Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн

УДК 621.385.6

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РЕЗИСТИВНОГО УСИЛИТЕЛЯ М-ТИПА

О. А. Кильдякова, А. А. Фунтов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Представлены результаты исследования линейной теории двух моделей резистивного устройства М-типа.

Ключевые слова: Резистивный усилитель, М-тип, линейная теория.

Введение

В настоящее время одно из активно развиваемых направлений современной науки о колебаниях и волнах связано с исследованием особенностей взаимодействия электронных потоков с электромагнитными полями с акцентом на терагерцовый диапазон частот. В связи с этим начинается возвращение к некоторым забытым идеям, которые на фоне развития новых технологий могут быть воплощены в реальные приборы. К таким идеям относится возможность использования резистивного усилителя, на который сейчас вновь обратили внимание (на конгрессе IVEC-2015 был представлен доклад *Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-Enhanced Resistive Wall Amplifiers*).

В СВЧ электронике резистивный усилитель О-типа был исследован в режиме слабого сигнала [1–3]. Преимущества этого прибора согласно [3]: отсутствие необходимости синхронизма между скоростью электронов и фазовой скоростью волны, высокие значения усиления, а также практически полное отсутствие обратной связи между выходом и входом, так как нет передачи энергии в направлении, противоположном движению пучка. Исследования резистивного усилителя М-типа, кроме краткого описания в обзоре [3], где указано, что в нём возможен малый уровень шума, не известны.

Постановка задачи

Рассмотрим следующую модель. Промодулированный бесконечно тонкий электронный поток магнетронного типа влетает в область, в которой ВЧ-поле отсутствует. Под этой областью будем понимать пространство между двумя плоскостями,

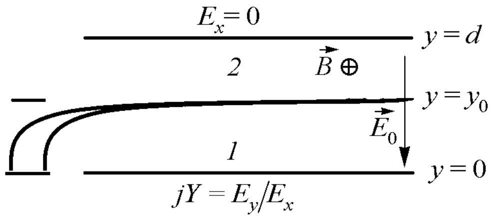

Рис. 1. Рассматриваемая модель

причем нижняя (рис. 1) имеет проводимость

$$jY = \frac{E_y}{E_x}.$$

В общем случае проводимость может быть комплексной величиной. В данной работе рассматриваются случаи индуктивной $Y = 1/(j\omega L)$, емкостной $Y = j\omega C$ и резистивной ($\mathrm{Im}\, Y = 0$) проводимостей.

На входе в область, где ВЧ-поля нет, пучок в общем случае имеет продольное $\tilde{x}$ и поперечное $\tilde{y}$ смещения. Волны, которые могут распространяться ниже и выше пучка (области *1* и *2* на рис. 1, соответственно), имеют вид $\bar{E} = \bar{E}\,(y)\, e^{j(\omega t - \beta x)}$, с составляющими

$$\begin{cases} E_{x1,2}\,(y) = a_{1,2}\,\mathrm{sh}\,\beta y + b_{1,2} ch\beta y, \\ E_{y1,2}\,(y) = j a_{1,2}\,\mathrm{ch}\,\beta y + j b_{1,2} sh\beta y. \end{cases}$$

Причем в *1*-й области $y < y_0$ и $E_x/E_y|_{y=0} = 1/(jY)$, а во *2*-й области $y > y_0$ и $E_x|_{y=d} = 0$.

Условия разрыва нормальной составляющей напряженности поля пространственного заряда имеют вид

$$\begin{cases} E_{y2} - E_{y1} = -\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\dfrac{\partial \tilde{x}}{\partial x}, \\ E_{x2} - E_{x1} = -\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial x}, \end{cases}$$

где σ_0 – поверхностная плотность заряда пучка, ε_0 – диэлектрическая постоянная.

Как и в [4], предположим, что

$$\begin{cases} E_{x\text{ПЗ}} = \dfrac{E_{x1} + E_{x2}}{2}, \\ E_{y\text{ПЗ}} = \dfrac{E_{y1} + E_{y2}}{2}. \end{cases}$$

Путем несложных преобразований получим

$$\begin{cases} E_{x\text{ПЗ}} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(-j\dfrac{(Y\,\mathrm{th}\,[\beta y_0] + 1)\,\mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]}{Y\,(\mathrm{th}\,[\beta y_0] + \mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]) + 1 + \mathrm{th}\,[\beta y_0]\,\mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]}\dfrac{\partial \tilde{x}}{\partial x} - \dfrac{g_y}{2}\dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial x}\right), \\ E_{y\text{ПЗ}} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{g_y}{2}\dfrac{\partial \tilde{x}}{\partial x} + j\dfrac{Y + \mathrm{th}\,[\beta y_0]}{Y\,(\mathrm{th}\,[\beta y_0] + \mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]) + 1 + \mathrm{th}\,[\beta y_0]\,\mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]}\dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial x}\right), \end{cases} \tag{1}$$

где

$$g_y = \frac{Y\,(\mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)] - \mathrm{th}\,[\beta y_0]) - 1 + \mathrm{th}\,[\beta y_0]\,\mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]}{Y\,(\mathrm{th}\,[\beta y_0] + \mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]) + 1 + \mathrm{th}\,[\beta y_0]\,\mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]}.$$

Нетрудно видеть, что, если нижняя плоскость будет металлической (то есть $Y \to \infty$), то параметр g_y, характеризующий положение пучка между электродами, примет вид

$$g_y = \frac{\mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)] - \mathrm{th}\,[\beta y_0]}{\mathrm{th}\,[\beta y_0] + \mathrm{th}\,[\beta\,(d - y_0)]} = g, \tag{2}$$

как в [4].

Дисперсионное уравнение и исследование его корней

Из уравнений движения в адиабатическом приближении следует, что

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \tilde{x}}{\partial t} + v_0 \dfrac{\partial \tilde{x}}{\partial x} = \dfrac{E_{y\text{ПЗ}}}{B}, \\ \dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial t} + v_0 \dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial x} = -\dfrac{E_{x\text{ПЗ}}}{B}, \end{cases} \tag{3}$$

где v_0 – средняя скорость пучка, а B – индукция магнитного поля.

Полагая все величины пропорциональными $e^{j(\omega t - \beta x)}$, подставим выражение (1) в систему уравнений (3). Дисперсионное уравнение при этом имеет вид

$$\left(\omega - \beta v_0 + g_y \frac{\Omega^2_{\text{пл}}}{\omega_c}\right)^2 = -\left(\frac{\Omega^2_{\text{пл}}}{\omega_c}\right)^2 MN, \tag{4}$$

где $MN = 4\dfrac{(Y\,\text{th}[\beta y_0] + 1)\,(Y + \text{th}[\beta y_0])\,\text{th}[\beta\,(d - y_0)]}{(Y\,(\text{th}[\beta y_0] + \text{th}[\beta\,(d - y_0)]) + 1 + \text{th}[\beta y_0]\,\text{th}[\beta\,(d - y_0)])^2}$, $\dfrac{\Omega^2_{\text{пл}}}{\omega_c} = \dfrac{\sigma_0 \beta}{2\varepsilon_0 B}$.

Следуя [4], рассматриваем классический режим работы приборов М-типа, в котором $\beta \approx \beta_e = \omega / v_0$. Корни дисперсионного уравнения запишутся в виде

$$\beta_{1,2} = \beta_e \left(1 + \frac{\Omega^2_{\text{пл}}}{\omega_c \omega}\left(g_y \pm j\sqrt{MN}\right)\right). \tag{5}$$

При $Y \to \infty$ $g_y = g$ (согласно (2)) и

$$MN = 4\frac{\text{th}[\beta y_0]\,\text{th}[\beta\,(d - y_0)]}{(\text{th}[\beta y_0] + \text{th}[\beta\,(d - y_0)])^2},$$

а уравнение (4) переходит в уравнение (V.83) работы [4]

$$(\omega - \beta v_0)^2 + 2g\frac{\Omega^2_{\text{пл}}}{\omega_c}(\omega - \beta v_0) + \left(\frac{\Omega^2_{\text{пл}}}{\omega_c}\right)^2 = 0.$$

Исследуем корни дисперсионного уравнения (4). Рассмотрим сначала случай резистивной проводимости ($\text{Im}[Y] = 0$). Из рис. 2, *а* видно, что MN асимпто-

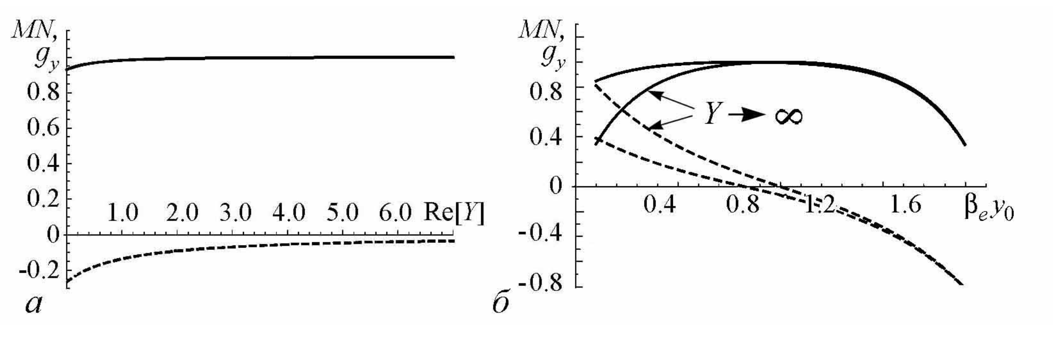

Рис. 2. Зависимость MN (сплошные) и g_y (пунктир) от $\text{Re}[Y]$ (*а*) при $\beta_e d = 2\beta_e y_0 = 2.0$ и от $\beta_e y_0$ (*б*) при $\beta_e d = 2.0$, $\text{Re}[Y] = 3.0$ и $Y \to \infty$

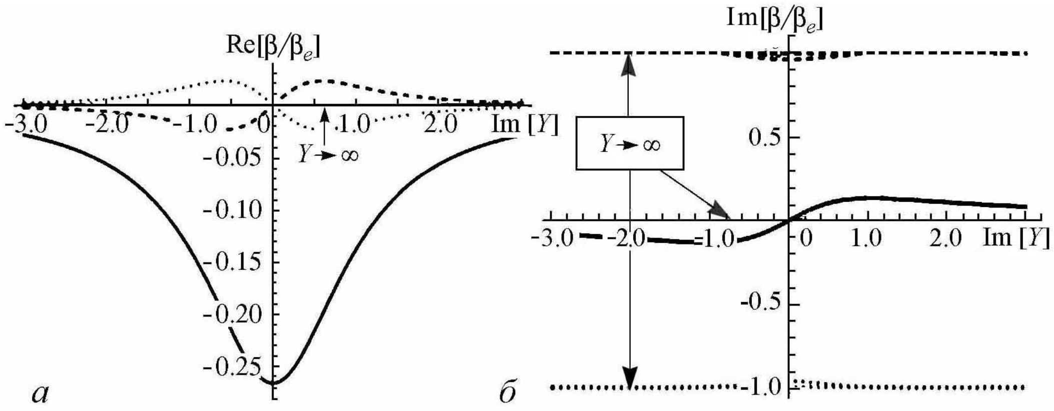

Рис. 3. Зависимость $\mathrm{Re}\,(\beta/\beta_e)$ (*а*) и $\mathrm{Im}\,(\beta/\beta_e)$ (*б*) от $\mathrm{Im}[Y]$ при $\beta_e d = 2\beta_e y_0 = 2.0$. Сплошными линиями отмечены $\mathrm{Re}\,[g_y]$ (*а*), $\mathrm{Im}\,[g_y]$ (*б*); пунктирными – $\mathrm{Im}\left[\sqrt{MN}\right]$ (*а*), $\mathrm{Re}\left[\sqrt{MN}\right]$ (б); точками – минус $\mathrm{Im}\left[\sqrt{MN}\right]$ (*а*); минус $\mathrm{Re}\left[\sqrt{MN}\right]$ (*б*)

тически стремится к единице, а g_y – к нулю, причем они слабо зависят от $\mathrm{Re}[Y]$. Рис. 2, *б* показывает, что изменение значения проводимости будет играть существенную роль, пока поток близок к резистивной плоскости.

Рассмотрим далее случай индуктивной $(\mathrm{Re}\,[\mathrm{Y}] = 0;\ \mathrm{Im}\,[\mathrm{Y}] < 0)$ и емкостной $(\mathrm{Re}\,[\mathrm{Y}] = 0;\ \mathrm{Im}\,[\mathrm{Y}] > 0)$ проводимостей. В случае комплексной проводимости действительная и мнимая части (5) имеют вид

$$\begin{cases} \mathrm{Re}\,\dfrac{\beta}{\beta_e} = 1 + \dfrac{\Omega_{\text{пл}}^2}{\omega_c \omega}\left(\mathrm{Re}\,[g_y] \mp \mathrm{Im}\,\left[\sqrt{MN}\right]\right), \\ \mathrm{Im}\dfrac{\beta}{\beta_e} = 1 + \dfrac{\Omega_{\text{пл}}^2}{\omega_c \omega}\left(\mathrm{Im}\,[g_y] \pm \mathrm{Re}\left[\sqrt{MN}\right]\right). \end{cases}$$

Нетрудно видеть (рис. 3), что наиболее значимый вклад в $\mathrm{Re}\,(\beta/\beta_e)$ вносит величина g_y, а в $\mathrm{Im}\,(\beta/\beta_e)$ – величина $\sqrt{MN}$. При этом в случае металлических стенок $\mathrm{Re}\,(\beta/\beta_e)$ достигает нуля, а $\mathrm{Im}\,(\beta/\beta_e)$ – единицы или минус единицы.

Расчет коэффициентов усиления

Представим возмущения, распространяющиеся в рассматриваемой системе, в виде

$$\begin{cases} \tilde{x} = C_1 e^{-j\beta_1 x} + C_2 e^{-j\beta_2 x}, \\ \tilde{y} = C_3 e^{-j\beta_1 x} + C_4 e^{-j\beta_2 x}. \end{cases}$$

Используем начальные условия

$$\begin{cases} \tilde{x}\,(0) = \tilde{x}_0, \\ \dfrac{\partial \tilde{x}\,(0)}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \tilde{y}\,(0) = \tilde{y}_0, \\ \dfrac{\partial \tilde{y}\,(0)}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

Тогда

$$\tilde{x}(x) = \frac{\tilde{x}_0}{\beta_1 - \beta_2}\left(-\beta_2 e^{-j\beta_1 x} + \beta_1 e^{-j\beta_2 x}\right).$$

Формула для $\tilde{y}(x)$ будет выглядеть аналогично.

Полную поверхностную плотность тока будем искать в виде

$$i(x) = I_0\left(j\theta\tilde{x}e^{j\beta_1 x} + \tilde{y}e^{j\beta_2 x}\right) = I_0\frac{j\theta\tilde{x}_0 e^{j\beta_1 x} + \tilde{y}_0 e^{j\beta_2 x}}{\beta_1 - \beta_2}\left(-\beta_2 e^{-j\beta_1 x} + \beta_1 e^{-j\beta_2 x}\right),$$

где $\theta = \omega\sigma_0/I_0$, а I_0 – постоянная компонента поверхностной плотности тока пучка.

Зададим модуляцию тока, считая $\tilde{x}_0$ и $\tilde{y}_0$ вещественными. Тогда

$$\theta\tilde{x}_0 = \mathrm{Im}\frac{i(0)}{I_0} = \xi$$

и

$$\tilde{y}_0 = \mathrm{Re}\frac{i(0)}{I_0} = \psi,$$

где ξ и ψ – компоненты безразмерной начальной поверхностной плотности тока.

Коэффициент усиления определяем в виде

$$G = 10\lg\left|\frac{i(x)}{I_0}\right| = 10\lg\left|\frac{j\xi e^{j\beta_1 x} + \psi e^{j\beta_2 x}}{\beta_1 - \beta_2}\left(-\beta_2 e^{-j\beta_1 x} + \beta_1 e^{-j\beta_2 x}\right)\right|. \quad (6)$$

Рассмотрим случай резистивной проводимости. На рис. 4 представлены зависимости G от положения пучка и безразмерной длины резистивной секции. Нетрудно видеть, что усиление слабо зависит от значения проводимости и имеет максимум при $y_0 = d/2$. В более общем случае зависимости аналогичны представленным на рис. 4, поэтому приводиться не будут.

Результаты исследования позволяют предположить, что в резистивном усилителе М-типа возможно усиление. Например, при ускоряющем потенциале 1 кВ, частоте сигнала 3 ГГц и проводимости $5 \cdot 10^{-4}$ См при рассматриваемой высоте резистивной секции 2 мм и длине 20 мм усиление в данной модели составляет 22 дБ.

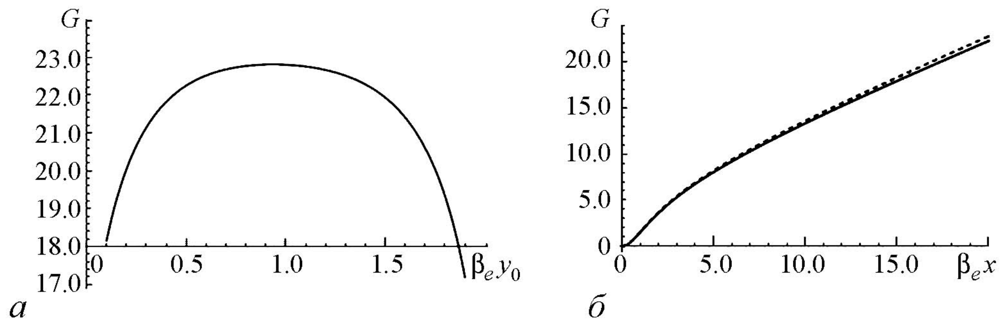

Рис. 4. Зависимость коэффициента усиления от положения пучка при $\beta_e x = 20.0$, $\mathrm{Re}[Y] = 101$ (*а*) и от безразмерной длины пространства взаимодействия при $\beta_e y_0 = 1.0$ (*б*). $\beta_e d = 2.0$, $\Omega^2_{пл}/\omega_\omega = 0.1$, $\xi = \psi = 10^{-3}$; $\mathrm{Re}[Y] = 0.1$ – сплошная линия и $Y \to \infty$ – пунктир

Случай верхней проводящей плоскости

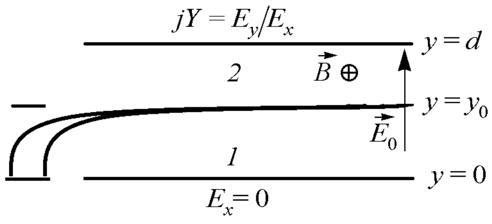

Рис. 5. Вторая рассматриваемая модель

Проводя вывод формул вышеописанным образом, получим дисперсионное уравнение, аналогичное (4)

$$\left(\omega - \beta v_0 + g_y \frac{\Omega^2_{\text{пл}}}{\omega_c}\right)^2 = -\left(\frac{\Omega^2_{\text{пл}}}{\omega_c}\right)^2 MN, \quad (7)$$

в котором

$$g_y = \frac{Y\left(\text{th}\left[\beta\left(d-y_0\right)\right] - \text{th}\left[\beta y_0\right]\right) - 1 + \text{th}\left[\beta y_0\right]\text{th}\left[\beta\left(d-y_0\right)\right]}{Y\left(\text{th}\left[\beta y_0\right] + \text{th}\left[\beta\left(d-y_0\right)\right]\right) - 1 - \text{th}\left[\beta y_0\right]\text{th}\left[\beta\left(d-y_0\right)\right]},$$

$$MN = 4\frac{\left(Y\,\text{th}\left[\beta\left(d-y_0\right)\right] - 1\right)\left(Y - \text{th}\left[\beta\left(d-y_0\right)\right]\right)\text{th}\left[\beta y_0\right]}{\left(Y\left(\text{th}\left[\beta y_0\right] + \text{th}\left[\beta\left(d-y_0\right)\right]\right) - 1 - \text{th}\left[\beta y_0\right]\text{th}\left[\beta\left(d-y_0\right)\right]\right)^2}.$$

Рассмотрим корни (7) для случая резистивной проводимости.

Аналогично рис. 2, *а*, MN на рис. 6, *а* асимптотически стремится к единице, а g_y – к нулю, причем вблизи $Y = 1 + 0j$ знаменатели в выражениях для MN и g_y обращаются в нуль.

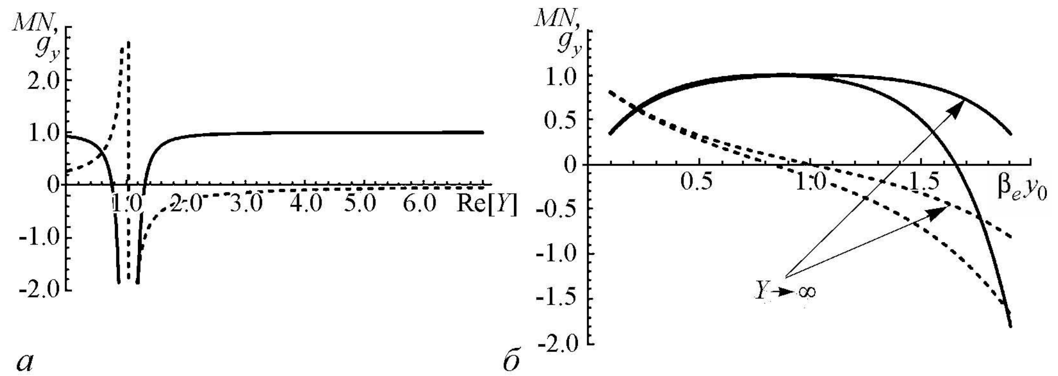

Рис. 6. Зависимость MN (сплошные линии) и g_y (пунктир) от $\text{Re}[Y]$ при $\beta_e d = 2\beta_e y_0 = 2.0$ (*а*) и от $\beta_e y_0$ при $\beta_e d = 2.0$, $\text{Re}[Y] = 3.0$ (*б*)

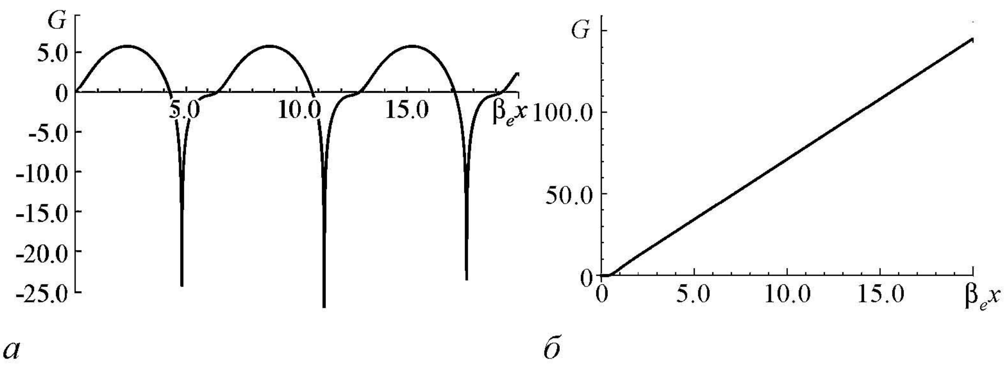

Рис. 7. Зависимость коэффициента усиления от безразмерной длины пространства взаимодействия при $Y = 0.982$ (*а*); $Y = 1.0535 - 0.015j$ (*б*). $\beta_e d = 2\beta_e y_0 = 2.0$, $\Omega^2_{\text{пл}}/\omega_\omega = 0.1$, $\xi = \psi = 10^{-3}$

Исследуем коэффициент усиления для этой модели, который будем находить по формуле, аналогичной (6). Вследствие определенной симметричности корней (5) и (7), рассмотрим лишь случаи с различным поведением систем.

Предположим, что в начале пространства взаимодействия вследствие шумовой модуляции $i\,(x = 0) = i_0$, а в конце пространства взаимодействия потребуем, чтобы $i\,(x = l) = 0$. Тогда условия подавления (рис. 8) примут вид

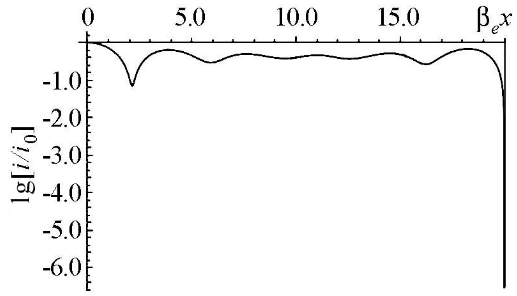

Рис. 8. Зависимость $\lg[i/i_0]$ от безразмерной длины пространства взаимодействия в случае подавления при $\beta_e d = 2\beta_e y_0 = 2.0$, $\Omega^2_{\text{пл}}/(\omega_c\omega) = 0.1$, $Y = 1.07 - 0.005j$, $\beta_e l = 20$

$$\begin{cases} j\xi + \psi = i_0, \\ j\xi e^{j\beta_1 l} + \psi e^{j\beta_2 l} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi = \dfrac{-ji_0}{1 - e^{j(\beta_1 - \beta_2)l}}, \\ \psi = \dfrac{-i_0 e^{j(\beta_1 - \beta_2)l}}{1 - e^{j(\beta_1 - \beta_2)l}}. \end{cases}$$

В заключение данной работы можно сказать, что в резистивном устройстве М-типа можно наблюдать высокие коэффициенты усиления, периодичность усиления по длине и подавление.

Библиографический список

1. *Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V.* The resistive-wall amplifier // Proceedings of the I.R.E. 1953. 41. P. 865.
2. *Birdsall C.K., Whinnery J.R.* Waves in an electron stream with general admittance walls // Journal of Applied Physics. 1953. Vol. 24, № 3.
3. *Варнеке Р.* Эволюция принципов действия современных электровакуумных приборов для СВЧ // Сборник статей «Миллиметровые и субмиллиметровые волны» / Под ред. Р.Г. Мириманова. М.: Издательство иностранной литературы, 1959.
4. *Шевчик В.Н., Трубецков Д.И.* Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: «Советское радио», 1970.

References

1. *Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V.* The resistive-wall amplifier // Proceedings of the I.R.E. 1953. Vol. 41. P. 865.
2. *Birdsall C.K., Whinnery J.R.* Waves in an electron stream with general admittance walls // Journal of Applied Physics. 1953. Vol. 24, № 3.
3. *Warnecke R.* Convegno di electronica etelevisione, Milano, 2, 706, 1954.
4. *Shevchik V.N., Trubetskov D.I.* Analytic methods of calculation in microwave electronic. M.: «Soviet radio», 1970. (In Russian).

Поступила в редакцию 3.07. 2015

SOME QUESTIONS
OF THE THEORY OF RESISTIVE WALL AMPLIFIER M-TYPE

O. A. Kildyakova, A. A. Funtov

Saratov State University

Results of researching linear theory of two models of resistive wall amplifier M-type are presented.

Keywords: Resistive wall amplifier, M-type, linear theory.

Кильдякова Оксана Александровна – родилась в г. Хвалынске Саратовской области (1993). Окончила общеобразовательную школу с серебряной медалью (2010), СГУ им. Н.Г. Чернышевского с красным дипломом (2015). Область научных интересов – теория турбулентности, теория СВЧ-приборов.

10012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: oksanakildyakova@yandex.ru.

Фунтов Александр Андреевич – родился в г. Балаково Саратовской области (1992). Окончил Саратовский государственный университет (2014). В настоящее время – аспирант кафедры электроники, колебаний и волн. Автор 5 научных публикаций. Область научных интересов – вакуумная СВЧ-электроника.

10012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: aafuntov@mail.ru