



БИФУРКАЦИИ И КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ В СЛОЖНОЙ СИСТЕМЕ С ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В.П. Пономаренко

Приведены результаты исследования режимов динамического поведения автогенераторной системы с фазовой автоподстройкой частоты и автоматическим регулированием усиления, проведенного на основе математической модели с двумя степенями свободы в цилиндрическом фазовом пространстве. Установлено расположение областей параметров с различными динамическими состояниями системы, выделена область устойчивости синхронного режима, изучены процессы, развивающиеся в области неустойчивости этого режима. Выяснено, что изменением параметров инерционности цепей управления, начальной частотной расстройки и степени связи через управляющие сигналы можно стимулировать в системе генерацию разнообразных периодических и хаотических колебаний.

Ключевые слова: Системы с фазовым управлением, динамические состояния, устойчивость, бифуркации, аттракторы, синхронный и несинхронные режимы, динамический хаос.

Введение

В последнее время проявляется заметный интерес к исследованию свойств динамического поведения автогенераторных систем, использующих принцип фазового управления частотой генерируемых колебаний. Область научно-технических приложений таких систем достаточно широка и включает в себя, в частности, решение таких задач, как стабилизация частоты колебаний, оптимальный прием, синхронизация и обработка сигналов, создание новых коммуникационных технологий и др. [1–5]. С позиции теории колебаний и нелинейной динамики модели систем с фазовым управлением представляют собой особый класс нелинейных динамических систем с цилиндрическим фазовым пространством. Эта особенность систем с фазовым управлением объединяет их с такими объектами, как физические маятники, электрические машины, вибрационные механизмы, системы со сверхпроводящими переходами и многими другими объектами и системами из различных областей естествознания и техники. Все эти объекты имеют сходные математические модели,

следовательно, свойства динамического поведения, которые демонстрируют системы с фазовым управлением, будут наблюдаться и в динамике других объектов, динамические модели которых определены в цилиндрическом фазовом пространстве. По этой причине математические модели систем с фазовым управлением во многих случаях рассматривают как базовые модели объектов, состояние которых определяется циклическими координатами. Привлекательным свойством систем с фазовым управлением является легко реализуемая возможность эффективного воздействия на свойства и области существования возникающих динамических состояний с помощью изменения параметров цепи фазового управления.

В связи с большим научным интересом и прикладной значимостью систем с фазовым управлением изучение процессов и явлений нелинейной динамики в разнообразных вариантах таких систем продолжает оставаться актуальной задачей. Данная работа посвящена исследованию динамических режимов и бифуркаций в модели автогенераторной системы с фазовой автоподстройкой частоты (ФАП) и автоматическим регулированием усиления (АРУ) в цепи управления частотой колебаний генератора. Происхождение и традиционное применение систем с такой структурой связано с решением задач передачи и обработки информации в радиотехнических системах со сложными сигналами, которые получают все большее распространение в радиоавтоматике, радионавигации и радиосвязи. В решении этих задач системы ФАП–АРУ применяются как схемные реализации оптимальных алгоритмов следящей оценки изменяющихся параметров радиосигналов с амплитудной модуляцией [4, 6, 7]. При этом система ФАП обеспечивает совпадение частот входного сигнала и колебаний управляемого генератора, а петля АРУ производит оценку постоянной амплитуды входного сигнала и регулирует в соответствии с этой оценкой коэффициент усиления в цепи автоподстройки частоты, уменьшая тем самым влияние изменения амплитуды сигнала на качество работы системы ФАП.

Систему ФАП–АРУ можно представлять как вариант адаптивной системы фазовой автоподстройки, в которой адаптация осуществляется следящей подстройкой коэффициента усиления петли фазового управления. Интересно отметить, что в [8] вариант системы фазовой автоподстройки с автоматической регулировкой усиления в цепи обратной связи рассматривается в качестве радиофизической интерпретации обобщенной модели модифицированного генератора с инерционной нелинейностью, для которой характерна неединственность состояний равновесия.

Динамика системы ФАП–АРУ в простейшем случае использования в цепях управления фильтров низких частот первого порядка исследована в [9], где выяснено, что система демонстрирует регулярное поведение и имеет два стационарных режима: синхронный режим – режим слежения за параметрами входного сигнала и периодический несинхронный режим. В фазовом пространстве соответствующей динамической модели режиму слежения отвечает устойчивое состояние равновесия, а несинхронному режиму – устойчивый предельный цикл вращательного типа (охватывающий фазовый цилиндр). В пространстве параметров выделены области: глобальной устойчивости синхронного режима, одновременного существования синхронного и несинхронного режимов, существования несинхронного режима. В данной работе мы рассмотрим особенности динамики системы в случае, когда в цепях

управления подсистемы ФАП и петли АРУ используются фильтры соответственно второго и первого порядка. Такие фильтры интересны тем, что они соответствуют моделям динамики оцениваемых параметров принимаемого сигнала, используемым в ряде актуальных прикладных задач синтеза оптимальных систем приема и обработки [4, 6]. Обращение к исследованию динамики системы ФАП–АРУ вызвано, с одной стороны, стремлением выяснить новые явления, возникающие в системе при усложнении фильтра в цепи фазового управления и обязанные своим происхождением потере устойчивости режима слежения, а с другой стороны, наблюдаемой сейчас тенденцией к расширению функциональных возможностей систем с фазовым управлением за счет использования различных несинхронных режимов в качестве рабочих процессов систем (в частности, попытками создания на этой основе новых коммуникационных систем с хаотическими сигналами [10–12]). Организация статьи следующая. В первом разделе обсуждается математическая модель исследуемой системы. Второй раздел посвящен анализу устойчивости и условий реализации синхронного режима. В третьем разделе рассмотрены особенности сложной динамики системы в области неустойчивости режима слежения. Четвертый раздел содержит результаты исследования двухчастотных несинхронных режимов. В Заключении сформулированы полученные результаты.

1. Модель системы

Будем рассматривать один из наиболее интересных вариантов системы ФАП–АРУ, в которой имеется связь между подсистемами через управляющие сигналы [7, 9]. Уравнения, описывающие динамику такой системы, получаем из выведенных в [7] уравнений для оценок A^* и ψ^* амплитуды A и фазы ψ входного сигнала. При этом в связи со сложностью рассматриваемой задачи будем считать амплитуду A постоянным параметром, принимающим произвольные положительные значения, и не будем учитывать влияние помех. В этом случае удобно ввести фазовое рассогласование $\varphi = \psi - \psi^*$ и отношение амплитуд $x = A^*/A$, тогда уравнения динамики рассматриваемой системы в операторной форме ($p \equiv d/dt$) можно представить в виде [9]

$$p\varphi/k_1 = \gamma - K_1(p)x \sin \varphi, \quad x = \delta_0 + k_2 K_2(p)(\cos \varphi - x + \alpha x \sin \varphi). \quad (1)$$

В уравнениях (1) $\gamma = p\psi/k_1$ – начальная расстройка частот, k_1 – полоса удержания системы ФАП, $\delta_0 = A_0/A$, A_0 – среднее значение амплитуды входного сигнала, k_2 – коэффициент преобразования петли АРУ, α – степень связи через управляющие сигналы, $K_1(p)$ и $K_2(p)$ – операторные коэффициенты передачи фильтров низких частот в цепях управления подсистем. Типы этих фильтров определяются используемыми моделями изменения оцениваемых параметров ψ и A [4, 6].

Для рассматриваемых в данной работе фильтров с коэффициентами передачи $K_1(p) = 1/[(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)]$ и $K_2(p) = 1/(1 + T_3 p)$, где T_1, T_2 и T_3 – постоянные времени, из уравнений (1) получаем следующую математическую модель динамики

системы ФАП–АРУ:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\varphi}{d\tau} &= y, \\
 \frac{dy}{d\tau} &= z, \\
 \mu \frac{dz}{d\tau} &= \gamma - x \sin \varphi - \varepsilon_1 z - y, \\
 \varepsilon_2 \frac{dx}{d\tau} &= \delta - \beta x + \cos \varphi + \alpha x \sin \varphi,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где $\tau = k_1 t$, $\delta = \delta_0/k_2$, $\beta = 1 + 1/k_2$, $\varepsilon_1 = (T_1 + T_2)k_1$, $\varepsilon_2 = T_3 k_1/k_2$, $\mu = T_1 T_2 k_1^2$. Система уравнений (2) в силу периодичности правых частей по фазовой переменной φ с периодом 2π является динамической системой с четырехмерным цилиндрическим фазовым пространством $U = \{\varphi(\text{mod } 2\pi), y, z, x\}$ и семимерным пространством параметров $\Lambda = \{\gamma, \delta, \beta, \alpha, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \mu\}$. Параметры $\delta, \beta, \mu, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ положительны по физическому смыслу. В силу инвариантности системы (2) относительно замены $(\gamma, \alpha, \varphi) \rightarrow (-\gamma, -\alpha, -\varphi)$ достаточно рассматривать ее при значениях $\alpha \geq 0$.

При исследовании динамики системы ФАП–АРУ на основе математической модели (2) в данной работе рассмотрены следующие две задачи. Первая задача связана с определением условий существования и реализации режима слежения, в котором система осуществляет автоматическую подстройку частоты и амплитуды колебаний управляемого генератора к аналогичным параметрам входного сигнала. Эта задача представляет наибольший интерес для традиционного применения систем ФАП–АРУ как устройств, реализующих оптимальные алгоритмы приема сигналов с непостоянной амплитудой. Вторая задача имеет целью получить представление о возможных типах несинхронных режимов и сценариях их эволюции при изменении параметров модели (2). Эта задача представляет интерес для проблемы расширения функциональных возможностей систем с фазовым управлением. В фазовом пространстве U режиму слежения отвечает устойчивое состояние равновесия модели (2), несинхронным (квазисинхронным и асинхронным) режимам соответствуют устойчивые предельные циклы, притягивающие торы и хаотические аттракторы колебательного, вращательного и колебательно-вращательного типа.

Квазисинхронные режимы, определяемые аттракторами колебательного типа модели (2), характеризуются непостоянством разности фаз φ , которая изменяется в ограниченном диапазоне значений. В асинхронных режимах, определяемых аттракторами вращательного и колебательно-вращательного типа модели (2), наблюдается либо возрастание (убывание) разности фаз φ , то есть имеет место вращение φ (режимы вращательного типа), либо чередование стадий неограниченного изменения (вращения) и колебательного поведения φ в ограниченном диапазоне значений (режимы колебательно-вращательного типа). В несинхронных режимах имеют место периодические или хаотические автомодуляционные колебания управляемого генератора системы ФАП–АРУ. В [7, 8] обоснована предпочтительность колебательно-вращательных хаотических асинхронных режимов для получения в системе с фазовым управлением широкополосных колебаний с хаотической фазой и равномерной в полосе спектральной плотностью.

Важно отметить, что и в решении первой задачи исследование несинхронных режимов имеет принципиальное значение – бифуркации, в результате которых появляются несинхронные режимы, определяют границы областей параметров модели (2), в которых обеспечивается существование и глобальная устойчивость режима слежения в исследуемой системе. Таким образом, знание особенностей поведения системы в несинхронных режимах и способов воздействия на развитие колебательных процессов имеет большое значение для правильного выбора режимов и значений параметров системы в различных конкретных приложениях. Решение поставленных задач проведено при помощи качественно-численных методов нелинейной динамики [3, 13, 14] и компьютерного моделирования с использованием программного комплекса «ДНС» [15].

2. Устойчивость режима слежения

Полагая в системе (2) $d\varphi/d\tau = dy/d\tau = dz/d\tau = dx/d\tau = 0$, получаем следующие уравнения для определения координат состояний равновесия

$$\gamma - x \sin \varphi = 0, \quad \delta - \beta x + \cos \varphi + \alpha x \sin \varphi = 0, \quad y = 0, \quad z = 0. \quad (3)$$

На плоскости (φ, x) в полосе $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ первое уравнение в (3) определяет кривую $X_1(\varphi) = \gamma / \sin \varphi$, второе уравнение – кривую $X_2(\varphi) = (\delta + \cos \varphi) / (\beta - \alpha \sin \varphi)$; точки пересечения кривых $X_1(\varphi)$ и $X_2(\varphi)$ определяют значения φ и x , соответствующие состояниям равновесия. Анализ взаимного расположения кривых $X_1(\varphi)$ и $X_2(\varphi)$ показывает, что в зависимости от соотношения между параметрами γ, δ, β и α может быть либо четыре, либо две, либо ни одной точки их пересечения. Границы областей существования состояний равновесия, определяемые из условий касания кривых $X_1(\varphi)$ и $X_2(\varphi)$, находим из равенств

$$\gamma_i(\delta, \beta, \alpha) = \sin^3 \varphi_{mi} / (\beta \cos \varphi_{mi}), \quad (4)$$

в которых $\varphi_{mi} (i = 1, 2, \dots, 6)$ – координаты точек касания кривых $X_1(\varphi)$ и $X_2(\varphi)$ – определяются из уравнения

$$\beta \cos \varphi (\delta + \cos \varphi) - \sin^2 \varphi (\beta - \alpha \sin \varphi) = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) при значениях $\alpha > \beta$ имеет два корня $\varphi = \varphi_{m1}$ и $\varphi = \varphi_{m2}$ ($-\pi/2 < \varphi_{m1} < 0, -\pi < \varphi_{m2} < -\pi/2$), когда $0 < \delta < \sqrt{1 - \beta^2/\alpha^2}$; четыре корня $\varphi = \varphi_{m1}, \varphi = \varphi_{m2}, \varphi = \varphi_{m3}$ и $\varphi = \varphi_{m4}$ ($-\pi/2 < \varphi_{m1} < 0, -\pi < \varphi_{m2} < -\pi/2, \pi/2 < \varphi_{m3} < \varphi_{m4} < \pi$), когда $\sqrt{1 - \beta^2/\alpha^2} < \delta < 1$; два корня $\varphi = \varphi_{m1}$ и $\varphi = \varphi_{m3}$ ($-\pi/2 < \varphi_{m1} < 0, \pi/2 < \varphi_{m3} < \pi$), когда $\delta > 1$. При значениях $\alpha < \beta$ уравнение (5) имеет четыре корня $\varphi = \varphi_{m1}, \varphi = \varphi_{m2}, \varphi = \varphi_{m5}$ и $\varphi = \varphi_{m6}$ ($-\pi/2 < \varphi_{m1} < 0, -\pi < \varphi_{m2} < -\pi/2, 0 < \varphi_{m5} < \pi/2, \pi/2 < \varphi_{m6} < \pi$), когда $\delta < 1$, и два корня $\varphi = \varphi_{m1}$ и $\varphi = \varphi_{m5}$, когда $\delta > 1$. При этом φ_{m1} соответствует касанию кривых $X_1(\varphi)$ и $X_2(\varphi)$ в области $x > 0$ при значениях $\gamma < 0$; φ_{m2} – в области $x < 0$ при значениях $\gamma > 0$; $\varphi_{m3}, \varphi_{m4}$ и φ_{m6} – в области $x < 0$ при значениях $\gamma < 0$; φ_{m5} – в области $x > 0$ при значениях $\gamma > 0$.

На рис. 1 представлен качественный вид кривых γ_i , определяемых из (5) и выделяющих на плоскости (γ, δ) области с различным числом состояний равновесия

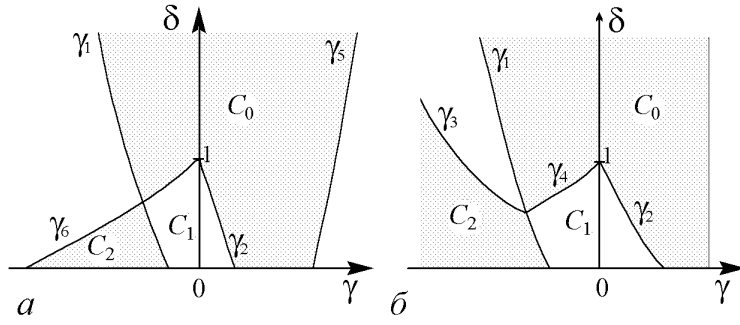


Рис. 1. Разбиение плоскости параметров (γ, δ) на области с различным числом состояний равновесия модели (2) при значениях $0 < \alpha < \beta$ (а) и $\alpha > \beta$ (б)

при значениях $0 < \alpha < \beta$ (рис. 1, а) и $\alpha > \beta$ (рис. 1, б). Для значений γ и δ из области C_1 модель (2) имеет четыре состояния равновесия: $A_1(\varphi_1, x_1, 0, 0)$, $A_2(\varphi_2, x_2, 0, 0)$, $A_3(\varphi_3, x_3, 0, 0)$ и $A_4(\varphi_4, x_4, 0, 0)$, причем A_1 и A_2 расположены в области $x > 0$, а A_3 и A_4 – в области $x < 0$ фазового пространства U . При значениях γ и δ из области C_0 модель (2) имеет два состояния равновесия $A_1(\varphi_1, x_1, 0, 0)$ и $A_2(\varphi_2, x_2, 0, 0)$, при значениях γ и δ из области C_2 – два состояния равновесия $A_3(\varphi_3, x_3, 0, 0)$ и $A_4(\varphi_4, x_4, 0, 0)$.

Характер состояний равновесия устанавливаем из анализа коэффициентов характеристического уравнения

$$\lambda^4 + [(\beta\mu - \alpha\mu \sin \varphi_j + \varepsilon_1\varepsilon_2)/(\varepsilon_2\mu)]\lambda^3 + [(\beta\varepsilon_1 - \alpha\varepsilon_1 \sin \varphi_j + \varepsilon_2)/(\varepsilon_2\mu)]\lambda^2 + [(\beta - \alpha \sin \varphi_j + \varepsilon_2x_j \cos \varphi_j)/(\varepsilon_2\mu)]\lambda + (\beta x_j \cos \varphi_j - \sin^2 \varphi_j)/(\varepsilon_2\mu) = 0, \quad (6)$$

где $j = 1, 2, 3, 4$. Состояния равновесия A_1 и A_3 могут быть как устойчивыми, так и неустойчивыми, состояния равновесия A_2 и A_4 – неустойчивые седлового типа. Условия устойчивости состояний равновесия A_1 и A_3 находим, применяя к уравнению (6) критерий Рауса–Гурвица, и записываем в виде

$$\begin{aligned} \beta\mu - \alpha\mu \sin \varphi_j + \varepsilon_1\varepsilon_2 > 0, \quad \beta\varepsilon_1 - \alpha\varepsilon_1 \sin \varphi_j + \varepsilon_2 > 0, \\ \beta - \alpha \sin \varphi_j + \varepsilon_2x_j \cos \varphi_j > 0, \quad \beta x_j \cos \varphi_j - \sin^2 \varphi_j > 0, \\ (\beta - \alpha \sin \varphi_j + \varepsilon_2x_j \cos \varphi_j)[(\beta\mu - \alpha\mu \sin \varphi_j + \varepsilon_1\varepsilon_2) \times \\ \times (\beta\varepsilon_1 - \alpha\varepsilon_1 \sin \varphi_j + \varepsilon_2) - (\beta - \alpha \sin \varphi_j + \varepsilon_2x_j \cos \varphi_j)\varepsilon_2\mu] - \\ - (\beta\mu - \alpha\mu \sin \varphi_j + \varepsilon_1\varepsilon_2)^2(\beta x_j \cos \varphi_j - \sin^2 \varphi_j) > 0, \quad j = 1, 3. \end{aligned} \quad (7)$$

При выполнении условий (7) в системе ФАП–АРУ существуют стационарные режимы слежения, определяемые состояниями равновесия A_1 и A_3 . В режиме состояния равновесия A_1 колебания управляемого генератора системы ФАП с точностью до величины φ_1 синфазны, а в режиме состояния равновесия A_3 – с точностью до величины φ_3 противофазны с колебаниями на входе системы. Основным режимом слежения является режим состояния равновесия A_1 , так как в этом режиме выше точность оценки параметров входного сигнала, характеризуемая величинами φ_1 и x_1 , которые определяются из уравнений (3). Из уравнений (3) следует, что при значениях $\delta = \delta_s(\gamma, \beta, \alpha)$, где $\delta_s = \beta - \alpha\gamma - \sqrt{1 - \gamma^2}$, в основном режиме слежения

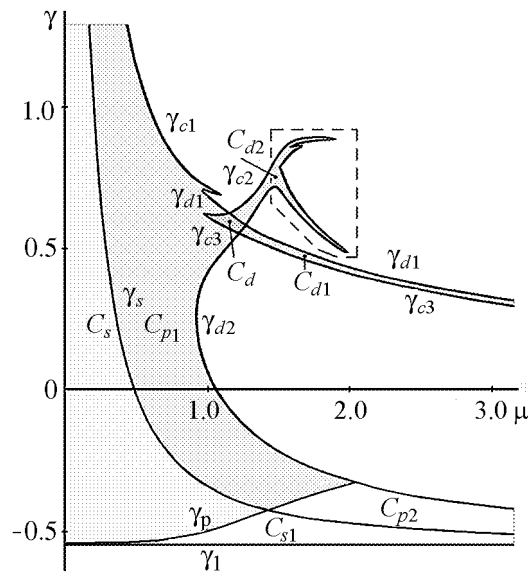


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма для модели (2), разделяющая плоскости параметров (μ, γ) на области, соответствующие различным динамическим режимам, при значениях параметров $\alpha = 2$, $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2$

Область C_0 разделяется кривой γ_p , соответствующей бифуркации петли сепаратрисы Π_φ седло-фокуса A_2 ($\text{Re}\lambda_{1,2} < 0$, $\text{Im}\lambda_{1,2} \neq 0$, $\lambda_3 < 0$, $\lambda_4 > 0$, где $\lambda_{1,2,3,4}$ – корни характеристического уравнения (6) для состояния равновесия A_2), на области $C_s : \{\max(\gamma_1, \gamma_p) < \gamma < \gamma_s\}$ и $C_{s1} : \{\gamma_1 < \gamma < \min(\gamma_p, \gamma_s)\}$. Для значений μ и γ из области C_s состояние равновесия A_1 является единственным (по результатам численного исследования модели (2)) аттрактором в фазовом пространстве U . Следовательно, область C_s – это область захвата в основной режим слежения, для значений параметров из этой области режим слежения устанавливается в системе при любых начальных условиях.

При переходе с увеличением μ (или с уменьшением γ) через границу γ_p в область C_{s1} из петли Π_φ появляется устойчивый (так как седловая величина $\sigma = \lambda_4 + \text{Re}\lambda_i < 0$, $i = 1, 2, 3$) 2π -периодический по φ вращательный предельный цикл L_0 . Численное исследование модели (2) показывает, что при движении в области C_{s1} с изменением μ и γ возможно исчезновение цикла L_0 в результате седло-узловой бифуркации и возникновение хаотического аттрактора вращательного типа через перемежаемость. На рис. 3, а, б приведены (φ, y) -проекции фазовых портретов и фрагменты временных реализаций колебательных процессов $y(\tau)$, соответствующие режимам цикла L_0 и хаотического аттрактора. Установлено также существование сложных многооборотных вращательных предельных циклов. Таким образом, в области C_{s1} модель (2) демонстрирует бистабильное поведение – в фазовом пространстве U одновременно существуют устойчивое состояние равновесия A_1 и аттракторы вращательного типа. Следовательно, в зависимости от начального состояния системы в ней реализуется либо синхронный, либо периодический или хаотический асинхронный режим. Для реализации синхронного режима начальные значения фазовых переменных должны принадлежать области притяжения состоя-

осуществляется точная оценка амплитуды входного сигнала ($x_1 = 1$) с величиной фазового рассогласования $\varphi_1 = \arcsin \gamma$; при $\delta > \delta_s$ величина $x_1 > 1$, при $\delta < \delta_s$ величина $x_1 < 1$.

Уравнения (3) и (5), равенство (4) и неравенства (7) позволяют определять границы области C_0 существования основного режима слежения. На рис. 2 приведены кривые $\gamma = \gamma_1$ и $\gamma = \gamma_s$ на плоскости параметров (μ, γ) , выделяющие область C_0 , построенные при значениях параметров $\alpha = 2$, $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2$. Линия γ_1 , определяемая из (3)–(5), является границей области существования состояний равновесия A_1 и A_2 . Линия γ_s – это граница области устойчивости состояния равновесия A_1 , определяемой условиями (7). Область $C_0 : \{\gamma_1 < \gamma < \gamma_s\}$ является областью удержания режима слежения.

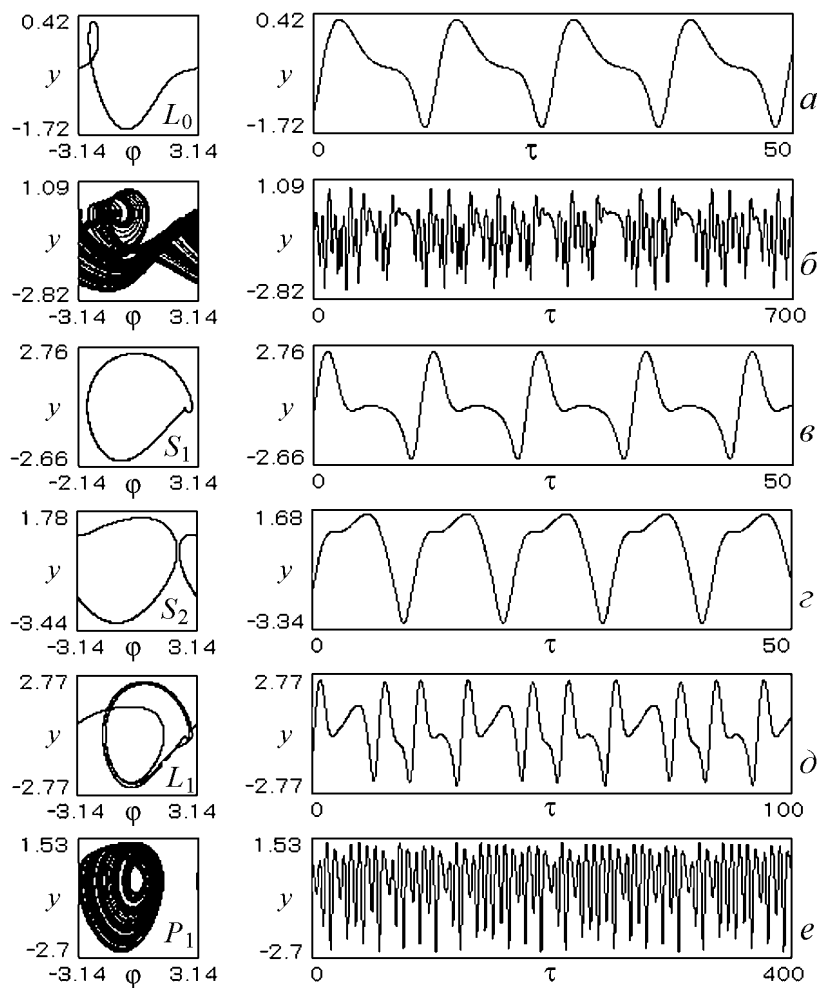


Рис. 3. Несинхронные режимы системы при значениях $\gamma = -0.54, \mu = 1.6$ (а), 2.63 (б); $\gamma = 0.86, \mu = 0.727$ (в), 1.56 (г), 0.74 (д), 1.24 (е) ($\alpha = 2, \beta = 1.1, \delta = 1.25, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 2$)

ния равновесия A_1 . Области C_0 и C_s служат основными динамическими характеристиками системы ФАП–АРУ при решении задачи следящей оценки изменяющихся параметров входного сигнала. Подбором величины и знака параметра связи α можно изменять величины этих областей.

3. Особенности динамики системы в области неустойчивости режима слежения

Для значений параметров модели (2) вне области C_0 режим слежения не существует, стационарными режимами системы являются несинхронные (квазисинхронные и асинхронные) режимы, которые могут быть как регулярными, так и хаотическими. Вначале рассмотрим качественные изменения в поведении системы ФАП–АРУ, связанные с потерей устойчивости режима слежения, наблюдаемой при выходе из области C_0 . Для этого снова обратимся к двухпараметрической бифуркационной диаграмме (μ, γ), приведенной на рис. 2. Будем использовать следую-

шие обозначения аттракторов модели (2): S_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) – колебательные предельные циклы; P_j ($j = 1, 2, 3, 4$) – колебательные хаотические аттракторы; L_k ($k = 1, 2, 3, 4$) – вращательные и колебательно-вращательные предельные циклы; W_l ($l = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$) – хаотические аттракторы асинхронных режимов; T_m ($m = 1, 2, 3, 4, 5$) – двумерные торы.

При пересечении с увеличением μ границы γ_s области устойчивости C_0 в модели (2) наблюдается суперкритическая бифуркация Андронова–Хопфа, когда в решении характеристического уравнения (6) появляется пара комплексно-сопряженных корней с положительной реальной частью. В результате этой бифуркации в фазовом пространстве U мягко рождается устойчивый предельный цикл S_1 , охватывающий состояние равновесия A_1 , то есть происходит мягкий переход системы ФАП–АРУ от режима слежения к периодическому квазисинхронному режиму. На рис. 3, в изображены (φ, y) -проекция фазового портрета и зависимость $y(\tau)$, соответствующие режиму колебательного предельного цикла S_1 .

Режим цикла S_1 существует в области C_{p0} , заключенной между кривой γ_s и частями кривых $\gamma_{c1}, \gamma_{d1}, \gamma_{c2}, \gamma_{c3}$ и γ_{d2} (см. рис. 2). Кривые γ_{c1}, γ_{c2} и γ_{c3} соответствуют седло-узловым бифуркациям, а кривые γ_{d1} и γ_{d2} – бифуркациям удвоения периода колебательных предельных циклов модели (2). Бифуркационная кривая γ_p разделяет область C_{p0} на области C_{p1} и $C_{p2} : \{\gamma_s < \gamma < \min(\gamma_p, \gamma_{d2})\}$. В области C_{p1} предельный цикл S_1 глобально устойчивый, то есть квазисинхронный режим, соответствующий этому циклу, реализуется в системе при любых начальных условиях. Область C_{p2} – это область с бистабильным поведением модели (2). При значениях параметров из этой области в фазовом пространстве U одновременно существуют колебательный предельный цикл и аттракторы вращательного типа, которые могут быть как регулярными, так и хаотическими. Хаотизация колебаний осуществляется через бифуркации удвоения периода вращательных предельных циклов, а также через перемежаемость, как и в области C_{s1} .

С седло-узловыми бифуркациями колебательных предельных циклов, происходящих на линиях γ_{c2} и γ_{c3} , связано существование области C_d на плоскости (μ, γ) (см. рис. 2), ограниченной частями кривых $\gamma_{c2}, \gamma_{c3}, \gamma_{d1}$ и γ_{d2} , для точек которой в фазовом пространстве U , кроме предельного цикла S_1 , существует еще один предельный цикл колебательного типа S_2 . Соответствующие этому циклу (φ, y) -проекция фазового портрета и зависимость $y(\tau)$ приведены на рис. 3, г. Квазисинхронные режимы системы ФАП–АРУ, определяемые циклами S_1 и S_2 , различаются амплитудами колебаний переменных x и y . В области C_d также имеет место бистабильное поведение модели (2), какой из этих режимов реализуется в системе – это зависит от начальных условий. При переходе из области C_d в область C_{p1} через кривые γ_{c2} и γ_{c3} происходит исчезновение одного из предельных циклов S_1 и S_2 . Таким образом, область $C_p^* = C_{p1} \cup C_d$, граничащая с областью C_s , – это область периодических квазисинхронных режимов системы ФАП–АРУ.

Теперь рассмотрим перестройки поведения системы, находящейся в квазисинхронном режиме, которые происходят при пересечении границ области C_p^* с изменением параметра μ . Характер этих перестроек оказывается различным в зависимости от того, через какую из бифуркационных границ γ_{c1}, γ_{d1} и γ_{d2} происходит выход из области C_p^* . При переходе через кривую γ_{c1} (см. рис. 2) квазисинхронный режим исчезает, в системе наблюдается жесткий переход к периодическому асинхронному режиму колебательно-вращательного предельного цикла L_1 . На рис. 3, д даны

(φ, y) -проекция фазового портрета и зависимость $y(\tau)$, соответствующие этому режиму. При пересечении кривой γ_{d1} вначале система мягко переходит к квазисинхронному режиму предельного цикла S_1^2 , который появляется в результате бифуркации удвоения периода цикла S_1 , а затем следует жесткий переход от режима цикла S_1^2 к периодическому асинхронному режиму колебательно-вращательного типа. При переходе через кривую γ_{d2} и последующем удалении от нее наблюдается иное поведение системы – реализуется последовательность бифуркаций удвоения периода колебательного предельного цикла, которая завершается возникновением хаотического аттрактора P_1 в фазовом пространстве U . Таким образом, в этом случае имеет место мягкий переход системы к хаотическому квазисинхронному режиму аттрактора P_1 . Примеры соответствующих такому режиму (φ, y) -проекции фазового портрета и зависимости $y(\tau)$ приведены на рис. 3, *e*.

Рассмотрим динамическое поведение модели (2) в области C_c , расположенной на диаграмме (μ, γ) (см. рис. 2) справа от области C_{p0} ($C_{p0} = C_p^* \cup C_{p2}$). Область C_c – это область со сложной динамикой модели (2). Для значений параметров из этой области в системе реализуются квазисинхронные и асинхронные режимы различной сложности. При этом в областях C_{d1} и C_{d2} ($C_{d1}, C_{d2} \subset C_c$) существуют и периодические квазисинхронные режимы предельных циклов S_1 и S_2 соответственно. Отметим, что правая граница области C_{d2} имеет сложный характер, она образована бифуркационными кривыми, соответствующими бифуркациям удвоения периода и седло-узловым бифуркациям предельного цикла S_2 .

При исследовании модели (2) в области C_c в качестве варьируемого параметра был выбран параметр инерционности μ , который характеризует степень влияния фильтра второго порядка в цепи фазового управления. С целью получения представления о возможных несинхронных режимах системы ФАП–АРУ, развивающихся в области C_c , обратимся к однопараметрическим бифуркационным диаграммам (μ, y) (рис. 4, *a*) и (μ, x) (рис. 5, *a*), а также к (φ, y) - и (φ, x) -проекциям фазовых портретов и зависимостям $y(\tau)$ и $x(\tau)$, соответствующим аттракторам модели (2) при различных значениях параметра μ (рис. 4, *b–н*, рис. 5, *b–z*).

Диаграмма (μ, y) на рис. 4, *a* построена при значении расстройки $\gamma = 0.625$; она характеризует режимы поведения и бифуркационные переходы, наблюдаемые при выходе из области C_d через границу γ_{d1} и последующем удалении от этой границы. Эта диаграмма отображает эволюцию одновременно существующих квазисинхронных режимов предельных циклов S_1 и S_2 при изменении параметра μ от 1.16 до 2.1. Для динамики системы характерны переходы между периодическими и хаотическими несинхронными режимами. При этом для большей части исследуемого интервала значений μ в системе наблюдаются хаотические асинхронные режимы. Можно выделить следующие три характерные области значений параметра μ . В области $M_1 : \{1.16 < \mu < 1.423\}$ чередующиеся асинхронные режимы сложных предельных циклов и хаотических аттракторов колебательно-вращательного типа существуют одновременно с квазисинхронным периодическим или хаотическим режимом, то есть модель (2) демонстрирует бистабильное поведение. При переходе в область $M_2 : \{1.423 < \mu < 1.676\}$ в системе наблюдается жесткий переход от асинхронного режима хаотического аттрактора W_1 (рис. 4, *b*) к квазисинхронному режиму хаотического аттрактора P_1 (рис. 4, *в*).

В области M_2 поведение системы характеризуется преобразованием режима аттрактора P_1 через периодический квазисинхронный режим предельного цикла S_3

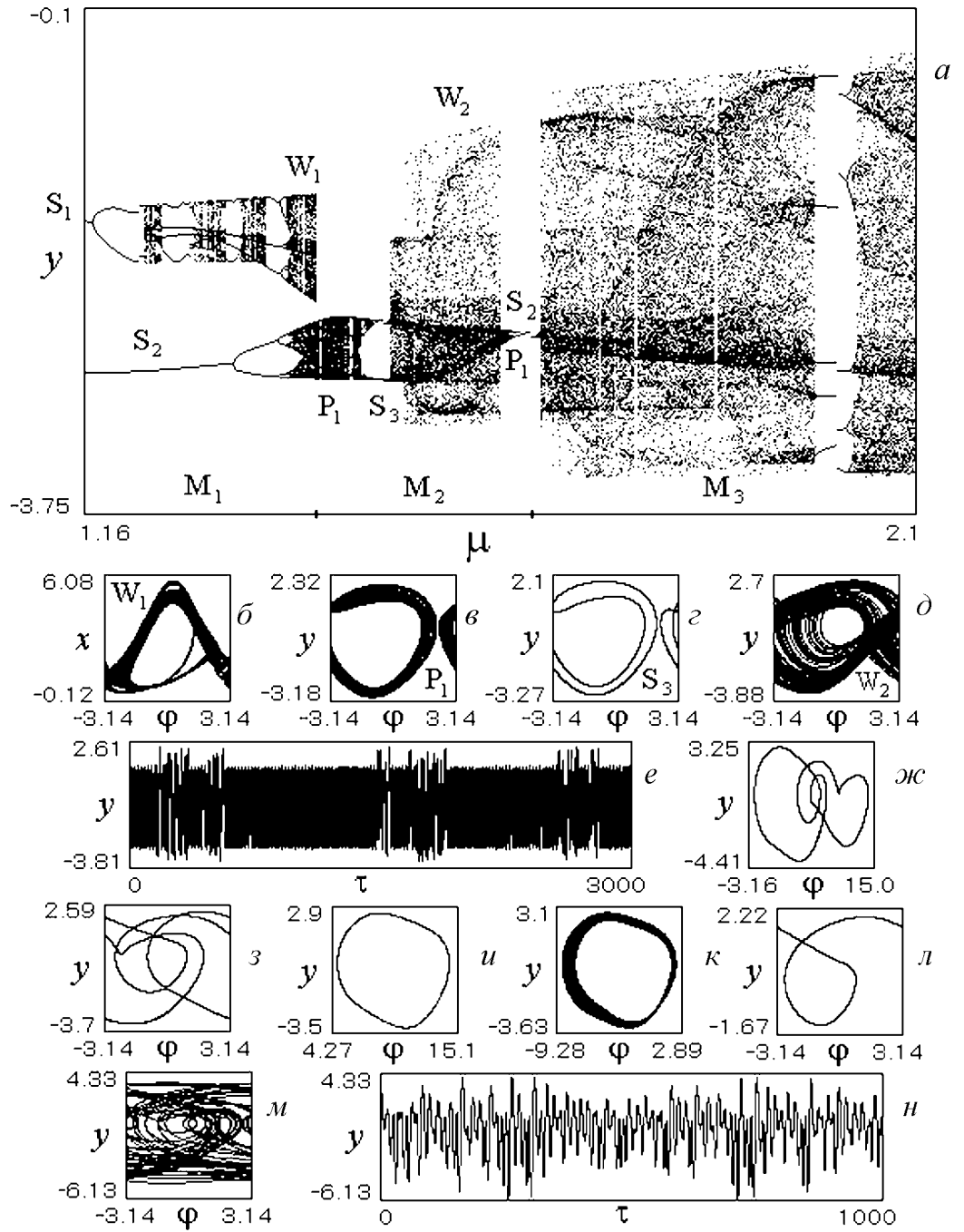


Рис. 4. Диаграмма развития квазисинхронных режимов предельных циклов S_1 и S_2 при изменении параметра μ (а), проекции фазовых портретов и временные реализации $y(\tau)$ для различных несинхронных режимов (б-н) при значениях $\mu=1.422$ (б); 1.47 (в); 1.5 (г); 1.6 (д); 1.63 (е); 1.99 (ж); 2.24 (з); 2.74 (и); 3.07 (к); 4.15 (л); 4.6 (м,н) ($\gamma = 0.625$, $\alpha = 2$, $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2$)

(рис. 4, *з*) в асинхронный режим колебательно-вращательного хаотического аттрактора W_2 (рис. 4, *д*). Примечательно, что с увеличением μ происходит уменьшение числа витков вращательных траекторий в структуре аттрактора W_2 , далее наблюдается явление перемежаемости типа «хаос–хаос». Это явление, иллюстрируемое рис. 4, *е*, характеризуется нерегулярным чередованием на хаотическом аттракторе W_2 коротких стадий вращательных движений и длинных стадий колебательных движений. После исчезновения вращательных движений на аттракторе W_2 система возвращается к квазисинхронному режиму хаотического аттрактора P_1 , который затем мягко преобразуется в периодический квазисинхронный режим предельного цикла S_2 .

При значениях $\mu \in M_3 : \{\mu > 1.676\}$ система, наряду с асинхронными режимами, демонстрирует квазисинхронные режимы иного типа, определяемые колеба-

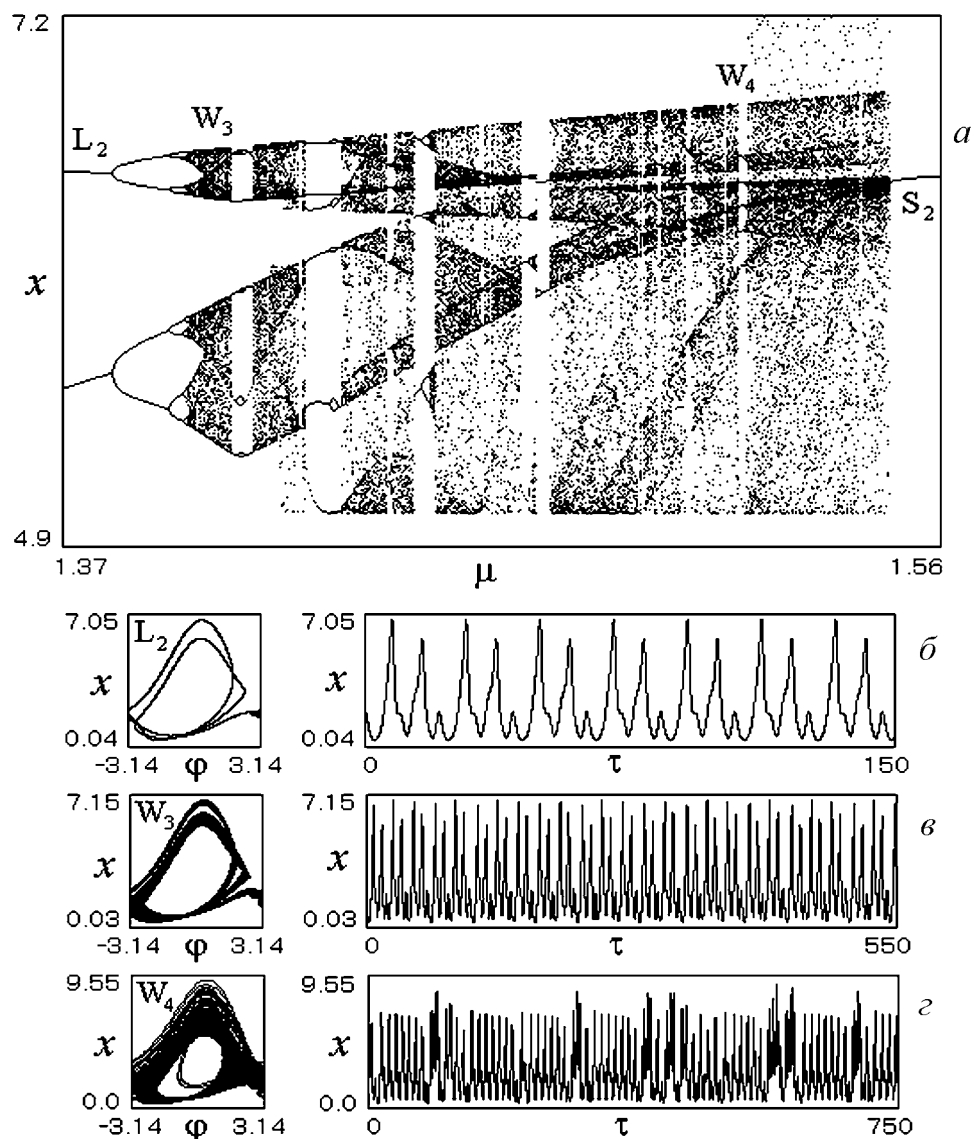


Рис. 5. Развитие асинхронного режима предельного цикла L_2 при изменении параметра μ (*a*) и несинхронные режимы системы при значениях $\mu=1.37$ (*б*); 1.405 (*в*); 1.54 (*г*) ($\gamma = 0.86$, $\alpha = 2$, $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2$)

тельными предельными циклами и хаотическими аттракторами модели (2) с ограниченным диапазоном изменения разности фаз φ , превышающим 2π . Некоторые из таких аттракторов, соответствующих так называемым квазисинхронным режимам с проворотом фазы, изображены на рис. 4, *ж,и,к*. На рис. 4, *з,л,м,н* даны примеры аттракторов асинхронных режимов, которые сменяют квазисинхронные режимы при изменении μ . Переходы к хаотическим квазисинхронным режимам происходят через бифуркации удвоения периода колебательных предельных циклов с проворотом фазы. Хаотические асинхронные режимы возникают на базе хаотических квазисинхронных режимов через перемежаемость типа «хаос–хаос».

Диаграмма (μ, x) на рис. 5, *а* соответствует значению $\gamma = 0.86$ и отражает развитие периодического асинхронного режима, на который система переходит в результате пересечения границы γ_{c1} области C_p^* . В соответствии с этой диаграммой, где стартовым состоянием системы является периодический асинхронный режим колебательно-вращательного предельного цикла L_2 (рис. 5, *б*), динамика системы при изменении параметра μ от 1.37 до 1.56 характеризуется следующими явлениями: переходом к асинхронному режиму колебательно-вращательного хаотического аттрактора W_3 (рис. 5, *в*) через бифуркации удвоения периода цикла L_2 ; нерегулярным чередованием периодических и хаотических режимов колебательно-вращательного типа; жестким переходом от режима колебательно-вращательного хаотического аттрактора W_4 (рис. 5, *г*) к квазисинхронному режиму предельного цикла S_2 (см. рис. 3, *з*). При дальнейшем увеличении μ режим цикла S_2 жестко сменяется режимом колебательно-вращательного хаотического аттрактора, область существования которого прерывается узкими «окнами» сложных предельных циклов. Отметим, что и в рассматриваемом случае хаотические асинхронные режимы колебательно-вращательного типа наблюдаются для большей части исследуемого диапазона изменения параметра μ .

Результаты, представленные на рис. 4 и 5, свидетельствуют о сложной картине перестроек динамического поведения модели (2) при движении внутри области C_c . Численное исследование модели (2) позволило установить, что закономерности ее динамического поведения, представленные на рис. 2–5 (потеря устойчивости синхронного режима, бифуркации периодических движений, переходы к хаотическому поведению по различным сценариям, нерегулярное чередование квазисинхронных и асинхронных режимов различной сложности, существование разнообразных колебательно-вращательных предельных циклов и хаотических аттракторов в фазовом пространстве U , преобразование регулярных колебательно-вращательных аттракторов в хаотические и обратно, изменение соотношения колебательных и вращательных движений в структуре аттракторов, существование колебательных аттракторов с проворотом фазы), характерны и для других значений параметров $\alpha, \beta, \delta, \varepsilon_1$ и ε_2 . На основании этого можно полагать, что результаты, приведенные на рис. 2–5, являются типичными для динамического поведения системы ФАП–АРУ.

Кроме этих результатов, при исследовании модели (2) обнаружено бистабильное поведение системы при изменении параметра связи α , выяснено, что при больших значениях параметра инерционности ε_2 наблюдаются новые явления сложной динамики модели (2), связанные с возможностью существования притягивающих двумерных торов в фазовом пространстве U , которым соответствуют двухчастотные несинхронные режимы системы ФАП–АРУ. Обсудим качественные особенности процессов возникновения и развития таких режимов.

4. Двухчастотные несинхронные режимы

При численном исследовании модели (2) выявлена существенная роль параметра связи α в возникновении и развитии двухчастотных квазисинхронных режимов. Рассмотрим случай, когда значения параметров $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\gamma = 0.1$, $\mu = 5$, $\varepsilon_1 = 1.97$, $\varepsilon_2 = 150$, а параметр α изменяется от 1.6 до 2.6. На рис. 6 и 7 приведены построенные в этом случае бифуркационная диаграмма $\{\alpha, x\}$ и (φ, x) -проекции фазовых портретов, (y, x) -проекции сечения Пуанкаре и временные реализации $x(\tau)$, соответствующие аттракторам модели (2). Начальным состоянием системы при $\alpha = 1.6$ является квазисинхронный режим предельного цикла S_4 (рис. 7, а). При увеличении α цикл S_4 теряет устойчивость, и в фазовом пространстве рождается притягивающий двумерный тор T_1 колебательного типа (рис. 7, б), которому в отображении Пуанкаре соответствует замкнутая инвариантная кривая Γ_1 (рис. 7, в). Тору T_1 соответствует двухчастотный квазисинхронный режим системы ФАП-АРУ.

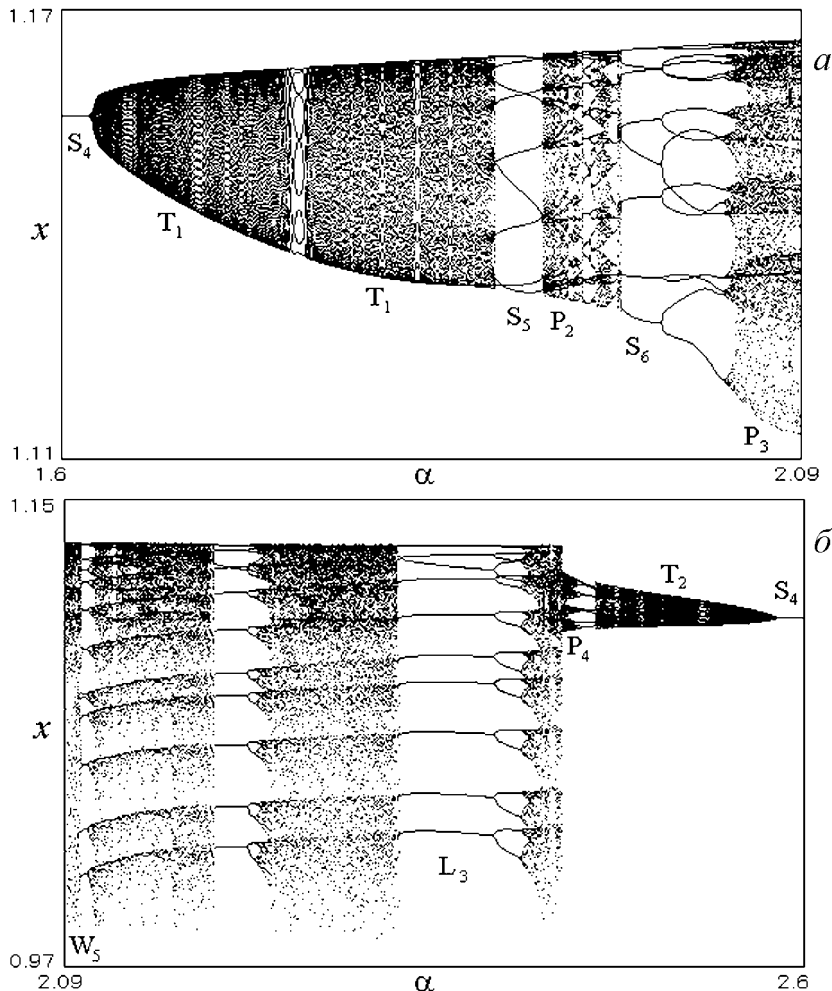


Рис. 6. Эволюция квазисинхронного режима предельного цикла S_4 при изменении параметра связи α ($\gamma = 0.1$, $\mu = 5$, $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\varepsilon_1 = 1.97$, $\varepsilon_2 = 150$)

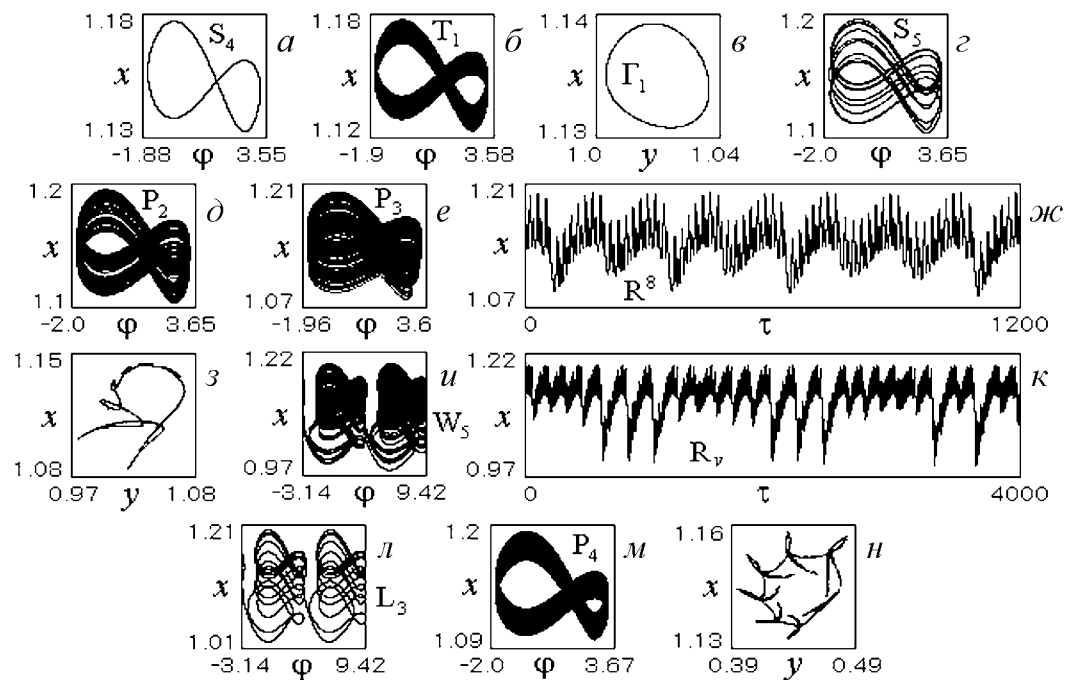


Рис. 7. Аттракторы несинхронных режимов при значениях параметра $\alpha = 1.6$ (а); 1.65 (б, в); 1.9 (z); 1.946 (д); 2.08 (е, ж, з); 2.097 (и, к); 2.35 (л); 2.436 (м, н) ($\gamma = 0.1$, $\mu = 5$, $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\varepsilon_1 = 1.97$, $\varepsilon_2 = 150$)

Далее в интервале $1.623 < \alpha < 1.92$ имеет место чередование режима тора T_1 и режимов резонансных многооборотных колебательных предельных циклов, один из которых – девятиоборотный цикл S_5 приведен на рис. 7, z. Начиная со значения $\alpha = 1.92$, наблюдается искажение формы замкнутой инвариантной кривой Γ_1 , что свидетельствует о постепенном преобразовании тора T_1 в хаотический аттрактор P_2 (рис. 7, д) типа тор-хаос [13]. Режим аттрактора P_2 прерывается режимами многооборотных колебательных предельных циклов, из которых наибольшую область существования имеет восьмиоборотный цикл S_6 . При дальнейшем увеличении α режим цикла S_6 через бифуркации удвоения периода преобразуется в режим колебательного хаотического аттрактора P_3 (рис. 7, е, ж, з). При $\alpha > 2.088$ в структуре аттрактора P_3 появляются витки вращательных фазовых траекторий, что свидетельствует о преобразовании его в колебательно-вращательный хаотический аттрактор W_5 (рис. 7, и, к).

При изменении α в интервале $2.09 < \alpha < 2.432$ динамика системы характеризуется чередованием хаотических аттракторов и сложных предельных циклов колебательно-вращательного типа, которые отличаются числом витков колебательных траекторий. На рис. 7, л приведен один из таких циклов – цикл L_3 с девятью витками колебательных движений. Хаотизация колебаний в режимах этих циклов осуществляется через бифуркации удвоения периода. Когда α превышает значение 2.432 , система через перемежаемость «хаос-хаос» переходит от режима колебательно-вращательного хаотического аттрактора к квазисинхронному режиму хаотического аттрактора P_4 (рис. 7, м, н). С дальнейшим увеличением α режим аттрактора P_4 преобразуется через режим предельного цикла, подобного циклу S_5 (рис. 7, z), в квазисинхронный двухчастотный режим тора T_2 , подобного тору T_1

(рис. 7, б, в). Затем режим тора T_2 мягко преобразуется в квазисинхронный режим предельного цикла, подобного циклу S_4 (рис. 7, а) – система возвращается к исходному квазисинхронному режиму.

Существование двумерных вращательных торов в фазовом пространстве модели (2) установлено в случае, когда значения параметров $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\alpha = 5$, $\mu = 5$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 150$, а расстройка γ является варьируемым параметром. На рис. 8 и 9 приведены примеры (φ, y) -проекций фазовых портретов, (y, x) -проекций сечений Пуанкаре и реализаций колебательных процессов $y(\tau)$, отвечающих различным регулярным и хаотическим режимам системы ФАП–АРУ при изменении γ от 0.85 до 0.32. При $\gamma = 0.85$ в фазовом пространстве U существует двухоборотный (4л-периодический по φ) вращательный предельный цикл L_4 (рис. 8, а). При уменьшении γ происходит потеря устойчивости цикла L_4 через бифуркацию рождения устойчивого двумерного вращательного тора T_3 (рис. 8, б), которому соответствуют замкнутые инвариантные кривые Γ_2^1 и Γ_2^2 отображения Пуанкаре (рис. 8, в). Тору T_3 отвечает двухчастотный асинхронный режим системы.

При дальнейшем уменьшении γ наблюдаются следующие явления: чередование режима тора T_3 и периодических асинхронных режимов на многооборотных вращательных предельных циклах; постепенное вырождение тора T_3 в хаотический аттрактор W_6 типа тор-хаос (рис. 8, г, д); чередование хаотических режимов (рис. 8, е, ж, з) и периодических режимов двухоборотного, четырехоборотного (8л-периодического по φ) (рис. 8, и) и трехоборотного (6л-периодического по φ) (рис. 8, к) вращательных предельных циклов. Затем наблюдается эффект потери

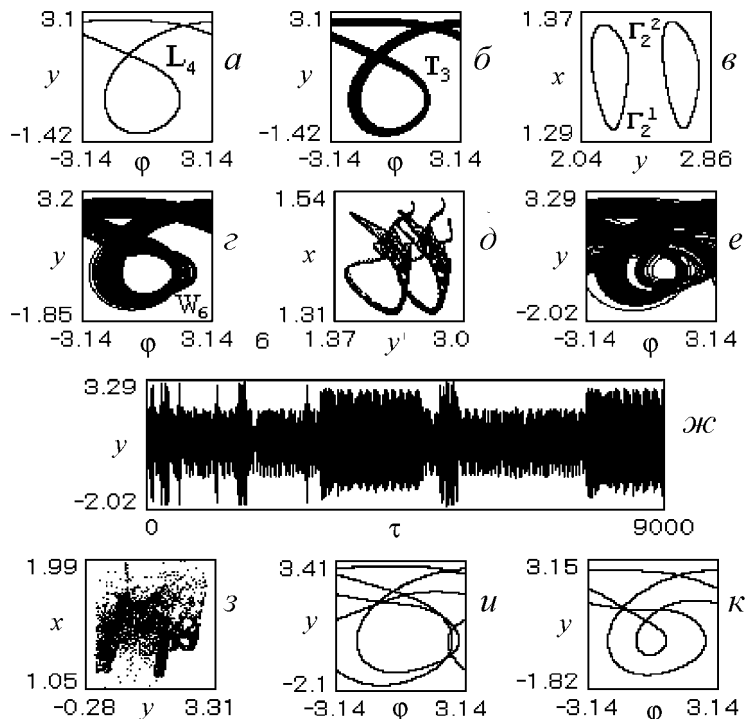


Рис. 8. Аттракторы асинхронных режимов при значениях $\gamma = 0.853$ (а); 0.845 (б, в); 0.819 (г, д); 0.818 (е, ж, з); 0.8038 (и); 0.65 (к) ($\mu = 5$, $\alpha = 5$, $\beta = 1.1$, $\delta = 1.25$, $\varepsilon_1 = 1.97$, $\varepsilon_2 = 150$)

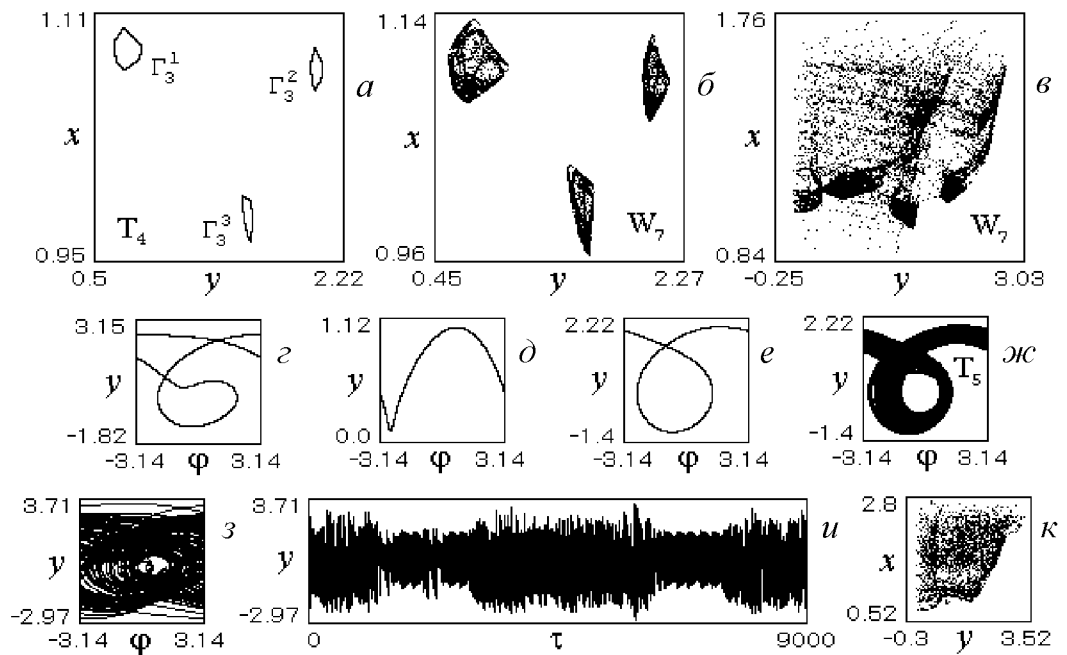


Рис. 9. Асинхронные режимы, развивающиеся на базе трехоборотного вращательного предельного цикла при уменьшении расстройки γ : $\gamma = 0.646$ (а); 0.643 (б); 0.636 (в); 0.625 (з); 0.45 (д); 0.362 (е); 0.323 (ж); 0.32 (з,и,к) ($\mu = 5, \alpha = 5, \beta = 1.1, \delta = 1.25, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 150$)

устойчивости трехоборотного цикла с рождением в фазовом пространстве U притягивающего двумерного тора T_4 , которому соответствуют замкнутые инвариантные кривые Γ_3^1, Γ_3^2 и Γ_3^3 отображения Пуанкаре (рис. 9, а). Дальнейшее движение по параметру γ приводит к разрушению тора T_4 и переходу к режиму хаотического аттрактора W_7 (рис. 9, б, в). Область существования аттрактора W_7 прерывается областями, в которых существуют периодические асинхронные режимы вращательных предельных циклов (рис. 9, з, д, е). При этом переходы между периодическими и хаотическими режимами осуществляются через прямые и обратные бифуркации удвоения периода, через перемежаемость, а также в результате седло-узловых бифуркаций предельных циклов. Далее на базе вращательного предельного цикла, (φ, y) -проекция фазового портрета которого приведена на рис. 9, е, снова возникает двухчастотный асинхронный режим тора T_5 (рис. 9, ж), который затем также преобразуется в хаотический асинхронный режим (рис. 9, з, и, к).

Заключение

В данной работе приведены результаты изучения режимов поведения и явлений нелинейной динамики в автогенераторной системе с фазовой автоподстройкой частоты и автоматическим регулированием усиления, полученные с помощью качественно-численного исследования соответствующей математической модели (2) – динамической системы с двумя степенями свободы в цилиндрическом фазовом пространстве. Установлено, что модель (2) может иметь аттракторы различной сложности – от состояния равновесия до хаотических аттракторов колебательного, вращательного и колебательно-вращательного типа, которым соответствуют синхронный,

квазисинхронные и асинхронные режимы исследуемой системы. Получены условия существования синхронного режима, определяющие границу области C_0 удержания этого режима.

Выяснено, что потеря устойчивости синхронного режима сопровождается мягким возникновением периодического квазисинхронного режима, в то время как исчезновение синхронного режима приводит к жесткому переходу системы к периодическому или хаотическому асинхронному режиму. Внутри области удержания C_0 выделены область C_s глобальной устойчивости синхронного режима (область захвата) и область C_{s1} , соответствующая сосуществованию синхронного и асинхронных режимов различной сложности. Границы области захвата определяются бифуркациями модели (2), связанными с потерей устойчивости состояния равновесия, образованием петли сепаратрисы седло-фокуса и слиянием устойчивого и седлового состояний равновесия. Проанализировано изменение поведения системы при переходе через границы областей захвата и удержания. В области неустойчивости синхронного режима выделены область периодических квазисинхронных режимов, примыкающая к области захвата, и область со сложной динамикой модели (2), в которой у системы существуют периодические и хаотические несинхронные режимы колебательного, вращательного и колебательно-вращательного типа. Обнаружена сложная картина перестройки динамического поведения системы при движении с изменением параметров внутри области со сложной динамикой, свидетельствующая о неоднородной структуре этой области.

Сравнительный анализ результатов, полученных при исследовании модели (2), с результатами исследования динамики отдельной системы фазовой автоподстройки частоты с фильтром второго порядка, полученными в [12], показывает, что многие динамические режимы и явления, обнаруженные в такой системе (потеря устойчивости синхронного режима, бифуркационные механизмы возникновения несинхронных режимов, квазисинхронные режимы с проворотом фазы), свойственны и системе ФАП–АРУ. Это свидетельствует о сильном влиянии свойств поведения цепи фазового управления на динамику системы ФАП–АРУ. Наряду с этим установлена возможность существования в системе ФАП–АРУ двухчастотных квазисинхронных и асинхронных режимов, обусловленная наличием цепи автоматического регулирования амплитуды. Выяснено, что в процессах возникновения и развития таких режимов значительную роль играют параметр связи и начальная частотная расстройка. Примечательно, что, в отличие от отдельной системы ФАП, система ФАП–АРУ демонстрирует различное поведение в зависимости от знака начальной частотной расстройки γ . Это связано с отсутствием у модели (2) свойства симметрии структуры разбиения пространства параметров относительно замены $\gamma \rightarrow -\gamma$.

Для применения системы ФАП–АРУ в задачах следящей оценки параметров принимаемого сигнала наибольший интерес представляют результаты о границах области захвата C_s , которая является характеристикой устойчивости реализуемого системой ФАП–АРУ алгоритма оптимальной обработки по отношению к вариациям параметров системы, и результаты об изменении характера динамики системы при переходе границ областей захвата и удержания. Эти результаты также дают представление об особенностях поведения системы в процессе вхождения в режим слежения и после нарушения этого режима. В плане расширения круга возможного применения рассматриваемой системы представляют интерес приведенные в работе результаты о развитии и преобразовании несинхронных режимов в области со

сложной динамикой модели (2) при изменении параметров инерционности, степени связи и начальной частотной расстройке. Эти результаты могут быть использованы при решении задач управления свойствами и областями существования различных несинхронных режимов с помощью изменения указанных параметров системы с целью ее перевода в желаемый стационарный режим.

Библиографический список

1. *Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А.* Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972.
2. *Линдсей В.* Системы синхронизации в связи и управлении. М.: Сов. радио, 1978.
3. Системы фазовой синхронизации / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982.
4. *Тихонов В.И., Кульман Н.К.* Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
5. *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
6. *Ярлыков М.С.* Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
7. *Кульман Н.К., Жеронкина Н.Н.* Помехоустойчивость оптимального приема квазигармонического процесса со взаимно коррелированными амплитудой и фазой // Радиотехника и электроника. 1969. Т. 14, № 11. С. 2050.
8. *Постнов Д.Э., Баланов А.Г.* Синхронизация в хаотических системах со счетным числом состояний равновесия // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5, № 1. С. 69.
9. *Пономаренко В.П.* О режимах работы и области захвата системы фазовой синхронизации с целью автоматического регулирования усиления (АРУ) // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 21, № 10. С. 2023.
10. *Дмитриев А.С., Широков М.Е.* Выбор генератора для прямохаотической системы связи // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 7. С. 840.
11. *Дмитриев А.С., Клецов А.В., Кузьмин Л.В.* Генерация сверхширокополосного фазового хаоса в дециметровом диапазоне // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54, № 7. С. 709.
12. *Матросов В.В., Шалфеев В.Д.* Динамический хаос в фазовых системах: Учебное пособие. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 2007.
13. *Шильников Л.П., Шильников А.Л., Тураев Д.В., Чуа Л.* Методы качественной теории в нелинейной динамике. Часть 2. Москва; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009.
14. *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
15. Динамика нелинейных систем. Программный комплекс для исследования нелинейных динамических систем с непрерывным временем: Учебно-методическая разработка / Сост. В.В. Матросов. Н.Новгород: ННГУ, 2002.

*НИИ Прикладной математики
и кибернетики ННГУ*

*Поступила в редакцию 28.09.2009
После доработки 23.03.2010*

BIFURCATIONS AND OSCILLATORY MODES IN COMPLEX SYSTEM WITH PHASE CONTROL

V.P. Ponomarenko

The results are produced of research of dynamical modes and bifurcation in a complex system with phase control, based on mathematical model with two degrees of freedom in the cylindrical phase space. The location of domains corresponding to different dynamical states of the system is established. The processes developing in the system as a result of loss stability of the synchronous mode, and scenarios of evolution of nonsynchronous modes under variation of system parameters are investigated. The possibility to stimulate the generation of various periodic and chaotic oscillations changing the parameters of control loops inertia, coupling power and the initial frequency detuning is revealed.

Keywords: Systems with phase control, dynamic states, stability, bifurcation, attractors, synchronous and nonsynchronous modes, dynamical chaos.

Пономаренко Валерий Павлович – родился в Мурманске (1941), окончил Горьковский университет (1963). С 1968 года работает в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики при Нижегородском университете (НИИ ПМК при ННГУ). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1972) и доктора физико-математических наук (1993) в области теории синхронизации, теории колебаний и динамики систем. С 1991 года – заместитель директора НИИ ПМК при ННГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, применение нелинейной динамики в радиоавтоматике синхронизация автоколебательных систем, математическое моделирование. Один из авторов монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации». Опубликовал много научных статей по направлениям, указанным выше.

603005, Н. Новгород, ул. Ульянова, 10
НИИ Прикладной математики и кибернетики при ННГУ
E-mail: povp@uic.nnov.ru

