



ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ КОЛЬЦА ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ СИНХРОНИЗАЦИИ ВРЕМЕННЫХ МАСШТАБОВ*

М.О. Журавлев, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов

В работе исследуется перемежающееся поведение, наблюдающееся на границе синхронных временных масштабов взаимодействующих хаотических осцилляторов, находящихся в синхронном режиме. Режим синхронизации временных масштабов характеризуется тем, что система демонстрирует синхронную динамику в определенном диапазоне временных масштабов, в то время как процессы на других масштабах остаются асинхронными. На основе анализа статистических характеристик перемежающегося поведения (распределений длительностей ламинарных участков поведения, зависимости средней длительности ламинарного участка от параметра надкритичности) установлено, что выявленный тип перемежающегося поведения является перемежаемостью кольца.

Ключевые слова: Синхронизация временных масштабов, непрерывное вейвлетное преобразование, перемежаемость кольца.

Введение

Перемежаемость является фундаментальным явлением, наблюдаемым в нелинейных системах. В частности, одним из универсальных сценариев перехода от периодических движений к хаотическим является переход через перемежаемость [1, 2]. В настоящее время существует определенная классификация перемежающегося поведения, в частности, выделяют перемежаемости типов I–III [3, 4], «on-off»-перемежаемость [5–7], перемежаемость «игольного ушка» [8], перемежаемость кольца [9] и др. Все эти типы перемежаемости наблюдаются в различных физических и биологических системах [10, 11].

Особый интерес в исследовании перемежающегося поведения нелинейных систем связан с изучением состояний, которые реализуются на границе установления синхронных режимов. В настоящее время существует большое количество работ (см., например [9, 12]), в которых установлено, что переход от синхронного режима

*Статья написана по материалам доклада на IX Международной школе «Хаотические автоколебания и образование структур», Саратов, Россия, 4–9 октября, 2010.

к асинхронному осуществляется, как правило, через перемежающееся поведение, наблюдаемое вблизи границы синхронизации [10, 13].

В настоящее время выявлено несколько типов синхронного поведения однонаправленно и взаимно связанных динамических систем, таких как фазовая синхронизация [14], обобщенная синхронизация [15, 16], синхронизация с запаздыванием [10], полная синхронизация [17], синхронизация временных масштабов [18, 19] и др., каждый из которых обладает своими специфическими особенностями и методами диагностики, причем каждому из типов синхронизации предшествует свой определенный тип перемежаемости.

Из всех известных типов синхронного поведения особый интерес для изучения представляет синхронизация временных масштабов [18, 19]. Этот тип синхронной хаотической динамики позволяет рассматривать с единых позиций все типы хаотической синхронизации, перечисленные выше. Более того, он может быть диагностирован даже в тех случаях, когда детектирование других типов синхронного поведения оказывается проблематичным (например, диагностирование режима фазовой хаотической синхронизации в случае фазово-некогерентного аттрактора [20]), что делает его широко распространенным и важным в различных практических приложениях. В то же самое время, изучение перемежающегося поведения на границе синхронизации временных масштабов до настоящего момента не проводилось, хотя результаты такого исследования позволили бы более глубоко понять механизмы установления этого типа хаотической синхронизации в связанных системах.

В настоящей работе рассматривается поведение двух однонаправленно связанных систем Ресслера на границе синхронных и асинхронных временных масштабов. При изменении масштаба наблюдения в этом случае происходит смена наблюдаемого типа поведения с синхронного на асинхронный (или наоборот). В работе рассмотрен вопрос о том, каким закономерностям подчиняется такая смена поведения, что обеспечивает понимание механизмов перехода от синхронного поведения к асинхронному в случае синхронизации временных масштабов.

Структура настоящей работы следующая: в разделе 1 кратко изложена концепция, лежащая в основе рассмотрения синхронного поведения связанных систем на различных временных масштабах и вводятся необходимые понятия; раздел 2 посвящен описанию модельной системы, для которой проводились исследования; результаты исследований подробно описаны в разделе 3; основные выводы сформулированы в Заключение.

1. Синхронизация временных масштабов

Как известно, нелинейные динамические системы часто демонстрируют хаотическую динамику, которая характеризуется сплошным спектром. Сплошной спектр является отражением того, что в поведении системы присутствуют разномасштабные колебания, поэтому, чтобы достаточно полно описать динамику подобных систем, необходимо осуществлять анализ того, что происходит на разных временных масштабах (на разных частотах). При взаимодействии осцилляторов, характеризующихся сложной динамикой, возможна синхронизация различных колебательных паттернов, при этом синхронное поведение в одном диапазоне частот может сопро-

вождаться асинхронной динамикой в других частотных диапазонах. Подобный эффект проявляется, например, в последовательной синхронизации спектральных компонент фурье-спектров взаимодействующих систем при переходе от режима фазовой к режиму полной хаотической синхронизации с увеличением параметра связи [21].

Для описания подобных типов поведения взаимодействующих систем с хаотической динамикой используется подход, названный синхронизацией временных масштабов. Концепция синхронизации временных масштабов [18] основана на рассмотрении динамики систем на различных временных масштабах s и введении непрерывного множества фаз исследуемых сигналов связанных хаотических систем. Выбирая определенный фиксированный временной масштаб s , можно рассматривать колебательные процессы, происходящие в системе на данном временном масштабе. Синхронизация временных масштабов означает, что на определенном интервале временных масштабов $[s_l; s_h]$, вводимых в рассмотрение с помощью непрерывного вейвлетного преобразования

$$W(s, t_0) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t - t_0}{s} \right) dt \quad (1)$$

с материнским вейвлетом Морле

$$\psi(\eta) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \exp(j\Omega_0\eta) \exp\left(\frac{-\eta^2}{2}\right), \quad (2)$$

где $\Omega_0 = 2\pi$, наблюдается синхронная динамика. При этом колебательные процессы в этих системах, характеризующиеся другими временными масштабами, остаются несинхронизованными. Вейвлетная поверхность

$$W(s, t_0) = |W(s, t_0)| e^{j\varphi_s(t_0)} \quad (3)$$

характеризует поведение системы на каждом временном масштабе s в любой момент времени t_0 . Величина $|W(s, t_0)|$ характеризует интенсивность процессов, происходящих на соответствующем временном масштабе s в момент времени t_0 . Как правило, в рассмотрение также вводят мгновенное

$$E(s, t_0) = |W(s, t_0)|^2 \quad (4)$$

и интегральное

$$\langle E(s) \rangle = \int |W(s, t_0)|^2 dt_0 \quad (5)$$

распределения энергии по временным масштабам.

Следует отметить, что при использовании вейвлетного преобразования (1) для каждого временного масштаба s естественным образом определена непрерывная фаза $\varphi(s, t) = \arg W(s, t)$. Иными словами, оказывается возможным характеризовать поведение процесса, соответствующего временному масштабу s с помощью ассоциированной с ним фазы $\varphi(s, t)$, являющейся непрерывной функцией временного масштаба s и времени t .

Для двух связанных хаотических осцилляторов $x_{1,2}(t)$ имеет место режим синхронизации временных масштабов, если существует такой интервал временных масштабов $s_l \leq s \leq s_h$, для которого выполняется условие захвата фаз

$$|\Delta\varphi(s, t)| = |\varphi_1(s, t) - \varphi_2(s, t)| < \text{const} \quad (6)$$

и условие ненулевой энергии (доля энергии вейвлетного спектра, приходящаяся на данный интервал временных масштабов, оказывается отличной от нуля)

$$E_{\text{snhr}} = \int_{s_l}^{s_h} \langle |W(s, t)|^2 \rangle ds > 0, \quad (7)$$

где $\langle \cdot \rangle$ означает усреднение по времени.

Все другие типы синхронного поведения хаотических осцилляторов (такие как фазовая синхронизация, обобщенная синхронизация, синхронизация с запаздыванием) могут рассматриваться как частные случаи синхронизации временных масштабов [18, 19]. Действительно, в случае классической синхронизации периодических осцилляторов синхронное поведение будет наблюдаться на всех временных масштабах (в силу определения вейвлетного преобразования (1), временного масштаба s , ассоциированной с ним непрерывной фазы $\varphi(s, t)$ и самого определения режима синхронизации временных масштабов). В случае хаотических колебаний ситуация оказывается сложнее. Тем не менее, если два хаотических осциллятора находятся в одном из вышеперечисленных режимов хаотической синхронизации, то для временных реализаций $x_{1,2}(t)$, порождаемых этими осцилляторами, обязательно существует диапазон синхронных временных масштабов (см. подробнее [18, 19]). Для данного диапазона будет выполняться условие захвата фаз (6) и ненулевой энергии (7) и, соответственно, будет реализоваться режим синхронизации временных масштабов. Иными словами, режимы фазовой синхронизации, обобщенной синхронизации, синхронизации с запаздыванием и полной синхронизации являются частными случаями синхронизации временных масштабов. Для того чтобы диагностировать режим синхронизации временных масштабов, необходимо проверить выполнение условий (6) и (7) для некоторого диапазона временных масштабов.

В то же самое время, на временных масштабах s , лежащих вне указанного диапазона $[s_l; s_h]$, условие захвата фаз (6) выполняться не будет, поскольку процессы на этих временных масштабах остаются асинхронными. Как следствие, на этих масштабах наблюдения интервалы времени, характеризующиеся синхронной динамикой, будут прерываться участками, где разность фаз достаточно резко изменяется на величину порядка 2π . Иными словами, на таких временных масштабах будет наблюдаться перемежающееся поведение, причем временной масштаб s , на котором осуществляется наблюдение, выступает в качестве критического параметра, от которого зависят характеристики перемежаемости. По мере приближения масштаба наблюдения s к диапазону синхронных временных масштабов $[s_l; s_h]$ длительность участков ламинарного поведения будет увеличиваться (и стремиться к бесконечности при $s \rightarrow s_l - 0$ и $s \rightarrow s_h + 0$), в то время как количество турбулентных участков будет уменьшаться (и, соответственно, стремиться к нулю при $s \rightarrow s_l - 0$ и $s \rightarrow s_h + 0$).

Наличие перемежающегося поведения на границе синхронных временных масштабов связанных хаотических осцилляторов в научной литературе ранее не описывалось. В ходе проведенных исследований впервые был рассмотрен вопрос о том, к какому типу перемежаемости следует отнести данный тип динамики, и на основании численного моделирования поведения двух однонаправленно связанных хаотических осцилляторов Ресслера было установлено, что в этом случае в системе реализуется перемежаемость кольца [9].

2. Система двух однонаправленно связанных хаотических осцилляторов Ресслера

В качестве модельного объекта исследований была выбрана система связанных осцилляторов Ресслера

$$\begin{aligned}\dot{x}_d &= -\omega_d y_d - z_d, \\ \dot{y}_d &= \omega_d x_d + a y_d, \\ \dot{z}_d &= p + z_d(x_d - c),\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= -\omega_r y_r - z_r + \varepsilon(x_d - x_r), \\ \dot{y}_r &= \omega_r x_r + a y_r, \\ \dot{z}_r &= p + z_r(x_r - c),\end{aligned}\tag{9}$$

где система (8) является ведущей, а система (9) – ведомой. Значения управляющих параметров были выбраны $a = 0.15$, $p = 0.2$, $c = 10.0$. Параметры $\omega_d = 0.93$ и $\omega_r = 0.95$ отвечают собственным частотам ведущей и ведомой подсистем, при указанных значениях управляющих параметров оба осциллятора в автономном режиме демонстрируют хаотические колебания.

При определенных значениях управляющих параметров в данной системе возникает режим фазовой хаотической синхронизации. Как уже было отмечено выше, фазовая хаотическая синхронизация является одним из частных случаев синхронизации временных масштабов, поэтому в случае режима фазовой синхронизации в рассматриваемой системе также будет диагностироваться режим синхронизации временных масштабов. При этом наряду с синхронными будут существовать и асинхронные временные масштабы, соответствующие несинхронизованным колебательным процессам, для которых не выполняются условия (6) и (7). При уменьшении параметра связи между осцилляторами ширина диапазона синхронных временных масштабов уменьшается и при значениях параметра связи меньше критического ε_{PS} , соответствующего границе режима фазовой хаотической синхронизации, на всех временных масштабах наблюдается асинхронная динамика, что означает, что все процессы во взаимодействующих системах вышли из синхронизма.

Для асинхронных временных масштабов зависимость $\Delta\varphi(s, t)$ можно разделить на участки, где разность фаз оказывается ограниченной в пределах 2π (ламинарная динамика), и участки, на которых наблюдается скачок фазы (турбулентная динамика) и, соответственно, в системе реализуется режим перемежающегося поведения. Поскольку каждый тип перемежающегося поведения характеризуется свои-

ми законами распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности [9,22,23], на основании анализа данных характеристик, как правило, можно делать вывод о типе перемежающегося поведения, наблюдающегося в том или ином случае.

3. Перемежаемость кольца для различных временных масштабов

Изучим теперь количественные характеристики перехода от синхронной динамики к асинхронной при изменении временного масштаба наблюдения s , выступающего в качестве критического параметра.

Для определения типа перемежающегося поведения, реализующегося в исследуемой системе при переходе от синхронной динамики к асинхронной (или наоборот), рассматривалась зависимость средней длительности ламинарных участков поведения $\langle l \rangle$ от параметра надкритичности. Как уже отмечалось выше, в качестве параметра надкритичности использовалась величина $(s_c - s)$, где s_c – значение временного масштаба, разграничивающего синхронные и асинхронные временные масштабы. Для выделения участков ламинарного и турбулентного поведения в анализируемых временных реализациях использовался подход, описанный в [24].

Изучив характеристики перемежающегося поведения, такие как распределение длительностей ламинарных фаз при фиксированном временном масштабе наблюдения, зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности, вероятность детектирования турбулентной фазы на конечном временном интервале наблюдения, можно сделать вывод, что наблюдаемый тип перемежающегося поведения, реализующийся вблизи границы синхронных временных масштабов хаотических осцилляторов, находящихся в режиме синхронизации временных масштабов, классифицируется как перемежаемость кольца [9].

Перемежаемость кольца, которая является одним из возможных типов перемежающегося поведения, была впервые обнаружена при разрушении режима хаотической фазовой синхронизации для случая больших расстройек парциальных частот взаимодействующих осцилляторов. Для данного типа перемежаемости была получена аналитическая зависимость средней длительности ламинарных (синхронных) фаз от параметра надкритичности, а также закон распределения длительностей ламинарных фаз при фиксированном значении параметра надкритичности [9]. С помощью сопоставления численно полученных данных с этими аналитическими зависимостями можно идентифицировать перемежаемость кольца точно так же, как это делается для других типов перемежающегося поведения. Еще одним удобным способом идентификации перемежаемости кольца является рассмотрение поведения связанных взаимодействующих систем на вращающейся плоскости [9], что позволяет визуализировать механизм возникновения асинхронных участков динамики при данном типе перемежающегося поведения. Именно визуальное представление поведения системы на вращающейся плоскости дало название данному типу перемежаемости.

Перемежаемость кольца характеризуется экспоненциальным распределением длительностей ламинарных фаз l

$$N(l) \sim \exp(-kl), \quad k = \text{const}, \quad (10)$$

причем зависимость средней длительности $\langle l \rangle$ ламинарных фаз от критического параметра s подчиняется закону

$$\langle l(s) \rangle = T - \frac{T}{\ln(1 - p(s))}, \quad (11)$$

где $T = \langle l(s_t) \rangle$ является средней длительностью ламинарной фазы для временного масштаба наблюдения s_t , ограничивающего область перемежаемости кольца, $p(s)$ – вероятность детектировать фазовый проскок на временном интервале наблюдения длиной T на временном масштабе s . Как правило, зависимость вероятности p от критического параметра близка к линейной и, соответственно, для $s < s_t$ соотношение (11) может быть переписано в виде

$$\langle l(s) \rangle \simeq T \left(1 - \ln^{-1} \left(\frac{s - s_t}{s_t - s_t} \right) \right). \quad (12)$$

Временной масштаб s_t соответствует нижней границе линейной зависимости $p(s)$ и может быть определен из условия $p(s_t) = 1$, при этом теоретическое соотношение (12) является справедливым только в диапазоне временных масштабов $s_t < s < s_l$. Аналогичное соотношение может быть легко получено для $s > s_h$, в этом случае

$$\langle l(s) \rangle \simeq T \left(1 - \ln^{-1} \left(\frac{s_t - s}{s_t - s_h} \right) \right). \quad (13)$$

На рис. 1, *a* показана найденная зависимость средней длительности ламинарных участков поведения $\langle l \rangle$ от временного масштаба при фиксированном значении параметра связи $\varepsilon = 0.085$. На этом же рисунке приведена теоретическая зависимость средней длительности ламинарных участков $\langle l \rangle$ от временного мас-

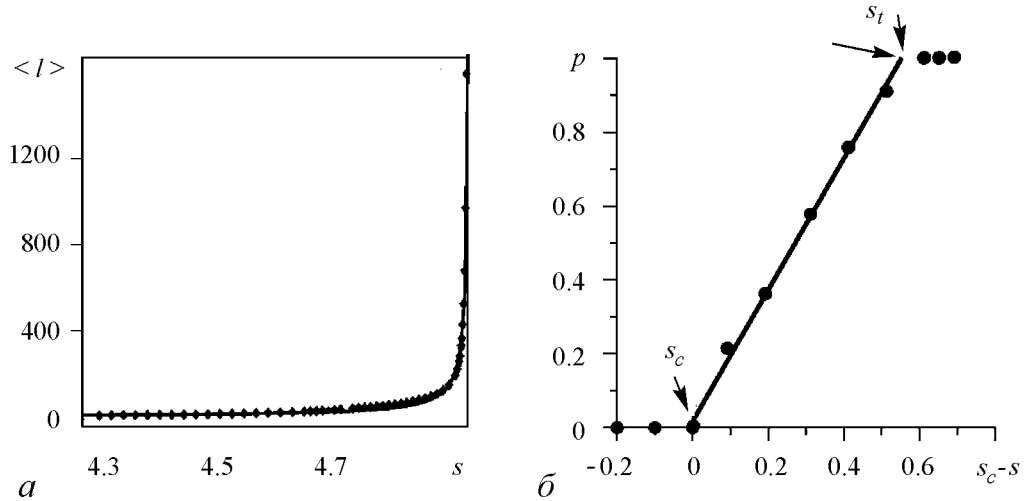


Рис. 1. *a* – зависимость средней длительности ламинарных участков поведения от временного масштаба s (показана точками) и аппроксимирующая ее кривая (12) (показана сплошной линией), $s_c = 4.9919$, $s_t = 4.34$, $T = 8.0$; *b* – вероятность детектирования турбулентного участка поведения на временном интервале длительностью T в зависимости от параметра надкритичности

штаба (12), характерная для перемежаемости кольца. Из рисунка видно, что численные данные, показанные точками, находятся в очень хорошем соответствии с теоретической зависимостью (12).

Еще одной важной характеристикой перемежающегося поведения, позволяющей в ряде случаев установить тип перемежаемости, является распределение длительностей участков ламинарного поведения при фиксированных значениях управляющих параметров. В ходе исследований было установлено, что распределение длительностей ламинарных участков поведения при фиксированном значении параметра связи на разных временных масштабах является экспоненциальным (рис. 2), что также позволяет говорить о наличии перемежающегося поведения типа кольца. Наконец, кроме вышеописанных характеристик, для описания перемежаемости кольца можно использовать также такую характеристику, как вероятность детектирования турбулентного участка поведения на временном интервале длительностью T в зависимости от параметра надкритичности. Данная вероятность может быть оценена по временной реализации длины L для любого временного масштаба по формуле

$$p = \frac{NT}{L}, \quad (14)$$

где L – длина временного ряда, на котором производится исследование, N – общее число участков ламинарного поведения на всей длине L . На рис. 1, б представлена зависимость вероятности p от параметра надкритичности $(s_c - s)$. Видно, что данная зависимость близка к линейной, что, опять-таки, свойственно для перемежаемости кольца и хорошо согласуется с известными результатами [9].

Таким образом, на основании проведенных исследований можно сделать вывод о том, что наблюдаемый тип перемежающегося поведения, реализующегося вблизи границы синхронных временных масштабов однонаправленно связанных хаотических осцилляторов Ресслера (8)–(9), находящихся в режиме синхронизации временных масштабов, классифицируется как перемежаемость кольца.

Еще одним доказательством того, что в данном случае наблюдается именно перемежаемость кольца, является также тот факт, что в рассматриваемом случае возникновение фазовых проскоков на асинхронных временных масштабах s для рассматриваемых систем Ресслера (8)–(9) обусловлено механизмом, реализующимся при перемежаемости кольца [9].

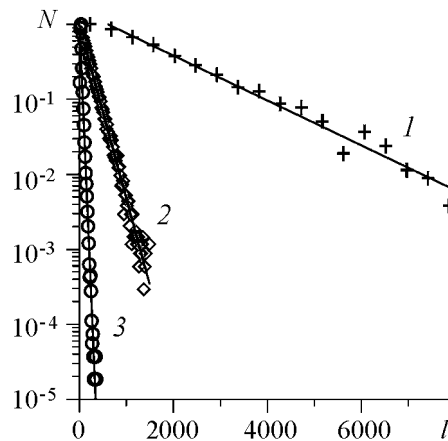


Рис. 2. Распределения длительностей ламинарных участков поведения $N(l)$ при различных значениях временного масштаба s , нормированные на максимальное значение, и соответствующие им экспоненциальные аппроксимации (10), показанные сплошными линиями: 1 – временной масштаб $s = 4.9885$, численно полученные точки показаны символами «+»; 2 – $s = 4.9700$ (\diamond); 3 – $s = 4.7200$ (\circ). Ось ординат приведена в логарифмическом масштабе. $\varepsilon = 0.085$

Граница возникновения перемежающегося поведения в случае перемежаемости кольца связана с тем, что в определенные моменты времени проекция фазовой траектории, соответствующая ведомой системе, рассматриваемая на фазовой плоскости, вращающейся вокруг начала координат в соответствии с состоянием ведущей системы, охватывает начало координат (см. более подробно [9]). В этом случае фазовые проскоки для зависимости разности фаз хаотических сигналов от времени $\Delta\varphi(t)$ наблюдаются всякий раз, когда происходит охват фазовой траекторией начала координат.

Тот же самый механизм имеет место и в случае перемежаемости вблизи границы синхронных временных масштабов для хаотических осцилляторов, находящихся в режиме синхронизации временных масштабов. Если в качестве переменных, характеризующих состояние систем, рассматривать

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \operatorname{Re} W_{1,2}(s, t), \\ y_{1,2} &= \operatorname{Im} W_{1,2}(s, t), \end{aligned} \quad (15)$$

то на вращающейся плоскости, введенной в рассмотрение в соответствии с [9],

$$\begin{aligned} x' &= x_2 \cos \varphi_1(s, t) + y_2 \sin \varphi_1(s, t), \\ y' &= -x_2 \sin \varphi_1(s, t) + y_2 \cos \varphi_1(s, t), \end{aligned} \quad (16)$$

отчетливо виден механизм, приводящий к возникновению перемежающегося поведения. В диапазоне временных масштабов, соответствующих перемежающемуся поведению, траектория на вращающейся плоскости охватывает начало координат (рис. 3), причем граница синхронных временных масштабов s_l соответствует ситуации, когда траектория второй системы на плоскости $(x'; y')$ начинает охватывать точку $(0; 0)$.

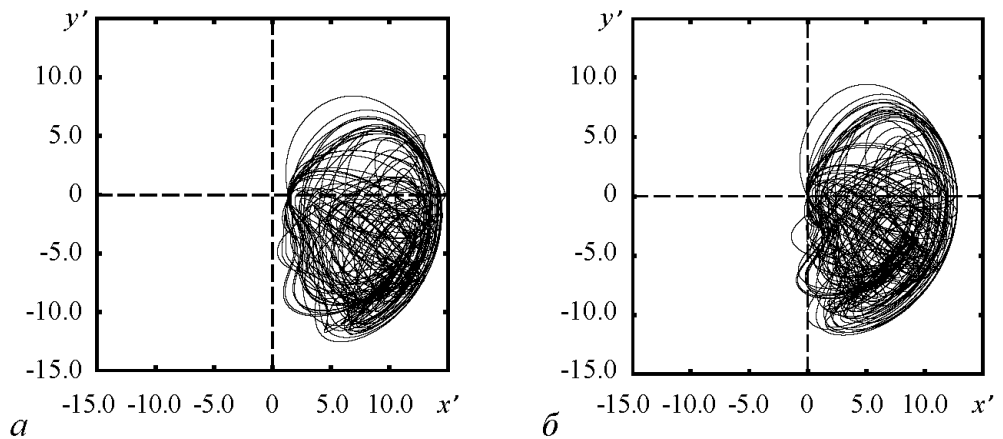


Рис. 3. Траектория ведомой системы на вращающейся плоскости (x', y') для однонаправленно связанных систем Ресслера. Временной масштаб, на котором осуществляется наблюдение: $s = 5.2$ – синхронная динамика (а); $s = 4.985$ – перемежающееся поведение (б). Значение параметра связи $\varepsilon = 0.085$

Для того чтобы проверить корректность сделанных выводов, аналогичное исследование было проведено для другого значения параметра связи, $\varepsilon = 0.045$, диапазон синхронных временных масштабов при этом был ограничен временными масштабами $s_l = 4.99$ и $s_h = 8.25$. Распределение длительностей ламинарных фаз для этого значения параметра связи показано на рис. 4. Точно так же, как и в предыдущем случае (при значении параметра связи $\varepsilon = 0.085$), видно, что распределение длительностей участков ламинарного поведения подчиняется экспоненциальному закону (10), характерному для перемежаемости кольца, при этом имеет место очень хорошее соответствие численно полученных данных и теоретических кривых. Зависимость средней длительности участков ламинарного поведения в зависимости от критического параметра также находится в очень хорошем соответствии с теоретической кривой (12), характеризующей перемежаемость кольца (рис. 5, *a*). Более того, вероятность обнаружить турбулентный участок поведения (проскок фазы) на интервале наблюдения длительностью T для временного масштаба s тоже оказывается близка к линейной (рис. 5, *б*).

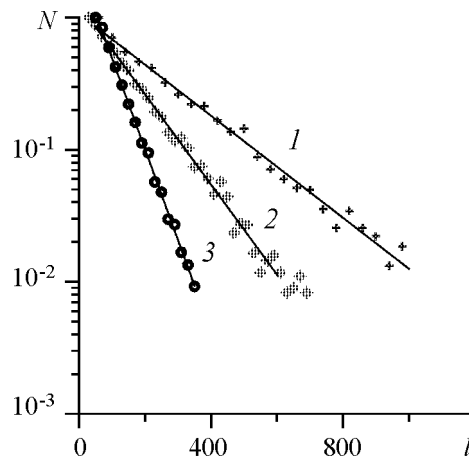


Рис. 4. Распределение длительностей ламинарных фаз для трех различных значений временных масштабов наблюдения s (линия 1 и точки + соответствуют временному масштабу $s_1 = 4.98$, линия 2 и точки \diamond – $s_2 = 4.94$, линия 3 и точки \circ – $s_3 = 4.92$) и соответствующие им экспоненциальные зависимости (10), показанные сплошными линиями. Ось ординат выбрана в логарифмическом масштабе, все распределения нормированы на максимальное значение

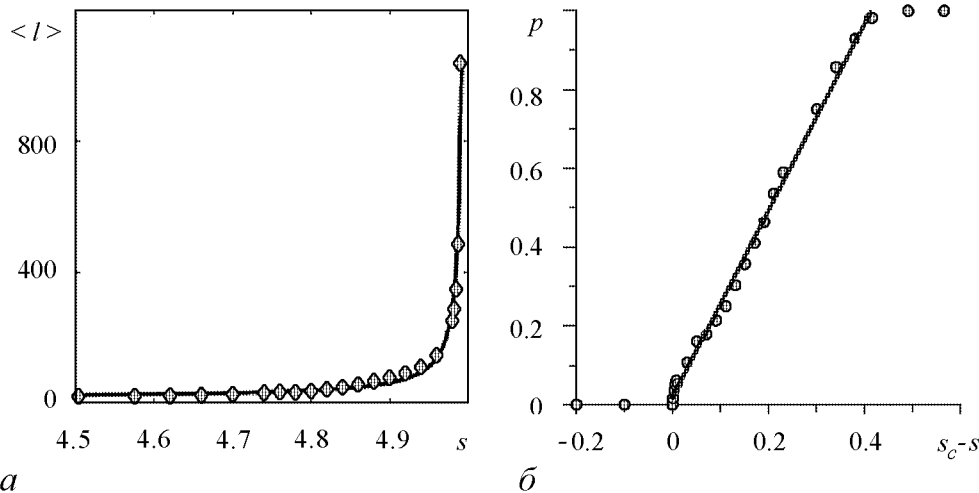


Рис. 5. *a* – зависимость средней длительности ламинарных фаз $\langle l \rangle$ от временного масштаба наблюдения s , полученная численно для двух однонаправленно связанных систем Ресслера, и соответствующая ей теоретическая кривая (12), показанная сплошной линией ($s_t = 4.45$, $T = 8.00$); *б* – зависимость вероятности детектировать фазовый проскок на интервале наблюдения длительностью T для временного масштаба s

Заклучение

В данной работе показано, что на асинхронных временных масштабах поведение систем, демонстрирующих явление синхронизации временных масштабов, является перемежающимся. Режим синхронизации временных масштабов характеризуется тем, что система демонстрирует синхронную динамику в определенном диапазоне временных масштабов, в то время как процессы на других масштабах остаются асинхронными. Для определения типа перемежаемости проанализирована зависимость средней длительности участков ламинарного поведения от параметра надкритичности для различных значений параметра связи между осцилляторами. Установлено, что распределение длительностей ламинарных фаз при фиксированном значении параметра связи на разных временных масштабах подчиняется экспоненциальному закону (10), а вероятность детектирования турбулентного участка на временном интервале длительностью T , в зависимости от параметра надкритичности, близка к линейной.

Суммируя все вышеизложенное, можно сделать вывод, что для однонаправленно связанных систем Рёсслера, тип поведения, предшествующий синхронизации временных масштабов, является перемежаемостью кольца. Основываясь на полученных результатах, можно ожидать, что данный тип поведения будет характерен для широкого круга хаотических систем, демонстрирующих режим синхронизации временных масштабов.

Работа выполнена при поддержке федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 годы», Президентской программы поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-3407.2010.2) и фонда некоммерческих программ «Династия».

Библиографический список

1. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991.
2. Manneville P., Pomeau Y. Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems // Physica D. 1980. Vol. 1, № 2. P. 167.
3. Bergé P., Pomeau Y., Vidal C. L'Ordre Dans Le Chaos. Hermann, Paris, 1988.
4. Dubois M., Rubio M., Bergé P. Experimental evidence of intermitencies associated with a subharmonic bifurcation // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 51. P. 1446.
5. Platt N., Spiegel E.A., Tresser C. On-off intermittency: A mechanism for bursting // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 70, № 3. P. 279.
6. Heagy J.F., Platt N., Hammel S.M. Characterization of on-off intermittency // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49, № 2. P. 1140.
7. Lai Y.-C. Symmetry-breaking bifurcation with on-off intermittency in chaotic dynamical systems // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53, № 5. R4267.
8. Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G. et al. Attractor-repeller collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79, № 1. P. 47.

9. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Boccaletti S.* Ring intermittency in coupled chaotic oscillators at the boundary of phase synchronization // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97. P. 114101.
10. *Rosenblum M. G., Pikovsky A. S., Kurths J.* From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78, № 22. Pp. 4193.
11. *Porcher R., Thomas G.* Estimating Lyapunov exponents in biomedical time series // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64, № 1. P. 010902(R).
12. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* Intermittent generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic oscillators // *Europhysics Lett.* 2005. Vol. 70, № 2. P. 169.
13. *Boccaletti S., Valladares D.L.* Characterization of intermittent lag synchronization // *Phys. Rev. E.* 2000. Vol. 62, № 5. P. 7497.
14. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* Phase synchronization of chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76, № 11. P. 1804.
15. *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.* Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // *Phys. Rev. E.* 1995. Vol. 51, № 2. P. 980.
16. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* Generalized synchronization: a modified system approach // *Phys. Rev. E.* 2005. Vol. 71, № 6. P. 067201.
17. *Pecora L.M., Carroll T.L.* Synchronization in chaotic systems // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 64, № 8. P. 821.
18. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* An approach to chaotic synchronization // *Chaos.* 2004. Vol. 14, № 3. P. 603.
19. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* Time scale synchronization of chaotic oscillators // *Physica D.* 2005. Vol. 206, № 3–4. P. 252–264.
20. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* Locking-based frequency measurement and synchronization of chaotic oscillators with complex dynamics // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 89, № 26. P. 264102.
21. *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* Новый тип универсальности при хаотической синхронизации динамических систем // *Письма в ЖЭТФ.* 2004. Т. 80, № 1. С. 25.
22. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K. et al.* Length distribution of laminar phases for type-I intermittency in the presence of noise // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76, № 2. P. 026206.
23. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K.* Two types of phase synchronization destruction // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 75, № 3. P. 036205.
24. *Журавлев М. О., Куровская М.К., Москаленко О.И.* Метод выделения ламинарных и турбулентных фаз в перемежающихся временных реализациях систем, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации // *Письма в ЖТФ.* 2010. Т. 36, № 10. С 31.

*Саратовский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского*

*Поступила в редакцию
После доработки*

*12.11.2010
23.06.2011*

RING INTERMITTENCY NEAR THE BOUNDARY OF TIME SCALE SYNCHRONIZATION

M.O. Zhuravlev, A.A. Koronovskii, O.I. Moskalenko, A.E. Hramov

In this paper the intermittent behavior taking place near the boundary of the synchronous time scales of interacted chaotic oscillators being in the synchronous regime is studied. At the regime of time-scale synchronization the system demonstrates synchronous dynamics in a certain range of the time scales whereas the processes on the other time scales remain asynchronous. On the basis of analysis of statistical characteristics of the intermittent behavior, i.e. the laminar phase length distributions and dependence of the mean length of the laminar phases on the criticality parameter, the revealed type of the intermittent behavior is shown to be the ring intermittency.

Keywords: Time scale synchronization, continuous wavelet transform, ring intermittency.



Журавлев Максим Олегович – родился в Бресте (1988), окончил Саратовский государственный университет (2011). Аспирант кафедры физики открытых систем СГУ., лаборант-исследователь в лаборатории физики нелинейных явлений ОФНС НИИ ЕН СГУ. Автор нескольких статей в центральных реферируемых журналах.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: pifos@bk.ru