

## К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ВОЛН И ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПОЛОСАХ ЗАПИРАНИЯ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

*В. А. Солнцев*

Обсуждается роль дискретного описания электронно-волнового взаимодействия в мощных лампах с бегущей волной. Рассматривается развитие этого направления теории взаимодействия с применением разностного уравнения возбуждения волноводов. Показана справедливость разработанной линейной теории и универсального характеристического уравнения электронных волн, использующих разностное уравнение возбуждения волноводов, в полосах запираания замедляющих систем. При синхронном взаимодействии электронов с полем запредельной секции замедляющей системы характеристическое уравнение сводится к биквадратному, аналитические решения которого позволяют проанализировать свойства электронных волн и усиление сигнала в запредельной секции.

*Ключевые слова:* Замедляющая система, электронный пучок, лампа бегущей волны, полоса запираания, полоса пропускания, взаимодействие.

### Введение

Первые лампы с бегущей волной (ЛБВ) были созданы в 1940-х годах на основе спиральных замедляющих систем (ЗС), имеющих слабую зависимость фазовой скорости электромагнитной волны от частоты (слабую дисперсию) и большое сопротивление связи с электронным потоком (см., например, в кн. [1]). В последующие годы была разработана теория ЛБВ на основе представлений о непрерывности взаимодействия электронного потока с полем бегущей электромагнитной волны (волновой анализ) с использованием простых моделей ЗС [2], общей теории возбуждения волноводов [3,4], разделения переменных в конкретных вариантах ЗС [5,6]. Введены также основные параметры, характеризующие это взаимодействие: параметр скорости  $b$ , параметр затухания  $d$ , параметр пространственного заряда  $4QC$ , параметр усиления  $C$ ; в отечественной литературе часто используются также уточненные значения этих параметров:  $\xi'$ ,  $\xi''$ ,  $\sigma^2$ ,  $\varepsilon$ , соответственно. ЛБВ со спиральной ЗС позволяют получить большое усиление в широкой полосе частот, однако мощность таких

приборов ограничена величиной теплоотвода от спирали через диэлектрические элементы ее крепления в корпусе прибора. Для увеличения выходной мощности ЛБВ используют обладающие хорошим теплоотводом «цельнометаллические» резонаторные ЗС, наиболее известными из которых являются цепочки связанных резонаторов (ЦСР) и встречные штыри. Такие ЗС являются, по существу, СВЧ-фильтрами с чередующимися частотными полосами пропускания и запираения. Они имеют наиболее высокое сопротивление связи отдельных волн вблизи частот отсечки (границ полос пропускания) и поэтому работают, как правило, вблизи этих частот внутри, а иногда и вне полос пропускания. Применение для расчета ЛБВ с резонаторными ЗС волнового анализа, разработанного для спиральных ЛБВ, встречает значительные трудности, связанные с «запираем» резонаторных ЗС на частотах отсечки, обращением в бесконечность сопротивления связи отдельных волн и взаимодействием электронного потока вблизи этих частот с пространственными гармониками двух волн – прямой и встречной.

Для преодоления этих трудностей в 1950–70-е годы развивались два основных направления теории резонаторных ЛБВ. Теория дискретного электронно-волнового взаимодействия основана на выделении в пространстве взаимодействия ЛБВ зазоров взаимодействия в составляющих ЗС резонаторах и участков дрейфа электронных потоков. Такой вариант теории является, по существу, обобщением теории многорезонаторных клистронов с тем отличием, что резонаторы в ЛБВ связаны друг с другом и возбуждаемое в них поле определяется, в первую очередь, этой связью, а электронный поток группируется, главным образом, на участках дрейфа, как и в клистронах (каскадная группировка).

Основы теории дискретного взаимодействия и каскадной группировки в ЛБВ были заложены в работах научной школы профессора В.Н. Шевчика, который возглавлял кафедру электроники Саратовского государственного университета в те годы. Обобщающие результаты изложены им вместе с коллективом учеников в книге [7], где дан также подробный обзор работ других авторов. В ней, в частности, отмечается: «В последние годы появился вынужденный интерес к «старой» задаче дискретного описания взаимодействия электронного потока с полями нерезонансных колебательных систем, связанный, в частности, с разработкой мощных ЛБВ с замедляющими системами типа цепочки связанных резонаторов, а также с исследованиями внеполосного излучения в таких приборах». Интерес к этой «старой» задаче сохраняется и в настоящее время, поскольку необходимые для современных радиосистем мощности более десятков-сотен ватт в коротковолновой части сантиметрового диапазона и миллиметрового диапазона можно получить в электровакуумных СВЧ-приборах более эффективно (как в техническом, так и в экономическом плане), чем в полупроводниковых приборах, несмотря на успехи в развитии твердотельной электроники [8]. В теории дискретного электронно-волнового взаимодействия ЗС резонаторной ЛБВ представляется той или иной эквивалентной схемой. Используются различные варианты RLC-схем или цепочек многополюсников, многие из которых, предложенные до 1974 г., описаны в [7]. В дальнейшем рассматривались и другие варианты эквивалентных схем и систем; отметим результаты, приведенные в [9], а также эквивалентную схему работы [10] и волноводно-резонаторную модель ЗС [11], на основе которых созданы комплексы компьютерных программ для проектирования

ЛБВ с резонаторными ЗС. При моделировании ЗС эквивалентными схемами или системами во многих случаях можно описать дискретное взаимодействие электронного потока с полем ЗС с помощью эквивалентных параметров, не имеющих, в отличие от обычного сопротивления связи, особенностей на частотах отсечки и дающих возможность исследовать взаимодействие в полосах запираения ЗС. Однако, как отмечено в [7], в известных теориях дискретного электронно-волнового взаимодействия «наиболее уязвимое место подхода – использование для описания электродинамической части задачи соответствующих (пусть даже очень общих) эквивалентных схем, обоснование которых может состоять лишь в тщательном сопоставлении теоретических результатов решения «холодных» задач на основе эквивалентных схем с экспериментальными данными».

В связи с этим, рядом авторов разрабатывался также электродинамический подход к описанию полей в периодических, в том числе резонаторных ЗС. В работе [12] дана теория электронных волн в периодических структурах, основанная на разработанной в ней теории возбуждения периодических волноводов и на разложении всех ВЧ-полей и токов электронного пучка в ряды по пространственным гармоникам. Получено общее характеристическое уравнение, однако вопрос о его решении на частотах отсечки и в полосах запираения ЗС не рассматривался. Разные варианты теории возбуждения периодических волноводов вблизи частоты отсечки, позволяющие устранить имеющуюся здесь особенность в уравнении возбуждения, рассматривались в работах [13–16] и ряде других работ, где удалось исследовать электронно-волновое взаимодействие в областях частот отсечки.

Уже в ранних работах по дискретному взаимодействию в резонаторных ЗС обращалось внимание на возможность описания возбуждения представляющих их эквивалентных схем разностными уравнениями. Это позволило получить ряд характеристических (дисперсионных) уравнений электронных волн, имеющих, однако, разный вид в зависимости от применяемой эквивалентной схемы; обзор соответствующих работ и полученных в них результатов дан в [7].

Общее разностное уравнение возбуждения периодических волноводов любого вида получено в работе [17] и там же найден его частный вид при возбуждении продольным током в приборах типа О. Его применение позволяет без использования каких-либо эквивалентных схем сформулировать уравнения линейной теории дискретного электронно-волнового взаимодействия в ЛБВ с периодическими резонаторными ЗС, справедливые в полосах пропускания, запираения и на частотах отсечки ЗС, и получить ряд результатов при их численном решении [18,19]. Более того, удастся получить самое общее характеристическое уравнение электронных волн в периодических структурах, найти ряд его аналитических решений и их трансформацию при переходе от одной к другой границе полосы пропускания ЗС с нормальной и аномальной дисперсией основной пространственной гармоники рабочей волны [20]. Эти решения найдены в [20] без учета величины пространственного заряда для ЗС с бесконечно тонкими зазорами взаимодействия в полосах пропускания, включая их границы. В настоящей работе в тех же приближениях найдены аналитические решения полученного в [20] характеристического уравнения в полосах запираения ЗС, позволяющие рассмотреть поведение электронных волн и усиление сигнала на границах и в полосах запираения ЗС.

## 1. Особенности конечно-разностного уравнения возбуждения в полосах запираия ЗС

Рассматриваем прямолинейный электронный поток в ЗС с зазорами взаимодействия, расположенными периодически с шагом  $L$ .

Конечно-разностное уравнение возбуждения связывает ВЧ-напряжение на трех соседних зазорах

$$\Delta^2 U_q + 2U_q(1 - \cos \varphi_s) = iR_s^0 \sin \varphi_s J_q d^2, \quad (1)$$

где  $\Delta^2 U_q = U_{q+1} - 2U_q + U_{q-1}$  – конечная разность второго порядка,  $\varphi_s = h_s L$  – сдвиг фазы между соседними зазорами,  $R_s^0$  – усредненное по сечению пучка удельное сопротивление связи в зазоре [4],  $d$  – ширина плоского зазора, эквивалентного реальному зазору взаимодействия, с распределением усредненного по сечению продольного электрического поля  $\bar{e}_q(z)$ ,

$$J_q = \frac{1}{d_q} \int_{z_q-L/2}^{z_q+L/2} J(z) \bar{e}_q(z) dz \quad (2)$$

– наведенный в  $q$ -м зазоре ток,  $J(z)$  – ВЧ конвекционный ток электронного пучка. Правила усреднения полей и токов при переходе к рассматриваемой одномерной модели ЛБВ сформулированы в [4,18,19].

Остановимся на свойствах конечно-разностного уравнения возбуждения (1) в разных случаях.

*1. ЗС с нормальной дисперсией основной пространственной гармоники ( $m = 0$ , см. рисунок), которая является рабочей для ЛБВ.*

Для спиральной ЗС или бесконечно широкой гребенки низкочастотная граница основной полосы пропускания отсутствует,  $\omega_{0н} = 0$ . Переходя к пределу  $L \rightarrow 0$ , то есть к спирально проводящему цилиндру или импедансной плоскости, получим, как показано в [18], известное уравнение возбуждения, применяющееся в одноволновом анализе [4].

Для ЗС типа диафрагмированного волновода или поперечно ограниченной гребенки  $\omega_{0н} \neq 0$ , и в основной полосе пропускания для рабочей пространственной гармоники  $m = 0$  имеем  $0 \leq \varphi_{s,0} = \varphi_s \leq \pi$ .

Удельное сопротивление связи  $R_s^0$  и поток энергии волны  $P_s$  положительны и определяются соотношениями

$$R_s^0 = \frac{|E_s^0|^2}{2P_s}, \quad P_s = W_s v_{гр} = W_s L \frac{d\omega}{d\varphi_s}, \quad (3)$$

где  $v_{гр}$  – групповая скорость волны, а  $W_s$  – запасенная на единицу длины ЗС энергия. При этом входящий в правую часть (1) локальный импеданс связи

$$Z_s = R_s^0 d^2 \sin \varphi_s = R_s L^2 \sin \varphi_s \quad (4)$$

является положительной ограниченной величиной, что показано, например, в [21], а  $R_s = R_s^0 d^2 / L^2$ .

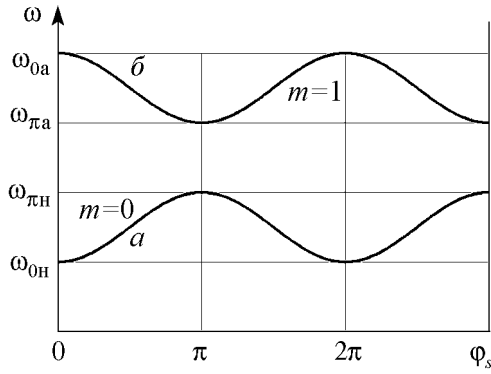


Рис. Кривые дисперсии электромагнитной волны в ЗС с нормальной (а) и аномальной (б) дисперсией основной пространственной гармоники

В низкочастотной полосе запира-ния при  $\omega \leq \omega_{0н}$  имеем реактивное затухание, так что в пренебрежении омическими потерями

$$\varphi_s = i\varphi_s'', \quad R_s^0 = i \frac{d\varphi_s''}{d\omega} \frac{1}{L} \frac{|E_s^0|^2}{2W_s}, \quad (5)$$

где  $\varphi_s'' > 0$  для затухающей волны,  $d\varphi_s''/d\omega < 0$ . Последнее выражение (5) следует из обобщенного соотношения между потоком и запасенной энергией (нормами волны), полученного в [22] для систем с потерями и в полосах запира-ния. Подставляя (5) в (4), получим в низкочастотной полосе запира-ния

$$Z_s = -\frac{d\varphi_s''}{d\omega} \frac{1}{L} \frac{|E_s^0|^2}{2W_s} d^2 \text{sh} \varphi_s'' > 0. \quad (6)$$

В высокочастотной полосе запира-ния при  $\omega > \omega_{\piн}$  имеем

$$\varphi_s = \pi + i\varphi_s'', \quad (7)$$

но  $d\varphi_s''/d\omega > 0$  вблизи отсечки  $\omega_{0н}$ . Получим  $\sin \varphi_s = -i \text{sh} \varphi_s''$  и

$$Z_s = \frac{d\varphi_s''}{d\omega} \frac{1}{L} \frac{|E_s^0|^2}{2W_s} d^2 \text{sh} \varphi_s'' > 0. \quad (8)$$

2. ЗС (цепочка связанных резонаторов или встречные штыри) с аномальной дисперсией основной пространственной гармоники; рабочей для ЛБВ является первая пространственная гармоника ( $m = 1$ , см. рисунок).

В полосе пропускания имеем

$$\pi \leq \varphi_{s,1} = \varphi_s \leq 2\pi, \quad (9)$$

удельное сопротивление связи и поток энергии волны положительны и определяются формулами (3), но  $\sin \varphi_s < 0$ , так что локальный импеданс связи, согласно (4), формально имеет отрицательное значение. Однако в уравнении возбуждения (1) можно учесть этот знак, записав уравнение в виде

$$\Delta^2 U_q + 2U_q(1 - \delta \cos \varphi_s) = \delta \cdot i |Z_s| J_q, \quad (10)$$

считая  $0 \leq \varphi_s \leq \pi$  при

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{для ЗС с нормальной дисперсией,} \\ -1 & \text{для ЗС с аномальной дисперсией.} \end{cases}$$

В низкочастотной полосе запираия при  $\omega < \omega_{\text{та}}$  имеем для  $\varphi_s$  выражение (7),  $d\varphi_s''/d\omega < 0$  вблизи отсечки (реактивное затухание увеличивается с уменьшением частоты) и получим выражение, аналогичное (8), но формально  $Z_s < 0$ .

В высокочастотной полосе запираия при  $\omega > \omega_{2\text{та}} = \omega_{0\text{а}}$  имеем

$$\varphi_s = 2\pi + i\varphi_s'', \quad (11)$$

$d\varphi_s''/d\omega > 0$  вблизи отсечки, и получим по аналогии с (6)  $Z_s < 0$ .

Таким образом, в общем случае для ЗС с нормальной и аномальной дисперсией в полосах пропускания и запираия для  $Z_s$  можно использовать выражение

$$Z_s = \delta |R_s^0 d^2 \sin \varphi_s| \quad (12)$$

и конечно-разностное уравнение возбуждения в форме (10).

## 2. Универсальное характеристическое уравнение электронных волн и его частные случаи

В работе [19] с использованием конечно-разностного уравнения возбуждения найдена матрица коэффициентов  $a_{ij}$ , связывающая безразмерные величины ВЧ-тока электронного пучка  $I$ , скорости электронов (кинетического потенциала)  $V$  и поля  $F$  в  $(q+1)$ -м зазоре взаимодействия ЗС с их значениями в одном, а для поля – в двух предыдущих зазорах:

$$\begin{aligned} I_{q+1} &= a_{11}I_q + a_{12}V_q + a_{13}F_q, \\ V_{q+1} &= a_{21}I_q + a_{22}V_q + a_{23}F_q, \\ F_{q+1} &= a_{31}I_q + a_{32}V_q + a_{33}F_q + a_{34}F_{q-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

При этом взаимодействие электронного потока и поля ЗС рассматривалось в рамках линейной теории для полос пропускания ЗС. Выше, в п. 1, обоснована справедливость полученных в [19] выражений для  $a_{ij}$  и для полос запираия ЗС. В рассматриваемой линейной теории взаимодействия решение можно искать в виде электронных волн, для которых  $I_{q+1} = \lambda I_q$ ,  $V_{q+1} = \lambda V_q$ ,  $F_{q+1} = \lambda F_q$ . При этом из (13) получаем систему однородных линейных уравнений третьего порядка

$$\begin{aligned} (a_{11} - \lambda)I_q + a_{12}V_q + a_{13}F_q &= 0, \\ a_{21}I_q + (a_{22} - \lambda)V_q + a_{23}F_q &= 0, \\ a_{31}I_q + a_{32}V_q + (a_{33} - \lambda + \frac{a_{34}}{\lambda})F_q &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Приравнивая к нулю определитель этой системы, получаем, однако, уравнение 4-й степени относительно собственных чисел  $\lambda = e^{i\psi}$ , что объясняется разностным видом исходного уравнения возбуждения (10), связывающего значения безразмерного поля  $F_q \sim U_q$  на трех шагах ЗС. В результате, раскрывая определитель системы (14), придем к универсальному характеристическому уравнению электронных волн в периодических структурах, полученному в [20]

$$(\cos \psi - \cos \theta_q)[\cos \varphi_s - \delta \cos(\varphi_e + \psi) - i(\varepsilon \varphi_e)^3(Y_1 - iY_2)] + G = 0, \quad (15)$$

где

$$G = \frac{1}{2} \exp(-i\psi) \left\{ a_{13} [\sigma(\varepsilon\varphi_e)^2 (\exp(i\frac{\theta}{2}) - M) \sin \theta_q + (\cos \theta_q - \exp(i\psi)) \cdot i\varepsilon\varphi_e^2 M] + a_{23} [\varepsilon\varphi_e^2 M \frac{\sin \theta_q}{\sigma} - (\cos \theta_q - \exp(i\psi)) \cdot i(\varepsilon\varphi_e)^2 (\exp(i\frac{\theta}{2}) - M)] \right\}. \quad (16)$$

Это уравнение определяет комплексное возмущение  $\psi$  сдвига фазы электронной волны на шаг ЗС по отношению к невозмущенному сдвигу фазы в электронном потоке  $\varphi_e = (\omega/v_e)L$ , так как  $U_{q+1} = U_q \exp(i(\varphi_e + \psi))$ . Физический смысл и выражения для других входящих в (15), (16) величин приведены в [19]. В частности, величина  $\varepsilon$  имеет смысл параметра усиления  $C$  в ЛБВ с тем отличием, что она выражается через локальный импеданс связи, поэтому не имеет особенностей на частотах отсечки и определена в полосах запираия ЗС.

В [20] дано преобразование характеристического уравнения электронных волн (15) для малого пространственного заряда и тонких зазоров взаимодействия, а также получен ряд аналитических решений в полосах пропускания и на частотах отсечки ЗС. Здесь рассмотрены свойства и решения характеристического уравнения при тех же предположениях в полосах запираия ЗС. В этом случае  $\theta_q = 0$ ,  $\sigma = 0$ ,  $\theta = 0$ ,  $M = 1$ ,  $d/D = 0$ ,  $\theta_d = 0$ , и коэффициенты  $a_{ij}$  принимают вид:

$$a_{11} = 1, \quad a_{12} = -i\varepsilon\varphi_e, \quad a_{13} = -i(\varepsilon\varphi_e)^2, \quad a_{21} = 0, \quad a_{22} = 1, \quad a_{23} = \varepsilon\varphi_e, \\ a_{31} = -2i\varepsilon\varphi_e^2 e^{-i\varphi_e} \delta, \quad a_{32} = 0, \quad a_{33} = 2\delta \cos \varphi_s e^{-i\varphi_e}, \quad a_{34} = -e^{-2i\varphi_e},$$

Так как обычно параметр усиления мал,  $\varepsilon \ll 1$ , то  $\psi \ll 1$ . В этом случае, пренебрегая в (16) членами выше третьего порядка малости, получаем следующее характеристическое уравнение:

$$2(1 - \cos \psi) [\cos \varphi_s - \delta \cos(\varphi_e + \psi)] + \varepsilon^3 \varphi_e^4 = 0 \quad (17)$$

при  $\delta = \pm 1$ ,  $0 \leq \varphi_s \leq \pi$ , или

$$2(1 - \cos \psi) [\cos \varphi_s - \cos(\varphi_e + \psi)] + \delta \varepsilon^3 \varphi_e^4 = 0, \quad (18)$$

где  $0 \leq \varphi_s = \varphi_{s,0} \leq \pi$  при  $\delta = 1$  – рабочая 0-я пространственная гармоника,  $\pi \leq \varphi_s = \varphi_{s,1} \leq 2\pi$ , при  $\delta = -1$  – рабочая 1-я пространственная гармоника.

Полагая также  $\cos \psi \cong 1 - \psi^2/2$ ,  $\sin \psi \approx \psi$ , получаем из (18) следующее алгебраическое характеристическое уравнение четвертой степени для комплексного возмущения фазы электронных волн:

$$\frac{\psi^4}{2} \cos \varphi_e + \psi^3 \sin \varphi_e + \psi^2 (\cos \varphi_s - \cos \varphi_e) + \delta \varepsilon^3 \varphi_e^4 = 0. \quad (19)$$

В теории электронных приборов это малое возмущение обычно нормируется с использованием параметра усиления  $\varepsilon$  [4]:

$$\eta = \frac{\psi}{\varepsilon\varphi_e} = \frac{\psi' + i\psi''}{\varepsilon\varphi_e} = \eta' + i\eta''. \quad (20)$$

Тогда характеристическое уравнение электронных волн в периодической структуре принимает вид

$$\frac{\varepsilon}{2} \cos \varphi_e \eta^4 + \frac{\sin \varphi_e}{\varphi_e} \eta^3 + \frac{\cos \varphi_s - \cos \varphi_e}{\varepsilon \varphi_e^2} \eta^2 + \delta = 0. \quad (21)$$

В «гладких» ЗС с импедансными стенками (например, в спирально-проводящем цилиндре) существует только одна основная пространственная гармоника волны, то есть  $\delta = 1$ . Шаг системы мал, так что  $L \rightarrow 0$ ,  $\varphi_s \rightarrow 0$  и при синхронизме электронов с прямой волной

$$\varphi_e = \frac{\varphi_s}{1 - \varepsilon \xi} = \varphi_s \rightarrow 0,$$

где  $\xi = b$  – параметр расстройки скоростей электронов и волны. Используя малость  $\varphi_s$  и  $\varphi_e$ , получим из (21)

$$\frac{\varepsilon}{2} \eta^4 + (\eta - \xi) \eta^2 + 1 = 0. \quad (22)$$

Пренебрегая членом  $\sim \varepsilon$ , характеризующим взаимодействие электронного потока со встречной волной, получаем характеристическое уравнение, точно совпадающее с уравнением, приведенным в [2,4] для рассматриваемого кинематического приближения, то есть в пренебрежении пространственным зарядом  $\sigma^2 \approx 4QC = 0$ .

### 3. Решение характеристического уравнения в полосах запираия ЗС

В периодических ЗС в полосах запираия фаза поля во всем объеме ЗС либо одинакова, либо скачком меняется на  $\pi$  в некоторых сечениях, как в объемных резонаторах или стоячих волнах, что показано в [23] в пренебрежении омическими потерями. При этом возможно синхронное взаимодействие электронного потока и поля, условия которого несколько различаются в разных полосах ЗС, но в любом случае величины фазового набег в электронном потоке  $\varphi_e$  при точном синхронизме кратны  $\pi$ , так как  $\varphi_e = \varphi_s$ . В уравнениях (19) и (21) исчезает кубическое слагаемое и получается биквадратное характеристическое уравнение, аналитические решения которого позволяют исследовать усиление в полосах запираия ЗС. Аналогичным образом в этом случае получаются аналитические решения и более общего характеристического уравнения (18). Рассмотрим разные варианты.

В низкочастотной полосе запираия ЗС с нормальной дисперсией основной пространственной гармоники имеем, согласно (5) на  $m$ -й пространственной гармонике при точном синхронизме с ней электронов

$$\varphi_s = 2\pi m + i\varphi_s'', \quad \varphi_e = 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2... \quad (23)$$

В случае  $m = 0$  синхронизм с нерелятивистскими электронными потоками невозможен, так как поле синфазно во всем объеме ЗС. В других случаях получаем из (18) характеристическое квадратное уравнение относительно  $\cos \psi$

$$2(1 - \cos \psi)[\operatorname{ch} \varphi_s'' - \cos \psi] + \varepsilon^3 (2\pi m)^4 = 0, \quad (24)$$



решения которого имеют вид

$$\cos \psi = 1 + \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \varphi_s'' - 1) \mp \sqrt{(\operatorname{ch} \varphi_s'' - 1)^2 - 2\varepsilon^3(2\pi m)^4}. \quad (25)$$

Если взаимодействия электронов и поля ЗС нет, то  $\varepsilon = 0$  и получаем два значения

$$\cos \psi = \begin{cases} 1 & \text{при верхнем знаке,} \\ \operatorname{ch} \varphi_s'' & \text{при нижнем знаке.} \end{cases} \quad (26)$$

Первое из них определяет две совпадающие волны электронного потока без учета пространственного заряда,  $\psi_{1,2} = 0$ ; при его учете они расщепляются на две волны пространственного заряда – быструю и медленную. Второе значение  $\cos \psi$  соответствует двум реактивно затухающим волнам ЗС в полосе запираия; с учетом их пространственных гармоник получим

$$\psi_{3,4} = 2\pi m \pm i\varphi_s''.$$

С ростом параметра усиления  $\varepsilon$  значения  $\cos \psi$  изменяются, однако остаются вещественными вплоть до критической точки, определяемой соотношением

$$\sqrt{2\varepsilon_{\text{кр}}^2(2\pi m)^2} = \operatorname{ch} \varphi_s'' - 1. \quad (27)$$

При  $\varepsilon > \varepsilon_{\text{кр}}$  значения  $\cos \psi$  комплексны и при этом, по-видимому, возможно усиление электронных волн в полосе запираия ЗС.

Рассмотрим теперь высокочастотную полосу запираия ЗС с нормальной дисперсией основной пространственной гармоники ( $\delta = 1$ ), ближайшую к  $\omega_{\text{ЛН}}$  (см. рисунок). Здесь при точном синхронизме

$$\varphi_s = \pi(2m + 1) + i\varphi_s'', \quad \varphi_e = \pi(2m + 1), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (28)$$

и из (18) получим

$$2(1 - \cos \psi)[\operatorname{ch} \varphi_s'' - \cos \psi] - \varepsilon^3 \pi^4 (2m + 1)^4 = 0, \quad (29)$$

$$\cos \psi = 1 + \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \varphi_s'' - 1) \mp \frac{1}{2}\sqrt{(\operatorname{ch} \varphi_s'' - 1)^2 + 2\varepsilon^3 \pi^4 (2m + 1)^4}. \quad (30)$$

В отличие от (25), значения  $\cos \psi$  вещественны и, по-видимому, отсутствует усиление для любых  $\varepsilon$ .

Аналогичные результаты получены для полосы запираия ЗС с аномальной дисперсией основной пространственной гармоники ( $\delta = -1$ ). В низкочастотной полосе запираия справедливы соотношения (28), но ввиду изменения знака  $\delta$  получаем решение (25) (с учетом  $2\pi m \rightarrow \pi(2m + 1)$ ) и соответствующие выводы о возможном усилении при  $\varepsilon > \varepsilon_{\text{кр}}$ ,

$$\sqrt{2\varepsilon_{\text{кр}}^2 \pi^2 (2m + 1)^2} = \operatorname{ch} \varphi_s'' - 1. \quad (31)$$

В высокочастотной полосе запираения при  $\omega \geq \omega_{2\text{па}}$  получаем решения, аналогичные (30),  $\cos \psi$  является вещественной величиной и усиления, по-видимому, нет.

Сделанные выводы о возможности усиления электронных волн при  $\varepsilon > \varepsilon_{\text{кр}}$  можно обосновать, применяя 3-й закон сохранения в электронных потоках [см. [4], приложение VI], из которого в линейной теории следует кинетическая теорема, имеющая следующий вид:

$$P_K(z) - P_K(0) = V_e J_0 \varepsilon \operatorname{Re} IV^*, \quad (32)$$

где  $P_K(z)$  – поток кинетической энергии электронов в сечении  $z$ ;  $V_e, J_0$  – ускоряющее напряжение и ток пучка. При дискретном взаимодействии из неё для каждой  $j$ -й электронной волны можно получить

$$P_{q+1,j} - P_{q,j} = V_e J_0 \exp(-2\psi''_i) \varepsilon \operatorname{Re} I_{q,j} V_{q,j}^*, \quad (33)$$

где  $P_{q,j}$  – поток кинетической энергии этой волны в  $q$ -м зазоре взаимодействия. Используя первые два соотношения (14) и исключая из них  $F_q$ , найдем комплексный импеданс электронной волны  $Z_j = I_{q,j}/V_{q,j}$ , а также величину

$$\operatorname{Re}(I_{q,j} V_{q,j}^*) = |V_{q,j}|^2 Z_{q,j} = -|V_{q,j}|^2 \operatorname{Re} \frac{a_{23} a_{12} - a_{13} (a_{22} - \lambda_j)}{a_{23} (a_{11} - \lambda_j) - a_{13} a_{21}}, \quad (34)$$

характеризующую изменение её активной мощности на шаге ЗС. Вычислим эту величину в рассматриваемом случае малого пространственного заряда и тонких зазоров взаимодействия, когда матричные коэффициенты определяются выражениями (17), и учитывая, что  $\psi \ll 1$ , так что  $\lambda_j = \exp(i\psi_j) \approx 1 + i\psi_j$ . Получим

$$\operatorname{Re} I_{q,j} V_{q,j}^* = -|V_{q,j}|^2 \varepsilon \varphi_e \frac{\psi'_j}{|\psi_j|^2} = -|V_{q,j}|^2 \frac{\eta'_j}{|\eta_j|^2}. \quad (35)$$

Из (33), (35) видно, что при  $\psi'_j = \varepsilon \varphi_e \eta'_j > 0$  имеем  $P_{q+1,j} - P_{q,j} < 0$ , то есть пучок отдает энергию электронной волне, в противном случае – наоборот. В то же время амплитуда волны нарастает в положительном направлении при  $\psi''_j < 0$ , так как  $U_{q+1,j} = U_{q,j} \exp(i(h_e + \psi_j)) = U_{q,j} \exp(i(h_e + \psi'_j)) \cdot \exp(-\psi''_j)$ . Полученные выше аналитические решения позволяют проанализировать разные случаи. Для простоты ограничимся ЗС с нормальной дисперсией ( $\delta = 1$ ) основной рабочей пространственной гармонике, рассматривая частоты отсечки, когда реактивного затухания нет,  $\varphi''_s = 0$ . В этом случае  $\varepsilon_{\text{кр}} = 0$ . На низкочастотной отсечке из формулы (25) получим

$$\psi_j^2 = \mp i \sqrt{2\varepsilon^3 (2\pi m)^4}, \quad \psi_j = \exp\left(i\frac{\pi}{2}\left(j + \frac{1}{2}\right)\right) \cdot 2\pi m \sqrt[4]{2\varepsilon^3}, \quad j = 0, 1, 2, 3. \quad (36)$$

Рассмотрим разные волны.

При  $j = 0$  электронный пучок отдает энергию волне ( $\psi' > 0$ ), которая нарастает в отрицательном направлении ( $\psi'' > 0$ ). Этот случай соответствует обратной волне (ЛОВ).

При  $j = 1$  электронный пучок забирает энергию у волны ( $\psi' < 0$ ), которая убывает в положительном направлении ( $\psi'' > 0$ ). Этот случай соответствует затухающей прямой волне в ЛБВ.

При  $j = 2$  электронный пучок забирает энергию у волны ( $\psi' < 0$ ), поток убывает в отрицательном направлении ( $\psi'' < 0$ ). Этот случай соответствует затухающей обратной волне в ЛОВ.

При  $j = 3$  электронный пучок отдает энергию волне ( $\psi' > 0$ ), которая нарастает в положительном направлении ( $\psi'' > 0$ ). Этот случай соответствует усиливаемой прямой волне в ЛБВ. Если теперь взять частоту ниже частоты отсечки, то усиление сохраняется при условии увеличения параметра усиления  $\varepsilon$  выше критического значения  $\varepsilon_{кр}$ , определяемого соотношением (27).

С помощью полученных аналитических решений аналогичные исследования электронно-волнового взаимодействия можно провести и на других частотах отсечки ЗС с нормальной и аномальной дисперсией основной пространственной гармоники.

### Заключение

Теория ЛБВ, построенная на анализе дискретного электронно-волнового взаимодействия в замедляющих системах, обладает рядом преимуществ по сравнению с традиционным волновым анализом, давая возможность исследования взаимодействия не только в полосах пропускания, но и полосах запирающего ЗС. Это первоначально делалось с использованием эквивалентных схем ЗС, позволивших получить ряд новых физических результатов и разработать алгоритмы и программы для проектирования конкретных конструкций мощных ЛБВ. Применение развитой в последние годы разностной теории возбуждения волноводов дало возможность создать разработанный здесь универсальный метод анализа дискретного электронно-волнового взаимодействия независимо от вида используемой ЗС. Полученные аналитические решения универсального характеристического уравнения электронных волн дают возможность дальнейших исследований усиления в полосах пропускания и запирающего ЗС с применением 3-го закона сохранения в электронном потоке (кинетической теоремы) и путем решения краевых задач.

*Исследование осуществлено в рамках Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2013-2014 гг., проект № 12-01-0066.*

### Библиографический список

1. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ электронике для физиков. Т. 1. М.: Физматлит, 2003.
2. Пирс Дж.Р. Лампа с бегущей волной / Пер. с англ. под ред. В.Т. Овчарова. М.: «Советское радио», 1952.
3. Вайнштейн Л.А. Электронные волны в замедляющих системах. 4. I. Общая теория, 4. II. Конкретные задачи // ЖТФ. 1956. Т. 26, № 1. С. 126, 141.
4. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.
5. Лошаков Л.Н. Распространение волн в волноводе при наличии электронного пучка с учетом затухания // ЖТФ. 1953. Т. 23, № 10. С. 1820.
6. Лошаков Л.Н., Пчельников Ю.Н. Теория и расчет усиления лампы с бегущей волной. М.: Сов радио, 1964.

7. Булгакова Л.В., Трубецков Д.И., Фишер В.Л., Шевчик В.Н. Лекции по электронике СВЧ приборов типа О. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1974.
8. Пореш С.Б. Суперлинейные усилители мощности производства СРІ SATCOM // НПО СвязьПроект <http://www.nprosp.ru/articles/detail.php?ID=256>
9. Канавец В.И., Мозговой Ю.Д., Сленков А.И. Излучение мощных электронных потоков в резонаторных замедляющих системах. М.: Изд-во МГУ, 1993.
10. Малыхин А.В., Соловьев А.С. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37, № 3. С. 397.
11. Мухин С.В., Солнцев В.А. Описание взаимодействия в ЛБВ с цепочкой связанных резонаторов на основе волноводно-резонаторной модели // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33, № 6.
12. Вайнштейн Л.А. Электронные волны в периодических структурах // ЖТФ. 1957. Т. 27, № 10. С. 2340.
13. Аркадакский С.С., Цикин Б.Г. Уравнения возбуждения однородных волноведущих систем на частоте отсечки // Радиотехника и электроника. 1976. Т. 21, № 3. С. 608.
14. Солнцев В.А., Кравченко Н.П. Волновая линейная теория ЛБВ вблизи границы полосы прозрачности // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 5. С. 1103.
15. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. О характере неустойчивости в ЛБВ вблизи границы полосы пропускания // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23, № 9. С. 1104.
16. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рожнев А.Г., Блохина Е.В., Булгакова Л.В. Волновая теория ЛБВ вблизи границы полосы пропускания // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 6. С. 399.
17. Солнцев В.А., Мухин С.В. Разностная форма теории возбуждения периодических волноводов // РЭ. 1991. Т. 36, № 11. С. 2161.
18. Солнцев В.А., Колтунов Р.П. Обобщенная линейная теория дискретного электронно-волнового взаимодействия в замедляющих системах // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55, № 11. С. 1362.
19. Назарова М.В., Солнцев В.А., Колтунов Р.П., Шабанов Д.С. Исследование дискретного электронно-волнового взаимодействия в полосах пропускания и запираания замедляющих систем // Изв. вузов. ПНД. 2012. Т. 20, № 3. С. 118.
20. Солнцев В.А. Характеристическое уравнение и свойства электронных волн в периодических структурах // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57, № 12. С.1312.
21. Солнцев В.А., Колтунов Р.П. Анализ уравнений дискретного электронно-волнового взаимодействия и группировки электронных потоков в периодических и псевдопериодических замедляющих системах // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, № 6. С. 738.
22. Солнцев В.А. Возбуждение однородных и периодических волноводов сторонними токами // ЖТФ. 1968. Т. 38, № 1. С. 100.
23. Осин А.В., Солнцев В.А. Электронные волны в запредельных периодических структурах // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 24, № 7. С. 1380.

Московский институт электроники  
и математики Национального исследова-  
тельского университета  
«Высшая школа экономики»

Поступила в редакцию 4.02.2013

**BY THE THEORY OF THE ELECTRON WAVES  
AND THE DISCRETE ELECTRON-WAVE INTERACTION  
IN THE STOPBANDS OF THE SLOW-WAVE SYSTEMS**

*V. A. Solntsev*

The role of the discrete description of electron-wave interaction in high-power traveling wave tubes is shown. Deals with the development of this trend on the basis of the theory of interaction of the difference equation excitation waveguides. The validity of the linear theory and developed a universal characteristic equation of electron waves, using the difference equation excitation waveguides in stopbands of slow-wave systems. Synchronous interaction of the electrons with the field stopband sections slow-wave systems characteristic equation reduces to biquadratic, analytical solutions which allow to analyze the properties of electron waves and amplification of the signal into the stopband section.

*Keywords:* Slow-wave system, electron beam, interaction, TWT, passband, stopband.

*Солнцев Виктор Анатольевич* – родился в Москве (1931). Окончил Московский гос. университет, физический ф-т (1953), аспирантуру МГУ (1957), к.ф.-м.н. (1960), д.ф.-м.н. (1973), профессор(1979). С 1973 года – заведующий кафедрой Московского государственного института электроники и математики (МИЭМ), ныне профессор МИЭМ НИУ ВШЭ. Научные интересы в области электроники и радиофизики СВЧ. Автор более 250 научных трудов и 20 изобретений по усилению и генерации СВЧ колебаний, теории, методам и программам проектирования электронных приборов СВЧ, вакуумной микро-и наноэлектронике. В их числе изобретение и разработка многолучевых ламп обратной волны (1956, с А.С. Тагером, А.А. Негиревым и др.), явившихся основой для создания первой в мире серии генераторов, перекрывающих мм и субмм волны, книга «Лекции по сверхвысокочастотной электронике» (1973, с Л.А. Вайнштейном). Руководитель КЦП «Функционально – ориентированная электроника СВЧ» (1984–1989), объединявшей 10 вузов, ряд НИИ АН СССР и промышл. Рук. ведущей научной школы России, поддержанной грантами Президента РФ (1996–2005), организатор постоянно действующего с 1973г. Междунар. семинара «Проблемы электроники». В разные годы член 4-х дисс. советов, редколлегий журналов «Радиотехника и электроника» и «Зарубежная радиоэлектроника», член 2-х научных советов РАН, консультант «Физической энциклопедии» (1988–1998) и энцикл. словаря «Электроника» (1990). Заслуженный деятель науки РФ (1999), почетный член Российского НТО РЭС им. А.С. Попова (1999), «Почетный радист» (1980), «Почетный работник высшего проф. образования РФ» (2001).



109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., 3  
Московский институт электроники и математики  
Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»  
E-mail: soln05@miem.edu.ru