



СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС, СТОХАСТИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ И ИНДУЦИРОВАННЫЙ ШУМОМ ХАОС В ОСЦИЛЛЯТОРЕ ДУФФИНГА

В.С. Маляев, Т.Е. Вадивасова, В.С. Анищенко

Исследуются эффекты стохастического резонанса, стохастической синхронизации и индуцированного шумом хаоса в нелинейном осцилляторе с конечными потерями. Показано, что стохастический резонанс и стохастическая синхронизация при конечных потерях подчиняются тем же закономерностям, что и в случае передемпфированного осциллятора, но наблюдаются при меньшем уровне шума. На основании численно полученных зависимостей частоты Крамерса от интенсивности шума вводятся эквивалентные характеристики потенциального профиля, позволяющие применить к исследуемой модели аналитические соотношения, полученные для передемпфированного осциллятора. Установлено, что вызванный шумом переход к хаотической динамике в осцилляторе с конечными потерями не может оказать влияние на эффекты стохастического резонанса и стохастической синхронизации, так как наблюдается в другой области значений параметров.

Введение

Возможность с помощью шума управлять поведением нелинейной системы вызывает все больший интерес со стороны исследователей во многих отраслях науки. Ряд не так давно обнаруженных явлений, таких как стохастический резонанс [1–5], когерентный резонанс [5–7], стохастическая синхронизация в бистабильных и возбудимых осцилляторах [5, 8–10], показывают конструктивную роль шума, который может привести к росту порядка в поведении системы. С другой стороны, шум может приносить в систему некоторую степень неупорядоченности и даже индуцировать переход самой системы к хаотической динамике, проявляющейся в экспоненциальной неустойчивости траекторий [11, 12]. Двумерный нелинейный осциллятор с двухъямным потенциалом (каким является осциллятор Дуффинга), находящийся под действием белого гауссова шума и гармонического сигнала, может служить примером системы, демонстрирующей сразу несколько вызванных шумом эффектов – стохастического резонанса (СР), стохастической синхронизации (СС) и индуцированного шумом хаоса.

Первые два эффекта, хотя и наблюдались экспериментально во множестве систем различной природы, включая распределенные среды и живые организмы

[4,5,13–19], однако, детально исследованы лишь для передемпфированного осциллятора, который моделирует движение броуновской частицы в двухъямном потенциале с бесконечным трением и задается стохастическим дифференциальным уравнением (СДУ) первого порядка,

$$\dot{x} = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} + s(t) + \xi(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ – безразмерная координата частицы, $U(x)$ – потенциальная функция, $\xi(t) = \sqrt{2D}n(t)$ – гауссов белый шум интенсивности D , $s(t)$ – регулярная (обычно гармоническая) внешняя сила. Если рассматривать стохастический осциллятор с конечным трением, то он описывается безразмерным СДУ второго порядка

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} + s(t) + \xi(t), \quad (2)$$

где γ – безразмерный коэффициент трения. Сделав в (2) замену времени $t_1 = t/\gamma$, получаем

$$\frac{\ddot{x}}{\gamma^2} + \dot{x} = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} + s_1(t_1) + \xi_1(t_1), \quad (3)$$

где $s_1(t_1) = s(\gamma t_1)$, $\xi_1(t_1) = \sqrt{2D}n(\gamma t_1)$. При $\gamma \rightarrow \infty$ слагаемым, содержащим вторую производную, можно пренебречь. Тогда приходим к модели (1), но с другим масштабом времени.

Можно указать две работы, в которых эффект СР рассмотрен для осциллятора с конечным трением [20, 21]. Аналитические результаты этих работ получены в квазиконсервативном приближении, то есть относятся к случаю очень малых потерь и очень слабого шума. Они пока не сопоставлялись с данными численных или натурных экспериментов, и о правильности сделанных выводов трудно судить. В данной работе, однако, не ставится цель численной проверки результатов, полученных в [20, 21]. Ниже рассмотрен двумерный стохастический осциллятор (2) в режимах, когда коэффициент трения остается значительно больше частоты Крамерса, и поэтому сравнивать результаты с приведенными в указанных работах не допустимо.

Проведенные исследования имели своей целью выяснение зависимости характеристик СР и СС в бистабильном осцилляторе (2) от уровня потерь γ и установление взаимосвязи эффектов СР и СС с индуцированным шумом переходом к хаосу.

1. Эффект стохастического резонанса

Исследуем численно стохастический осциллятор (2) с квадратичным потенциалом

$$U(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4. \quad (4)$$

При данной форме потенциала уравнение (2) без источника шума описывает широко известный в нелинейной динамике осциллятор Дуффинга. На осциллятор воздействует гармонический сигнал $s(t) = A \sin \omega_0 t$ с амплитудой $A = 0.05$ и частотой

той $\omega_0 = 0.01$. Данное значение амплитуды является достаточно малым и не превосходит по величине потенциальный барьер ΔU . Таким образом, сигнал в отсутствие шума не вызывает переходов между потенциальными ямами. Параметр потерь γ и интенсивность шума D не связаны между собой известным флуктуационно-диссипативным соотношением, так как допускается, что шум может быть не только внутренним (тепловым), но и результатом внешних случайных воздействий.

Прежде чем обратиться к эффекту CP, рассмотрим переключения стохастического осциллятора без внешнего сигнала ($A = 0$). Для передемпфированного случая (1) при относительно слабом шуме и высоком потенциальном барьере средняя скорость выхода из потенциальной ямы r_K (скорость Крамерса) задается известной формулой [22]

$$r_K = v \exp\left(-\frac{\Delta U}{D}\right). \quad (5)$$

Коэффициент перед экспонентой зависит от формы потенциальной функции

$$v = \frac{\sqrt{|U''(x_{\min})U''(x_{\max})|}}{2\pi}, \quad (6)$$

где под корнем стоят вторые производные функции $U(x)$ в точках минимума и максимума. В случае потенциала (4) коэффициент $v = 1/(\sqrt{2}\pi) \approx 0.225$, а высота потенциального барьера $\Delta U = 1/4$. Средняя круговая частота переключений (частота Крамерса) связана со скоростью Крамерса как $\omega_K = \pi r_K$.

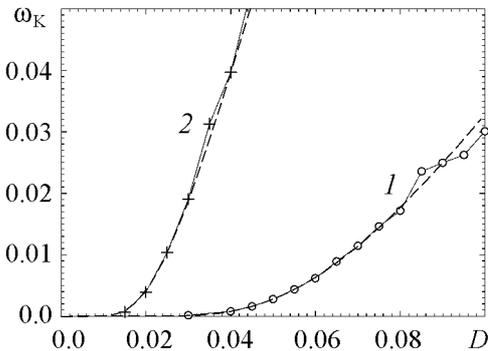


Рис. 1. Зависимости средней частоты переключений стохастического осциллятора от интенсивности шума: для модели (2) при $\gamma = 1.0$ (кривая 1) и при $\gamma = 0.4$ (кривая 2). Штриховой линией изображены аппроксимации зависимостей по формуле (8). Частота Крамерса выражается в безразмерных единицах, поскольку использовано безразмерное время

на расчет переходов через границу вводился граничный слой $[-\varepsilon; \varepsilon]$. Считалось, что система находится в первом состоянии (в правой потенциальной яме) до тех пор, пока значение x не станет меньше $-\varepsilon$, и затем она пребывает во втором состоянии (в левой потенциальной яме), пока x не станет больше ε . Вычислялось число $M(T)$ переходов из одного состояния в другое в одном направлении, происшедших за время наблюдения T . Круговая частота переключений оценивалась как

$$\omega_K \approx 2\pi \frac{M(T)}{T}. \quad (7)$$

Результаты, полученные при $\gamma = 1.0$ и $\gamma = 0.4$, представлены на рис. 1.

Из представленных результатов видно, что при одном и том же шуме меньшим потерям соответствуют более «быстрые» переключения, то есть уменьшение γ приводит к тому же результату, что и уменьшение потенциального барьера. Причиной этого является отличная от нуля кинетическая энергия системы, находящейся на дне потенциальной ямы. Средняя кинетическая энергия увеличивается с уменьшением потерь. Полученные в численном эксперименте зависимости ω_K от интенсивности шума D позволяют предположить, что на начальном этапе (при сравнительно слабом шуме) рост средней частоты переключений носит экспоненциальный характер и может быть выражен формулой, аналогичной (5), но с другим коэффициентом перед экспонентой и другим инкрементом. Таким образом, хотя потенциальная функция по-прежнему задается выражением (4), можно ввести некоторый эквивалентный потенциал, которому будут соответствовать эквивалентные величины ν_3 и ΔU_3 такие, что

$$\omega_K = \pi \nu_3 \exp\left(-\frac{\Delta U_3}{D}\right). \quad (8)$$

По полученным численным данным были определены величины ν_3 и ΔU_3 , а именно: для $\gamma = 1$ имеем $\nu_3 = 0.123 \pm 10^{-3}$ и $\Delta U_3 = 0.247 \pm 10^{-3}$; для $\gamma = 0.4$ имеем $\nu_3 = 0.118 \pm 10^{-3}$ и $\Delta U_3 = 0.089 \pm 10^{-3}$. Эквивалентный потенциальный барьер уменьшился в обоих случаях по сравнению с передемпфированным осциллятором (особенно это заметно при меньших потерях). Графики зависимостей, рассчитанные по формуле (8) с найденными значениями ν_3 и ΔU_3 , приведены на рис. 1 штриховыми линиями. При слабом шуме они достаточно хорошо соответствуют кривым 1 и 2, построенным численно.

Теперь обратимся к случаю, когда на стохастический осциллятор поступает слабый гармонический сигнал с заданной амплитудой и частотой. Эффект СР проявляется в резонансном характере следующих кривых: зависимости выходного отношения мощностей сигнала и шума (SNR) от интенсивности шума D и зависимости коэффициента передачи мощности сигнала η от D . Теоретические результаты, полученные для модели (2) двумя различными приближенными методами (методом линейного отклика и методом двух состояний [4, 5]) дают следующие формулы для SNR(D) и $\eta(D)$:

$$\text{SNR} = C_1 \frac{A^2 r_K(D)}{D^2}, \quad (9)$$

$$\eta = C_2 \frac{r_K^2(D)}{D^2(4r_K^2(D) + \omega_0^2)}, \quad (10)$$

где C_1 и C_2 – константы, которые несколько отличаются для двух различных методов анализа СР. Из (9) легко получить, что максимальное значение SNR соответствует интенсивности шума $D_{m1} = \Delta U/2$ и никак не зависит от частоты сигнала ω_0 . Максимальное значение коэффициента передачи η наблюдается при интенсивности D_{m2} , которая, как следует из (10), зависит от ω_0 и должна удовлетворять соотношению

$$4D_{m2}(4r_K^2(D_{m2}) + \omega_0^2) - \omega_0^2 = 0. \quad (11)$$

С учетом формы потенциала (4) для модели (1) получаются следующие значения: $D_{m1} = 0.125 \pm 10^{-3}$, $D_{m2} = 0.074 \pm 10^{-3}$.

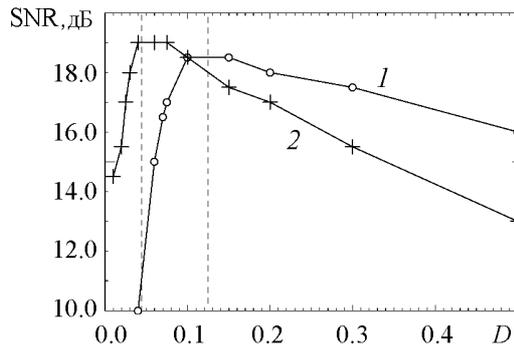


Рис. 2. Зависимости SNR стохастического осциллятора (2) от интенсивности шума: при $\gamma = 1.0$ (кривая 1) и при $\gamma = 0.4$ (кривая 2). Пунктиром отмечены оценки значений интенсивности шума D_{m1} , соответствующих максимуму SNR, полученные на основе эквивалентного потенциала $U_3(x)$

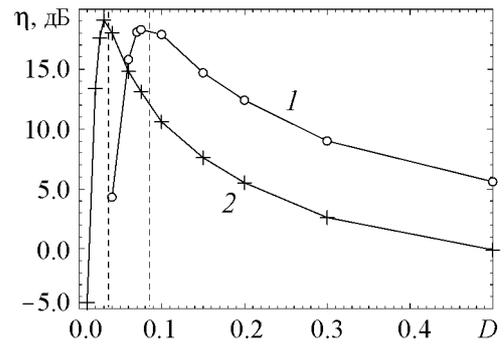


Рис. 3. Зависимости коэффициента передачи η по мощности от интенсивности шума для сигнала, подаваемого на стохастический осциллятор (2), при $\gamma = 1.0$ (кривая 1) и при $\gamma = 0.4$ (кривая 2). Пунктиром отмечены оценки значений интенсивности шума D_{m2} , соответствующих максимуму η , полученные на основе эквивалентного потенциала $U_3(x)$

Предположим, что для осциллятора с конечными потерями справедливы соотношения, аналогичные (9) и (10), но с учетом замены $U(x) \rightarrow U_3(x)$ и пересчета скорости Крамерса. В этом случае для интенсивности шума D_{m1} , соответствующей максимуму SNR, получаем следующие значения: $D_{m1} = 0.123 \pm 10^{-3}$ при $\gamma = 1.0$ и $D_{m1} = 0.044 \pm 10^{-3}$ при $\gamma = 0.4$. То есть максимум SNR в системе с потерями наблюдается при меньших значениях интенсивности шума, чем в передемпфированном осцилляторе, причем D_{m1} тем меньше, чем меньше потери. На рис. 2 представлены зависимости $SNR(D)$, полученные численно для $\gamma = 1.0$ и $\gamma = 0.4$. Обе носят резонансный характер, аналогичный характеру данной зависимости для передемпфированного осциллятора. Приведенные выше оценки D_{m1} , полученные для $U_3(x)$, отмечены на рис. 2 вертикальными пунктирными линиями. Можно видеть, что они достаточно точно соответствуют численным результатам.

Были аналогичным образом оценены значения D_{m2} , при которых имеет место максимум коэффициента передачи: $D_{m2} = 0.086 \pm 10^{-3}$ при $\gamma = 1.0$ и $D_{m2} = 0.038 \pm 10^{-3}$ при $\gamma = 0.4$. Построенные в результате численных экспериментов зависимости η от D изображены на рис. 3. Пунктирные вертикальные линии отмечают оценки значений D_{m2} . Они достаточно хорошо совпадают с численными результатами. Интересно отметить следующее: если максимум коэффициента передачи для $\gamma = 0.4$ смещен влево по сравнению с моделью (1), то для $\gamma = 1.0$ он смещен вправо.

Таким образом, при конечных потерях эффект стохастического резонанса сохраняется. Для меньшего γ резонансные значения SNR и η даже несколько возрастают (см. кривые 2 на рис. 2 и 3).

2. Эффект стохастической синхронизации

Эффект СС наблюдается при более значительных амплитудах сигнала, чем СР. Однако, по-прежнему, сигнал в отсутствие шума не должен вызывать переключения. Синхронизация проявляется в следующем: если амплитуда сигнала превышает неко-

торое пороговое значение, то зависимость средней частоты переключений ω_K от интенсивности шума имеет характерный пологий участок. То есть в некоторой области значений D параметр ω_K меняется слабо и остается близким к частоте сигнала ω_0 . Этот эффект изучался на примере модели передемпфированного осциллятора (1). Однако проведенные нами численные эксперименты показали, что область стохастической синхронизации наблюдается и в модели с конечными потерями (2). Разумеется, синхронизация стохастических колебаний не является строгой – мы можем говорить только о близости, но не о равенстве частот в пределах рассматриваемой области. По этой причине границы области синхронизации определяются достаточно условно. Положим в качестве условия синхронизации выполнение следующего неравенства

$$\frac{\omega_K - \omega_0}{\omega_0} < 0.1. \quad (12)$$

В соответствии с этим условием в численном эксперименте были построены области синхронизации на плоскости параметров (D, A) для двух значений параметра потерь: $\gamma = 1.0$ и $\gamma = 0.4$. Они

приведены на рис. 4 (соответственно область 1 и область 2). По сравнению с моделью (1) область СС для модели (2) сдвигается в сторону меньших интенсивностей шума, причем тем более меньших, чем меньше γ .

Подчеркнем, что основание каждого из «клювов» синхронизации соответствует значению D , близкому к значению, при котором частота ω_K , рассчитанная по формуле (8), совпадает с частотой сигнала ω_0 (это значения – $D \approx 0.067$ и $D \approx 0.025$, отмеченные пунктирными линиями). Таким образом, синхронизация происходит на частоте сигнала и обусловлена близостью частоты сигнала к частоте Крамерса (в отличие от эффекта СР).

3. Индуцированный шумом хаос

Снова рассмотрим стохастический осциллятор без внешнего сигнала. При увеличении интенсивности шума в модели (2) может наблюдаться возникновение экспоненциальной неустойчивости траекторий, то есть переход к хаосу [11, 12]. Хаос легко диагностируется по значению максимального ляпуновского показателя, которое становится положительным. Переходу к хаотической динамике соответствует возникновение так называемого хаотического случайного аттрактора [12, 23]. Случайный (стохастический) аттрактор может быть визуализирован следующим образом. Берется ансамбль динамических систем, идентичных исследуемой системе, но с различными начальными состояниями, и на каждую из них подается одна и та же реализация случайной силы. Спустя период установления ансамбль изображающих точек попадает на предельное множество, называемое случайным аттрактором динамической системы с шумом. Хотя координаты изображающих точек будут и дальше

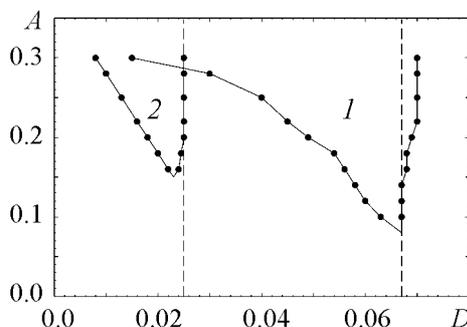


Рис. 4. Области стохастической синхронизации в модели (2) при $\gamma = 1.0$ (область 1) и $\gamma = 0.4$ (область 2). Пунктирными линиями отмечены значения интенсивности шума, при которых частота ω_K , рассчитанная по формуле (8), совпадает с частотой сигнала ω_0

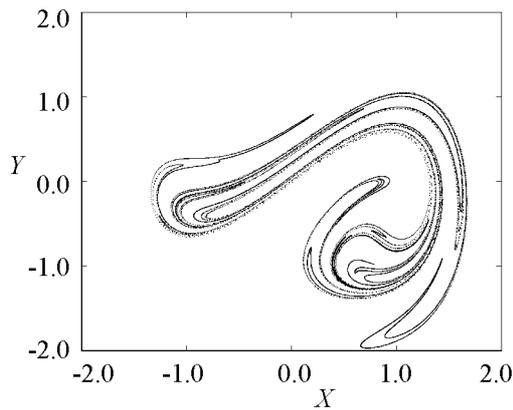


Рис. 5. Пример случайного аттрактора в модели (2) при $A = 0$

изменяться во времени, топологическая структура множества в установившемся режиме будет неизменной. Если в системе (2) шум не вызвал перехода к хаосу, то случайный аттрактор является точкой. В режиме хаотической динамики случайный аттрактор представляет собой фрактальное множество (рис. 5).

На рис. 6 приведена область хаотической динамики для модели (2) при $A = 0$ и независимом изменении параметров D и γ . Кружками отмечены полученные численно точки границы. Штриховая линия соответствует аппроксимации границы хаотической динамики по следующей формуле, полученной на основании численных данных:

$$\gamma_{\text{гр}} = 0.54 (1 - \exp(-6.5D^{0.7})). \quad (13)$$

Основываясь на аппроксимации (13), можно оценить максимальное значение параметра потерь, для которого еще возможен переход к хаотической динамике. Это

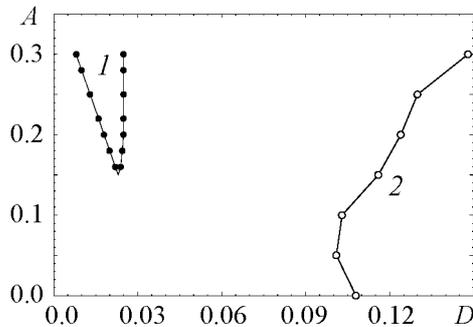


Рис. 7. Область стохастической синхронизации 1 и область хаотической динамики 2 в модели (2) при $\gamma = 0.4$

$\gamma_{\text{гр}} \approx 0.54$. Для $\gamma > \gamma_{\text{гр}}$ хаотическая динамика не наблюдается ни при каком значении интенсивности шума. Воздействие на систему слабого сигнала ($A \leq 0.3$) не изменяет данной ситуации. Таким образом, как в модели (1), так и в модели (2) при $\gamma = 1$ эффекты СР и СС не могут сопровождаться переходом от устойчивого режима к хаотической динамике или обратно. При $\gamma = 0.4$ хаотическая динамика может возникнуть. В отсутствие сигнала для этого необходим шум с интенсивностью $D > D_{\text{гр}} \approx 0.106$, что значительно превосходит те значения D , при которых наблюдаются СР и СС. Воздействие на систему гармонического сигнала влияет на границу хаоса, сдвигая ее в область более сильного шума. Для иллюстрации этого утверждения на рис. 7 на плоскости параметров (D, A) одновременно изображены область синхронизации и область хаоса в модели (2) при $\gamma = 0.4$. Можно видеть, что они располагаются на значительной дистанции друг от друга.

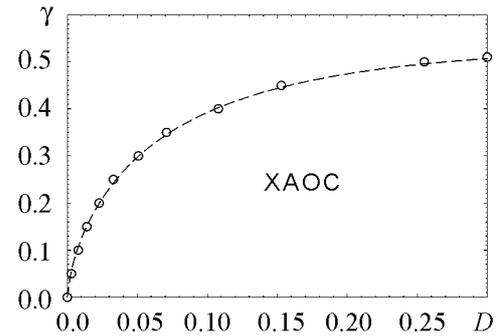


Рис. 6. Область индуцированной шумом хаотической динамики в модели (2) при $A = 0$. Кружками отмечены точки перехода к хаосу, полученные численно. Штриховой линией нанесена аппроксимация границы по формуле (13)

Заключение

В результате проведенных исследований показано, что закономерности стохастического резонанса и стохастической синхронизации, установленные в ряде работ для модели передемпфированного осциллятора, справедливы и для осциллятора с конечными потерями, но проявляются при меньшей интенсивности шума. Осциллятор с конечными потерями (2) может быть сведен к передемпфированной модели (1) с помощью эквивалентных характеристик потенциального профиля v_3 и ΔU_3 , зависящих от параметра потерь γ . Для двух рассмотренных значений γ эти характеристики определены на основании численно полученных зависимостей частоты Крамерса от интенсивности шума. С использованием аналитических соотношений, полученных для передемпфированного осциллятора, характеристики v_3 и ΔU_3 позволяют дать хорошие оценки значений интенсивности шума, при которых наблюдается максимум коэффициента усиления по мощности и максимум отношения «сигнал/шум» в модели (2).

Установлено, что хаотическое поведение нелинейного осциллятора (2), вызванное внешним шумом, возможно только при небольших значениях параметра потерь: $\gamma < \gamma_{\text{гр}} \approx 0.54$. Таким образом, переход к хаосу никак не связан с явлениями стохастической синхронизации и стохастического резонанса, которые могут наблюдаться при сколь угодно больших значениях γ . Даже в том случае, когда потери невелики и в системе (2) возможны все три эффекта, область хаотической динамики соответствует значительно более сильному шуму, чем тот, при котором имеют место эффекты стохастического резонанса и стохастической синхронизации.

Работа выполнена при поддержке МОРФ в рамках программы «Развитие потенциала высшей школы».

Библиографический список

1. *Benzi R., Sutera A., Vulpiani A.* The mechanism of stochastic resonance // J. Phys. A: Math. Gen. 1981. Vol. 14. P. L453.
2. *Moss F.* Stochastic resonance: From the Ice Ages to the Monkey Ear // In: Contemporary Problems in Statistical Physics / ed. by G.H. Weiss. P. 205 (SIAM, Philadelphia, 1994).
3. *Gammaitoni L., Marchesoni F., Menichella-Saetta E., Santucci S.* Stochastic resonance in bistable systems // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. P. 349.
4. *Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л.* Стохастический резонанс: индуцированный шумом порядок // УФН. 1999. Т. 42, № 1. С. 7.
5. *Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л.* Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
6. *Pikovsky A., Kurths J.* Coherence resonance in a noisy driven excitable system// Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 775.
7. *Neiman A. Saporin P., Stone L.* Coherence resonance at noisy precursors of bifurcations in nonlinear dynamical systems // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56, № 1. P. 270.

8. *Neiman A.B.* Synchronizationlike phenomena in coupled stochastic bistable systems // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol. 49. P. 3484.
9. *Shulgin B.V., Neiman A.B., Anishchenko V.S.* Mean switching frequency locking in stochastic bistable systems driven by periodic force // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 75. P. 4157.
10. *Han S.K., Yim T.G., Postnov D.E., Sosnovtseva O.V.* Interacting coherence resonance oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 83, № 9. P. 1771.
11. *Schimansky-Geier L. and Herzog H.* Positive Lyapunov exponents in the Kramers oscillator // *Journal of Statistical Physics.* 1993. Vol. 70. P. 141.
12. *Arnold L., Imkeller P.* Stochastic bifurcation of the noisy Duffing oscillator. Report. Institut für Dynamische Systeme. Universität Bremen, 2000.
13. *Lindner J.F., Meadows B.K., Ditto W.L., Inghiosa M.E., Bulsara A.R.* Array enhanced stochastic resonance and spatiotemporal synchronization// *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 75. P. 3.
14. *Levin J.E., Miller J.P.* Broadband neural encoding in the cricket cercal sensory system enhanced by stochastic resonance // *Nature.* 1996. Vol. 380. P. 165.
15. *Gailey P.C., Neiman A., Collins J.J., Moss F.* Stochastic resonance in ensembles of non-dynamical elements. The role of internal noise // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79. P. 4701.
16. *Zhang Y., Hu G., Gammaitoni L.* Signal transmission in one-way coupled bistable systems: Noise effect // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 58, № 3. P. 2952.
17. *Pei X., Wilkens L., Moss F.* Noise-mediated spike timing precision from aperiodic stimuli in an array of Hodgkin–Huxley-type neurons // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77, № 2. P. 4679.
18. *Neiman A., Pei X., Russel D.F. et al* Synchronization of the noisy electroresponsive cells in the paddlefish // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 82, № 3. P. 660.
19. *Hu B., Zhou Ch.* Phase synchronization in coupled nonidentical excitable systems and array-enhanced coherence resonance // *Phys. Rev. E.* 2000. Vol. 61, № 2. P. R1001.
20. *Климонтович Ю.Л.* Что такое стохастическая фильтрация и стохастический резонанс? // *УФН.* 1999. Т. 169, № 1. С. 39.
21. *Kovaleva A.* Upper and lower bounds of stochastic resonance and noise-induced synchronization in a bistable oscillator // *Phys Rev.E.* 2006. Vol. 74. P.011126(1-5).
22. *Hänggi P., Thomas H.* Stochastic processes: time evolution, symmetries and linear response // *Phys. Rep.* 1982. Vol. 88. P. 209.
23. *Arnold L.* Random dynamical systems. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 1998.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 19.04.2007

STOCHASTIC RESONANCE, STOCHASTIC SYNCHRONIZATION AND NOISE-INDUCED CHAOS IN THE DUFFING OSCILLATOR

V.S. Malyaev, T.E. Vadivasova, V.S. Anishchenko

In present paper the following effects in nonlinear oscillator with final dissipation are studied: stochastic resonance, stochastic synchronization and noise-induced chaos. It is shown that stochastic resonance and stochastic synchronization at final dissipation have the same regularities as in the case of overdamped oscillator but are observed at a lower noise level. Equivalent characteristics of potential profile are introduced on the basis of numerically obtained Kramers frequency dependence on noise intensity that allow to apply to considered model the analytical relations, obtained for a overdamped oscillator. It is found that noise-induced transition to chaos in the oscillator with final dissipation can not influence on the stochastic resonance and stochastic synchronization as it is observed in other region of parameter values.



Маляев Владимир Сергеевич – родился в ноябре 1980 года в Саратове. Окончил Саратовский государственный университет по специальности радиофизика (2002). С 2003 года является аспирантом кафедры радиофизики СГУ. Основные научные интересы – стохастические процессы. Автор нескольких научных публикаций.



Вадивасова Татьяна Евгеньевна – родилась в 1958 году. Окончила физический факультет Саратовского государственного университета (1981), доктор физико-математических наук. В настоящее время – профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Научные интересы сосредоточены в области нелинейной динамики: эффекты синхронизации в ансамблях хаотических осцилляторов, явление фазовой мультистабильности взаимодействующих хаотических систем, свойства различных типов нерегулярных аттракторов, статистические характеристики динамического хаоса, роль флуктуаций в нелинейных системах и др. Автор более 60 публикаций в отечественной и зарубежной печати, включая 3 монографии. E-mail: tanya@chaos.ssu.runnet.ru



Анищенко Вадим Семенович – родился в 1943 году. Окончил физический факультет СГУ (1966). Защитил диссертацию на звание кандидата физико-математических наук (1970) и доктора физико-математических наук (1986). С 1988 года – заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики СГУ. С 1979 и по настоящее время работает в области исследования нелинейной динамики и стохастических процессов в нелинейных системах. Является автором более 300 научных работ, среди которых 7 монографий на русском и английском языках и 4 учебника. Неоднократно читал лекции в ведущих вузах Германии в качестве приглашенного профессора. Член-корреспондент РАЕН, заслуженный деятель науки РФ (1995), Соросовский профессор, лауреат премии Фонда Александра Гумбольдта (1999). E-mail: wadim@chaos.ssu.runet.ru