



МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ФАЗОВОГО НАБЕГА ПОЛЯ В КОЛЬЦЕВОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ: СЛУЧАЙ ДВУХЧАСТОТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

И.В. Измайлов, А.В. Лячин, Б.Н. Пойзнер, Д.А. Шергин

Построены семейства инициально-финальных отображений, линий бифуркаций, карт ляпуновских характеристических показателей и фрактальной размерности D_0 для модели динамики нелинейного фазового набег одно- и двухчастотного поля в нелинейном кольцевом интерферометре. Выяснено влияние структуры спектра двухчастотного излучения на строение указанных карт. Предложены и осуществлены приемы количественного анализа карт. Сопоставлены два способа описания динамики нелинейного фазового набег в нелинейном кольцевом интерферометре: с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений и дискретного отображения. Указано на особенность пространственного детерминированного хаоса как режима, устойчивого к изменению начальных условий, но не устойчивого к вариациям параметров модели.

Введение

Исследования ряда авторов показали, что в поперечном сечении лазерного пучка в нелинейном кольцевом интерферометре (НКИ) возможны автоволны, генерация статических и движущихся структур, перемежаемость и хаос (например, [1 – 3]). Поэтому модель процессов в НКИ является одной из тех, что широко охватывают многообразные явления нелинейной динамики. В большинстве известных авторам работ такое моделирование проводится для частного случая одночастотного излучения. Чтобы приблизить модель к реальной ситуации, следует изучать случай, когда на входе НКИ присутствует двухчастотное (бихроматическое) излучение. Этот сюжет начинает исследоваться лишь в самое последнее время [4 – 6]. При подобной постановке задачи резонно ожидать появления новых особенностей сложной динамики в модели. В свою очередь, это расширит представление о закономерностях поведения нелинейных кольцевых систем оптического диапазона.

Судя по литературе, одним из направлений применения явления детерминированного хаоса является разработка систем конфиденциальной связи [7]. Так, применение пространственного детерминированного хаоса (ПДХ) перспективно в нелинейно-динамических системах защиты информации для передачи (в статическом режиме) и хранения данных. Статический режим предпочтительнее, если лимитирующим фактором является пропускная способность канала связи либо если стоит задача хранения информации в зашифрованном виде [8]. При этом степень скрытности передачи сообщения зависит от характеристик статического режима, в свою очередь, определяемого комбинацией параметров нелинейно-динамической системы.

Цель работы - для случаев одно- и двухчастотного оптического поля в приближении больших его потерь и отсутствия дифракции, исследовать влияние физических факторов на устойчивость режимов в соответствующих моделях НКИ и фрактальные свойства аттракторов. Как показано в [2, 4], при этих упрощениях моделями на языке обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) являются уравнения, описывающие динамику нелинейного фазового набега U оптического поля в нелинейной среде. Поэтому ниже под процессами в НКИ понимается динамика U .

Данная работа продолжает исследование, отраженное в статье [9]. В ней обсуждалось понятие ПДХ, и для его описания - в предположении статического режима - был осуществлен переход от обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) к дискретным отображениям (ДО). Благодаря использованному предположению этот переход не требует традиционного приближения мгновенного отклика. Поэтому моделью пространственно-распределенной системы может служить ДО с пространственной эволюционной переменной. Исходя из этого в [9] построена модель динамики нелинейного фазового набега в НКИ.

1. Кольцевой интерферометр с керровской средой и модель динамики нелинейного фазового набега двухчастотного оптического поля

На рис. 1, *a* представлена схема кольцевого интерферометра, в котором находится тонкий слой нелинейной среды (НС), показатель преломления которой зависит от амплитуды воздействующего на него электрического поля света (например, имеет место эффект Керра). В цепь обратной связи НКИ введен линейный элемент G , обеспечивающий преобразование поля (сдвиг, наклон, поворот, растяжение, сжатие). Поэтому траектория луча, начинающаяся в точке с координатами (x', y') , после обхода НКИ попадет в точку $(x, y) = G(x', y')$.

Пусть на вход НКИ поступает сумма двух квазимонохроматических полей с амплитудами $a(\mathbf{r}, t)$, $b(\mathbf{r}, t)$ и с частотами $\omega \pm \Omega$ круговой поляризации:

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r}, t) &= a(\mathbf{r}, t)\cos[(\omega + \Omega)t + \phi(\mathbf{r}, t) + \psi(\mathbf{r}, t)] + \\ &\quad + b(\mathbf{r}, t)\cos[(\omega - \Omega)t + \phi(\mathbf{r}, t) - \psi(\mathbf{r}, t)], \\ E_y(\mathbf{r}, t) &= a(\mathbf{r}, t)\sin[(\omega + \Omega)t + \phi(\mathbf{r}, t) + \psi(\mathbf{r}, t)] - \\ &\quad - b(\mathbf{r}, t)\sin[(\omega - \Omega)t + \phi(\mathbf{r}, t) - \psi(\mathbf{r}, t)]. \end{aligned}$$

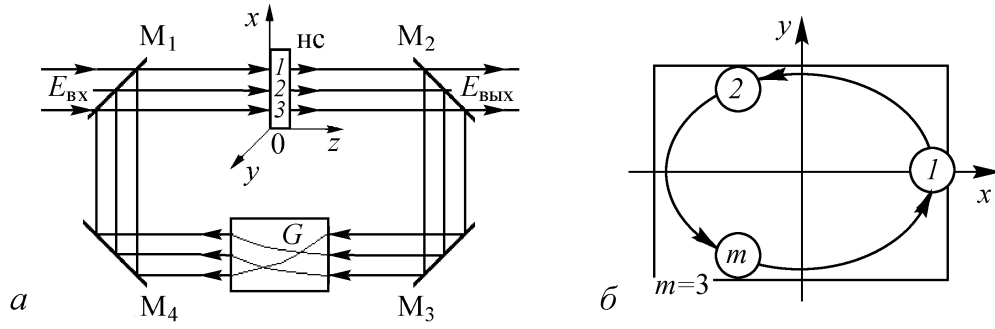


Рис. 1. Схема нелинейного кольцевого интерферометра и ход лучей в НКИ при повороте светового поля на $\Delta = 120^\circ$ в плоскости xOy : *a* – траектории лучей 1, 2, 3, замыкающиеся после трех обходов; *б* – проекция траекторий лучей 1, 2, 3 на плоскость xOy , [9]

Здесь ω (либо Ω при $\omega < \Omega$) имеет смысл средней частоты, а 2Ω (2ω при $\omega < \Omega$) – частотный интервал между составляющими поля. Чтобы отразить специфику спектра рассматриваемого оптического поля, мы оперируем параметром бихроматичности $q \equiv \Omega/\omega$ [4].

Тогда в приближении медленно меняющихся амплитуд, фаз, модуляции положения плоскости поляризации, времени запаздывания t_e поля, медленной релаксации нелинейной части показателя преломления, а также в приближении больших потерь (либо в приближении одного прохода), в пренебрежении дифракцией поля и диффузией молекул НС можно описать динамику нелинейного фазового набегу U в НС НКИ [9]:

$$\begin{aligned} \tau_{ni} \frac{dU_i(t)}{dt} &= -U_i(t) + f_i, \\ f_i \equiv f_i(t) &= Kab_{i,i}(t) + pKab_{i-1,i}(t - \tau) + [\gamma_{i-1}(t)/\sigma] \times \\ &\times \{Ka_{i,i-1}(t, t - \tau) \cos[(1 + q)\omega\tau + \phi_i(t) - \phi_{i-1}(t - \tau) + \\ &+ \psi_i(t) - \psi_{i-1}(t - \tau)] + Kb_{i,i-1}(t, t - \tau) \cos[(1 - q)\omega\tau + \\ &+ \phi_i(t) - \phi_{i-1}(t - \tau) - \psi_i(t) + \psi_{i-1}(t - \tau)]\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $U_i(t)$ – нелинейный фазовый набег в НС на частоте ω ; $\tau \equiv \tau_{i-1}(t) = t_{e_{i-1}}(t) + U_{i-1}(t - t_{e_{i-1}}(t))/\omega$; $\gamma_i(t)$ – удвоенный амплитудный коэффициент потерь излучения за один проход через НКИ; τ_{ni} – время релаксации НС; $p = 0$ в случае приближения больших потерь, но $p = [\gamma_{i-1}(t)/\sigma/2]^2$, в приближении одного прохода; «смешанный» (Kab) и «парциальные» (Ka , Kb) параметры нелинейности:

$$\begin{aligned} Kab_{i,j}(t) &\equiv (1 - R)n_{2j}lk [a_i^2(t) + b_i^2(t)], \\ Ka_{i,i-1}(t, t - \tau) &\equiv (1 - R)n_{2i}lk a_i(t)a_{i-1}(t - \tau), \\ Kb_{i,i-1}(t, t - \tau) &\equiv (1 - R)n_{2i}lk b_i(t)b_{i-1}(t - \tau). \end{aligned}$$

$k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; n_{2i} и l – параметр нелинейной рефракции и длина НС.

Модель описывает поведение U в «точечном приближении». Это означает, что зависимость U от координат точки в поперечном сечении пучка описывается индексом i . При этом оказывается существенной структура цепочек транспозиционных точек (ЦТТ) (рис. 1, б), обусловленная элементом G (см. рис. 1, а). В частности,

важно различать замкнутые и незамкнутые ЦТТ, а также ЦТТ с конечным и бесконечным числом точек m [9]: в случае замкнутых ЦТТ $i \in [1, m]$, и запись $i + 1$ обозначает операцию $(i \bmod m) + 1$, то есть $U_1 \equiv U_{m+1}$; в случае незамкнутых ЦТТ $U_1 = Kab_{1,1}(t)$, а $i \in [1, +\infty)$, если ЦТТ бесконечна.

Пусть $dU/dt = 0$ (статический режим), величины $a_i, b_i, \phi_i, \psi_i, \gamma_i, t_{ei}$ постоянны во времени, оптические свойства НС НКИ ($n_2 = n_{2j}$) и амплитуды входного поля ($a = a_i, b = b_i$) однородны (в пределах одной ЦТТ). Тогда верно соотношение $Kab = Ka + Kb$, и удобно ввести суммарный параметр нелинейности K и долю Q_a интенсивности компоненты с частотой $(1 + q)\omega$ по правилу: $K \equiv Kab = (Ka + Kb)$, $Q_a \equiv Ka/K$. Тогда $Ka = KQ_a, Kb = K(1 - Q_a)$. Если еще и остальные оптические свойства НКИ ($\Phi = \Phi_i, \gamma = \gamma_i$) и входного поля ($\psi_i = 0, \phi_i = 0$) однородны, то из (1) нетрудно получить ДО [9]:

$$U_{i+1} = K\{1 + p + \gamma\{Q_a \cos[(1 + q)(\Phi + U_i)] + (1 - Q_a) \cos[(1 - q)(\Phi + U_i)]\}/\sigma\}. \quad (2)$$

В случае монохроматического излучения на входе НКИ ($q = 0$) и при $p = 0, \sigma = 1$ из (2) получим ДО [10, 11]

$$U_{i+1} = K[1 + \gamma \cos(U_i + \Phi)]. \quad (3)$$

2. Бифуркационные диаграммы и линии бифуркаций для модели в виде обыкновенных дифференциальных уравнений

Статический режим отнюдь не исключает (из-за нелинейности системы) хаотизации пространственной структуры пространственных распределений амплитуды, фазы оптического поля и показателя преломления НС. Например, в случае *незамкнутой* ЦТТ в модели (1) на языке ОДУ всегда реализуется устойчивое (во времени) статическое состояние. Несмотря на это, «пространственный» режим в модели на языке ДО (2) может быть и неустойчивым, то есть демонстрировать ПДХ [9]. Для ПДХ характерна полная нечувствительность к изменению начальных условий, но сохранение высокой чувствительности к вариациям параметров системы.

В случае *замкнутой* ЦТТ в модели (1) на языке ОДУ возможны как устойчивые, так и неустойчивые статические состояния (во времени) и их бифуркации. Одному и тому же набору параметров могут соответствовать несколько (не)устойчивых состояний (рис. 2). Каждое из этих решений соответствует некоторому предельному циклу в модели на языке ДО с бесконечной ЦТТ, (не)устойчивость которого определяется (не)устойчивостью решений ОДУ. Период циклов не превышает числа m точек в ЦТТ [9].

Для описания бифуркационных диаграмм на рис. 2 введем следующие обозначения: 1 – разрывные бифуркации возникновения нового устойчивого решения (1), 2 – разрывные бифуркации исчезновения старого устойчивого решения (1), 3 – бифуркация обретения устойчивости, 4 – бифуркации потери устойчивости [12]. Существенно, что классификация одной и той же точки бифуркации зависит от направления движения в пространстве бифуркационных параметров через нее. В частности, существенно, движемся ли мы вдоль оси K, γ или Φ . На рис. 2 цифровые обозначения типов бифуркаций соответствуют движению вдоль оси K либо γ .

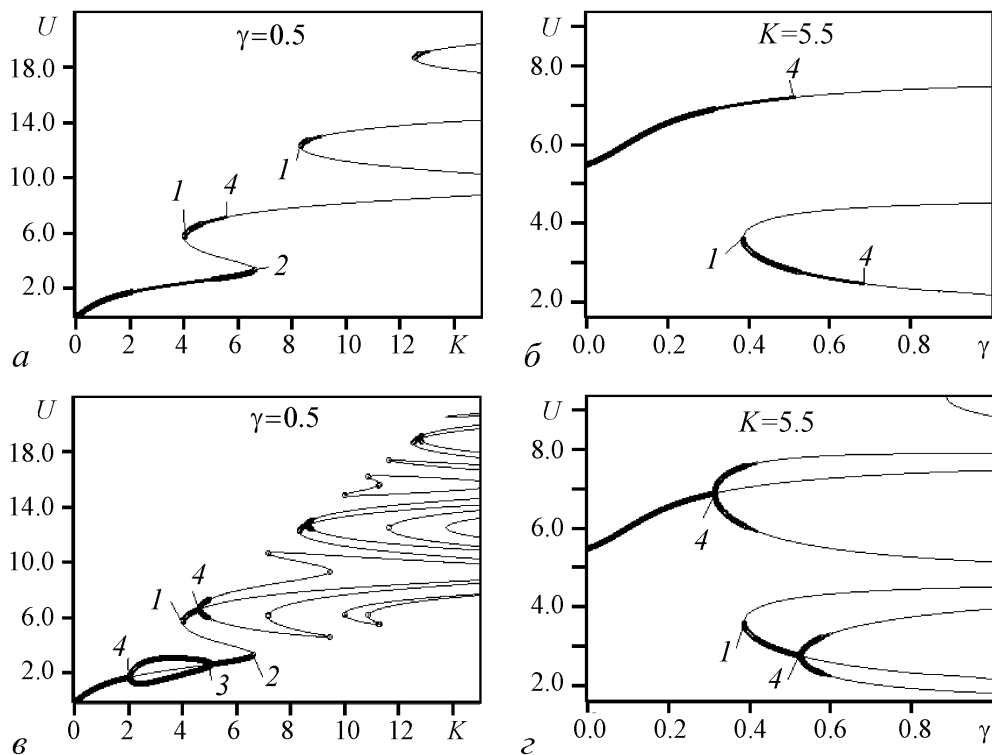


Рис. 2. Бифуркационные диаграммы статических состояний нелинейного фазового набег при $t_e = \tau_n$ для замкнутых ЦТТ и $m = 1$ (а), (б); $m = 2$ (в), (з). Жирные линии отображают состояния, устойчивые при любых t_e , линии средней толщины - состояния, устойчивые при данном t_e , тонкие линии - неустойчивые состояния

Исследуя особенности бифуркационного поведения в моделях (1), целесообразно строить серии некоторых сечений пространства параметров плоскостями [13]. Пусть множество точек бифуркаций (определенного типа) в пространстве параметров модели образуют поверхности, соответствующие этим типам бифуркаций. Тогда пересечение указанных поверхностей с секущей плоскостью порождает линии, которые можно назвать *линиями бифуркаций* соответствующего типа. Отображая линии на этой плоскости, получим тем самым сечения, позволяющие судить о положении и типе бифуркаций. Примеры таких сечений плоскостями $\gamma = 0.5$ (а) и $K = 5.5$ (б) даны на рис. 3. Нумерация линий бифуркаций на нем отвечает принятым ранее обозначениям, но применительно к анализу статических состояний вида $U_1 = U_2$.

3. Особенности строения карт ляпуновских характеристических показателей и дробной размерности аттракторов дискретного отображения

Перейдем к рассмотрению свойств аттракторов ДО, соответствующих незамкнутым ЦТТ с бесконечным количеством точек m . Удобным способом исследования свойств динамической системы служит построение распределений некоторой характеристики ее поведения на секущей плоскости, то есть карт на плоскости параметров. Их построение способно, например, помочь решению задачи оптимизации

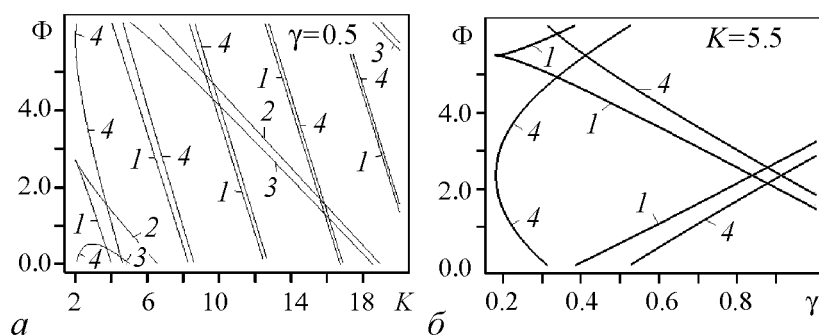


Рис. 3. Линии бифуркаций $\Phi = \omega t_e$, то есть бифуркационное значение Φ как функция коэффициента нелинейности K (а), параметра потерь γ (б). Значение Φ приведено в диапазон $[0; 2\pi]$, $m = 2$

ции параметров и/или режимов, обеспечивающих наибольшую степень «скрытности» передачи сообщения, замаскированного ПДХ. Показательными характеристиками режима работы динамических систем являются ляпуновские характеристические показатели (ЛХП) Λ и дробная размерность аттрактора, соответствующего динамике в модели. Предполагаемую связь между дробной размерностью аттрактора D (емкостью аттрактора как множества) и ЛХП выражает гипотеза Каплана – Йорке [14].

Известно, что строение карт ЛХП зависит от начальных условий. Поэтому целесообразно построить карты ЛХП для ДО в следующих координатах: параметр нелинейности K – начальное состояние U_1 . Здесь мы считаем, что, несмотря на предположение об однородности характеристик НКИ и входного излучения, есть возможность управлять величиной U_1 , например, варьированием входной интенсивности поля в первой точке ЦТТ ($U_1 = K_1$). Подобное построение можно воспринимать как зависимость инициально-финального отображения (ИФО) [15] от параметра K . А чтобы иллюстрировать приведенное выше положение из [9] о взаимосвязи строения бифуркационной диаграммы (БД) статических состояний U для ОДУ и ИФО для ДО, следует совместить изображение БД с контрастной картой ($\text{sgn } \Lambda$), построенной в тех же координатах (рис. 4).

Из этих построений видно, что если на БД присутствуют устойчивые состояния (толстые линии), то на карте ЛХП им соответствуют прилежащие к ним области начальных условий, влекущих регулярное поведение системы (светлые области на рис. 4). Причем для монохроматического случая зависимость $\Lambda(U_1)$ имеет период 2π (см. рис. 4, а, з). Корректность подхода, опирающегося на совместный анализ карты и БД, предполагает построение максимально возможного количества БД для различного числа ОДУ.

Таким образом, объединение карт ЛХП с БД может служить достаточно эффективным приемом, облегчающим морфологическую интерпретацию карт и позволяющим объяснять наличие регулярной либо хаотической (темные области на рис. 4) динамики в модели.

Появление второго компонента в спектре излучения играет существенную роль. Уже при доле Q_a амплитуды светового поля с высокой частотой, превышающей 0.1, и при относительно малом параметре бихроматичности $q = 0.1$ в структуре карты заметны изменения. А при $Q_a = 0.5$ и $q = 0.5$ (когда частоты одинаковых по ампли-

туда компонентов отличаются втрое) происходит усложнение структуры карты через обогащение ее мелкими деталями и увеличение доли значений U_1 , соответствующих хаотическим режимам [16].

Обратимся к независимым расчетам ЛХП и фрактальной размерности (емкости) D_0 . Сравнение рис. 5, *a* и *б*, *г* и *д*, 6, *a* и *б*, *в* и *г*, *ж* и *з* показывает наличие структурных инвариантов в строении карт ЛХП и D_0 . Исходя из предположения о справедливости гипотезы Каплана – Йорке указанное сходство карт (построенных с помощью двух различных программ) можно рассматривать как некий верификационный сюжет.

Обращает на себя внимание тот факт, что значения фрактальной размерности D_0 лежат преимущественно вблизи целых: 0 и 1 (рис. 5, *в*, *е*, 6, *в*, *е*, *и*). То есть имеет место слабая «дробность» D_0 . Более детальный расчет показывает, что 54.41% и 42.57% точек (от их общего числа на карте в координатах $K - \gamma$ для одночастотного случая) соответствуют значения D_0 , попадающие в узкие интервалы $[0; 0.1]$ и $[0.9; 1]$. А оставшимся 3.02% точек соответствуют значения D_0 из широкого интервала $[0.1; 0.9]$.

При расчете плотности вероятности $\rho(D_0)$ вычислялось количество точек, в которых величина D_0 принимает значения в некотором интервале, отнесенное к величине этого интервала и общему числу точек на карте.

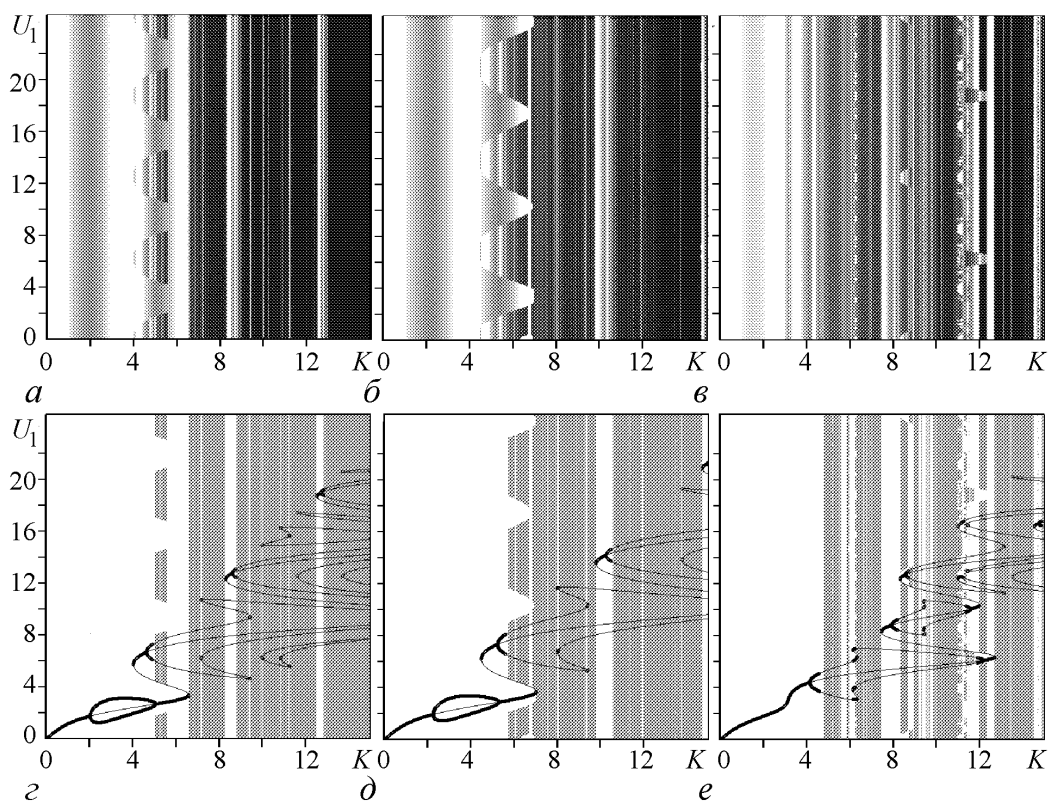


Рис. 4. Карты ЛХП в координатах $K - U_1$ для: $q = 0$; $Q_a = 0$ (*a*), $q = 0.1$; $Q_a = 0.1$ (*б*), $q = 0.5$; $Q_a = 0.5$ (*в*). Совместное построение контрастных карт ($\text{sgn } \Lambda$) и бифуркационных диаграмм в тех же координатах (*г*, *д*, *е*)

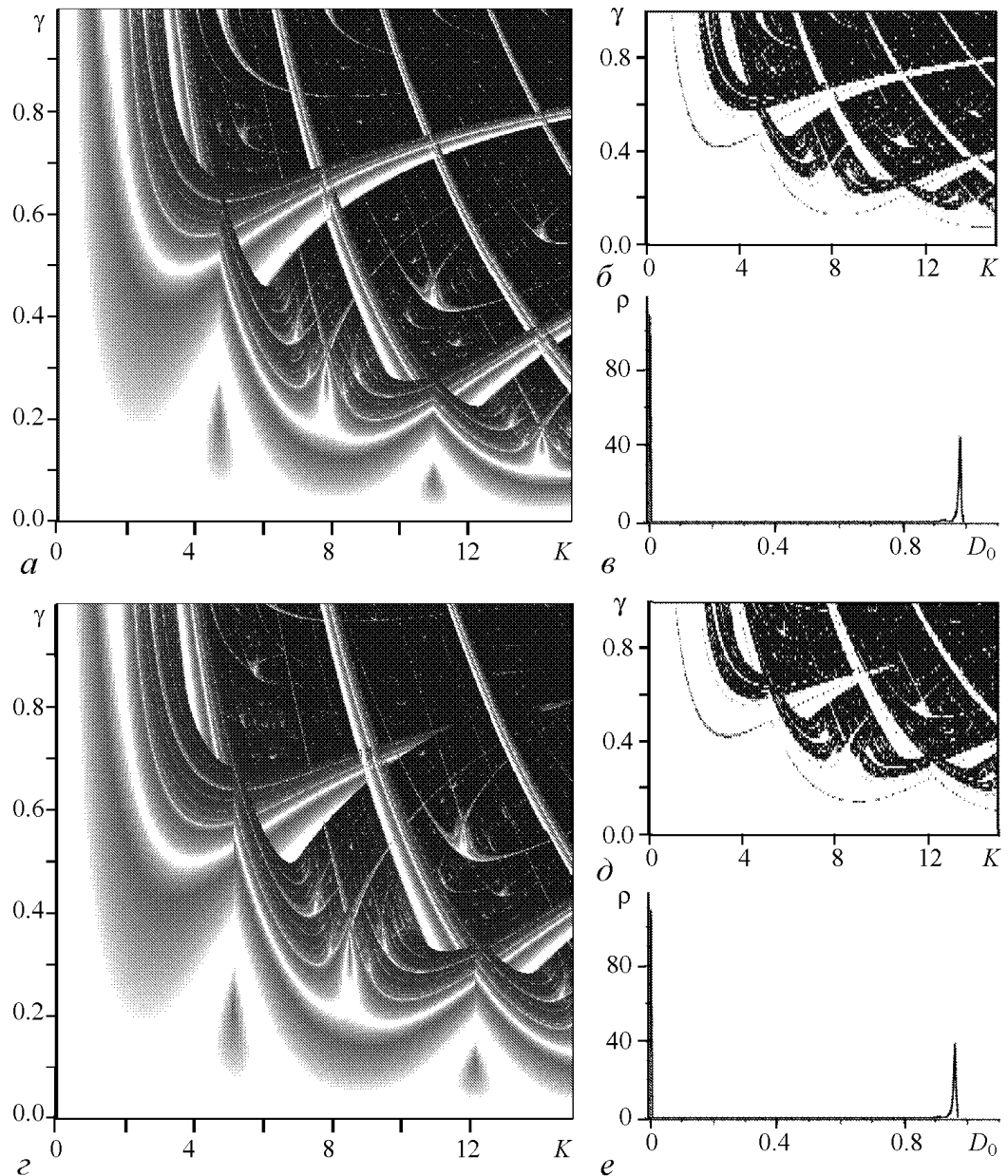


Рис. 5. Карты ЛХП $\Lambda(K, \gamma)$, фрактальной размерности $D_0(K, \gamma)$ и плотность вероятности $\rho(D_0)$ на карте $D_0(K, \gamma)$ при $\Phi = 0$ и следующих значениях параметров бихроматического излучения: $q = 0, Q_a = 0$ ($a, б, в$); $q = 0.1, Q_a = 0.1$ ($з, д, е$)

Дополнительно отметим явное сходство карт $D_0(K, \gamma)$, $\Lambda(K, \gamma)$ на рис. 5, $a, б$ с картой динамических режимов на плоскости параметров двумерного ДО Икеды (рис. 3.6 в [14, с. 72]). Последнее сводится к ДО (3) в приближении больших потерь. Такое сходство может служить косвенным доказательством достоверности выполненных в работе расчетов. Кроме того, это сходство свидетельствует о наличии некоторых структурных инвариантов в строении карт размерности аттрактора в модели (3) и карты режимов в [14]. Изучение этого обстоятельства составляет предмет отдельного исследования, выходящего за рамки статьи.

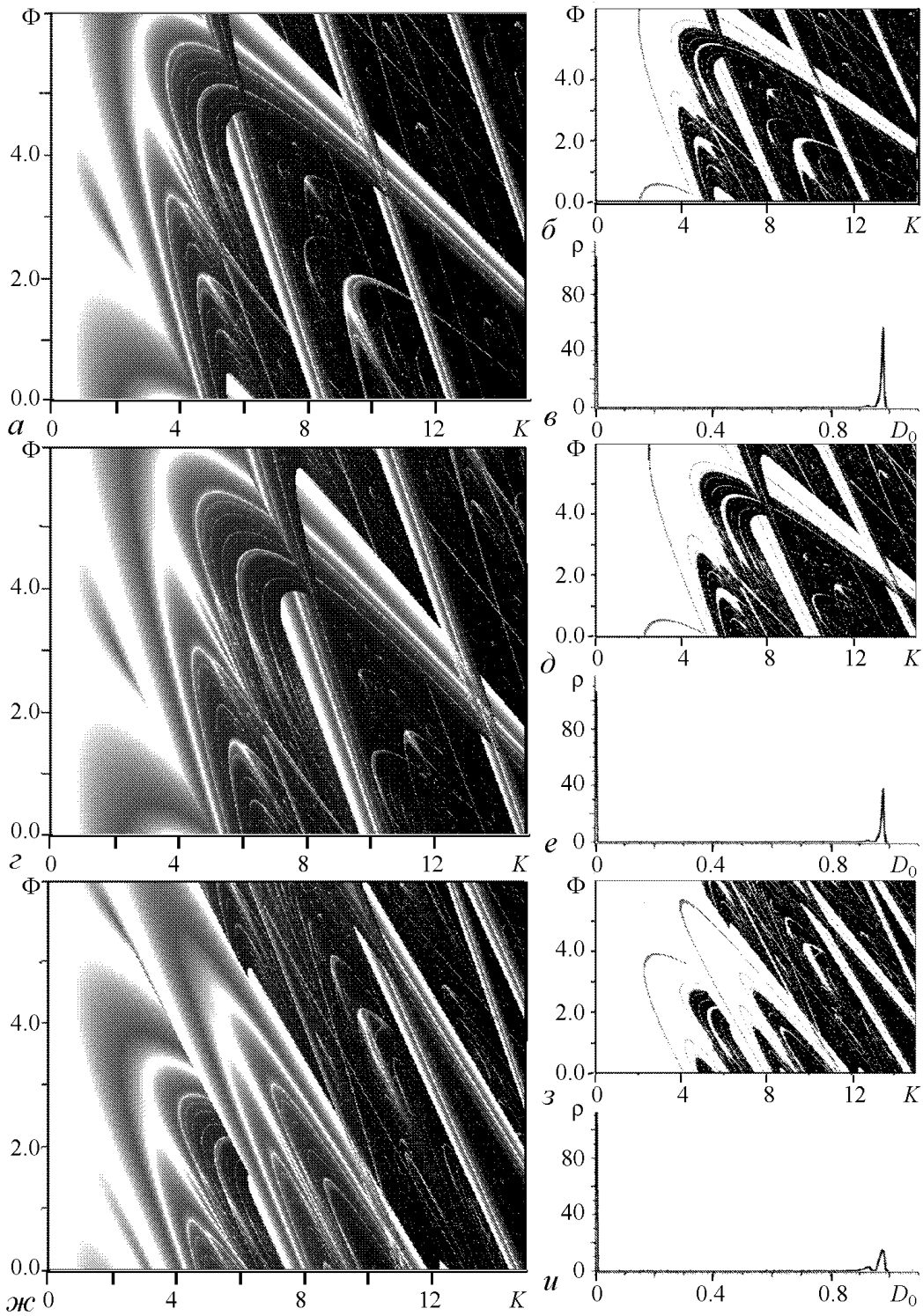


Рис. 6. Карты ЛХП $\Lambda(K, \Phi)$, фрактальной размерности $D_0(K, \Phi)$ и плотность вероятности $\rho(D_0)$ на карте $D_0(K, \Phi)$ при $\gamma = 0.5$ и следующих значениях параметров бихроматического излучения: $q = 0$, $Q_a = 0$ ($a, б, в$); $q = 0.1$, $Q_a = 0.1$ ($z, д, е$); $q = 0.5$, $Q_a = 0.5$ ($ж, з, u$)

Естественно, появление второго компонента в спектре ($Q_a = 0.1, q = 0.1$), как и в случае построения ИФО (см. рис. 4), трансформирует структуру карт.

В связи со специфическими трудностями описания, сопоставления и анализа морфологии карт следует искать относительно объективные количественные характеристики карты как некой целостности. По мысли авторов, такой характеристикой может служить, например, доля P площади карты, соответствующей хаотическому режиму (вероятность наблюдать хаотический режим при случайном выборе координат точки на карте). Напомним, что хаотической динамике соответствуют темные области на «контрастных» картах. Предложенная характеристика может использоваться для сравнения карт ЛХП между собой. Рис. 7 иллюстрирует изменение доли точек плоскости (K, γ) , обеспечивающих хаотический режим, с ростом Q_a и q . Каждая из этих зависимостей немонотонна и содержит явно выраженный минимум в окрестности $q = 0.16$ (рис. 7, а) и $Q_a = 0.34$ (рис. 7, б).

С точки зрения применения НКИ как основы криптосистемы целесообразно выбирать в качестве ключей такую совокупность значений параметров системы, для которой величина P максимальна. Действительно, в окрестности этих значений параметров наиболее вероятен хаотический режим, необходимый для осуществления защиты информации. Например, на рис. 7, а представлен результат расчета $P_{K\gamma}$ карты $\Lambda(K, \gamma)$ в зависимости от q при фиксированных значениях Φ, Q_a . Максимум $P_{K\gamma}(q)$ в этом случае, очевидно, является условным экстремумом $P_{K\gamma}(q, Q_a, \Phi)$. С точки зрения наиболее вероятной реализации хаотического режима при случайном выборе значений K, γ этот экстремум задает условный оптимум значения q .

Возвращаясь к исследованию аналогии между описанием на языках ОДУ и ДО, укажем на обусловленность строения карты ЛХП для ДО (см. рис. 6, а) структурой семейств линий бифуркаций для ОДУ (см. рис. 3, а). А именно, на рис. 3, а между ближайшими парами линий 1 и 4, 2 и 3 расположены устойчивые участки ветвей (соответствующих состояниям $U_1 = U_2$) бифуркационных диаграмм (см. рис. 2), не зависящие от числа уравнений. Нетрудно видеть, что структура карт повторяет конфигурацию участков между линиями бифуркаций.

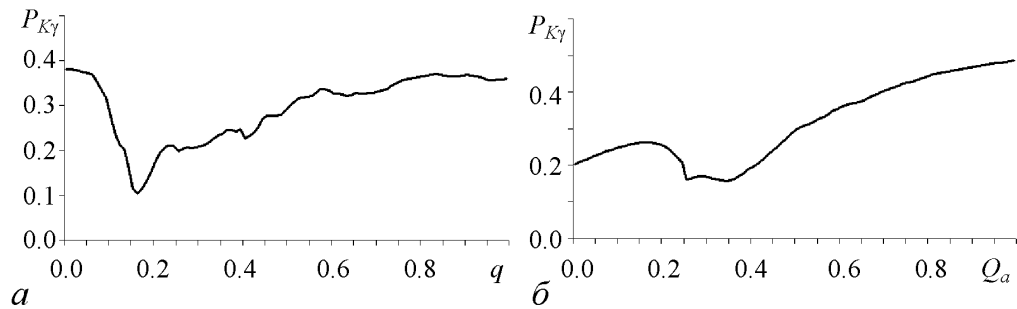


Рис. 7. Доля $P_{K\gamma}$ площади карты $\Lambda(K, \gamma)$, соответствующей хаотическому режиму (вероятность наблюдать хаотический режим при случайном выборе K и γ) при $K \in [0; 20], \gamma \in [0; 1], \Phi = 0$ и следующих значениях параметров бихроматического излучения: $Q_a = 0.5$ (а); $q = 0.5$ (б)

Выявленные выше элементы сходства в строении карт ЛХП для различных ситуаций, а также сходство с результатами, полученными ранее для модели на базе ОДУ, свидетельствуют о правомерности описания динамики нелинейного фазового набегу U в НКИ на языке ДО.

Чтобы проиллюстрировать эти высказывания, воспользуемся приемом совмещения семейства линий бифуркаций для модели на языке ОДУ с картой ЛХП для ДО в одних и тех же координатах по аналогии с аппликацией бифуркационных диаграмм на инициально-финальные отображения (рис. 8). На приведенных ниже рисунках, как и прежде, линии бифуркаций строятся для статических решений типа $U_1 = U_2$ системы двух ОДУ. Но кроме того, на рисунках отображаются результаты прогноза типа режима, основанного на анализе взаимного расположения (на оси OU) решений указанного типа и их устойчивости. Белые и черные области соответствуют регулярному и хаотическому режимам, серые области - обоим режимам, (какой именно из них реализуется, определяют начальные условия). Нетрудно видеть, что линии бифуркаций разграничивают указанные области.

Как следует из рассмотренных ранее сюжетов, переход к бихроматичности излучения влечет существенные изменения структуры карт, свидетельствующие об изменении типа динамики. Поэтому целесообразно акцентировать внимание на кар-

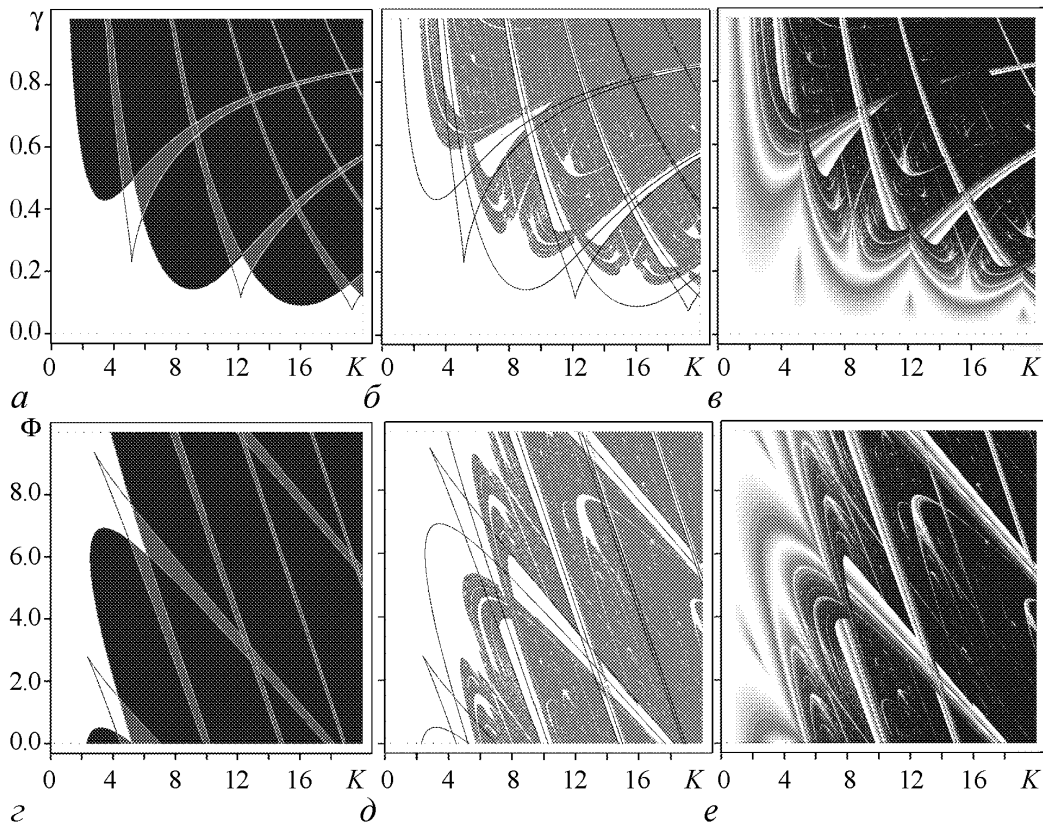


Рис. 8. Линии бифуркаций ($a, г$), контрастные карты ЛХП ($\text{sgn } \Lambda$) с аппликацией линий бифуркаций ($б, д$), карты ЛХП (Λ) ($в, е$) на плоскостях $KO\gamma$, $KO\Phi$ при $q = 0.1$, $Q_a = 0.1$: $\Phi = 0$ ($a, б, в$); $\gamma = 0.5$ ($г, д, е$)

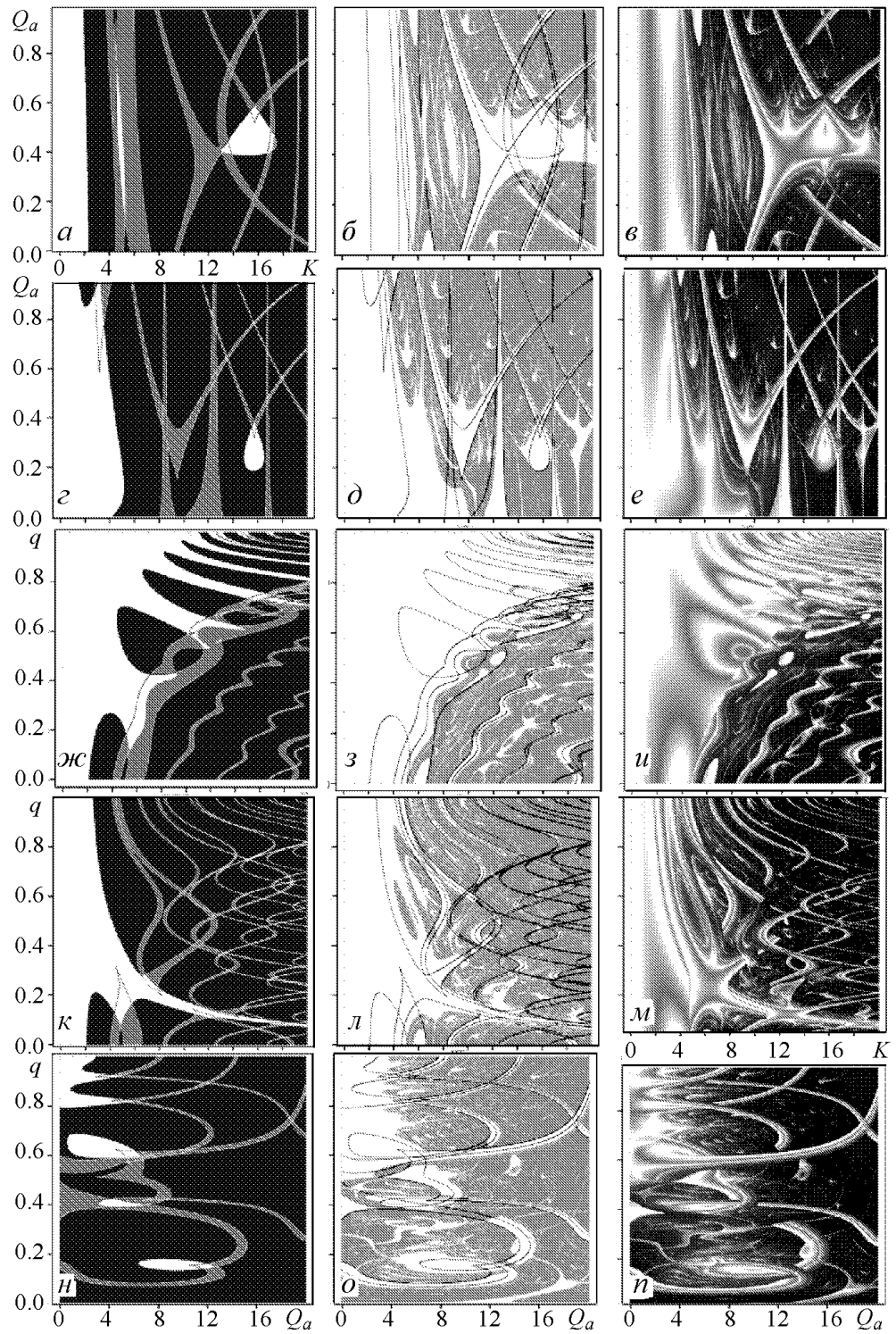


Рис. 9. Линии бифуркаций ($a, z, жс, к, н$), контрастные карты ЛХП ($\text{sgn } \Lambda$) с аппликацией линий бифуркаций ($б, д, з, л, о$), карты ЛХП (Λ) ($в, е, и, м, п$) на плоскостях KQ_a, KOq, Q_aOq при $\Phi = 0, \gamma = 0.5$. Значения параметров бихроматического излучения: $q = 0.1$ ($a, б, в$); $q = 0.5$ ($z, д, е$); $Q_a = 0.1$ ($жс, з, и$); $Q_a = 0.5$ ($к, л, м$); $K = 10$ ($н, о, п$)

тах, где варьируется один или оба параметра Q_a и q , определяющих вид спектра. Их построение придает требуемую полноту представления морфологических закономерностей для всех комбинаций параметров ДО (рис. 9).

На графиках (см. рис. 9) мы по-прежнему наблюдаем сходство в морфологии карт и линий бифуркаций, однако есть и различия между ними. Из сказанного вытекает самостоятельная задача более строгого сравнения структуры карт размерности аттрактора и строения семейств линий бифуркаций, в том числе для состояний $U_1 \neq U_2$ и для более, чем двух уравнений.

Заключение

В статье систематизирован материал, полученный в итоге построения семейств инициально-финальных отображений, линий бифуркаций, карт ЛХП и фрактальной размерности D_0 для модели динамики нелинейного фазового набег одно- и двухчастотного поля в НКИ. Выяснено влияние структуры спектра двухчастотного излучения на строение указанных карт. В доминирующих на картах областях, где размерность D_0 близка к единице (а ЛХП, соответственно, принимает положительные значения), логично ожидать ярко выраженный пространственный детерминированный хаос. В этих областях параметров ДО и следует осуществлять скрытую передачу информации.

В статье уделено внимание нескольким методологическим вопросам. В частности, показана продуктивность сопоставления двух способов описания динамики нелинейного фазового набег в НКИ: (с помощью ОДУ и ДО) на базе построения линий бифуркаций, БД, карт ЛХП и фрактальной размерности. Кроме того, для количественного анализа карт предложено вычислять и строить:

- плотность вероятности значений фрактальной размерности, отображенных на карте;
- долю площади карты ЛХП, соответствующей хаотическому режиму (вероятность наблюдать хаотический режим при случайном выборе значений параметров карты).

Полученные данные подкрепляют вывод о принципиальной особенности ПДХ: для него свойственна полная нечувствительность к изменению начальных условий, но высокая чувствительность к вариациям параметров.

Авторы благодарны рецензенту за полезные замечания по структуре статьи.

Работа поддержана грантом Федерального Агентства по образованию Минобрнауки РФ (Программа 2005 г.: «Развитие научного потенциала высшей школы». Подпрограмма 3. Раздел 3.3), регистрационный № 60321.

Библиографический список

1. Ikeda K. Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by ring cavity system // Opt. Comm. 1979. Vol. 30, № 2. P. 257-260.
2. Ахманов С.А., Воронцов М.А. Нестабильности и структуры в когерентных нелинейно-оптических системах, охваченных двумерной обратной связью // Нелинейные волны: динамика и эволюция: Сб. ст. М.: Наука, 1989. С. 228-237.

3. *Розанов Н.Н.* Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах. М.: Наука, 1997. 336 с.
4. *Измайлов И.В., Магазинников А.Л., Пойзнер Б.Н.* Моделирование процессов в кольцевом интерферометре с нелинейностью, запаздыванием и диффузией при некогерентном излучении // Изв. вузов. Физика. 2000, № 2. С. 29-35.
5. *Балякин А.А., Рыскин Н.М.* Переход к хаосу в кольцевом нелинейном резонаторе при возбуждении внешним многочастотным сигналом // Изв. РАН. Сер физ. 2001. Т. 65, № 12. С. 1741-1744.
6. *Балякин А.А.* Исследование хаотической динамики кольцевого нелинейного резонатора при двухчастотном внешнем воздействии // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. Т. 11, № 4-5. С. 3-15.
7. *Дмитриев А.С.* Динамический хаос как носитель информации // Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. М. Наука, 2002. С. 82-122.
8. *Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н.* Варианты реализации нелинейно-оптического устройства скрытой передачи информации // Оптика атмосферы и океана. 2001. Т. 14, № 2. С. 1074-1086.
9. *Измайлов И.В., Лячин А.В., Пойзнер Б.Н., Шергин Д.А.* Пространственный детерминированный хаос и переход от обыкновенных дифференциальных уравнений к отображениям // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2004. Т. 13, № 1-2. С. 123.
10. *Шергин Д.А., Измайлов И.В.* Дискретные отображения как средство описания детерминированного пространственного хаоса // Сб. тез. 9-й Всерос. науч. конф. студентов-физиков и молодых ученых: В 2-х т. 2003. Екатеринбург – Красноярск: АСФ России, 2003. Т. 2. С. 90-93.
11. *Шергин Д.А., Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н.* Дискретные отображения как язык описания пространственного детерминированного хаоса // Современные проблемы физики и высокие технологии: Матер. Междунар. конф. (29 сентября - 4 октября 2003 г., Томск). Томск: Изд-во НТЛ, 2003. С. 186-189.
12. *Измайлов И.В., Раводин В.О.* Влияние нелинейности и запаздывания в кольцевом интерферометре на бифуркации (расчет и моделирование) / Ред. журн. «Изв. вузов. Физика». Томск, 1998. 34 с. Деп. в ВИНТИ 30.09.98, № 2882-В98. (Аннотация опубликована в журнале Изв. вузов. Физика, 1999, № 1, с. 126).
13. *Шергин Д.А., Измайлов И.В.* Нелинейный кольцевой интерферометр через призму показателей Ляпунова для дискретного отображения // Оптика-2003. Труды третьей международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2003». Санкт-Петербург, 20-23 октября 2003 / Под ред. проф. С.А. Козлова. СПб: СПбГУ ИТМО, 2003. С. 104-105.
14. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос. Курс лекций. Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по физическим специальностям. М.: Физматлит, 2001. 296 с.
15. *Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н., Раводин В.О.* Модель взаимодействия двух научных направлений, одно из которых или оба «затухающие», с учетом ограничения роста достижений и запаздывания // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2001. Т. 9, № 4-5. С. 119-139.

16. *Izmailov I.V., Poizner B.N., Shergin D.A.* Processes in ring interferometer: a problem of description by discrete maps // The 6th International Conference «Atomic and Molecular Pulsed Lasers» Conference Proceedings. Tomsk, Institute of Atmospheric Optics SB RAS, 2003. P. 98.

*Томский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 30.08.2004
После доработки 14.04.2005*

SIMULATION OF FIELD NONLINEAR PHASE SHIFT DYNAMICS IN RING INTERFEROMETER IN CASE OF TWO-FREQUENCY INFLUENCE

I.V. Izmailov, A.V. Lyachin, B.N. Poizner, D.A. Shergin

Families of initial-final maps, bifurcation lines, maps of Lyapunov's characteristic exponents and fractal dimensionality D_0 are constructed for a model of nonlinear phase shift dynamics for one- and two-frequency field in a ring interferometer. The influence of a spectrum form of two-frequency radiation to a structure of mentioned maps is clarified. Ways of maps quantitative analysis are suggested and realized. Two languages of nonlinear dynamics description in the ring interferometer are compared: with the help of ordinary differential equations and of the discrete map. The peculiarity of spatial deterministic chaos was pointed: this state is stable to initial-conditions variation but it is not stable to parameters variation of the model.