



## **НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ЛАМПЫ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ: АВТОМОДУЛЯЦИЯ, МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ, КОНТРОЛЬ \***

*С.П. Кузнецов*

Анализируются особенности нелинейной динамики лампы обратной волны в присутствии таких факторов, как потери энергии при распространении волн, поле пространственного заряда, отражения волн на концах системы. Обсуждается динамика лампы обратной волны со связанными системами, в том числе мультистабильность, обусловленная возможностью взаимодействия пучка с медленной или быстрой нормальной волной в связанных линиях передачи. Рассмотрена возможность подавления автомодуляции при введении в лампу обратной волны дополнительной цепи с запаздыванием, в присутствии которой ток пучка зависит от амплитуды выходного сигнала. При написании обзора наряду с материалами, опубликованными в разные годы в литературе, использованы также оригинальные материалы исследований, проведенных в последнее время.

### **Введение**

Лампа обратной волны (ЛОВ) или карсинотрон – это электронный прибор для генерации электромагнитных колебаний СВЧ-диапазона, в котором пучок электронов взаимодействует с электромагнитной волной в замедляющей системе в ситуации, когда фазовая скорость волны близка к скорости электронов, а групповая скорость противоположна по направлению (рис.1) [1–3]. Благодаря первому условию электроны подвергаются эффективному воздействию поля волны: в пучке образуются сгустки, и возникает высокочастотная составляющая тока. Благодаря второму условию энергия испущенного сгустками излучения распространяется навстречу пучку, что обеспечивает наличие в системе внутренней обратной связи и возможность самоподдерживающихся колебаний. В «классическом» варианте генератора обратной волны – ЛОВ типа О – электроны взаимодействуют с продольной составляющей поля волны, претерпевают смещения параллельно оси пучка и отдают волне кинетическую энергию.

\*Статья подготовлена на основе лекции, прочитанной на XIII зимней школе-семинаре по СВЧ электронике и радиофизике (Саратов, 31 января – 5 февраля 2006 г.).

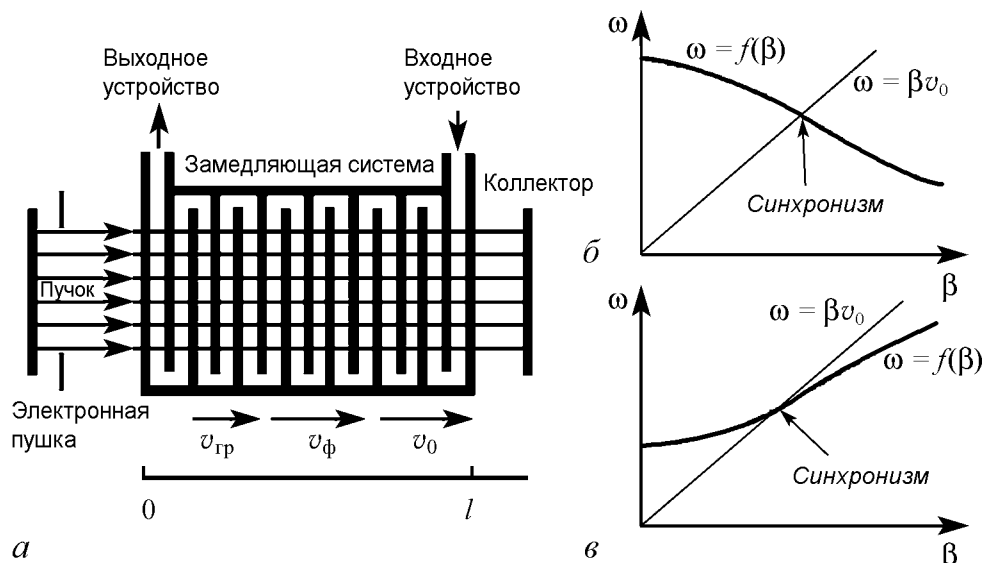


Рис. 1. Схематическое изображение лампы обратной волны типа О в низковольтном варианте (а) и диаграммы волновое число – частота, отвечающие взаимодействию электронного пучка с обратной волной – ЛОВ (б) и прямой волной – ЛБВ (в)

Реализуемый в ЛОВ принцип длительного взаимодействия подразумевает, что длина  $l$  велика по сравнению с замедленной длиной волны, то есть  $N = l/\lambda_{зам} \gg 1$ , а взаимодействие пучка и волны достаточно слабое. В этой ситуации существенно воздействовать на электронный пучок на протяжении всей длины системы и эффективно возбуждаться им могут только спектральные составляющие поля, фазовые скорости которых близки к скорости движения электронов. Эффективное взаимодействие осуществляется в узком интервале частот и волновых чисел вблизи точки  $(\omega_0, \beta_0)$ , где пересекаются дисперсионная характеристика замедляющей системы  $\omega = \omega(\beta)$  и линия  $\omega = \beta v_0$ , отвечающая распространению возмущений в электронном пучке. Поэтому взаимодействующую с электронным пучком составляющую поля волны можно представить в виде  $E(x, t) = \text{Re} [\tilde{E}(x, t)e^{i\omega_0 t - i\beta_0 x}]$ , где  $\tilde{E}(x, t)$  – медленно меняющаяся комплексная функция. Высокочастотный ток, возникающий в электронном пучке в результате воздействия на него поля волны, представляется в виде  $I(x, t) = \text{Re} [I_1(x, t)e^{i\omega_0(t-x/v_0)} + I_2(x, t)e^{2i\omega_0(t-x/v_0)} + \dots]$ , где  $I_1(x, t)$ ,  $I_2(x, t) \dots$  – медленные амплитуды первой, второй и следующих гармоник. Однако эффективно возбуждать поле будет только первая гармоника тока, так как она представляет собой волну, находящуюся в синхронизме с волной в замедляющей системе. Поскольку частота генерации примерно соответствует точке пересечения дисперсионных характеристик, а при изменении рабочего напряжения скорость пучка меняется и точка пересечения перемещается, то имеет место электронная перестройка частоты. Это одна из привлекательных особенностей ЛОВ.

Ключевым моментом при построении нестационарной нелинейной теории является формулировка уравнения возбуждения электродинамической системы. В нем должен быть принят во внимание основной нестационарный эффект – распространение огибающей волны с групповой скоростью. Для его учета зависимость  $\omega = \omega(\beta)$  аппроксимируем линейной функцией, что на диаграмме отвечает касательной прямой в точке пересечения дисперсионных характеристик  $(\omega_0, \beta_0)$ . Наклон этой прямой определяет групповую скорость:  $v_{гр} = |d\omega(\beta_0)/d\beta|$ . Прочие частотные зави-

симости (непостоянство групповой скорости, зависимость сопротивления связи от частоты) можно не принимать во внимание из-за узости спектра частот и волновых чисел. Как можно показать, в итоге требуемое уравнение получается добавлением члена, ответственного за групповой перенос, в уравнение, принятое в традиционной теории приборов с длительным взаимодействием [1, 3]:

$$\frac{1}{v_{\text{гп}}} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} - \frac{\partial \tilde{E}}{\partial x} = -\frac{1}{2} \beta_0^2 K_0 \tilde{I}_1, \quad (1)$$

где  $K_0$  – сопротивление связи замедляющей системы для рабочей пространственной гармоники на частоте  $\omega_0$ .

Вторая составляющая самосогласованной теории – это формулировка уравнения движения электронов, которое выводится из второго закона Ньютона

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{e}{m_0} \text{Re} \left[ \tilde{E}(x, t) e^{i\omega_0 t - i\beta_0 x} \right]. \quad (2)$$

Обозначим как  $t(x, t_0) = t_0 + x/v_0 + \tilde{t}(x, t_0)$  время прибытия в точку  $x$  электрона, влетевшего в пространство взаимодействия в момент  $t_0$ . Тогда преобразование производной в левой части уравнения дает

$$d^2 x / dt^2 = (\partial t / \partial x)_{t_0}^{-1} (\partial / \partial x)_{t_0} [(\partial t / \partial x)_{t_0}^{-1}] = -(\partial t / \partial x)_{t_0}^{-3} (\partial^2 t / \partial x^2)_{t_0}.$$

Из-за медленности изменения комплексной амплитуды во времени и малости изменения скорости электронов в процессе взаимодействия мы вправе заменить в правой части  $\tilde{E}(x, t(x, t_0))$  на  $\tilde{E}(x, t_0 + x/v_0)$  и  $(\partial t / \partial x)_{t_0}^{-3}$  на  $v_0^{-3}$ , откуда имеем

$$(\partial^2 \tilde{t} / \partial x^2)_{t_0} = -\frac{e}{m v_0^3} \text{Re} \left[ \tilde{E}(x, t_0 + x/v_0) e^{i\omega_0(t_0 + \tilde{t}(x, t_0))} \right]. \quad (3)$$

Если отслеживать движение группы электронов с разными фазами влета в пределах одного высокочастотного периода, то уравнения оказываются такими же, как в стационарной нелинейной теории с тем лишь отличием, что амплитуду волны нужно брать в месте пребывания группы частиц. Комплексная амплитуда первой гармоники тока пучка выражается через функцию  $t(x, t_0)$  соотношением

$$I_1(x, t) = \frac{1}{\pi} \int I(x, t) e^{-i\omega_0(t-x/v_0)} d(\omega_0 t) = \frac{1}{\pi} \int I_0 e^{-i\omega_0(t_0 + \tilde{t}(x, t_0))} d(\omega_0 t_0), \quad (4)$$

где интегрирование ведется по периоду  $2\pi/\omega_0$ , и при преобразовании интеграла принято во внимание соотношение  $|I(x, t) dt| = |I_0 dt_0|$ , вытекающее из закона сохранения заряда.

После приведения к безразмерным переменным и параметрам уравнения и граничные условия принимают следующий вид [4, 5]:

$$\partial^2 \theta / \partial \zeta^2 = -\text{Re} [F \exp(i\theta)], \quad \partial F / \partial \tau - \partial F / \partial \zeta = \tilde{I}, \quad \tilde{I} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad (5)$$

$$\theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \partial \theta / \partial \zeta|_{\zeta=0} = 0, \quad F|_{\zeta=L} = 0, \quad (6)$$

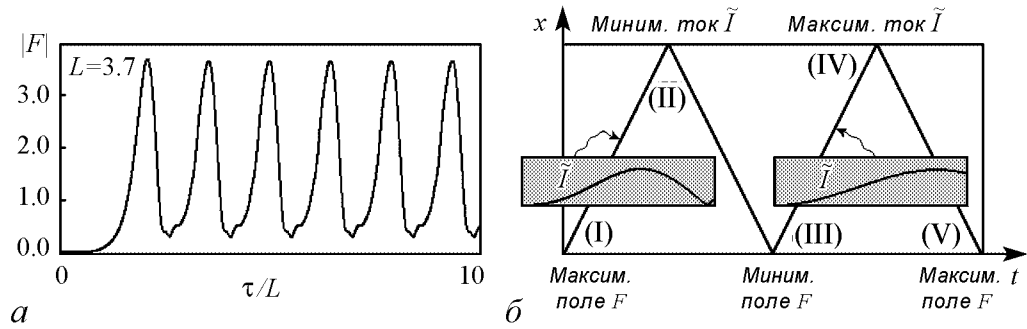


Рис. 2. График зависимости амплитуды выходного сигнала от времени, полученный при численном решении уравнений (4), (5), иллюстрирующий возникновение автомодуляции (а), и пространственно-временная диаграмма, поясняющая механизм этого эффекта (б). Пусть в момент (I) амплитуда высокочастотного поля у пушечного конца системы относительно велика. Это приводит к перегруппировке электронов в пучке вдоль линии  $x - v_0 t = \text{const}$ : распределение амплитуды высокочастотного тока по длине выглядит, как показано на вставке. В результате амплитуда тока у коллекторного конца в момент (II) относительно мала. Тогда на линии, отвечающей распространению волнового пакета с групповой скоростью  $x + v_{гр} t = \text{const}$ , амплитуда поля будет меньше, поэтому в момент  $t \cong L/v_0 + L/v_{гр}$  амплитуда сигнала на выходе минимальна (III). Меньшее поле более эффективно группирует пучок (см. вставку), поэтому на соответствующей характеристике достигается максимум тока у коллекторного конца (IV). В результате новый максимум поля (V) возникнет через время  $T \cong 2(L/v_0 + L/v_{гр})$ . Это грубая оценка периода автомодуляции; согласно численным расчетам коэффициент оказывается равным 1.5

где  $\zeta = \beta_0 C x$  и  $\tau = \omega_0 C (t - x/v_0) (1 + v_0/v_{гр})^{-1}$  – безразмерные независимые переменные – координата и «местное время». Благодаря введению «местного времени», отсчитываемого в каждой точке пространства взаимодействия со сдвигом  $x/v_0$ , в уравнении движения отсутствует производная по  $\tau$ , что облегчает построение разностной схемы для численного решения системы уравнений. Это удобно еще и в том отношении, что в безразмерной форме уравнений оказывается исключенным параметр отношения групповой скорости и скорости пучка, который фигурирует теперь только в коэффициенте, связывающем размерное и безразмерное время. Величина  $\theta(\zeta, \tau, \theta_0)$  характеризует фазу относительно волны для электрона, влетевшего в пространство взаимодействия с фазой  $\theta_0$ , а  $F(\zeta, \tau) = \tilde{E}/(2\beta_0 U C^2)$  – безразмерную комплексную амплитуду высокочастотного поля волны. Параметр Пирса  $C = \sqrt[3]{I_0 K_0 / (4U)}$ , где  $I_0$  – постоянная составляющая тока пучка,  $U$  – ускоряющее напряжение, предполагается малым.

Как было в свое время установлено, в представленной приведенными уравнениями модели ЛОВ переходный процесс заканчивается установлением стационарного режима генерации только при величинах рабочего тока, не более чем в 3 раза превышающих стартовый ток. При больших токах пучка возникает автомодуляция<sup>1</sup>, когда амплитуда сигнала на выходе ЛОВ осциллирует во времени периодическим или непериодическим образом [4–6].

Эти результаты подтверждены экспериментально, как в отношении самого факта возникновения автомодуляции, так и в отношении ее количественных и качественных характеристик (период, спектр) [6, 7]. Известны также результаты экспериментов с релятивистскими ЛОВ, в которых наблюдалась автомодуляция [8, 9].

На рис. 2, а показан пример полученной из численного решения уравнений (4), (5) зависимости амплитуды сигнала на выходе ЛОВ от времени, демонстри-

<sup>1</sup>Стационарный режим генерации возникает при значениях параметра безразмерной длины  $L = L_{ст} = 1.97327$ , а автомодуляция – при  $L > L_m \cong 2.937$ .

рующей возникновение периодической автомодуляции при  $L = 3.7$ . На рис. 2, б приводится пространственно-временная диаграмма, иллюстрирующая механизм возникновения автомодуляции. Главную роль в нем играют два момента. Во-первых, это распределенный характер обратной связи и конечная скорость переноса возмущений с пучком и навстречу ему с волной. Во-вторых, это возникновение перегруппировки электронов в режиме сильной нелинейности. Можно посмотреть, как меняется амплитуда высокочастотного тока в пучке, движущемся в достаточно интенсивном поле волны: начиная от входа в пространство взаимодействия, она нарастает, достигает максимума, затем убывает, снова растет, достигает максимума уже меньшей величины, и так далее. Такой характер зависимости связан с формированием электронных сгустков и их рассыпанием из-за различия скоростей электронов, попавших в разные фазы поля.

На рис. 3 показаны несколько кадров «мультифильма», демонстрирующего динамику распределения амплитуды поля (оттенена серым) и первой гармоники высокочастотного тока по длине системы в режиме автомодуляции. В нижней части каждого «кадра» приводится диаграмма, иллюстрирующая распределение продольных смещений частиц в электронном пучке и добавок к скорости, которые отложены по оси ординат. Полосы серого цвета соответствуют тормозящей фазе высокочастотного поля: при попадании электронных сгустков в эти интервалы фаз они отдают волне свою кинетическую энергию.

Одним из принципиально важных достижений стало обнаружение в численных расчетах и в эксперименте генерации хаотических колебаний в ЛОВ при достаточно больших величинах параметра безразмерной длины, то есть при значительном превышении рабочего тока пучка над стартовым [6–10, 10, 12, 14, 16, 18]. Были продемонстрированы, в частности, такие атрибуты хаоса, как сплошной спектр выходного сигнала и неустойчивость по отношению к малому возмущению начальных условий.

Надо подчеркнуть, однако, что основная модель ЛОВ (5), (6) имеет своим содержанием взаимодействие электронного пучка и электромагнитной волны в рафинированном виде. Она не учитывает многих факторов, зачастую оказывающих заметное влияние на работу реальных устройств, таких как потери энергии при распространении волн в замедляющей системе, поле пространственного заряда, отражения волн на концах системы и других. Предметом настоящего обзора будет обсуждение влияния этих эффектов на динамику нерелятивистской ЛОВ. Их учет ведет к определенному усложнению уравнений, в которых помимо нормированной длины  $L$  появляются дополнительные параметры, влияющие на режимы динамики системы. Если речь идет об исследовании общего плана, а не просто о расчете характеристик какой-то конкретной лампы, то учет сразу всех факторов вряд ли можно считать разумным подходом. В самом деле, при многопараметрическом исследовании полный перебор вариантов становится проблематичным, а результаты труднообозримыми. Поэтому кажется предпочтительным рассмотреть и составить представление о влиянии различных факторов на динамику ЛОВ по отдельности, каждый раз формулируя уравнения нестационарной нелинейной теории так, чтобы они включали интересующий фактор. В ряде случаев оказывается возможным провести качественное сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными результатами. При написании статьи наряду с материалами, опубликованными в разные годы в литературе, использованы также оригинальные материалы исследований, проведенных в последнее время.

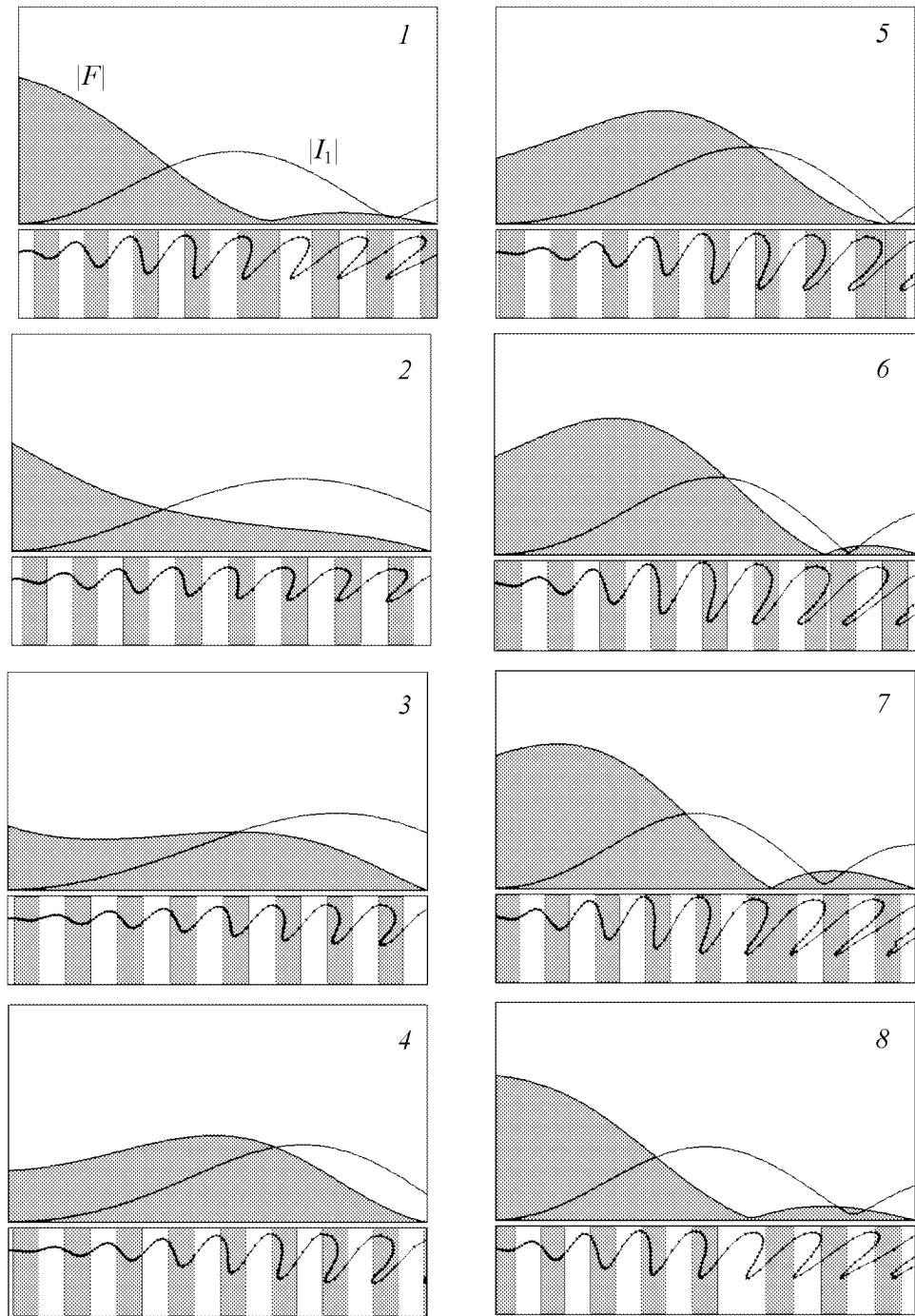


Рис. 3. Периодическая автомодуляция в модели ЛОВ, описываемой уравнениями (5), (6), при  $L=3$ . На каждом «кадре» верхняя диаграмма показывает распределения амплитуды поля (кривая, затененная серым) и первой гармоники высокочастотного тока в зависимости от безразмерной координаты  $\zeta$  с шагом по безразмерному «времени»  $\tau$ , равным  $5/24$ . Интервал изменения переменной по оси ординат от 0 до 4. Нижняя диаграмма иллюстрирует распределение продольных смещений электронов и добавок к скорости, которые отложены по оси ординат, причем полосы серого цвета соответствуют тормозящей фазе высокочастотного поля

## 1. Влияние потерь энергии в замедляющей системе

Оставляя уравнение движения электронов и граничные условия такими же, как в основной модели,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = -\text{Re} [F e^{i\theta}], \quad \theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} = 0, \quad F|_{\zeta=L} = 0, \quad (7)$$

примем во внимание потери энергии при распространении волн в замедляющей системе, что достигается включением дополнительного члена в левую часть уравнения возбуждения:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \zeta} + d \cdot F = \tilde{I}, \quad \tilde{I} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0. \quad (8)$$

Здесь  $d$  – нормированный параметр диссипации, который выражается через уровень потерь в децибелах в «холодной» системе  $D$  и нормированную длину  $L$ :  $d = 0.115D/L$ .

Численное решение уравнений показывает, что при реалистичных значениях параметра диссипации влияние потерь энергии на динамику системы сводится к сдвигу бифуркационных значений параметра  $L$  в сторону увеличения [12]. Иллюстрацией может служить рис. 4, на котором показана карта режимов на плоскости  $(D, L)$  по данным численных расчетов. На ней можно видеть области отсутствия колебаний, одночастотной генерации и автомодуляции, обозначенные, соответственно, белым, светло-серым и темно-серым цветом.

Интересные нетривиальные особенности динамики можно обнаружить при больших значениях параметра диссипации. Хотя для реальных приложений эти режимы вряд ли целесообразны, с принципиальной точки зрения они представляют несомненный интерес, оттеняя специфику ЛОВ как распределенной системы.

Известно, что в отсутствие потерь неустойчивость состояния равновесия  $F \equiv 0$  в бесконечно длинной системе электронный поток – обратная волна носит абсолютный характер: локализованное возмущение в системе эволюционирует таким образом, что происходит его распространение в пространстве в обе стороны с нарастанием по амплитуде. С увеличением параметра диссипации  $d$  наступает момент, когда абсолютная неустойчивость сменяется конвективной: нарастание возмущения при распространении имеет место только в сторону движения пучка. Анализ характера неустойчивости проводится на основании линейной теории. Если положить

$$\theta = \theta_0 + \tilde{\theta}, \quad \tilde{I} \approx \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i\tilde{\theta} e^{-i\theta_0} d\theta_0, \quad \text{то из уравнений (7), (8) получаем}$$

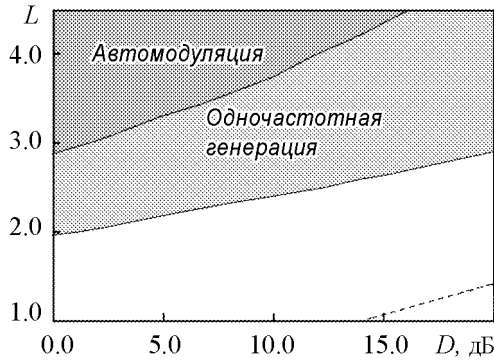


Рис. 4. Области автомодуляции и одночастотной генерации на карте динамических режимов на плоскости параметр потерь – параметр нормированной длины. Штриховая линия в правом нижнем углу – граница области абсолютной неустойчивости в соответствии с формулой (11): ниже этой линии неустойчивость в безграничной системе конвективная

$$\partial^2 \tilde{I} / \partial \zeta^2 = -iF, \quad \partial F / \partial \tau - \partial F / \partial \zeta + dF = \tilde{I}. \quad (9)$$

Подстановка  $\tilde{I}, F \sim e^{\delta\zeta + \chi\tau}$  приводит к дисперсионному уравнению

$$\delta^2(\delta - \chi - d) = i. \quad (10)$$

Чтобы найти значение параметра  $d$ , отвечающее возникновению абсолютной неустойчивости, наряду с выполнением уравнения (10), следует потребовать обращения в нуль производной от комплексной частоты по комплексному волновому числу и инкремента нарастания колебаний во времени, то есть  $d\chi/d\delta = 0$  и  $Re\chi = 0$ . (См. подобный анализ в работах [11, 20].) В результате решения системы алгебраических уравнений находим<sup>2</sup>

$$d_{ac} = 3^{3/2} 2^{-5/3} = 1.63669. \quad (11)$$

Интересно рассмотреть динамику системы *вблизи точки смены характера неустойчивости*. Оказывается, что переход, имеющий место при  $d = d_{ac}$ , можно интерпретировать как изменение направления распространения фронта, разделяющего возбужденную («вниз по потоку») и невозбужденную («вверх по потоку») области системы [12].

На рис. 5 представлены пространственно-временные диаграммы, иллюстрирующие динамику распределения амплитуды поля по длине в ЛОВ с диссипацией вблизи точки перехода от абсолютной к конвективной неустойчивости. Если параметр диссипации  $d$  немного больше критической величины  $d_{ac}$ , то фронт постепенно смещается вниз по потоку, в направлении движения электронов. С течением времени он покидает в конце концов пространство взаимодействия, а система остается в невозбужденном состоянии (рис. 5, а). Напротив, если параметр  $d$  немного меньше критического, то фронт медленно движется навстречу электронному пучку до своей остановки из-за присутствия границы, в итоге система оказывается в возбужденном состоянии (рис. 5, в). При  $d = d_{ac}$  в системе асимптотически большой длины фронт может располагаться вдали от краев в произвольном положении; имеет место своего рода нейтральная устойчивость (рис. 5, б).

Переход описанного типа, связанный со сменой характера неустойчивости, специфичен для распределенных систем и обсуждался ранее в контексте химических систем типа реакция – диффузия [24]. Он сочетает свойства жестких и мягких бифуркаций. С одной стороны, переход носит характер скачкообразного изменения состояния при сколь угодно малой вариации параметра, а с другой стороны он обратимый, то есть имеет место при одном и том же значении параметра, независимо от того, движемся ли мы в сторону его увеличения или уменьшения.

Вблизи точки смены характера неустойчивости все процессы развиваются во времени крайне медленно, и состояние системы в каждый момент можно считать квазистационарным. При малой надкритичности  $\Delta d = d_{ac} - d$  сформировавшаяся в системе пространственная структура медленно перемещается, практически не изменяя форму, и в конце концов останавливается на определенном расстоянии от левого края системы, тем ближе, чем больше  $\Delta d$  (рис. 6). В отличие от режимов,

<sup>2</sup>Этот результат впервые был получен в работе Федорченко и Кацаренко [22].



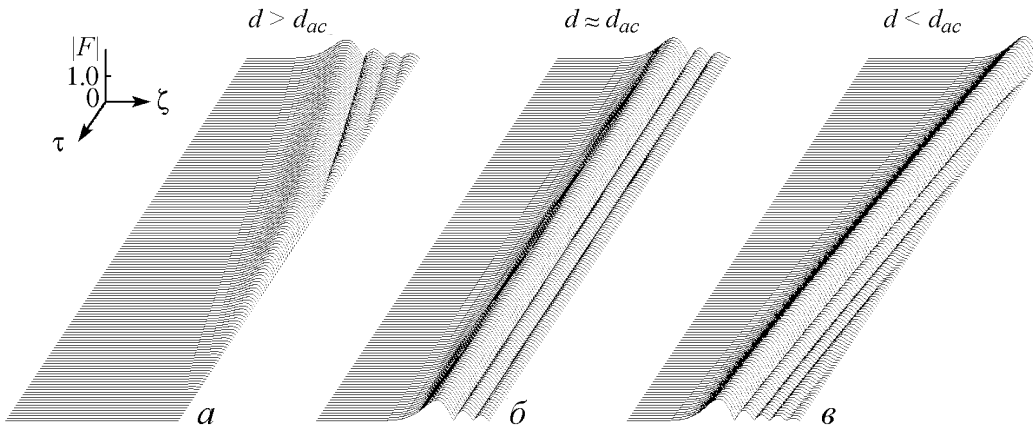


Рис. 5. Диаграммы, иллюстрирующие динамику пространственных структур в ЛОВ вблизи точки перехода от абсолютной к конвективной неустойчивости (а – конвективная неустойчивость, б – точка перехода, в – абсолютная неустойчивость)

возникающих в отсутствие диссипации или при малой ее величине, наличие даже сильной перегруппировки не препятствует стационарному характеру режима. Дело в том, что ответственный за автомодуляцию механизм обратной связи, действие которого подразумевает распространение возмущений с волной навстречу электронному пучку от области, где реализуется перегруппировка, подавлен диссипацией в большей степени, нежели механизм, отвечающий за самовозбуждение на основной рабочей частоте.

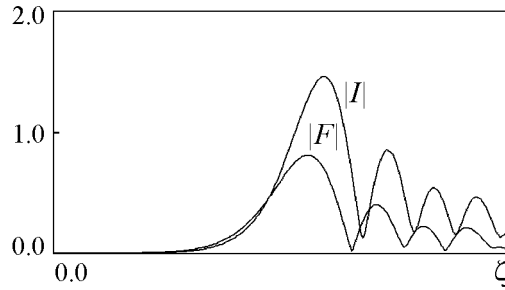


Рис. 6. Распределение амплитуды поля и тока по длине ЛОВ с диссипацией в режиме стационарных одночастотных автоколебаний вблизи точки перехода от абсолютной к конвективной неустойчивости при  $d = 1.58$ ;  $L = 20$

## 2. Влияние пространственного заряда

При выводе уравнений нестационарной нелинейной теории в рамках метода медленно меняющихся амплитуд мы говорили, что при соответствующем выборе независимых переменных ( $\tau \propto t - x/v_0$ ,  $\zeta \propto x$ ) уравнения движения электронов записываются в такой же форме, как и в стационарной теории ЛОВ. То же самое справедливо при учете поля пространственного заряда.

В предположении широкого пучка уравнение движения имеет вид [1, 3, 12]<sup>3</sup>

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = -Re \left[ F e^{i\theta} + \frac{4QC}{ik} \sum_{k=1}^M I_k e^{ik\theta} \right], \quad I_k = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ik\theta} d\theta, \quad (12)$$

<sup>3</sup>При получении уравнения движения с учетом пространственного заряда обычно вводят предположение (которое, вообще говоря, может вызывать сомнения), что статическая составляющая поля полностью компенсируется ионным фоном. Для специального случая ЛОВ с замедляющей системой, набранной из пластин-решеток, которые использовались в экспериментах [5–10, 20], постоянная составляющая поля практически исключена по другой причине, а именно потому, что все решетки имеют одинаковый статический потенциал.

где поле пространственного заряда представлено рядом Фурье по переменной  $\theta$ , характеризующей фазу электронов относительно высокочастотного заполнения поля волны, и учтено конечное число членов ряда  $M$ .

Здесь использовано традиционное обозначение параметра пространственного заряда, введенное Пирсом,  $4QC = (\omega_p/(\omega_0 C))^2$ , где  $\omega_p$  – плазменная частота,  $\omega_0$  – частота синхронизма,  $C$  – параметр взаимодействия Пирса. Уравнение возбуждения и граничные условия остаются без изменения.

Результаты численного решения уравнений нестационарной нелинейной теории с учетом пространственного заряда обсуждались в работах [5, 12–14, 26, 28].

На рис. 7 показаны графики зависимости амплитуды выходного сигнала от времени, рассчитанные на компьютере при разных значениях нормированной длины. Параметр пространственного заряда задавался таким образом, чтобы оставалась постоянной величина отношения  $4QC/L = (2\pi)^{-1}(Q/N)$ , что отвечает лампе фиксированной геометрической длины при различных значениях тока.

Как можно видеть из рисунка, при выбранном значении  $Q/N = 0.7$  наблюдаемая при увеличении тока (то есть параметра  $L$ ) последовательность смены динамических режимов отличается от той, которая имела место в пренебрежении пространственным зарядом [4, 5]. Стационарный одночастотный режим генерации устанавливается в интервале нормированной длины от стартового значения  $L_{ст} = 2.1359$

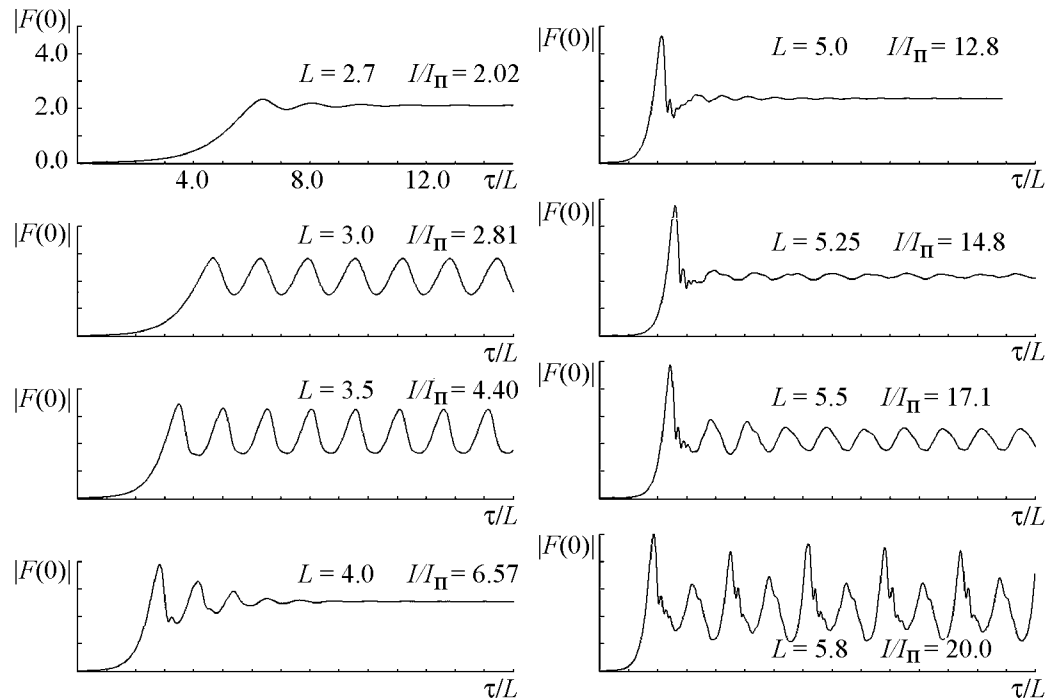


Рис. 7. Графики зависимости амплитуды выходного сигнала ЛОВ от времени, рассчитанные на компьютере при учете пространственного заряда и в отсутствие диссипации ( $d = 0$ ) при различных значениях параметра нормированной длины и фиксированном  $Q/N = 0.7$ . Указаны значения отношения тока пучка к пусковому (стартовому)  $I/I_{\Pi}$ . Стартовое значение нормированной длины, полученное по линейной теории, составляет  $L_{ст} = 2.1359$

примерно до 2.9. Далее возникает режим периодической автомодуляции, затем, при  $L \geq 3.7$  – вновь стационарный одночастотный режим, и при  $L \geq 5$  – снова автомодуляция.

С физической точки зрения, происходит следующее. Пока рабочий ток относительно мал, незначительно и поле пространственного заряда. При этом благодаря возникновению перегруппировки в пучке и вследствие запаздывающего механизма обратной связи, при увеличении тока с некоторого момента реализуется автомодуляция. Однако с ростом тока, в силу увеличения пространственного заряда, кулоновское расталкивание препятствует сближению электронов и их взаимному обгону, а значит, и возникновению перегруппировки. Тем самым автомодуляция оказывается подавленной. При дальнейшем увеличении тока, что сопровождается возрастанием степени нелинейности процессов в пучке и относительной скорости взаимного движения электронов, автомодуляция в конце концов снова возникает.

На рис. 8, *а* показана карта динамических режимов на плоскости параметров  $(Q/N, L)$ , построенная по результатам численных расчетов. На ней видно, что граница области автомодуляции образует характерный зигзаг. При значениях  $Q/N$  свыше 0.92 область стационарного одночастотного режима простирается до  $L$  порядка 5.0. Таким образом, один из возможных способов подавить автомодуляцию, состоит в использовании режимов, отвечающих большим параметрам пространственного заряда. Если дополнительно учесть потери в замедляющей системе, то область по параметру  $Q/N$ , где имеет место зигзаг границы автомодуляции, несколько сужается (см. рис. 8, *б*).

В реальных ЛОВ чем больше геометрическая длина, тем при меньших токах достигаются значения параметра  $L$ , которые отвечают возникновению тех или иных динамических режимов, например, автомодуляции и хаоса, и тем меньшее влияние оказывает на эти феномены пространственный заряд. Для демонстрации эффектов пространственного заряда в эксперименте имеет смысл, очевидно, изучить и сопоставить динамику нескольких образцов лампы разной геометрической длины.

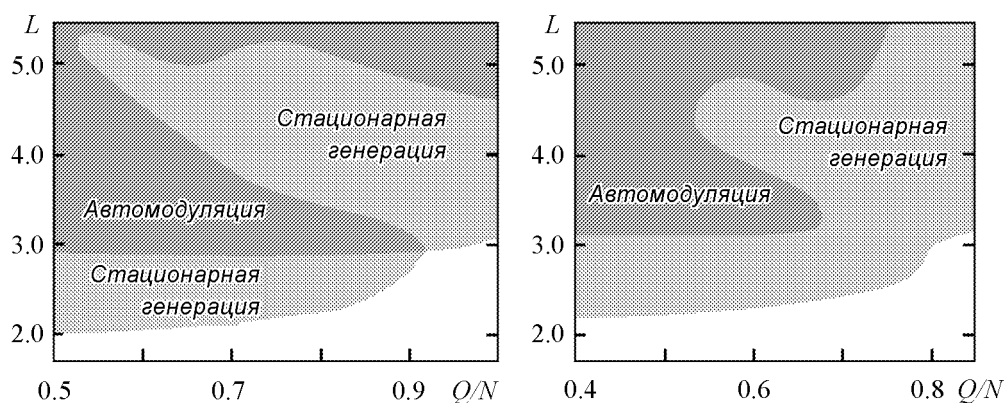


Рис. 8. Карты динамических режимов на плоскости параметров  $(Q/N, L)$ , построенная по результатам численных расчетов в отсутствие потерь (*а*) и при уровне потерь 4 дБ (*б*)

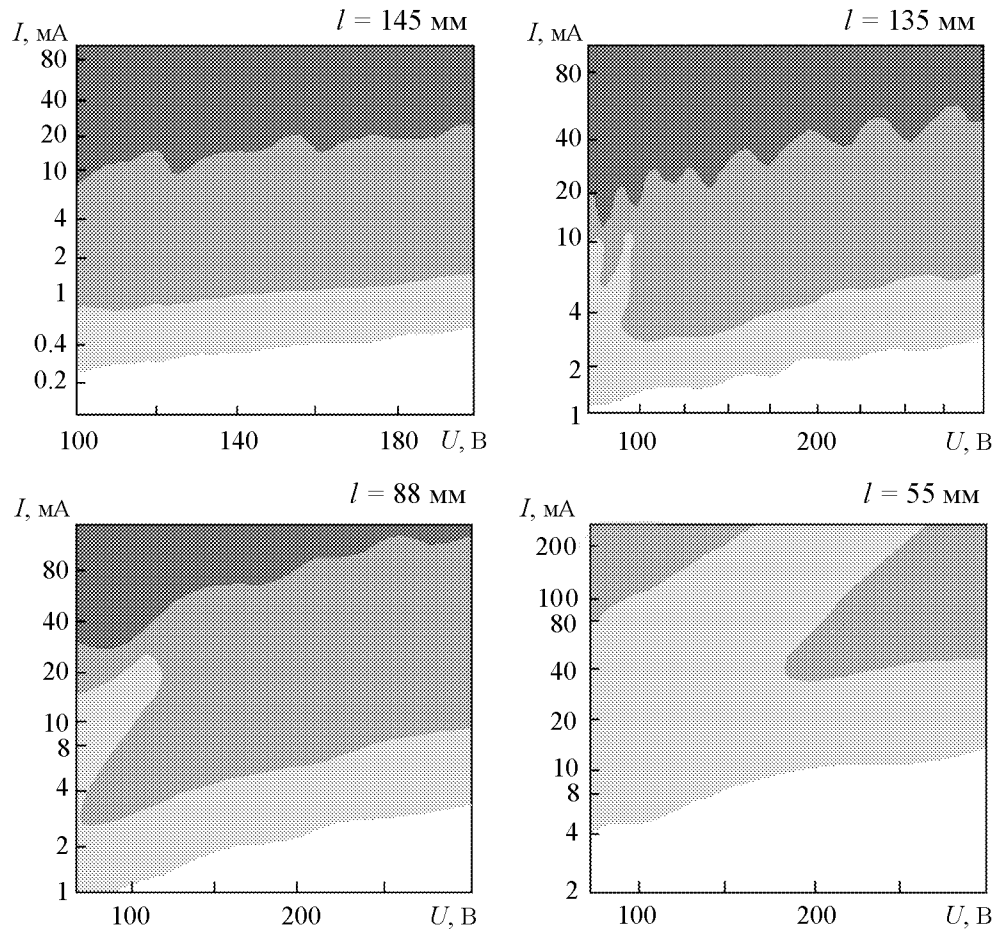


Рис. 9. Карты динамических режимов на плоскости напряжение – ток, полученные в эксперименте для четырех макетов разной геометрической длины [12,26]  $l$ : 145 (а); 135 (б); 88 (в); 55 (г)

На рис. 9 показаны карты динамических режимов на плоскости напряжение – ток для четырех макетов последовательно уменьшающейся длины  $l=145, 135, 88$  и  $55$  мм [12,26]. При этом площадь поперечного сечения пучка одна и та же, а уровень потерь составляет около  $0.5$  дБ/см. Рассматривая приведенные карты, следует иметь в виду, что параметр  $L$  увеличивается с ростом тока, тогда как  $Q/N$  не зависит от тока и убывает с ростом напряжения. Можно видеть, что по мере уменьшения длины лампы характерная зигзагообразная форма границы автомодуляции появляется сначала в области низких напряжений, а затем смещается в сторону их увеличения.

На рис.10 приведены осциллограммы, показывающие процесс установления колебаний при различных значениях тока пучка в одном из лабораторных макетов ЛОВ в области зигзага границы автомодуляции [26]. Формы огибающей достаточно характерны и находятся в качественном соответствии с наблюдаемыми в численных расчетах.

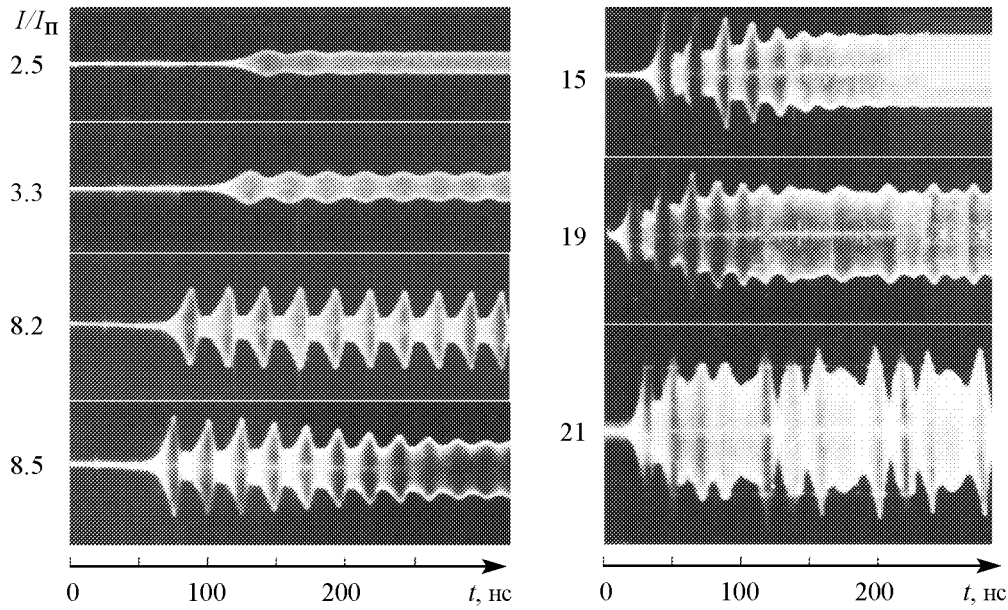


Рис. 10. Фотографии с экрана осциллографа, показывающие процесс установления колебаний при различных значениях тока пучка в лабораторном макете ЛОВ длиной  $l=88$  мм при напряжении  $U=100$  В в области зигзага границы автомодуляции [26]. Осциллограммы получены в режиме периодического следования прямоугольных импульсов тока, с которыми была синхронизована горизонтальная развертка электронного луча

### 3. Особенности динамики модели ЛОВ при конечных значениях параметра Пирса

Уравнения основной модели ЛОВ отвечают асимптотической теории, основанной на малости параметра взаимодействия Пирса  $C = \sqrt[3]{I_0 K / (4U)}$ . Условием  $C \ll 1$  обеспечивается, как можно показать, возможность применения метода медленно меняющихся амплитуд. С другой стороны, хорошо известно, что в нерелятивистском случае параметр  $C$  определяется по порядку величины КПД лампы. Поскольку для практики представляют интерес устройства с повышенным КПД, важной проблемой является учет конечной величины параметра Пирса, который реально может достигать значений  $0.1 \div 0.2$ .

Основной эффект, связанный с конечностью параметра Пирса, состоит в том, что возникающее в процессе взаимодействия изменение скорости электронов может быть сравнимым по порядку величины со средней скоростью. В стационарной теории ЛОВ это обстоятельство можно учесть без особых проблем. Для этого следует более аккуратно провести преобразование производных при выводе уравнения движения и принять во внимание, что  $(\partial t / \partial x)_{t_0} = 1/v_0 + (\partial \tilde{t} / \partial x)_{t_0} = v_0^{-1}(1 + C \partial \theta / \partial \zeta) = v_0^{-1}(1 + (L/(2\pi N)) \partial \theta / \partial \zeta)$ .

В нестационарной теории для последовательного учета заметного изменения скорости электронов пришлось бы, вообще говоря, выйти за рамки метода медленно меняющихся амплитуд, а это влечет принципиальные трудности в попытках обобщения всего подхода. Тем не менее можно указать одну возможность сохранить общую структуру теории без изменения и при конечных значениях параметра

Пирса. Введем дополнительное предположение о том, что *групповая скорость волны по абсолютной величине много меньше скорости пучка*. В этом случае характерные времена всех динамических феноменов будут определяться наиболее медленным процессом – распространением поля в замедляющей системе с групповой скоростью. Пролет электронов вдоль пространства взаимодействия можно тогда считать практически мгновенным, и при этом совершенно неважно, изменилась на сколько-то скорость частиц или нет, лишь бы по порядку величины она оставалась сравнимой с исходной. Используя это предположение, можно представить уравнения ЛОВ без учета диссипации и пространственного заряда в форме [15]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = - \left( 1 + \frac{L}{2\pi N} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right)^3 \operatorname{Re} [F e^{i\theta}], \quad \theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \zeta} = - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad F|_{\zeta=L} = 0, \quad (14)$$

где фигурируют два параметра – нормированная длина  $L$  и величина  $N$  – отношение длины пространства взаимодействия к замедленной длине волны.

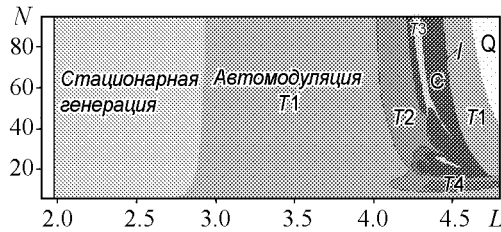


Рис. 11. Карта динамических режимов ЛОВ при учете конечной величины параметра Пирса

отсутствия генерации (белый цвет), одночастотной стационарной генерации (светло-серый), а также автомодуляции основного периода (Т1), удвоенного (Т2), утроенного (Т3), учетверенного (Т4) периода, хаотической (С) и квазипериодической (Q) автомодуляции. Буквой I обозначена граница перехода через перемежаемость. Как можно видеть, в верхней части карты положение границ областей практически перестает зависеть от параметра  $N$  – это область применимости основной модели. При уменьшении  $N$ , что соответствует увеличению параметра Пирса и КПД лампы, порог автомодуляции понижается. В частности, при  $N=5$  автомодуляция возникает при отношении тока  $I$  к пусковому (стартовому) ( $I_n$ ), приблизительно равном 2.7 (вместо 3.3 в асимптотике больших  $N$ ). Сложной и нетривиальной трансформации подвергается картина в области удвоений периода и перехода к хаосу. (См. правую часть карты, которая была выявлена аккуратными численными расчетами в работе Титова [15].)

Судя по характерной конфигурации областей, которая встречается и в других нелинейных системах при двухпараметрическом анализе, помимо стандартного фейгенбаумовского сценария здесь присутствуют такие феномены, как «перекрестки» («crossroad-area»), складки и сборки (что подразумевает наличие жестких переходов и гистерезиса), трикритические (псевдотрикритические) точки и т.п. [30].

#### 4. Влияние отражений

Важным фактором, оказывающим влияние на динамику реальных ламп обратной волны, во многих случаях оказывается наличие отражений волн на концах замедляющей системы [12, 15–19, 32, 34, 36].

Вообще говоря, на краю системы, куда приходит излученная пучком энергия, только часть ее передается в выходной тракт, а часть трансформируется в отраженные волны, переносящие энергию в противоположную сторону (по направлению движения электронов). Как правило, по фазовой скорости – это волны, не синхронные с пучком. (Исключение могли бы составить ситуации, когда реализуется синхронизм с какими-то пространственными гармониками отраженных волн, но они заведомо редки и нетипичны.) Поэтому отраженные волны распространяются, практически не взаимодействуя с электронным пучком, как в «холодной» системе. Дойдя до противоположного конца лампы, эти волны частично поглощаются, а частично отражаются, причем часть энергии трансформируется снова в рабочую волну. Тем самым возникает дополнительный механизм обратной связи.

На практике чаще всего стремятся избежать отражений, что важно, например, когда требуется реализовать широкополосную перестройку частоты без перепадов уровня выходной мощности и неравномерности характеристики перестройки. В других ситуациях, напротив, может быть полезным целенаправленно использовать отражения, скажем, для повышения уровня мощности и КПД генератора. В этом случае говорят о *резонансной ЛОВ*.

Обычно в формировании дополнительной обратной связи существенным образом участвует только встречная волна того же типа, что и основная рабочая мода. На частоте  $\omega_0$  она имеет такие же по величине волновое число и групповую скорость, но противоположное направление распространения. Отмечая рабочую и отраженную волны знаками плюс и минус, соответственно, полагаем:

$$E_+ = \text{Re} \left[ \tilde{E}_+(x, t) e^{i\omega_0 t - i\beta_0 x} \right], \quad E_- = \text{Re} \left[ \tilde{E}_-(x, t) e^{i\omega_0 t + i\beta_0 x} \right]. \quad (15)$$

Для комплексных амплитуд  $\tilde{E}_+$  и  $\tilde{E}_-$  справедливы уравнения

$$v_{\text{гр}}^{-1} \frac{\partial \tilde{E}_+}{\partial t} - \frac{\partial \tilde{E}_+}{\partial x} = -\frac{1}{2} \beta_0^2 K_0 \tilde{I}_1, \quad (16)$$

$$v_{\text{гр}}^{-1} \frac{\partial \tilde{E}_-}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{E}_-}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

с граничными условиями на концах замедляющей системы

$$\tilde{E}_-(0, t) = R_0 \tilde{E}_+(0, t), \quad \tilde{E}_+(l, t) = R_l \tilde{E}_-(l, t). \quad (18)$$

Здесь  $R_0$  и  $R_l$  – комплексные коэффициенты отражения на левом и правом конце замедляющей системы; их конкретные значения определяются конструкцией вывода энергии и согласующего или входного устройства, соответственно<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Вообще говоря, коэффициенты отражения могут зависеть от частоты. При учете этой зависимости в граничных условиях, записанных для нестационарных уравнений, появились бы не постоянные коэффициенты, а некоторые операторы. Однако, работая в рамках метода медленно меняющихся амплитуд, мы полагаем рабочую полосу частот узкой,  $\Delta\omega \sim C\omega_0 \ll \omega_0$ , и в пределах этой полосы частотной зависимостью коэффициентов отражения естественно пренебречь.

Пользуясь тем, что общее решение для амплитуды отраженной волны представляется в виде  $\tilde{E}_-(x, t) = f(x - v_{\text{гп}}t)$ , где  $f$  – произвольная функция, можно эту переменную исключить из рассмотрения, оставив лишь уравнение для рабочей волны и граничное условие с запаздыванием:

$$v_{\text{гп}}^{-1} \frac{\partial \tilde{E}_+}{\partial t} - \frac{\partial \tilde{E}_+}{\partial x} = -\frac{1}{2} \beta_0^2 K_0 \tilde{I}_1, \quad \tilde{E}_+(l, t) = \rho e^{i\varphi} \tilde{E}_+(0, t - l/v_{\text{гп}}). \quad (19)$$

Здесь  $\rho$  и  $\varphi$  – модуль и фаза произведения комплексных коэффициентов отражения,  $R_0 R_l = \rho e^{i\varphi}$ . Тогда при переходе к безразмерным переменным, принятым в нестационарной нелинейной теории ЛОВ, уравнения основной модели с учетом отражений представляются в следующем виде [15, 16, 32]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = -\text{Re}[F \exp(i\theta)], \quad \frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad (20)$$

$$\theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0} = 0, \quad F(L, \tau) = \rho e^{i\varphi} F(0, \tau - sL), \quad (21)$$

где  $s = (1 - u)/(1 + u)$  – параметр группового рассинхронизма,  $u = v_{\text{гп}}/v_0$  – безразмерная групповая скорость.

При наличии отражений на концах, отрезок линии передачи – замедляющая система ЛОВ – превращается в резонатор, обладающий определенным набором собственных мод. Производя подстановку  $F \propto e^{\lambda\tau}$  в уравнение для амплитуды поля с исключенным током пучка  $\partial F/\partial \tau - \partial F/\partial \zeta = 0$ , и учитывая граничные условия, приходим к уравнению  $e^{\lambda L} = \rho e^{i\varphi - \lambda s L}$ . Разрешая его относительно  $\lambda$ , получаем набор корней  $\lambda_r = \gamma_r + i\Omega_r$ , отвечающих собственным модам резонатора. Мнимая часть  $\lambda_r$  дает собственную частоту, а действительная – показатель затухания  $r$ -й моды:

$$\Omega_r = \frac{\varphi + 2\pi r}{L(1 + s)}, \quad \gamma_r = -\frac{\ln \rho}{L(1 + s)}. \quad (22)$$

Из полученных соотношений видно, что параметр  $\rho$  влияет на коэффициент затухания, то есть управляет добротностью резонансных мод. При  $\rho \rightarrow 1$  затухание стремится к нулю, при уменьшении же  $\rho$  добротность, напротив, падает, и при  $\rho \rightarrow 0$  резонансные свойства сходят на нет. Параметр  $s$  (или  $u$ ) отвечает за расстояние по частоте между соседними модами, которые образуют эквидистантный спектр, а параметр  $\varphi$  – за расположение этой «решетки» мод относительно опорной частоты.

Заметим, что в эксперименте вариацию параметра  $\varphi$  можно осуществить посредством изменения управляющего напряжения, даже если сами по себе комплексные коэффициенты отражения практически постоянны в интересующем интервале частот.

Пусть мы выбрали какую-то конкретную точку рабочего диапазона, определили все необходимые величины (сопротивление связи, скорость пучка и групповую скорость волны, коэффициенты отражения и др.), и записали соответствующие уравнения нестационарной нелинейной теории в безразмерной форме (20), (21). Теперь изменим слегка величину ускоряющего напряжения, так чтобы скорость пучка на входе в пространство взаимодействия составила  $v'_0 = v_0 + \Delta v$ . Не меняя нормировку уравнений, это можно учесть путем модификации граничного условия для производной:  $\partial \theta / \partial \zeta|_{\zeta=0} = b = -\Delta v / C v_0$ . Произведем, далее, замену  $\theta = \hat{\theta} - b(\zeta + \tau)$ ,



$F = \tilde{F}e^{ib(\zeta+\tau)}$ . Тогда уравнения и граничные условия в новых переменных примут в точности ту же форму, что и исходные, но в граничном условии для поля будет фигурировать фазовый параметр  $\tilde{\varphi} = \varphi - (1+s)b$ .

Если говорить о численном решении нестационарной задачи, то уравнения в приведенной выше форме пригодны *только при условии, что групповая скорость волны меньше или равна скорости электронного пучка*. В противном случае в граничном условии вместо запаздывающего отклика фигурировал бы опережающий, то есть при решении уравнений слой за слоем по времени на каждом шаге требовалось бы учитывать значения выходной амплитуды, которые к этому моменту еще не вычислены. Упомянутое соотношение скоростей выполняется далеко не всегда. Например, оно не имеет места в экспериментах с нерелятивистскими ЛОВ [6,6,7,7,10,12,26], где групповая скорость примерно в полтора раза больше скорости пучка.

Чтобы получить формулировку уравнений, пригодную для произвольных соотношений скорости пучка и групповой скорости, приходится вернуться к независимым переменным, соответствующим реальной координате и времени

$$\tau' = (u^{-1} + 1)\tau + \zeta = \omega_0 Ct, \quad \zeta' = \zeta = \beta_0 Cx. \quad (23)$$

Выполнив замену переменных, представляем уравнения в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tau'} + \frac{\partial \theta}{\partial \zeta'} = V, \quad \frac{\partial V}{\partial \tau'} + \frac{\partial V}{\partial \zeta'} = -\text{Re}[F e^{i\theta}], \\ \frac{1}{u} \frac{\partial F}{\partial \tau'} - \frac{\partial F}{\partial \zeta'} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\theta|_{\zeta'=0} = \theta_0, \quad V|_{\zeta'=0} = 0, \quad F(L, \tau') = \rho e^{i\varphi} F(0, \tau' - L/u). \quad (25)$$

В такой постановке задачи процедура численного решения усложняется: разностная схема записывается для системы вещественных уравнений в частных производных, два из которых отвечают уравнению возбуждения (для действительной и мнимой части комплексной амплитуды), а остальные – уравнениям движения для частиц, представляющих фрагмент пучка в интервале фаз от 0 до  $2\pi$ .

При малых отражениях  $\rho \leq 0.3$  процессы установления колебаний и динамические режимы в ЛОВ, в основном, аналогичны тем, которые наблюдаются в отсутствие отражений. На рис. 12 показаны карты динамических режимов для ЛОВ с отражениями при относительно малой величине модуля произведения коэффициентов отражения ( $\rho = 0.3$ ) на плоскости фазовый параметр – нормированная длина, где обозначены области возникновения стационарной одночастотной генерации и автомодуляции. Основной эффект, к которому приводят отражения, состоит в том, что границы областей различных режимов приобретают волнообразный вид. Интересно, что степень возмущения границ растет с увеличением абсолютной величины параметра группового рассинхронизма  $s = (1-u)/(1+u)$ .

Напомним, что фазовый параметр  $\varphi$  изменяется, в частности, при варьировании скорости пучка на входе в пространство взаимодействия, так что в эксперименте волнообразная форма границ будет иметь место на картах, представленных на плоскости напряжение – ток.

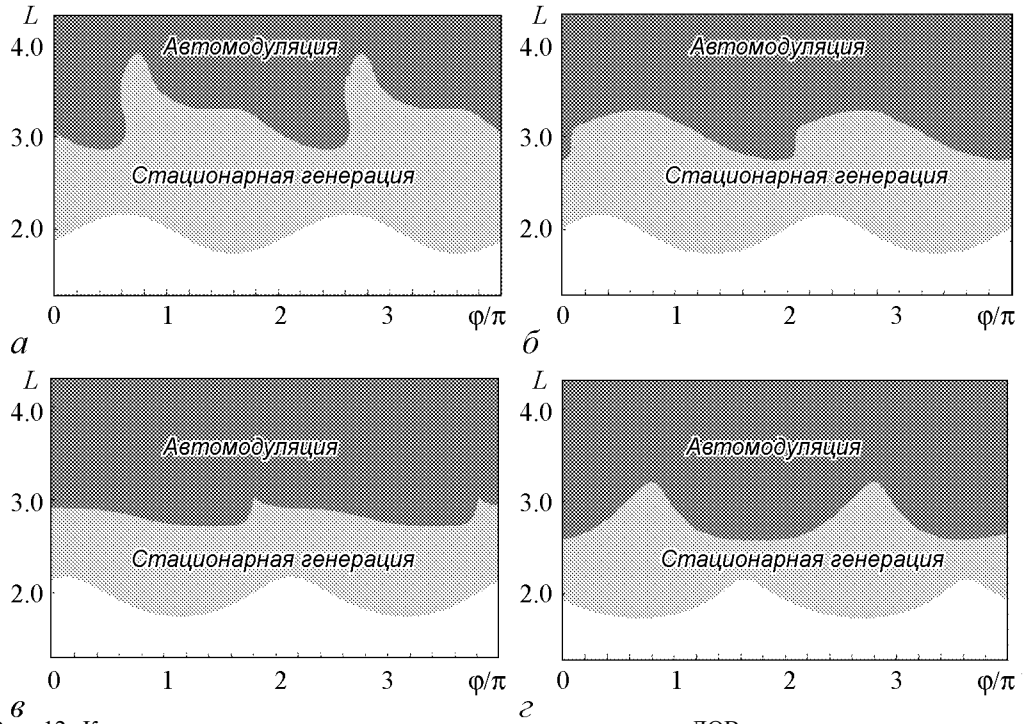


Рис. 12. Карты динамических режимов на плоскости параметров ЛОВ при умеренных отражениях,  $\rho = 0.3$  для  $u = 3$  (а),  $3/2$  (б),  $1$  (в),  $1/3$  (г), то есть для значений параметра группового рассинхронизма  $s = -0.5, -0.2, 0$  и  $0.5$ . По вертикальной оси отложен параметр нормированной длины  $L$ , а по горизонтальной – фазовый параметр  $\varphi/\pi$ . Форма областей повторяется с периодом  $2$  по параметру  $\varphi/\pi$

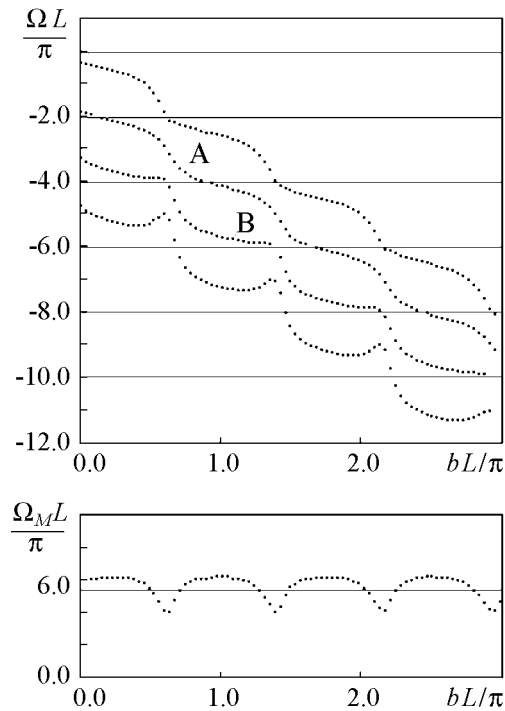


Рис. 13. «Электронная перестройка»: безразмерные частоты основных спектральных составляющих в режиме периодической автомодуляции в зависимости от параметра  $bL$  в ЛОВ со слабыми отражениями (вверху) и частота автомодуляции (внизу) по данным компьютерного эксперимента. Основная составляющая обозначена буквой А, главный спутник – буквой В. Значения параметров:  $L = 3.1, \rho = 0.2, u = 1$ . Горизонтальные линии на верхнем рисунке показывают расположение собственных частот распределенного резонатора. Сплошная линия на нижнем рисунке отвечает частоте автомодуляции в системе без отражений

Рис. 13 иллюстрирует влияние малых отражений ( $\rho = 0.2$ ) на характеристики электронной перестройки частоты в режиме периодической автомодуляции. Результаты получены при численном решении уравнений (23) – (25) для значения нормированной длины  $L = 3.1$  и нормированной групповой скорости  $u=1$ . На верхнем графике представлены безразмерные частоты наиболее интенсивных спектральных составляющих в зависимости от параметра  $bL$ , характеризующего скорость пучка на входе. Горизонтальные линии соответствуют частотам собственных мод распределенного резонатора, каковым является замедляющая система ЛОВ в присутствии отражений. Основная составляющая обозначена буквой А, главный спутник – В. Расстояние по вертикали между соседними составляющими в спектре отвечает частоте автомодуляции, график зависимости которой от параметра  $bL$  показан внизу. Наблюдаемый характер изменения частоты автомодуляции можно связать с тем, что основная составляющая и главный спутник имеют тенденцию удерживаться по частоте вблизи собственных мод распределенного резонатора, пересекая их при перестройке. Этот эффект становится более выраженным при дальнейшем увеличении отражений.

На рис.14 показана карта динамических режимов для ЛОВ при достаточно сильных отражениях ( $\rho = 0.7$ ), а по периферии на диаграммах (а) – (д) – зависимости амплитуды выходного сигнала от времени в процессе установления колебаний в некоторых характерных точках плоскости параметров. Безразмерная групповая скорость  $u = 3/2$ , что отвечает параметру группового рассинхронизма  $s = -0.5$ .

Особенность резонансной ЛОВ, обусловленная наличием двух механизмов обратной связи, состоит в присутствии эффектов их взаимного влияния и конкуренции. Одно из характерных проявлений – возможность возникновения квазипериодических режимов при относительно небольших значениях параметра нормированной длины  $L \sim 3.0$  (см. рис. 14, а).

Следует отметить наличие на карте областей жесткого возбуждения, обозначенных чередующимися полосками белого и серого цвета. В этих областях при малой начальной амплитуде колебания затухают, а при большой – устанавливается стационарный одночастотный режим генерации (см. рис. 14, в). Жесткое возбуждение реализуется в тех областях, где скорость пучка несколько превышает величину, отвечающую оптимальному взаимодействию с волновой компонентой одной из мод распределенного резонатора. Если система возбуждена и в ней присутствует поле достаточно большой амплитуды, то электроны, отдающие полю волны свою кинетическую энергию, уменьшают среднюю скорость и оказываются тем самым в области более эффективного взаимодействия с волной. Благодаря этому режим генерации сохраняется. Если же амплитуда невелика, заметного торможения электронов нет, взаимодействие малоэффективно и колебания затухают. Аналогичный физический механизм ответственен за переходы между стационарными режимами малой и большой амплитуды, которые наблюдаются при движении по фазовому параметру в областях стационарной одночастотной генерации и автомодуляции (сравните рис. 14, б и в).

Особенностью переходных процессов в резонансной ЛОВ по сравнению с системой без отражений является их относительно большая длительность. Достаточно характерная картина вблизи порога возникновения автомодуляции состоит в том, что уровень амплитуды постепенно нарастает по мере того как излученная электронами

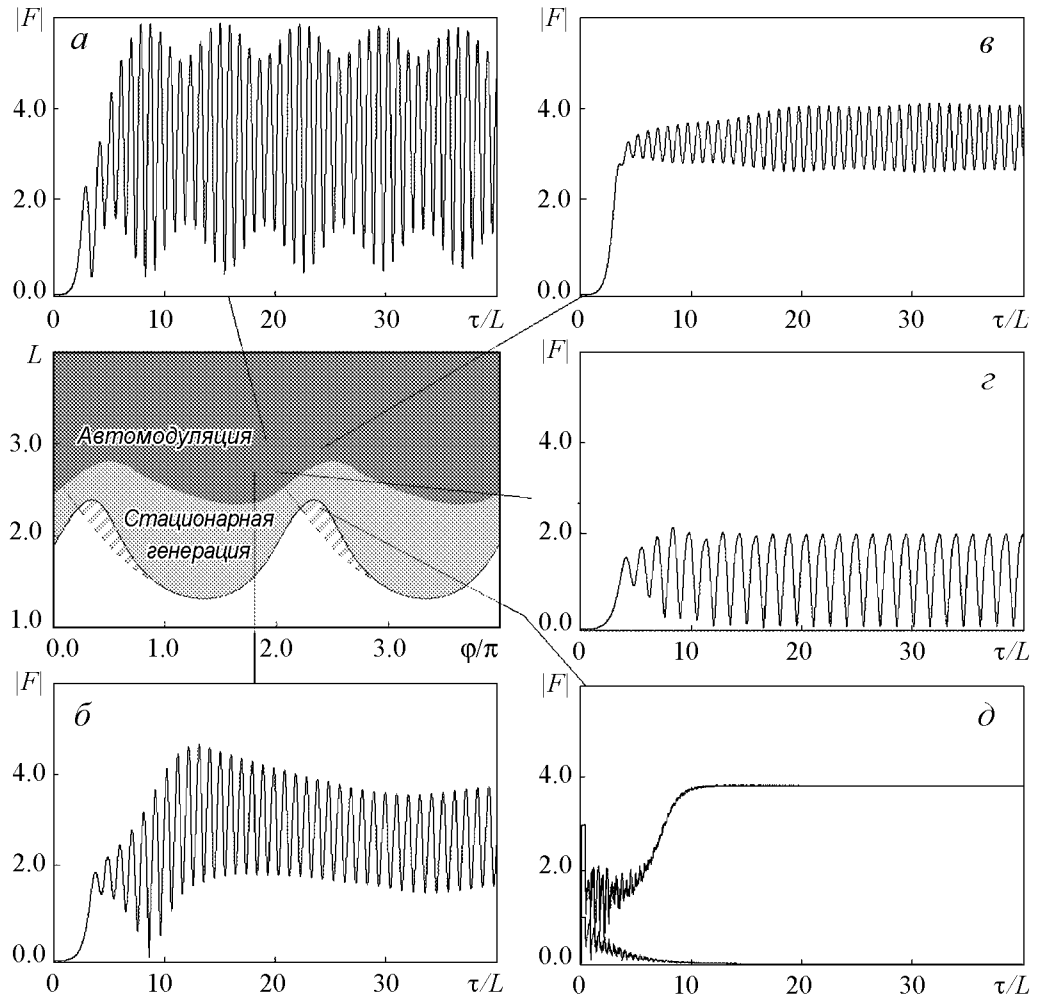


Рис. 14. Карта динамических режимов ЛОВ при сильных отражениях на плоскости нормированная длина  $L$  – фазовый параметр  $\varphi/\pi$ , по периферии – характерные зависимости амплитуды от времени в процессе установления колебаний. Чередующимися полосками белого и серого цвета на плоскости параметров обозначены области жесткого возбуждения. Модуль произведения коэффициентов отражения  $\rho = 0.7$ , нормированная групповая скорость  $u = 3/2$ , остальные параметры: (а)  $L = 3.05$ ,  $\varphi/\pi = 1.9$  (возникает квазипериодический режим); (б)  $L = 2.7$ ,  $\varphi/\pi = 1.8$ ; (в)  $L = 2.95$ ,  $\varphi/\pi = 2.4$ ; (г)  $L = 2.7$ ,  $\varphi/\pi = 2$  (возникает периодическая автомодуляция); (д)  $L = 2.3$ ,  $\varphi/\pi = 2.4$  (жесткое возбуждение режима стационарной генерации)

энергия накапливается в резонансной моде. По ходу развития этого процесса сначала возникает слабая модуляция, близкая к синусоидальной, затем она становится более глубокой и принимает характерную сложную форму (см. рис. 14).

Экспериментальному исследованию влияния отражений на динамику ЛОВ был посвящен ряд работ [16–18, 26, 32, 34], в которых демонстрируются описанные выше феномены, а также содержатся дополнительные данные, в том числе эмпирический анализ сценариев возникновения хаоса. Показано, что в присутствии отражений возможен переход к хаосу через удвоения периода и через квазипериодические режимы.

На рис.15 приводятся заимствованные из работы [16] карты динамических режимов, демонстрирующие волнообразную форму границ раздела между областями

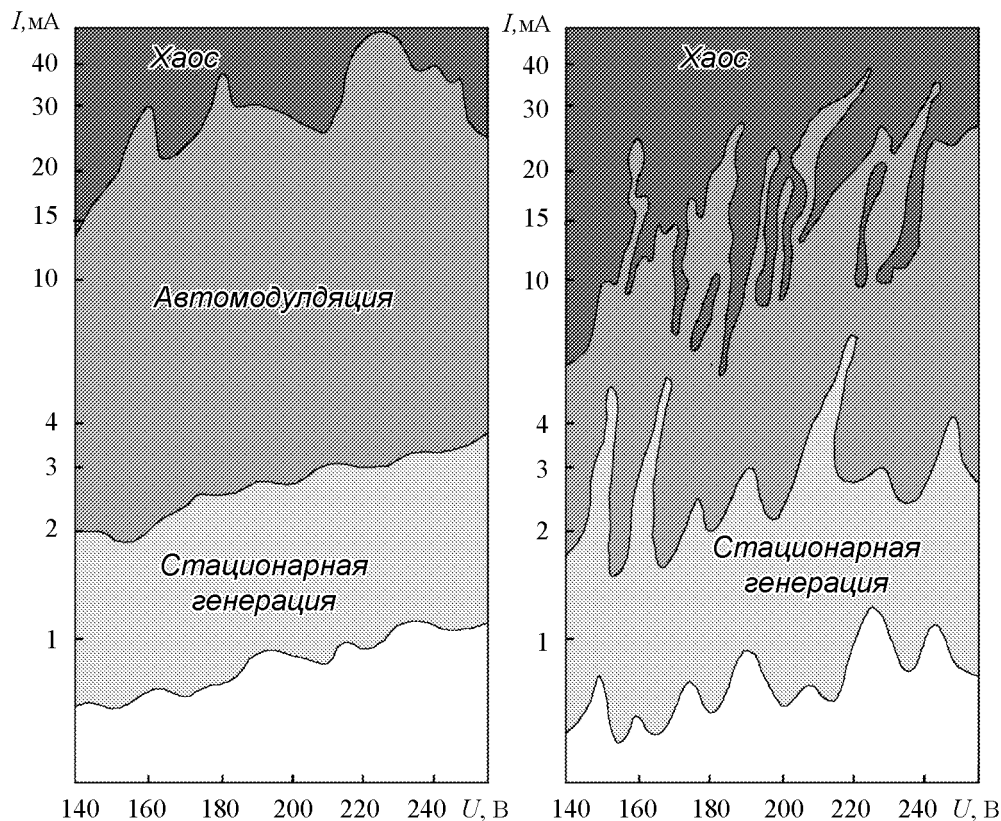


Рис. 15. Карты динамических режимов на плоскости напряжение – ток, полученные для одного из лабораторных макетов ЛОВ, соответственно, при малом ( $\rho \leq 0.2$ ) и при большом ( $\rho \sim 0.7 \div 0.8$ ) уровне отражений волн на концах системы. Из работы [16]

различных режимов. Обе карты получены для одного и того же лабораторного макета ЛОВ, одна при малом, а другая при большом уровне отражений волн на концах системы. Следует обратить внимание, насколько сильнее выражена волнообразная структура границ областей во втором случае. Заметим также, что влиянию отражений сильнее всего подвержена граница перехода от регулярной автомодуляции к развитому хаосу.

## 5. ЛОВ со связанными линиями передачи

Рассмотрим модификацию лампы обратной волны с электродинамической структурой в виде двух связанных парциальных систем – линий передачи [20, 21, 38, 40]. Пусть одна из линий передачи – это замедляющая система, с которой взаимодействует электронный пучок, а вторая – система, идентичная ей в смысле электродинамических свойств, но без пучка (рис.16).

В отсутствие пучка распространение происходит так, что если вначале волна присутствует только в одной парциальной системе, то из-за наличия связи она возбуждает волну во второй системе, и туда постепенно перекачивается энергия. Затем начинается обратная передача энергии из второй системы в первую и так далее. Процесс в бесконечной системе протекает периодически («биения»). Альтернатив-

ный способ описания распространения волн в связанных линиях передачи использует нормальные волны. Волновое поле представляется как линейная комбинация двух волн, «медленной» и «быстрой» (имеется в виду различие фазовых скоростей

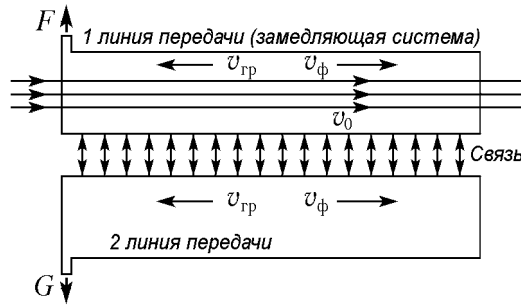


Рис. 16. Схема лампы обратной волны со связанными системами

волн на данной частоте). Каждой из нормальных волн отвечает своя дисперсионная характеристика (рис. 17), причем с ростом параметра связи расстояние по волновому числу между дисперсионными кривыми увеличивается. При распространении волн на фиксированной частоте пространственный период биений будет равен  $2\pi/\Delta\beta$ , где  $\Delta\beta$  – разность волновых чисел обеих нормальных волн.

В случае идентичных связанных линий передачи, который только и обсуждается здесь, «медленная» волна отвечает симметричному, а «быстрая» – антисимметричному распределению волнового поля в двух парциальных системах.

В терминах парциальных систем уравнения нестационарной теории взаимодействия электронного потока с обратными волнами записываются в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = -\text{Re} [F e^{i\theta}], \quad \theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \zeta} - i\alpha G = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad \frac{\partial G}{\partial \tau} - \frac{\partial G}{\partial \zeta} - i\alpha F = 0, \quad (27)$$

$$F(L, \tau) = 0, \quad G(L, \tau) = 0, \quad (28)$$

где через  $F$  и  $G$  обозначены комплексные амплитуды поля, соответственно, в первой и второй линии передачи;  $\alpha$  – коэффициент связи. При проведении расчетов

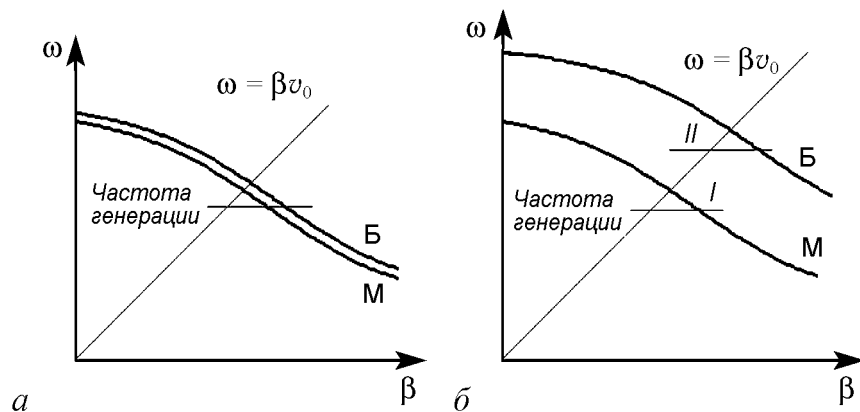


Рис. 17. Дисперсионные характеристики нормальных волн на диаграмме волновое число – частота для связанных линий передачи с обратными волнами в случае малого (а) и большого (б) коэффициента связи. М означает медленную волну, а Б – быструю

в качестве удобного параметра, характеризующего величину связи, целесообразно использовать комбинацию  $\alpha L$ , которая определяется собственно электродинамической системой и не зависит от тока пучка.

Когда мы говорим о ЛОВ на связанных линиях передачи, вторую парциальную систему можно рассматривать как *элемент распределенного отбора энергии*. Из-за того, что переносимая волной навстречу пучку энергия излучения перекачивается во вторую систему, интенсивное поле волны более не воздействует на пучок в области его поступления в пространство взаимодействия. Поэтому следует ожидать, что механизм обратной связи, отвечающий за автомодуляцию [4, 5], будет в значительной мере подавлен.

В качестве иллюстрации на рис. 18 приводятся результаты численного решения уравнений нестационарной нелинейной теории ЛОВ со связанными линиями передачи. Значение параметра  $L = 4.0$ , что в обычной ЛОВ отвечает режиму развитой автомодуляции. Однако в рассматриваемом случае, благодаря тому, что параметр связи  $\alpha L = 2.8$  достаточно велик, результатом переходного процесса оказывается установление стационарного одночастотного режима генерации. Из диаграммы, иллюстрирующей распределение амплитуды тока по длине лампы и амплитуд поля в двух парциальных системах, можно видеть, что в данном режиме имеет место развитая в значительной степени перегруппировка, что, однако, не приводит к возбуждению автомодуляции. На выходе лампы (у левого края) амплитуда поля в волноводе без пучка больше, чем в волноводе с пучком. Это согласуется с утверждением, что в основе подавления автомодуляции лежит перекачка энергии из одной парциальной системы в другую.

На рис. 19, *а* показана карта динамических режимов, построенная по результатам численного моделирования динамики ЛОВ со связанными линиями передачи, из которой видно, что в области  $\alpha L/\pi$  от 0.6 до 1.0 граница автомодуляции достаточно сильно сдвинута вверх по параметру нормированной длины, а значит и по рабочему току. Именно возможность исключить автомодуляцию в достаточно широком интервале значений рабочих токов послужило главной первоначальной мотивацией исследования данной разновидности ЛОВ. Этот эффект наблюдался экспериментально [38]. На рис. 19, *б* показана полученная в эксперименте карта режимов спе-

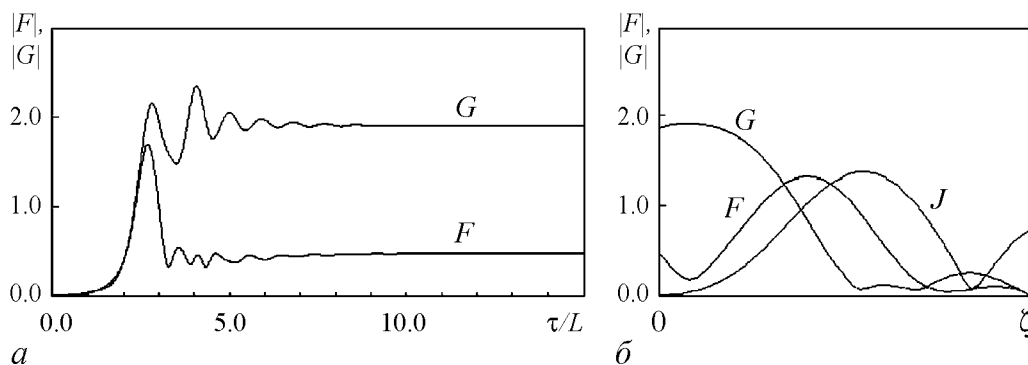


Рис. 18. *а* – зависимость амплитуды поля от времени в ЛОВ со связанными линиями передачи на выходе парциальной системы с пучком ( $F$ ) и без пучка ( $G$ ). *б* – распределение амплитуд по длине в стационарном режиме для парциальных волн ( $F$ ,  $G$ ) и тока ( $J$ ). Значения параметров:  $L = 4.0$ ,  $\alpha L = 2.8$

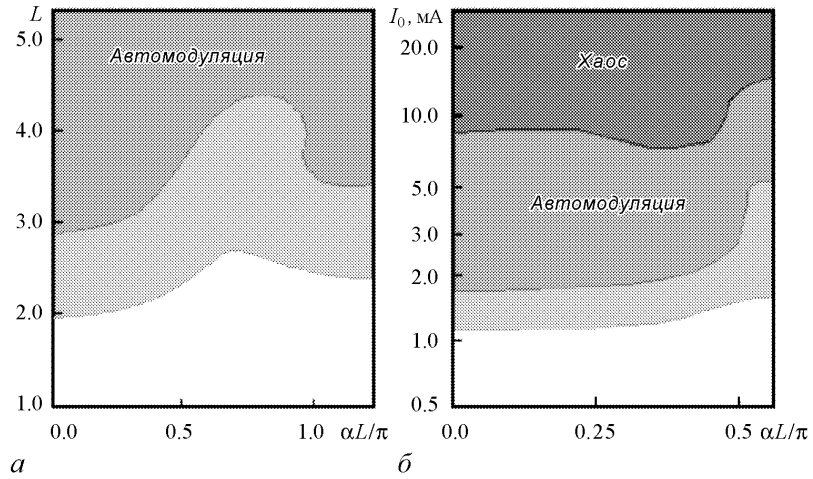


Рис. 19. Карта динамических режимов на плоскости параметр связи – нормированная длина, построенная по результатам численных расчетов (а) и полученная в эксперименте на лабораторном макете ЛОВ со связанными линиями передачи, допускающем плавную регулировку коэффициента связи [38]

циального лабораторного макета ЛОВ со связанными линиями передачи, в котором коэффициент связи можно было плавно изменять. При этом величина коэффициента связи контролировалась по относительному уровню передачи энергии во второй волновод из первого в «холодной» лампе.

Для дальнейшего анализа динамических явлений в ЛОВ со связанными линиями передачи полезно использовать представление волнового поля в виде комбинации нормальных волн. При малых значениях параметра связи дисперсионные характеристики двух нормальных волн – медленной и быстрой располагаются очень близко (рис. 17, а), так что пучок как бы «не различает» одну от другой (за время пролета относительный набег фазы мал по сравнению с  $\pi$ ). При сильной связи дисперсионные характеристики проходят достаточно далеко друг от друга (рис. 17, б), так что пучок может взаимодействовать либо с одной, либо с другой нормальной волной в двух непересекающихся частотных интервалах. Следовательно, могут иметь место два разных режима генерации, один на более низкой частоте при синхронизме с медленной волной, а другой на более высокой частоте при синхронизме с быстрой волной. С ростом тока и тот и другой режимы могут претерпевать бифуркации, такие как возникновение автомодуляции и переход к хаосу.

Введем комплексные амплитуды «медленной» и «быстрой» волн

$$F_M = (F + G)e^{i\alpha\zeta}, \quad F_B = (F - G)e^{-i\alpha\zeta} \quad (29)$$

и выполним в уравнениях соответствующую замену переменных. Это приводит к следующей форме уравнений

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} (F_M e^{i\theta - i\alpha\zeta} + F_B e^{i\theta + i\alpha\zeta}), \quad \theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} = 0, \quad (30)$$

$$\frac{\partial F_M}{\partial \tau} - \frac{\partial F_M}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta + i\alpha\zeta} d\theta_0, \quad \frac{\partial F_B}{\partial \tau} - \frac{\partial F_B}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta - i\alpha\zeta} d\theta_0, \quad (31)$$

$$F_M(L, \tau) = 0, \quad F_B(L, \tau) = 0. \quad (32)$$



На рис. 20 представлен пример сосуществования двух разных режимов автомодуляции ЛОВ со связанными линиями передачи в одной и той же точке пространства параметров ( $\alpha L = 5.8$ ,  $L = 3.9$ ). Вверху показаны графики, отвечающие режиму с доминирующей медленной волной, а внизу – с быстрой. Какой из этих двух режимов возникает, зависит от начальных условий. Представлены зависимости амплитуд нормальных волн от времени на выходном конце системы и спектры сигнала на выходе линии передачи, с которой взаимодействует пучок.

Если считать, что одна из нормальных волн вообще не возбуждена, то в уравнениях (30)-(32) ее амплитуду следует положить нулевой. В результате уравнения сводятся к основной модели (5)-(6), с той лишь разницей, что имеется дополнительный коэффициент  $1/2$  в уравнении движения. Нормированная стартовая длина для режимов, связанных с возбуждением медленной или быстрой волны, в этом прибли-

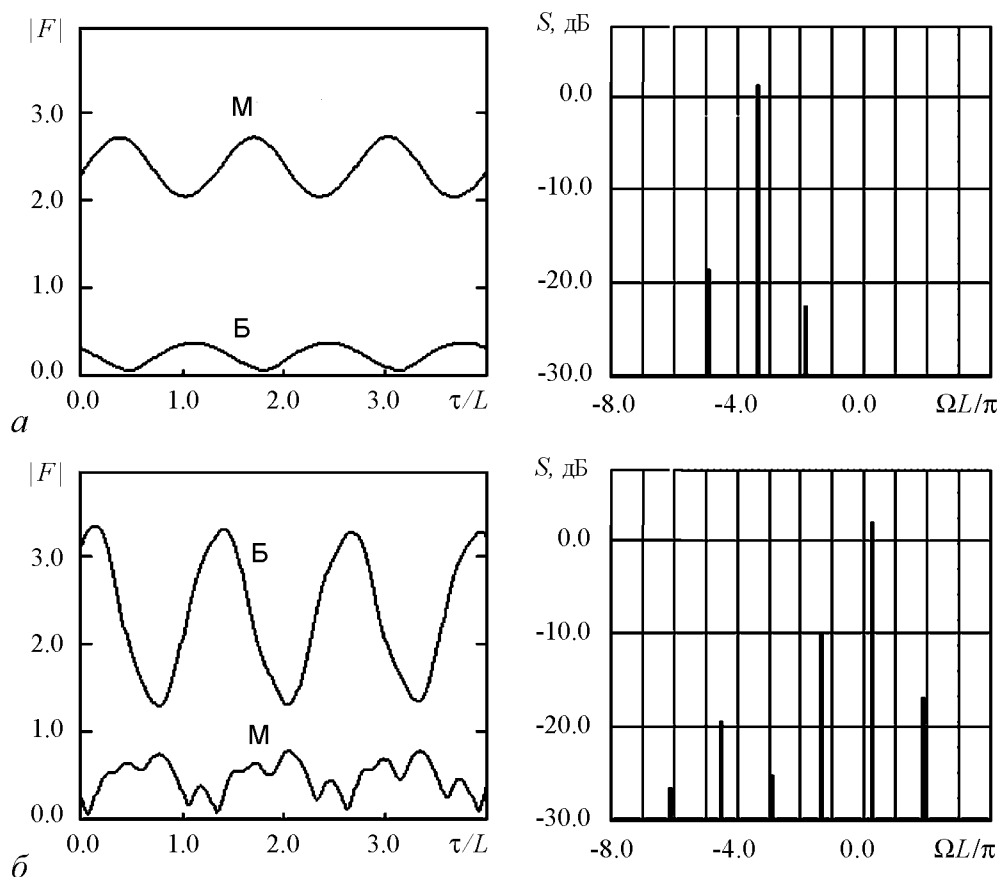


Рис. 20. Два режима автомодуляции, которые сосуществуют в ЛОВ со связанными линиями передачи в одной и той же точке пространства параметров ( $\alpha L = 5.8$ ,  $L = 3.9$ ). Слева показаны зависимости амплитуд медленной (М) и быстрой (Б) нормальных волн от времени на выходном конце системы. Справа приведены спектры выходного сигнала на выходе линии передачи, с которой взаимодействует пучок. В зависимости от начальных условий реализуется режим, в котором доминирует медленная (а) или быстрая (б) нормальная волна. Обратите внимание, что во втором случае спектр смещен в область более высоких частот

жении одна и та же:  $L_M \approx L_B \approx 1.973 \sqrt[3]{2} \approx 2.486$ . Аккуратные расчеты показывают, что с увеличением параметра связи стартовые значения нормированной длины  $L_M$  и  $L_B$  действительно стремятся к указанной величине, однако с осцилляциями, происходящими приблизительно в противофазе. Таким образом, в одних интервалах по параметру связи легче возбуждается медленная, а в других – быстрая волна.

Чтобы наглядно представить картину на плоскости параметров, следует мыслить карту динамических режимов состоящей из двух перекрывающихся листов: на одном представлены режимы с превалирующим возбуждением медленной, а на втором – быстрой волны. Конфигурации областей на обоих листах по данным компьютерных расчетов показаны на рис. 21, *a* и *б*, причем области различных режимов обозначены оттенками серого цвета. Заметим, что часть карты, отвечающая малым параметрам связи, выступает как естественное продолжение первого листа.

При движении по параметрам на втором листе и выходе из области, обозначенной серым на рис. 21, *б*, режим генерации на базе быстрой волны теряет устойчивость. Система в результате развития нарастающего во времени возмущения переходит в режим, отвечающий генерации на медленной волне, то есть на лист 21, *a*. Этот процесс переключения иллюстрируется на рис. 22.

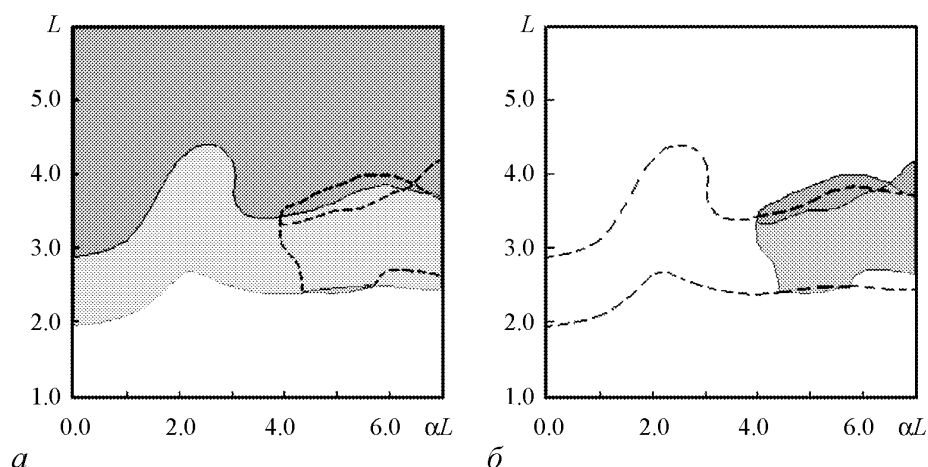


Рис. 21. Карта динамических режимов ЛОВ со связанными линиями передачи, представленная на двух листах, которым в области больших параметров связи  $\alpha L$  отвечает генерация преимущественно на медленной (*a*) и быстрой (*б*) нормальной волне. Пунктиром показаны границы областей, отвечающих другому листу

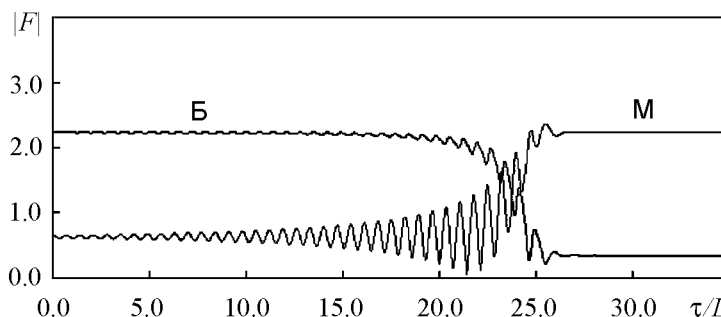


Рис. 22. Развитие неустойчивости состояния генерации на быстрой волне с переходом в режим генерации на медленной волне в ЛОВ со связанными линиями передачи. Параметры:  $L = 3.0$ ,  $\alpha L = 4.1$

## 6. Применение методики контроля хаоса для устранения автомодуляции в ЛОВ

Во многих случаях возникновение автомодуляции в ЛОВ выступает как паразитный эффект, препятствующий реализации одночастотной генерации с относительно высокими уровнями мощности и КПД, которые должны были бы достигаться при увеличении рабочего тока. Основываясь на представлении о ЛОВ как о динамической системе, для устранения автомодуляции можно обратиться к идее стабилизации неустойчивых состояний, получившей известность как управление хаосом («controlling chaos»). Впервые эта концепция была высказана в 1990 г. группой исследователей из Мэрилендского университета [42], показавших, как можно реализовать периодическую динамику вместо хаотического режима в нелинейной системе посредством слабых контролируемых воздействий на какой-либо доступный для регуляции параметр системы. Позднее были предложены и другие варианты управления хаосом для стабилизации неустойчивости или направления фазовой траектории в желаемую область. Один простой и во многих случаях эффективный метод основан на использовании запаздывающей обратной связи [22].

Как указывалось во вступительном разделе, механизм автомодуляции в ЛОВ связан с тем, что максимум амплитуды поля на выходном конце лампы, где встреливается пучок, приводит к появлению минимума излученного поля на выходном конце приблизительно через время  $L/v_0 + L/v_{гр}$ . Далее по истечении такого же интервала времени вновь формируется максимум, и этот процесс затем периодически повторяется.

Очевидно, воспрепятствовать возникновению автомодуляции можно изменением во времени тока пучка на входе в пространство взаимодействия, с тем чтобы он был больше при появлении максимумов и меньше при появлении минимумов амплитуды поля. На рис. 23 схематически показано, как это сделать путем введения дополнительной цепи контроля, базируясь на идее управления хаосом с использованием запаздывания [44]. Снимаемый с выхода ЛОВ высокочастотный сигнал подвергается детектированию и фильтрации, в результате чего выделяется огибающая сигнала реализующейся или потенциально возможной автомодуляции. Далее сигнал разветвляется и поступает на вход дифференциального усилителя, причем по одной из ветвей он передается с запаздыванием примерно на полпериода автомодуляции. С выхода усилителя сигнал подается как дополнительное напряжение смещения на управляющий электрод (сетку) в электронной пушке и регулирует тем самым величину тока пучка на входе в пространство взаимодействия.

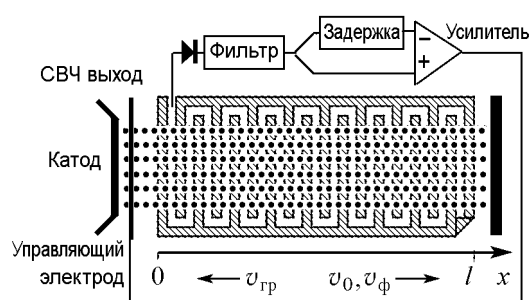


Рис. 23. Схематическое изображение ЛОВ с добавленной схемой подавления автомодуляции на основе метода управления хаосом с использованием запаздывания

Продemonстрируем возможность подавления автомодуляции в численном эксперименте. При этом удобно использовать стандартную нормировку безразмерных переменных и параметров, где в качестве тока пучка в формулах фигурирует средний

постоянный ток  $I_0$ . Изменение тока из-за присутствия цепи контроля учтем в уравнении возбуждения введением множителя  $A = A(\tau)$ . Уравнения (5), (6) принимают тогда следующий вид

$$\partial^2 \theta / \partial \zeta^2 = -\text{Re} [F \exp(i\theta)], \quad \partial F / \partial \tau - \partial F / \partial \zeta = A(\tau) \tilde{I}, \quad \tilde{I} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad (33)$$

$$\theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \partial \theta / \partial \zeta|_{\zeta=0} = 0, \quad F|_{\zeta=L} = 0, \quad (34)$$

Напомним, что в отсутствие цепи контроля стационарный режим генерации возникает при  $L = L_{\text{ст}} = 1.97327$ , а автомодуляция – при  $L = L_{\text{м}} \approx 2.937$ .

Примем, что зависимость тока электронного пучка от напряжения на выходе цепи контроля вблизи среднего значения  $I_0$  дается выражением

$$I(t) = I_0 + g\Delta V, \quad (35)$$

где  $\Delta V = V(t) - V(t - \Delta t) \cong \beta_0^{-1} \left( \left| \tilde{E}(0, t) \right| - \left| \tilde{E}(0, t - \Delta t) \right| \right)$ ,  $V(t)$  – амплитуда высокочастотного потенциала на выходе ЛОВ,  $\Delta t$  – время запаздывания,  $g$  – постоянный коэффициент, имеющий размерность проводимости. Полагая  $A = I/I_0$  и переходя к безразмерным переменным, мы должны написать

$$A(\tau) = 1 + 2gUI_0^{-1}C^2 (|F(0, \tau)| - |F(0, \tau - T)|) = 1 + cl^{-1} (|F(0, \tau)| - |F(0, \tau - T)|), \quad (36)$$

где  $c = 2gUC^2l/I_0 = \pi gKN$  и  $T = \omega_0 C(1 + v_0/v_{\text{гр}})^{-1}\Delta t$  – безразмерные константы, характеризующие цепь контроля.

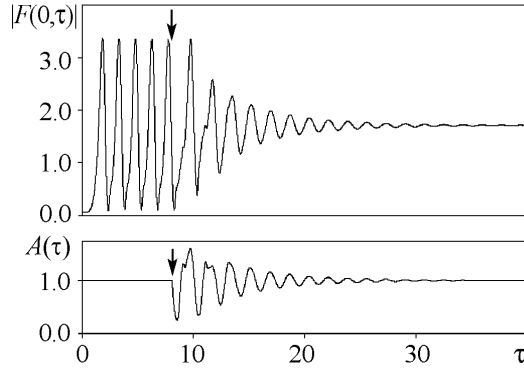


Рис. 24. Зависимость безразмерной амплитуды высокочастотного поля на выходе ЛОВ и нормированного тока пучка от времени при  $L = 3.5$ . Момент включения контроля показан стрелкой, параметры цепи контроля  $c = 0.95$  и  $T = 0.8$

На рис. 24 показан пример зависимости амплитуды выходного сигнала от времени при  $L = 3.5$ . Контроль выключен вначале и включается в момент, отмеченный стрелкой. Хорошо видно, как возникшая автомодуляция затухает, и устанавливается режим стационарной одночастотной генерации: амплитуда сигнала становится постоянной и не зависящей от времени. При этом дополнительные члены в соотношении (36) взаимно уничтожаются и  $A \equiv 1$ . Это тот же самый режим, который получается в стационарной нелинейной теории, но присутствие цепи контроля делает его устойчивым. Параметры цепи

контроля  $c = 0.95$  и  $T = 0.8$  подобраны эмпирически с тем, чтобы стационарный режим генерации возникал в наиболее широком диапазоне безразмерной длины  $L$ . При указанных параметрах  $c$  и  $T$  это имеет место для  $L_{\text{ст}} < L < 3.7$ . Таким образом, по сравнению с обычной ЛОВ удается поднять порог автомодуляции по  $l$  примерно в 1.27 раза, а по величине рабочего тока – в два раза ( $1.27^3$ ). Безразмерная амплитуда выходного сигнала  $|F|$  меняется при этом мало, так что достижимый в режиме

одночастотной генерации КПД увеличивается в 1.3 раза, а мощность – в 2.5 раза. По-видимому, эти показатели можно улучшить, используя более совершенные методы контроля.

Для реализации описанной схемы фильтр должен задерживать высокочастотную составляющую сигнала и пропускать основную частоту автомодуляции (в экспериментах [6, 7, 12, 26] – это частоты порядка 1 ГГц и 50 МГц, соответственно). Далее, время задержки должно быть порядка  $L/v_0 + L/v_{гр}$ . Наконец, коэффициент передачи цепи контроля должен быть таким, чтобы сигнал на входе, отвечающий по порядку величины амплитуде высокочастотного поля, на выходе приводил к вариации тока порядка среднего тока пучка. С учетом того, что амплитуда высокочастотного напряжения составляет по порядку величины  $C^2U$ , где  $C$  – малый параметр (например, в экспериментах [6, 7, 12, 26]  $C$  приблизительно составляет  $0.005 \div 0.1$ ), а напряжение на управляющем электроде должно быть меньше ускоряющего напряжения  $U$  примерно на порядок, наличие усилителя в цепи контроля представляется принципиально необходимым.

### Заключение

В статье рассмотрены особенности динамики лампы обратной волны, связанные с такими факторами, как потери энергии при распространении волн в замедляющей системе, поле пространственного заряда, отражения волн на концах системы, конечная величина параметра Пирса, присутствие дополнительной линии передачи, благодаря чему в электродинамической системе имеет место распространение связанных волн. Обсуждается также возможность подавления автомодуляции при введении цепи контроля с запаздыванием, регулирующей ток пучка в зависимости от амплитуды выходного сигнала.

Выявлен интересный тип бифуркации в ЛОВ с диссипацией, характерный для распределенных систем и отвечающий смене характера неустойчивости невозбужденного состояния с абсолютного на конвективный. Бифуркация состоит в изменении направления распространения фронта, разделяющего возбужденную и невозбужденную части системы. Представлены карты режимов для ЛОВ при учете пространственного заряда. Обращается внимание, что присутствие пространственного заряда способствует подавлению автомодуляции. Отмечено, что в ситуации малой групповой скорости справедливо простое обобщение нестационарных нелинейных уравнений ЛОВ на случай не малых значений параметра Пирса. Впервые представлены результаты численных расчетов динамики ЛОВ с отражениями в ситуации, когда групповая скорость волны больше скорости пучка. Отмечено и проиллюстрировано численными расчетами явление мультистабильности в ЛОВ со связанными системами благодаря возможности взаимодействия электронного потока по отдельности с медленной или быстрой волной в линиях передачи.

Представленные результаты могут быть полезны для понимания сложной динамики не только в ЛОВ, но также и в некоторых других устройствах с обратной волной и инерционным механизмом группирования электронного потока (гирорезонансные приборы, лазеры на свободных электронах и др.).

Выражаю благодарность член-корр. РАН, профессору Д.И. Трубецкову за предложение подготовить настоящий обзор, за продуктивную совместную работу, обсуждения и дискуссии на разных этапах исследования нестационарных процессов

в ЛОВ. Я благодарен профессору Б.П. Безручко за экспериментальные исследования, которые в большой степени обеспечили наполнение содержанием и признание результатов теоретических исследований динамики ЛОВ. Я выражаю также признательность доктору физико-математических наук Н.М. Рыскину, сотрудничество с которым в последние годы способствовало возобновлению исследований в данном направлении в нашей научной группе.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 03-02-16192 и 06-02-16733.*

### **Библиографический список**

1. Электроника ламп с обратной волной / Под ред. В.Н. Шевчика и Д.И. Трубецкого. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1975.
2. Трубецков Д.И., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М., Храмов А.Е. Сложная динамика распределенных нелинейных систем сверхвысокочастотной электроники // Нелинейные волны'2004 / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова и В.И. Некоркина. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. С. 287.
3. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 1. Москва: Физматлит, 2003. 496 с.
4. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037.
5. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Периодические и стохастические автомодуляционные режимы в электронных генераторах с распределенным взаимодействием // Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 101.
6. Безручко Б.П., Кузнецов С.П. Экспериментальное исследование нелинейных нестационарных процессов в ЛОВО-генераторе // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, №7. С. 1053.
7. Безручко Б.П., Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Теоретическое и экспериментальное исследование переходных процессов в ЛОВО-генераторе // Лекции по электронике СВЧ. Изд-во Саратов. ун-та, 1978. Кн. 5. С. 236.
8. Гинзбург Н.С., Зайцев Н.И., Иляков Е.В., Кулагин И.С., Новожилова Ю.В., Сергеев А.С., Ткаченко А.К. Наблюдение автомодуляционных режимов генерации в мощной ЛОВ // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. № 20. С. 66.
9. Гинзбург Н.С., Зайцев Н.И., Иляков Е.В., Кулагин И.С., Новожилова Ю.В., Сергеев А.С. Теоретическое и экспериментальное исследование автомодуляционных режимов генерации 3-сантиметровой ЛОВ с мегаваттным уровнем мощности // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7. № 5. С. 60.
10. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное наблюдение стохастических колебаний в динамической системе электронный пучок – обратная электромагнитная волна // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29, № 3. С. 180.
11. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Стохастические автоколебания в системе электронный пучок - обратная волна // Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. Горький, ИПФ АН СССР, 1980. С. 29.

12. *Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Экспериментальное и теоретическое исследование стохастических автоколебаний в лампе обратной волны. Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Изд-во Саратов. ун-та, 1981. Кн. 5. С. 25.
13. *Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Стохастические автоколебания и неустойчивость в лампе обратной волны // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 6. С. 1136.
14. *Ефимов Б.П., Кривицкий Б.Я., Лукин К.А., Мильчо М.В., Ракитянский В.А.* Возбуждение стохастических колебаний в резонансной ЛОВО миллиметрового диапазона // Электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Сб. науч. тр. Киев: Наукова думка, 1988. С. 68.
15. *Ракитянский В.А.* Источники колебаний миллиметрового диапазона с универсальными спектральными характеристиками на основе слабрезонансных ЛОВО // Радиофизика и электроника. Сб. науч. тр. Институт радиофизики и электроники НАН Украины. Харьков. 1997. Т. 2, № 1. С. 111.
16. *Рыскин Н.М., Титов В.Н., Трубецков Д.И.* Детали перехода к хаосу в системе электронный поток – обратная электромагнитная волна // ДАН. 1998. Т. 358, № 5. С. 620.
17. *Рыскин Н.М., Титов В.Н.* О сценарии перехода к хаосу в однопараметрической модели лампы обратной волны // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 1. С. 75.
18. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Хаос и гиперхаос в лампе обратной волны // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 6. С. 383.
19. *Ginzburg N.S., Zaitsev N.I., Ilyakov E.V., Kulagin I.S., Novozhilova Yu.V., Rozen-thal R.M., and Sergeev A.S.* Observation of chaotic dynamics in a powerful backward-wave oscillator // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. P. 108304.
20. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.* О характере неустойчивости в ЛБВ вблизи границы полосы пропускания // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23, № 9. С. 1104.
21. *Кузнецов А.П.* Смена характера неустойчивости в системе двух слабо связанных волн // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 8, № 15. С. 941.
22. *Федорченко А.М., Кацаренко Н.Я.* Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. М.: Наука, 1981. 176 с.
23. *Kuznetsov S.P.* Complex dynamics in backward-wave oscillators // Proc. of International Symposium «Topical problems of nonlinear wave physics». N.Novgorod, Russia, 6-12 Sept. 2003. P. 78.
24. *Kuznetsov S.P., Mosekilde E., Dewel G., Borckmans P.* Absolute and convective instabilities in a one-dimensional Brusselator flow model // J.Chem.Phys. 1997. Vol. 106. P. 7609.
25. *Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П.* О влиянии пространственного заряда на переходный процесс в релятивистской ЛОВ // IX Всесоюзная конференция по электронике СВЧ. Тезисы докладов. т.1. Вакуумная электроника СВЧ. Киев, 1979. С. 89.
26. *Безручко Б.П.* Экспериментальное исследование нестационарных и стохастических явлений в распределенной автоколебательной системе электронный по-

- ток – обратная электромагнитная волна: Дис... канд. физ.-мат. наук. Саратов: СГУ, 1980.
27. Балакирев В.А., Островский А.О., Ткач Ю.В. О влиянии сил ВЧ пространственного заряда на динамику автомодуляционных процессов в релятивистском карсинотроне // ЖТФ. 1991. Т. 61, № 2. С. 158.
  28. Пегель И.В. Моделирование нестационарных процессов в релятивистской лампе обратной волны методом макрочастиц // Изв. вузов. Физика. 1996. Т. 39, № 12. С. 62.
  29. Титов В.Н. Тонкая структура процессов автомодуляции и перехода к хаосу в распределенной автоколебательной системе электронный поток – обратная электромагнитная волна: Дис... канд. физ.-мат. наук. Саратов: СГУ, 2000.
  30. Кузнецов С.П. Динамический хаос. 2-е изд. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
  31. Амиров Р.Ш., Безручко Б.П., Исаев В.А., Четвериков А.П. Влияние отражений на нестационарные процессы в ЛОВО. Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1983. Кн.2. С. 90.
  32. В.А. Кац. Стохастические автоколебания в электронных распределенных системах на сверхвысоких частотах: Дис... канд. физ.-мат. наук. Саратов: СГУ, 1985.
  33. Астахов С.А., Безручко Б.П., Зборовский А.В., Трубецков Д.И. Исследование сложной динамики системы электронный поток – обратная волна с отражениями (эксперимент и численное моделирование) // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-98). Материалы международной научно-технической конференции. Саратов: СГТУ, 1998. Т. 1. С. 39.
  34. Астахов С.А., Грибанов А.В. Исследование перехода к хаосу в лампе обратной волны с отражениями // Нелинейные дни в Саратове для молодых. Материалы научной школы-конференции. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1998. С. 13. (<http://www.astakhov.newmail.ru/papers/youth.pdf>).
  35. Астахов С.А. Экспериментальное и численное исследование влияния отражений на сложную динамику лампы обратной волны. Дипломная работа. Саратов: СГУ, 1998 (<http://www.astakhov.newmail.ru/papers/msthesis.pdf>).
  36. Рыскин Н.М., Титов В.Н. Автомодуляционные и хаотические режимы генерации в релятивистской лампе обратной волны с отражениями // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 10. С. 860.
  37. Levush B., Antonsen T.M., Bromborsky A., Lou W.R., Carmel Y. Theory of relativistic backward wave oscillator with end reflections // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1992. Vol. 20. № 3. P. 263.
  38. Исаев В.А., Фишер В.Л., Четвериков А.П. Исследование возникновения автомодуляции в ЛОВ со связанными системами // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 2. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1986. С. 3.
  39. Балакирев В.А., Островский А.О., Ткач Ю.В. К теории автомодуляционной неустойчивости колебаний в связанных карсинотронах // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16, вып. 19. С. 8.
  40. Балакирев В.А., Островский А.О., Ткач Ю.В. К теории автомодуляционных



процессов в системе связанных гофрированных волноводов, возбуждаемых прямолинейными электронными потоками // ЖТФ. 1991. Т. 61, № 9. С. 94.

41. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* О возможности увеличения порога автомодуляции в гирогенераторе со встречной волной и связанными электродинамическими системами // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, вып. 4. С. 63.
42. *Ott E., Grebogi C., Yorke J.A.* Controlling chaos // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64, № 11. С. 1196.
43. *Pyragas K.* Continuous control of chaos by self-controlling feedback // Phys. Lett. 1992. Vol. A170, № 6. P. 421.
44. *Долов А.М., Кузнецов С.П.* Применение методики контроля хаоса для устранения автомодуляции в лампе обратной волны // ЖТФ. 2003. Т. 73, вып. 8. С. 139.

Саратовский филиал ИРЭ РАН

Поступила в редакцию 19.04.2006

## NONLINEAR DYNAMICS OF BACKWARD-WAVE TUBE: SELF-MODULATION, MULTI-STABILITY, CONTROL

*S.P. Kuznetsov*

Features of nonlinear dynamics of backward-wave tube in the presence of such factors as energy dissipation at wave transmission, field of space charge, wave reflection at the system edges are analyzed. Dynamics of the backward-wave tube with coupled systems including multi-stability connected with possibility of beam interaction with low or fast normal wave in the coupled transmission lines is discussed. Possibility of suppression of self-modulation is considered in the backward-wave tube with an additional delay circuit, controlling the current of the electron beam in dependence on the amplitude of output signal. Besides the materials published in different years in literature, the review contains some original materials of recent researches.



*Кузнецов Сергей Петрович* – родился в Москве (1951). Окончил Саратовский государственный университет (1973). С 1988 – сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, в настоящее время – заведующий лабораторией теоретической нелинейной динамики. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1977) и доктора наук (1987) по специальности радиофизика. Профессор кафедры динамических систем. Автор учебно-научной монографии «Динамический хаос» и «Нелинейные колебания» (в соавторстве с А.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным). Опубликовал свыше 150 научных статей по нелинейной динамике, радиофизике и электронике. Под руководством С.П.Кузнецова защищены шесть кандидатских диссертаций. Лауреат государственной научной стипендии для ученых России (1994-1996), Соросовский доцент (1998), Соросовский профессор (2000, 2001). Член редакционной коллегии журнала «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика».