

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ В МОДЕЛИ ЛАМПЫ С ПОПЕРЕЧНЫМ ТОКОМ

Д.Н. Хренов

Методом последовательных приближений строится аналитическая теория лампы с поперечным током. Рассматривается взаимодействие волн пространственного заряда с полем. Расчеты показывают, что учет встречной волны существенно меняет картину энергообмена – происходит смещение нулевых значений мощности реактивного взаимодействия на $\pi/3$.

Ключевые слова: Лампа с поперечным током, метод последовательных приближений, аналитическая теория, волны пространственного заряда, энергообмен.

Введение

Существует несколько моделей взаимодействия волн в электронных потоках с электромагнитными волнами применительно к лампе с поперечным током (ЛПТ) [1]. Первое теоретическое и экспериментальное исследование ЛПТ проведено в работах [2, 3]. Некоторые результаты теории ЛПТ приведены в работах [4, 5]. Наиболее полное изучение ЛПТ было проведено Р.А. Дудником в рамках его диссертационной работы [6]. Более простой вариант модели Дудника Р.А. изложен в работе [7].

В последние годы интерес к ЛПТ появился вновь в связи с распределенными усилителями с автоэмиссией [8]. В настоящей статье сделана попытка создания элементарной аналитической теории ЛПТ применительно к модели, описанной в работе Данна и Хармана [3].

1. Модель и результаты аналитической теории

На рис. 1 представлена модель ЛПТ с наклонным относительно потока мощности направлением движения электронов [3]. Уравнение, описывающее ток, сгруппированный в поле $E(z) e^{jt\omega}$ в одномерной модели, запишем в стандартной форме

$$i(z) = \frac{jI_0}{2V_0} \int_0^z E(\zeta) \beta_e \frac{\sin \beta_p(z - \zeta)}{\beta_p} \exp(-j\beta_e(z - \zeta)) d\zeta, \quad (1)$$

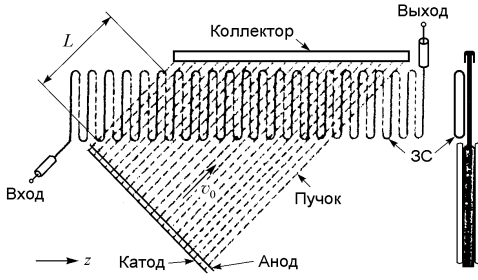


Рис. 1. Модель лампы с поперечным током Дана и Хармана [3]

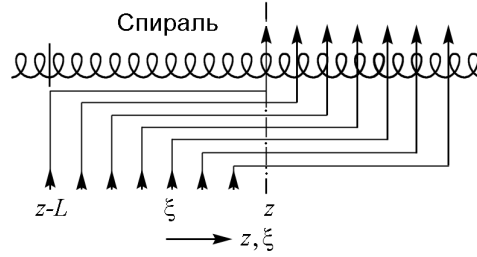


Рис. 2. Часть лампы в окрестности точки z, ξ -координата влета элемента тока в пространство взаимодействия [3]

где I_0 – постоянный ток пучка, V_0 – напряжение пучка, $\beta_e = \omega/v_0$, $\beta_p = \omega_p/v_0$, ω – круговая частота переменного электрического поля, ω_p – плазменная частота, v_0 – скорость электронов.

Следуя [3], перейдем от схемы, изображенной на рис. 1, к эквивалентной ей модели, представленной на рис. 2. Для этого запишем уравнение (1) для элемента тока пучка $I_0 = J_0 d\xi$, где J_0 – линейная плотность тока. Проинтегрируем полученное выражение по всей длине. Тогда

$$i(z) = \frac{jJ_0}{2V_0} \int_{z-L}^z \int_{\xi}^z E(\zeta) \beta_e \frac{\sin(\beta_p(z-\zeta))}{\beta_p} \exp(-j\beta_e(z-\zeta)) d\zeta d\xi. \quad (2)$$

Уравнение для поля имеет стандартный вид (см., например, [9])

$$E(z) = E_0 \exp(-j\beta_0 z) - \frac{\beta_0^2 K}{2} \int_0^z i(\zeta) \exp(-j\beta_0(z-\zeta)) d\zeta - \frac{\beta_0^2 K}{2} \int_z^L i(\zeta) \exp(j\beta_0(z-\zeta)) d\zeta, \quad (3)$$

где $\beta_0 = \omega/v_\phi$, v_ϕ – фазовая скорость, K – сопротивление связи, L – длина взаимодействия.

Решая полученную систему уравнений (2), (3) методом последовательных приближений [10], в первом приближении получим следующее решение:

$$E(z) = E_0 \exp(-j\beta_0 z) - E_0 (2\pi CN)^3 \{ \exp(-j\beta_0 z) F_1(\Phi_0, \theta_p) + \exp(-j\beta_0 z) F_2(\Phi_0, \theta_p, \bar{\Phi}_0) + \exp(j\beta_0 z) F_3(\Phi_0, \theta_p, \bar{\Phi}_0) \}, \quad (4)$$

где

$$F_1(\Phi_0, \theta_p) = -\frac{j}{\Phi_0^2 - \theta_p^2} + \frac{2\Phi_0}{(\Phi_0^2 - \theta_p^2)^2} - \frac{\exp(-j\Phi_0 + j\theta_p)}{2\theta_p(\Phi_0 - \theta_p)^2} + \frac{\exp(-j\Phi_0 - j\theta_p)}{2\theta_p(\Phi_0 + \theta_p)^2},$$

$$F_2(\Phi_0, \theta_p, \bar{\Phi}_0) = -\frac{1}{2(\Phi_0 - \bar{\Phi}_0)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\Phi_0}{\Phi_0^2 - \theta_p^2} + \frac{2j\Phi_0^2}{(\Phi_0^2 - \theta_p^2)^2} - \frac{j\Phi_0 \exp(-j\Phi_0 + j\theta_p)}{2\theta_p(\Phi_0 - \theta_p)^2} + \frac{j\Phi_0 \exp(-j\Phi_0 - j\theta_p)}{2\theta_p(\Phi_0 + \theta_p)^2} \right\},$$

$$F_3(\Phi_0, \theta_p, \bar{\Phi}_0) = -\frac{\exp(2j\Phi_0 - 2j\bar{\Phi}_0)}{2(\Phi_0 - \bar{\Phi}_0)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\Phi_0^2 - \theta_p^2} + \frac{2j\Phi_0}{(\Phi_0^2 - \theta_p^2)^2} - \frac{j \exp(-j\Phi_0 + j\theta_p)}{2\theta_p(\Phi_0 - \theta_p)^2} + \frac{j \exp(-j\Phi_0 - j\theta_p)}{2\theta_p(\Phi_0 + \theta_p)^2} \right\}.$$

Здесь F_1, F_2, F_3 – функции, характеризующие эффективность энергообмена прямых и обратных волн; $\theta_p = \beta_p L$; $C_0 = (J_0 L K / (4V_0))^{1/3}$; $\Phi_0 = L(\beta_e - \beta_0)$ – относительный угол пролета; $\bar{\Phi}_0 = L\beta_e$ – абсолютный угол пролета.

Очевидно, что при подстановке выражения (2) в (3) должно получиться четыре функции: две для взаимодействия медленной волны пространственного заряда с прямой и встречной волнами напряженности электрического поля и две – для быстрой. Однако удобнее записать именно три функции, чтобы посмотреть, как повлияет учет встречной волны на общую картину взаимодействия.

Дальнейший анализ проводился при фиксированном значении параметра $\bar{\Phi}_0 = 0.5$.

2. Результаты расчетов

Отметим, что первый интеграл в уравнении (3) дает только одно слагаемое в качестве добавки к заданному полю. Этой добавке соответствует функция $F_1(\Phi_0, \theta_p)$ (рис. 3), которая точно совпадает с уже известной аналогичной функцией из элементарной теории лампы бегущей волны [10].

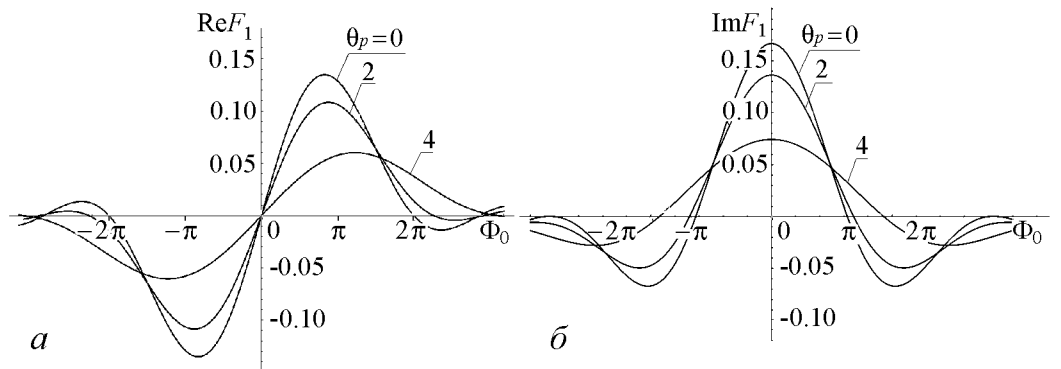


Рис. 3. Реальная (а) и мнимая (б) части функции $F_1(\Phi_0, \theta_p)$ при различных значениях θ_p

Рассмотрим случай нулевого пространственного заряда. Максимальная передача энергии волне происходит при $\Phi_0 = -\pi$. В этом случае электроны движутся несколько быстрее волны. Передача энергии происходит и в том случае, когда они движутся существенно быстрее волны (например, $\Phi_0 = -3\pi$); однако эффективность такого энергообмена невелика. При увеличении тока с катода происходит «расползание» функций F_i за счет увеличения разности фаз элементарных волн. Наблюдается уменьшение амплитуды, из чего следует, что эффективность энергообмена снижается (подробнее см., например, [10]).

Теперь рассмотрим, какое влияние оказывает учет встречной волны. На рис. 4 представлены реальная и мнимая части суммы функций $F_1(\Phi_0, \theta_p)$ и $F_2(\Phi_0, \theta_p, \bar{\Phi}_0)$. Как и в предыдущем случае, номер кривой соответствует значению θ_p . Видно, что графики сместились, приблизительно, на $\Phi_0 = \pi/3$, что имеет существенное значение. Максимальная передача энергии теперь происходит при $\Phi_0 = -(4\pi/3 + 2\pi n)$. При этом амплитуда увеличилась примерно на 10%, что свидетельствует об увеличении эффективности энергообмена.

Функция $F_3(\Phi_0, \theta_p, \bar{\Phi}_0)$, соответствующая добавке к полю в виде встречной волны $\exp(j\beta_0 z)$, представлена на рис. 5. При увеличении пространственного заряда вновь наблюдается «расползание» и уменьшение амплитуды. График для удобства восприятия построен только при значении $\theta_p = 0$.

Мнимая часть в данном случае обращается в ноль при $\Phi_0 = -(4\pi/3 + 2\pi n)$.

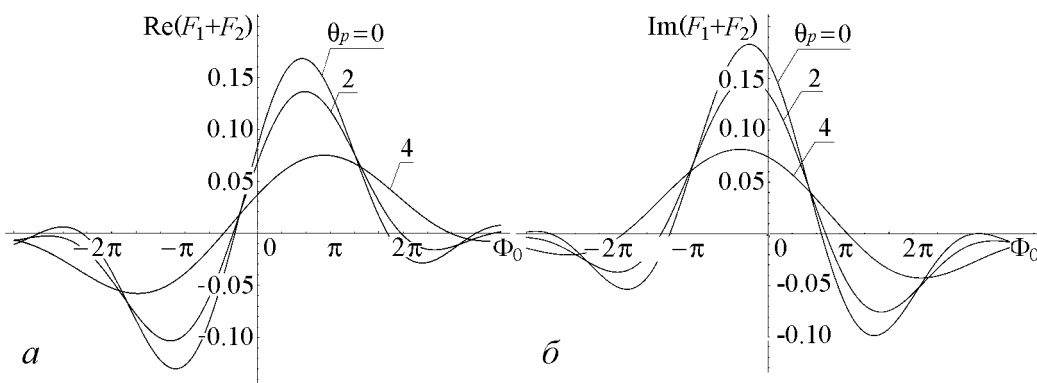


Рис. 4. Реальная (а) и мнимая (б) части функции $F_1(\Phi_0, \theta_p) + F_2(\Phi_0, \theta_p, \bar{\Phi}_0)$ при различных значениях θ_p

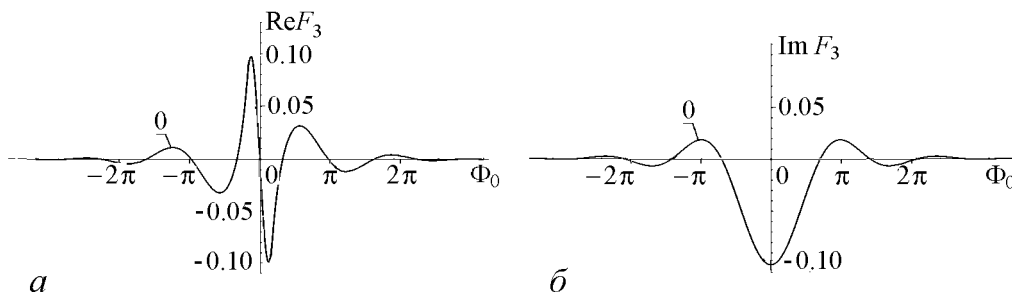


Рис. 5. Реальная (а) и мнимая (б) части функции $F_3(\Phi_0, \theta_p, \bar{\Phi}_0)$ при значении $\theta_p = 0$

Значения реальной части функции при данных относительных углах пролета близки к локальным минимумам, но амплитуды этих минимумов в несколько раз меньше, чем у функций, представленных на рис. 3 и 4, и их учет не изменит характера функций, представленных на рис. 4.

Выводы

В рамках модели, предложенной Данном и Харманом, методом последовательных приближений построена аналитическая теория лампы с поперечным током. Отмечено, что, несмотря на существенные различия между рассматриваемой моделью и моделью лампы с бегущей волной, решение задачи для лампы с поперечным током в первом приближении (с учетом только прямой волны) точно повторяет решение задачи для лампы с бегущей волной. Расчеты показали, что учет встречной волны в уравнении для поля существенно меняет картину энергообмена, а именно, происходит смещение на $\pi/3$ нулевых значений мощности реактивного взаимодействия и, соответственно, минимумов мощности активного взаимодействия. Поэтому можно с уверенностью сказать, что учет встречной волны для лампы с поперечным током необходим даже в первом приближении.

Библиографический список

1. Клеен В., Пёшль К. Введение в электронику сверхвысоких частот М.: Сов. радио, 1963. С. 231.
2. Dunn D.A., Harman W.A. An experimental transverse-current traveling-wave tube// PIRE. 1956 Vol. 44. P. 888.
3. Dunn D.A., Harman W.A., Field L.M., Kino G.S. Theory of transverse-current traveling-wave tube// PIRE. 1956. Vol. 44. P. 879.
4. Петин Г.П. К теории лампы с поперечным током// Радиотехника и электроника. 1962. № 7. С. 1941.
5. Петин Г.П. Исследование лампы с поперечным током и перекошенной спиралью// Радиотехника и электроника. 1962. № 7. С. 1948.
6. Дудник Р.А. Некоторые вопросы теории взаимодействия электронных потоков с электромагнитными волнами в двумерных замедляющих системах: Дис... канд. физ.-мат. наук, 1971.
7. Doehler O., Mourier G. Theory of two-dimensional travelling wave tube. Munchen: Microwellenrohren, 1960. P. 90.
8. Трубецков Д.И., Рожнев А.Г., Соколов Д.В. Лекции по сверхвысокочастотной вакуумной микроэлектронике. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996. С. 158.
9. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2-х т. Т.1. М.: Физматлит, 2003. 496 с.
10. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитически методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970.

Саратовский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского

Поступила в редакцию 3.03.2011

ELEMENTARY THEORY OF INTERACTION BETWEEN SPACE CHARGE WAVES AND ELECTROMAGNETIC WAVES FOR THE TRANSVERSE-CURRENT TRAVELING-WAVE TUBE

D.N. Khrenov

Analytical theory for the transverse-current traveling-wave tube has been created with the use of successive approximations method. Interaction between space charge waves and electromagnetic waves has been examined. Numerical calculations have shown that the inclusion of the backward wave significantly changes the pattern of interchange of energy – there is a shift of zero values of reactive interaction power by $\pi/3$.

Keywords: Transverse-current traveling-wave tube, successive approximations method, analytical theory, space charge waves, interchange of energy.



Хренов Дмитрий Николаевич – родился в Саратове (1989). Окончил Лицей прикладных наук. Студент 5 курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского. Научные интересы – взаимодействие электронных потоков и волн в режиме слабых и сильных сигналов.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
E-mail: johnscoffe@mail.ru