной размерности необходимо привести изображение от градаций серого к двухцветному изображению, состоящему только из чёрного и белого цвета. При этом чёрный цвет в изображении будет указывать на наличие рельефа на поверхности материала, а белый – на его отсутствие. Как видно на рис. 1, *a*, границы зёрен имеют при данном увеличении определённую ширину и после перехода от оттенков серого к двухцветному изображению будут занимать определённую площадь нового изображения. Пример полученного таким образом растрового изображения показан на рис. 2, *a*. Вместе с тем, линии и другие объекты на поверхности, заполненные чёрным цветом, не несут никакой дополнительной информации. При анализе рельефа поверхности имеет значение лишь граница перехода между рассматриваемыми объектами, и поэтому данные объекты могут быть заменены контуром обводки. Пример замены растрового изображения контурным изображением показан на рис. 2, *б*.

В силу того что границы зёрен на необлучённой поверхности представляют собой отрезки прямой линии разной длины (теоретическое значение размерности линии известно), следует ожидать, что фрактальная размерность для рассматриваемых фотографий необлучённой поверхности не должна существенно отличаться от единицы. Однако данное предположение выполняется только для изображений,

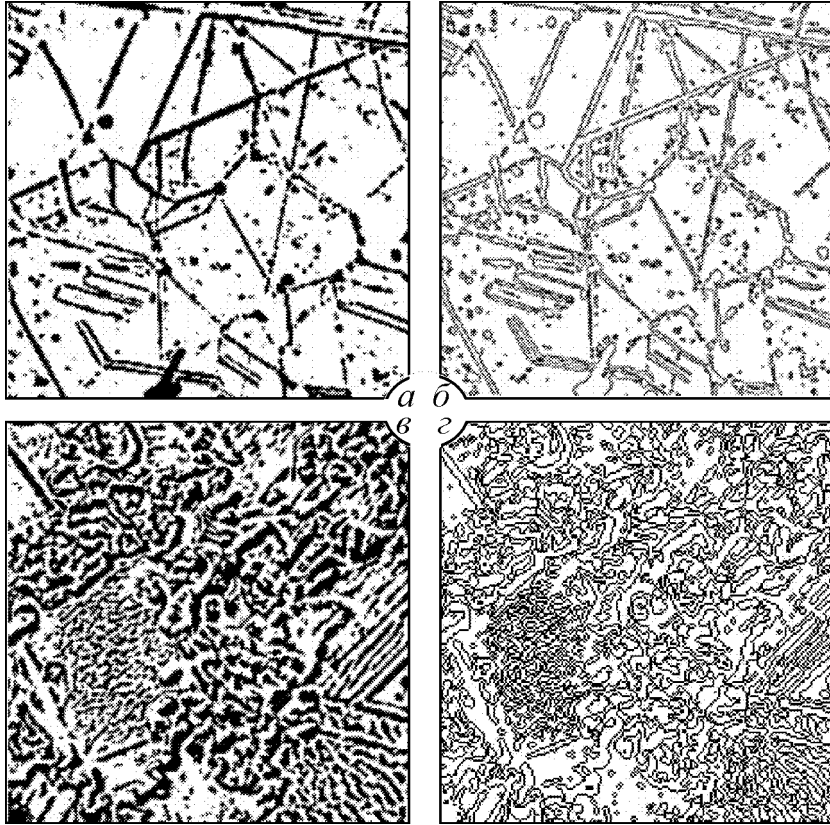


Рис. 2. К определению погрешности расчёта размерности Минковского для различных типов изображений: растровое (а) и контурное (б) изображение необлучённой поверхности материала; растровое (в) и контурное (г) изображение облучённой поверхности материала

полученных контурным методом (см. рис. 2, б). Для этих изображений среднее значение фрактальной размерности составляет  $1.05 \pm 0.03$ . Для растровых изображений необлучённой поверхности среднее значение фрактальной размерности значительно превосходит единицу, и составляет  $1.41 \pm 0.04$ . Разница для растрового и контурного изображения составляет 0.3646. Следовательно, использование контурных изображений облучённой поверхности представляется более надёжным.

Пример растрового изображения поверхности сплава Fe–Cr после облучения показан на рис. 2, в, а на рис. 2, г – пример контурного изображения той же поверхности. Для обоих изображений рассчитаны значения фрактальной размерности. Значение размерности для изображения облучённой поверхности в растровом формате составило  $1.74 \pm 0.05$ , а для изображения облучённой поверхности в контурном формате –  $1.52 \pm 0.06$ . Разница для растрового и контурного изображения составила 0.2251. В дальнейшем, если это не ведёт к потере информации, для расчётов применяются, по возможности, контурные изображения структуры.

## 5. Самоподобие на разных масштабных уровнях

Часто наблюдаемые в процессе ионного облучения самоорганизованные структуры обладают правильной геометрической формой и имеют тонкую структуру [6]. Эти объекты могут объединяться в однотипные области (см. рис. 2, в), а множества таких однотипных объектов могут заполнять крупные области рельефа поверхно-



сти облучённого материала, а также характеризуются дробной размерностью [14]. Однако для всех рассмотренных примеров самоорганизованных структур для определения фрактальной размерности использовались результаты оптической микроскопии с увеличением, не превышающим 1000. И хотя даже при таком увеличении на рассматриваемых объектах удаётся визуально наблюдать внутреннюю структуру, исследование этой структуры в связи с низкой разрешающей способностью метода не представляется возможным. Вместе с тем, расчёт значений фрактальной размерности объектов самоорганизации на разных масштабных уровнях позволит проверить правильность используемой методики расчёта, так как ожидается, что в силу свойства инвариантности фрактала к преобразованию масштаба фрактальная размерность, рассчитанная для самоорганизованных объектов в одном и том же материале на разных масштабных уровнях, должна совпадать.

Для определения фрактальной размерности на разных масштабных уровнях требуется применение электронной микроскопии в широком интервале изменения увеличения и разрешения. На рис. 3 показан пример самоорганизованной структуры, полученной на поверхности сплава Fe–Cr после ионного облучения с энергией 20 кэВ при температуре мишени 500°C. На рис. 3, *а* с увеличением 450× показана микроструктура сплава Fe–Cr после облучения, наблюдаемая методом оптической металлографии. До облучения поверхность сплава была гладкой и однородной. После облучения видна упорядоченная структура, состоящая из двух систем полос. Кроме того, при внимательном изучении представленной фотографии можно обратить внимание на наличие внутри каждой полосы слабо различимого на данном увеличении внутреннего строения. На рис. 3, *б* показана эта же самая структура с увеличением 45000×, полученная с помощью электронного микроскопа. Здесь тоже видно упорядоченное расположение элементов, представляющее собой четырёхугольные бенароподобные ячейки. Тело ячейки и границы ячейки различаются по контрасту. Наличие самоорганизации на разных масштабных уровнях может свидетельствовать о наличии масштабной инвариантности или скейлинга наблюдаемых объектов.

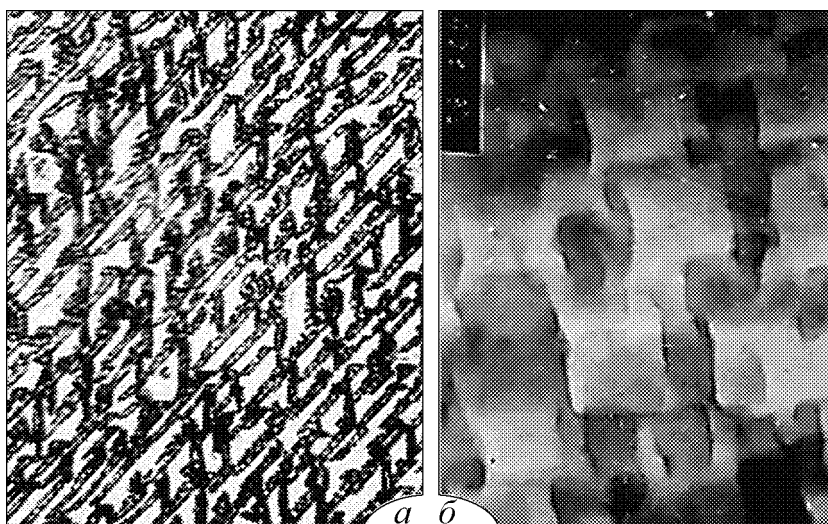


Рис. 3. Самоорганизованные структуры на поверхности сплава Fe–Cr после облучения ионами Ar<sup>+</sup> (30 кэВ, температура мишени 500°C) с разным увеличением: 450× – видна структура с характерным размером 3 мкм (*а*); 45000× – видна структура с характерным размером 0.05...0.1 мкм (*б*)

Для более детального анализа этой гипотезы была рассчитана фрактальная размерность для представленных структур на обоих масштабах. Исходя из смысла определения размерности фрактала, при любом изменении масштаба наклон прямой линии, проводимой методом наименьших квадратов через множество точек соответствующего масштаба, остаётся неизменным. Кроме того, параллельное смещение линии не изменяет множество точек, то есть прямая инвариантна относительно переноса и изменения масштаба (обладает свойством самоподобия). Исходя из этого, можно ожидать, что размерность для одной и той же структуры при увеличении  $450\times$  (см. рис. 3, *a*) и  $45000\times$  (см. рис. 3, *б*) должны совпадать несмотря на разницу в увеличении в сто раз. Для определения фрактальной размерности для рассматриваемых объектов в соответствии с описанной в п. 3 методикой разобьём области, содержащие объекты, на квадратные клетки нескольких размеров в диапазоне от 500 пикселей до 1 пикселя. Количество клеток соответствующего размера, необходимых для покрытия структуры на увеличении  $450\times$  и  $45000\times$ , записывается.

Для полученных таким образом на разном увеличении зависимостей выделяется линейный участок в двойном логарифмическом масштабе, который аппроксимируется линейной функцией. Угол наклона этого участка определяет размерность рассматриваемой структуры. Для увеличения  $450\times$  полученный график представлен на рис. 4, *a*, для увеличения  $45000\times$  – на рис. 4, *б*.

Из построенных графиков для двух представленных на рис. 3 фотографий видно, что угол наклона аппроксимирующих линий для расчёта фрактальных размерностей структур при увеличении  $450\times$  и увеличении  $45000\times$  имеют близкие значения, то есть линии располагаются практически параллельно. В результате расчёта фрактальной размерности для нескольких фотографий структур самоорганизации на увеличении  $450\times$  и на увеличении  $45000\times$  оказалось, что среднее значение фрактальной размерности для структуры на увеличении  $450\times$  составляет  $D = 1.69 \pm 0.06$ , а среднее значение фрактальной размерности для структуры на увеличении  $45000\times$  составляет  $D = 1.64 \pm 0.08$ , то есть практически эти значения совпадают. Действительно, как видно из рис. 5, *a*, если расположить на одном графике аппроксимирующие линии для структур при увеличении  $450\times$  и  $45000\times$ , то линии пройдут практически параллельно.

Параллельное смещение линии не изменяет множество точек. В этом случае для расчётов по фотографии на увеличении  $450\times$  возможно выполнить операцию изменения или приведения масштаба к увеличению  $45000\times$ . Для этого необходимо определить новое количество клеток и их размер. Процедура преобразования масштаба заключается в увеличении в 100 раз по сравнению с исходным размера

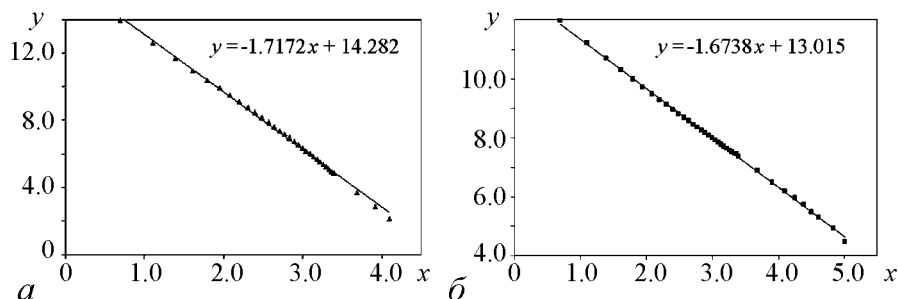


Рис. 4. Определение тангенса угла наклона зависимости  $y = \log N(\epsilon)$  от  $x = \log \epsilon$ : при увеличении  $450\times$  (*a*),  $45000\times$  (*б*)

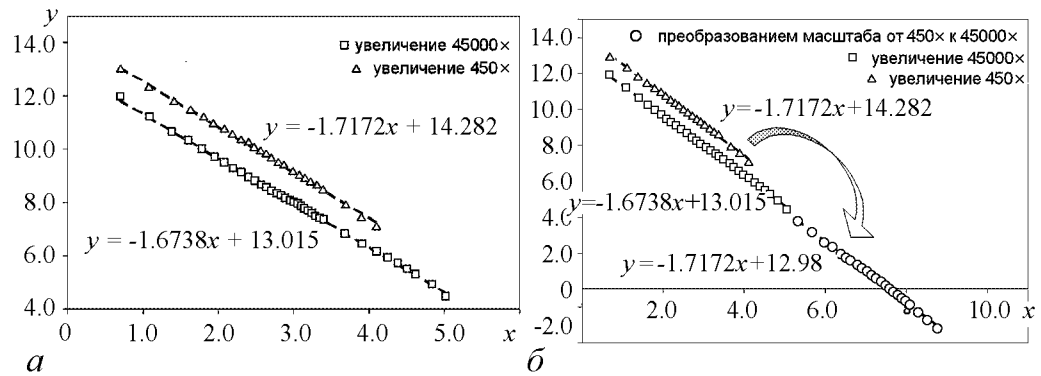


Рис. 5. Преобразование масштаба в расчётах фрактальной размерности от увеличения 450× к увеличению 45000×: совмещение линий, соответствующих увеличению 450× и 45000× (а); параллельный перенос путём преобразования масштаба (б)

стороны одной клетки и уменьшении в 10000 раз количества покрывающих изображение клеток. Например, если до преобразования масштаба при увеличении 450× для покрытия изображения клетками с размером стороны 100 пикселей требовалось 425 клеток, то после преобразования масштаба к увеличению 45000× для покрытия того же изображения клетками с размером стороны 10000 пикселей потребуется 0.0425 клетки. Описание алгоритма преобразования представлено на рис. 6, а.

На графике результат преобразования масштаба от увеличения 450× к увеличению 45000× будет представляться путём параллельного переноса точек, образующих линию для увеличения 450×. Будет получена серия точек, образующая новую, третью линию (на рис. 5, б указана стрелкой), параллельную двум предыдущим и являющуюся продолжением нижней длинной линии, полученной для увеличения 45000×. Это и будет результатом преобразования масштаба.

Из рис. 5, б видно, что полученные параллельным переносом точки располагаются практически параллельно линии, соответствующей увеличению 45000×. В этом случае через набор точек, полученный параллельным переносом, и через набор точек для увеличения 45000× можно провести одну линию, которая определит единую фрактальную размерность инвариантной по отношению к преобразованию масштаба самоорганизованной структуры.

Расположим точки, полученные при расчёте количества покрывающих ячеек структуры с увеличением 45000×, и точки, полученные путём масштабирования от увеличения 450× к увеличению 45000×, на одной плоскости и проведём через них одну прямую. Получим совмещённую для разных масштабов линию для определения фрактальной размерности. Пример такого преобразования для двух фотографий рис. 3 представлен на рис. 6, б.

Таким образом, можно констатировать, что наблюдаемые на разном увеличении самоорганизованные объекты инвариантны по отношению к преобразованию масштаба, обладают одинаковой фрактальной размерностью и являются элементами одного фрактала. Это заключение также можно проиллюстрировать геометрическими преобразованиями. Для этого аппроксимируем наблюдаемые на рис. 3, б бенароподобные ячейки типовым элементом в форме контура квадрата (рис. 7, а). Для более полного соответствия представленной на рис. 7, а обводки реальному рельефу, контуры перекрывающихся друг с другом квадратов объединяются в одну фигуру.

Пример полученной в результате объединения контура обводки бенароподобных ячеек показан на рис. 7, б. Масштаб полученной обводки соответствует масшта-

бу бенароподобных ячеек с увеличением в 45000 раз. Полученный контур был переведён в векторный формат и без потери качества изображения уменьшен в 100 раз. Полученное таким образом изображение по своему масштабу будет соответствовать представленной на рис. 7, а микроструктуре, но уже с увеличением в 450 раз. Видно, что полученное с помощью описанного преобразования подобия изображение представляет собой серию связанных полос и напоминает по своей форме фрагмент показанной на рис. 3, а системы полос.

Кроме того, в результате проведенных расчётов оказалось, что фрактальная размерность для поверхности необлучённого образца Fe-18Cr (см. рис. 1, а) составляет  $1.05 \pm 0.03$ . Среднее значение фрактальной размерности для поверхности облучённого образца при температуре мишени  $400^\circ\text{C}$  (см. рис. 1, б) составило  $1.52 \pm 0.06$ , а при температуре мишени  $500^\circ\text{C}$  –  $1.73 \pm 0.07$ . На рис. 1, д, е показаны цифровые изображения пространственно самоорганизованных структур после ионного облучения сплава Ni-Cr-Fe(Ti,Al). В результате расчётов фрактальная размерность для поверхности образца сплава составила:  $D = 1.84 \pm 0.05$ .

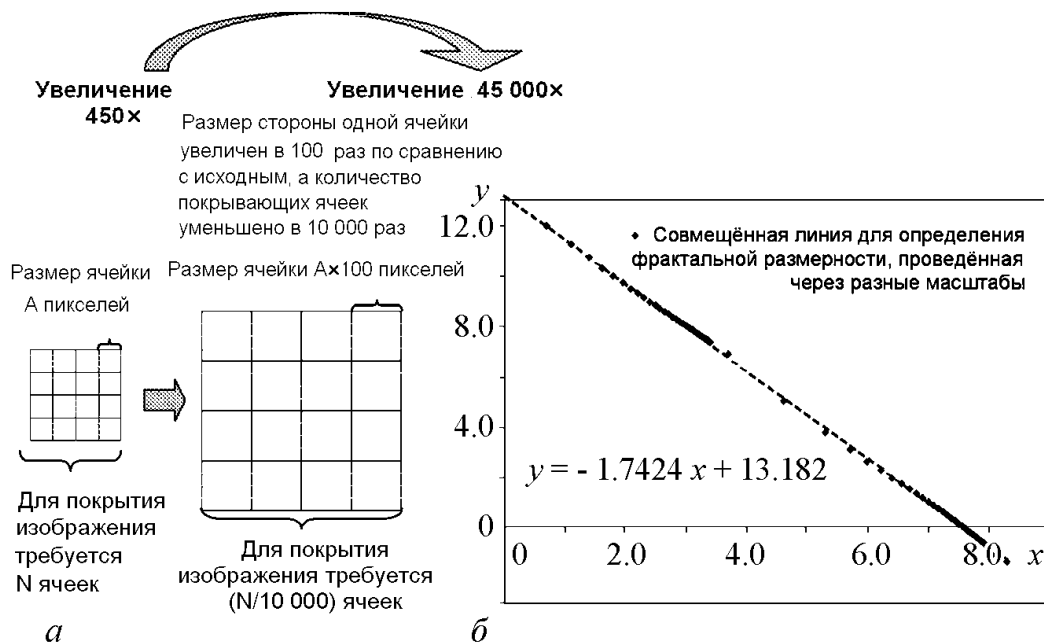


Рис. 6. Определение единой фрактальной размерности после преобразования масштаба: процедура преобразования масштаба путём перехода от увеличения  $450\times$  к увеличению  $45000\times$  (а); совмещение линий для разных масштабов (б)

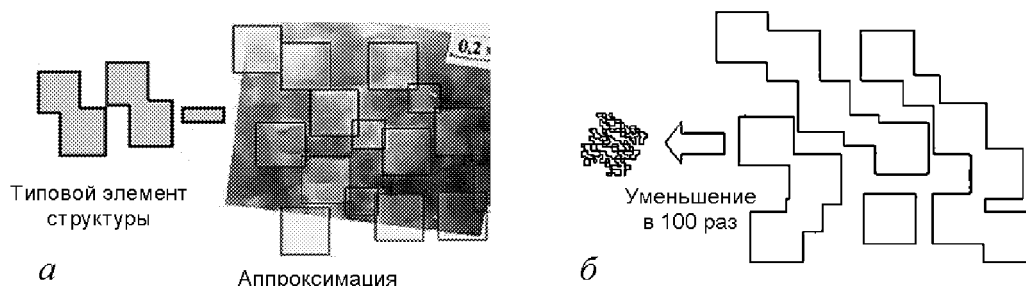


Рис. 7. Геометрическая модель: аппроксимация типовым элементом структуры малого масштаба (а); уменьшение аппроксимации в 100 раз и переход к элементам структуры другого масштаба (б)

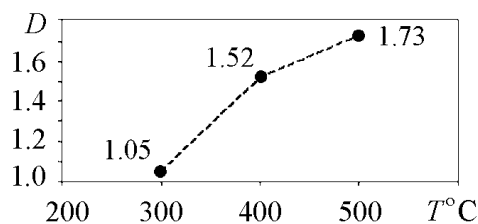


Рис. 8. Зависимость фрактальной размерности от температуры мишени в сплаве Fe-18Cr

На рис. 8 представлена зависимость фрактальной размерности от температуры мишени для сплава Fe-18Cr. Видно, что с ростом температуры мишени среднее значение фрактальной размерности также возрастает. В таблице приведены значения микротвёрдости и фрактальной размерности для различных необлучённых и облучённых иона-

ми материалов. Видно, что в области возникновения диссипативных структур наряду со значительным увеличением микротвёрдости наблюдается существенное увеличение фрактальной размерности. В этом случае изменение значения фрактальной размерности может служить эффективным тестовым признаком, позволяющим распознать и идентифицировать данное состояние.

Таким образом, наблюдаемые после облучения на материале Fe-Cr самоорганизованные структуры имеют отличающиеся от исходного значения микротвёрдости; могут характеризоваться свойством инвариантности своего строения на разных масштабных уровнях и наличием дробной метрической размерности. Кроме того, строение наблюдаемых фракталов для сплавов системы Fe-Cr при разных типах облучения часто оказывается сходным. Подобие в структуре наблюдаемых фракталов имеет место и при облучении разных видов сплавов (Fe-Cr, Ni-Cr, Ni-Cr-Fe).

Таблица

Среднее значение фрактальной размерности и микротвёрдости для различных материалов при ионном облучении

| Материал | Ионное облучение | Микротвёрдость, МПа | Фрактальная размерность* |
|----------|------------------|---------------------|--------------------------|
| Fe-Cr    | Не облучён       | 2000                | $1.05 \pm 0.03$          |
|          | Облучён          | 10000               | $1.73 \pm 0.07$          |
| Fe-Cr-Ni | Не облучён       | 1500                | $1.05 \pm 0.03$          |
|          | Облучён          | 7000                | $1.84 \pm 0.05$          |
| V-Ti-Cr  | Не облучён       | 1600                | $1.05 \pm 0.03$          |
|          | Облучён          | 12000               | $1.45 \pm 0.09$          |

\*Для каждого значения в таблице указана предельная абсолютная погрешность.

### Заключение

При высоких уровнях радиационного повреждения на поверхности облучённого образца наблюдаются сильные изменения структурной морфологии. В результате облучения структурные элементы в материалах оказываются пространственно самоорганизованными. Возникающие множества объектов обладают тонкой структурой, то есть содержат произвольно малые масштабы, слишком нерегулярны, чтобы быть описаны на традиционном геометрическом языке, и имеют некоторую форму самоподобия. Кроме того, наблюдается иерархия самоорганизованных структур, упорядоченных на различных масштабных уровнях. Можно сделать вывод о том, что наблюдаемые на одном масштабном уровне (увеличение  $450\times$ ) крупные самоорганизованные образования построены по тому же закону, что и малые самоорганизованные образования, наблюдаемые на следующем масштабном уровне (увеличение  $45000\times$ ),

так как величина фрактальной размерности для них совпадает. Подобные свойства являются основной характеристикой фрактала, то есть иерархичного объекта, более или менее единообразно устроенного в широком диапазоне масштабов. Таким образом, можно утверждать, что наблюдаемые на разных масштабных уровнях самоорганизованные структуры являются конструктивными элементами одного и того же фрактального объекта. Это предопределяет масштабную инвариантность (скейлинг) основных особенностей наблюдаемых самоорганизованных объектов, то есть их неизменность при изменении масштаба. В этом случае, можно ожидать, что обнаруженные геометрические особенности наблюдаемых на макро уровне самоорганизованных объектов повторяются и на микро уровне. Понимание природы и причины возникновения диссипативных структур, а также принципов формирования подобных радиационно-индуцированных состояний может быть основой развития новых технологий радиационного модифицирования материалов. Создание компьютерных методов и моделей для адекватного описания процессов и явлений самоорганизации, знание их существенных признаков и выявление в наблюдаемом процессе самоорганизации структурно-устойчивых элементов с заданными физическими свойствами является крайне актуальным, так как с помощью компьютерного анализа физических процессов могут быть определены структурные параметры, которые невозможно выявить вне использованного фрактального формализма. Разработчик нового материала или новой технологии обработки получает в результате новый инструмент контроля свойств материалов и видит новый путь разработки новых материалов.

#### Библиографический список

1. Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука, 1985. 327 с.
2. Хмелевская В.С. Неравновесные состояния в твёрдом теле. Обнинск, 2004.
3. Хмелевская В.С., Малынкин В.Г. // *Материаловедение*. 1998, № 2. С. 25.
4. *Khmelevskaya V.S. and Malynkin V.G. // Phase Transitions*. 1997. Vol. 60. P. 59.
5. Хмелевская В.С., Малынкин В.Г., Базалеев Е.В. // *Письма в ЖТФ*. 1994. Т. 20, вып. 23. С. 21.
6. Хмелевская В.С., Малынкин В.Г., Канунников М.Ю. // *Письма в ЖТФ*. 1998. Т. 24, № 23. С. 1.
7. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах // Москва: Постмаркет, 2000, 352 с.
8. *Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature*. New York: W.N. Freeman and Co., 1982. 480 p.
9. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. Нижний Новгород: Издательство Нижегородского университета, 1999. 140 с.
10. Иванова В.С., Баланкин А.С., Бунин И.Ж., Оксогоев А.А. Синергетика и фракталы в материаловедении. М.: Наука, 1994. 363 с.
11. Колмаков А.Г., Встовский Г.В., Масляев С.А., Пименов В.Н. // *Перспективные материалы*. 1999, № 4. С. 5.
12. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 249 с.
13. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Бунин И.Ж. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов. Москва; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 115 с.

14. Куликова Н.В., Хмелевская В.С., Бондаренко В.В. Компьютерный анализ процессов самоорганизации в металлических материалах // Математическое моделирование. 2006. Т. 18, № 1. С. 88.

Обнинский государственный технический университет атомной энергетики      Поступила в редакцию      26.08.2009  
После доработки      30.11.2009

## SELF-SIMILARITY AT DIFFERENT SCALE LEVELS IN IRRADIATED SOLID MATERIALS

*N.V. Kulikova, V.S. Khmelevskaya, V.V. Bondarenko*

Self-organized structures after ion-beam irradiation in solid materials have been studied using the method of fractal dimension. General computer method of the scale invariance evaluation for exposed dispersive structures is described. It was demonstrated that structures after irradiation can be characterized by the compatibility of scale invariance properties at different scale levels.

*Keywords:* fractal, self-organization, self-similarity, fractal dimension, dissipative structures.



*Куликова Нэлли Васильевна* – родилась в Смоленске (1938). Окончила Ленинградский государственный университет им. А.А. Жданова по специальности «математика» (1960). Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1972) по специальности «геофизика» в Институте экспериментальной метеорологии города Обнинска и доктора наук (1989) по специальности «астрометрия и небесная механика» в ГАИШ МГУ им. М.В. Ломоносова. В настоящее время – профессор кафедры вычислительной техники Обнинского государственного технического университета атомной энергетики. Получила 6 авторских свидетельств на изобретения. Автор более 130 научных и учебных публикаций, 2 монографий.

249020, Калужская область, Обнинск  
Обнинский государственный технический университет атомной энергетики  
E-mail: kulikova@iate.obninsk.ru



*Хмелевская Вита Сергеевна* – родилась в 1936 году. Доктор физико-математических наук, профессор Обнинского института атомной энергетики. Область научных интересов – взаимодействия излучения с веществом, фазовые превращения, индуцированные облучением, неравновесные структуры в области, удаленной от равновесия. Автор более 100 научных работ.

249020, Калужская область, Обнинск  
Обнинский государственный технический университет атомной энергетики  
E-mail: khmel@iate.obninsk.ru



*Бондаренко Владимир Владимирович* – родился в Обнинске (1979), окончил Обнинский государственный технический университет (2002). Кандидат технических наук, преподаватель Обнинского государственного технического университета атомной энергетики.

249020, Калужская область, Обнинск  
Обнинский государственный технический университет атомной энергетики  
E-mail: blondy\_b@mail.ru