Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн

Изв. вузов «ПНД», т. 15, № 6, 2007 УДК 530.145

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РОЖДЕНИЯ ПИОНОВ В ОБЛАСТИ МАЛЫХ ИМПУЛЬСОВ ИЗ КВАРКОВОГО КОНДЕНСАТА

Д.Б. Блашке, А.В. Прозоркевич, С.А. Смолянский, А.В. Филатов

Исследована нелинейная система кинетических уравнений немарковского типа, описывающих рождение частиц с переменной массой в рамках модели Nambu–Jona-Lasinio для случая рождения пионов в процессе распада σ-мезонов в горячей и плотной ядерной материи. Вычислено увеличение числа π-мезонов в области малых импульсов, вызванное дополнительным рождением σ-мезонов под действием «инерциального» механизма с учетом нелинейной зависимости массы σ-мезонов от температуры в уравнении состояния вблизи точки $m_\sigma \approx 2m_\pi$. Показано, что соответствующий вклад может быть значительным.

Введение

В последние годы были обнаружены некоторые свойства кирального фазового перехода, такие как, например, избыток π-мезонов, вызванный быстрым достижением термо- и химического равновесия в симметричной фазе [1], избыток низкоэнергетических пар фотонов, рожденных аннигиляцией π-мезонов в горячей и плотной материи [2], увеличение числа дилептонов за счет лептонного распада σ-мезонов [3]. Для своего объяснения эти и многие другие свойства материи вблизи точки фазового перехода адронной материи в состояние кварк-глюонной плазмы требуют более детального теоретического исследования.

Наиболее доступным в настоящее время способом достичь необходимых энергий и плотностей для изучения этих свойств ядерной материи являются эксперименты по столкновению релятивистских тяжелых ионов, в которых происходят процессы деконфайнмента из адронного газа в состояние кварк-глюонной плазмы. При охлаждении такая система проходит через киральный фазовый переход: из фазы с нарушенной киральной симметрией в фазу, где она восстанавливается [4]. Рассмотрим мезонный файербол[1], образованный при столкновении тяжелых ионов, например, в условиях ускорителя SPS[2]. Можно полагать, что он эволюционирует от начальной высокой температуры в область «вымораживания» (freeze out) в соответствии со сценарием гидродинамики Бьеркена [5, 6].

[1] Под файерболом подразумевается сгусток горячей и плотной ядерной материи, образованный в результате столкновения ядер.

[2] Super Proton Synchrotron (ЦЕРН, Женева).

В процессе расширения и охлаждения адронной системы, образующейся при столкновении релятивистских тяжелых ядер, масса σ-мезонов, в соответствии с моделью Nambu–Jona-Lasinio (NJL) [7], увеличивается и стремится к своему вакуумному значению, при этом она быстро переходит пороговое значение $2m_\pi$, когда может происходить распад σ-мезонов на два π-мезона. Поскольку взаимодействие $\sigma \to \pi\pi$ достаточно интенсивное, этот процесс распада проходит достаточно быстро. До наступления фазы «вымораживания» рожденные π-мезоны термализуются в «тепловой бане». В соответствии с кинетическим подходом [8, 9] зависимость массы σ-мезонов от времени приводит к вакуумному рождению этих частиц посредством так называемого «инерциального механизма».

Целью работы является построение и исследование нелинейной системы кинетических уравнений модели, описывающей поведение системы π-σ, и оценка влияния дополнительного механизма рождения σ-мезонов (инерциального механизма) на процесс генерации π-мезонов (процесс $\sigma \to \pi\pi$)– одного из возможных источников наблюдаемой в экспериментах множественности π-мезонов. Рассмотренный в работе сильно неравновесный процесс привлекается для объяснения экспериментально наблюдаемой множественности от теоретического предсказания, основанного на гипотезе теплового равновесия π-мезонного газа в области малых импульсов.

В работе используется естественная система единиц: $\hbar = c = k = 1$, где k – постоянная Больцмана.

1. Кинетика составной системы σ-π

Рассмотрим эволюцию составной системы σ- и π-мезонов после прохождения через точку кирального фазового перехода. Предположим также, что система достаточно плотная и при условии пространственной однородности быстро достигает состояния локального равновесия с распределением Бозе–Эйнштейна

$$f_\alpha^{eq}(\mathbf{p}, t) = \left\{\exp[\omega_\alpha(\mathbf{p}, t)/T_\alpha(t)] - 1\right\}^{-1},$$

где $\omega_\alpha(\mathbf{p}, t)$ – энергия частицы, α есть σ или π. Зависимость от времени температуры подсистем $T_\alpha(t)$ определяется расширением и одновременным охлаждением файербола и задается уравнениями гидродинамики [5]. Зависимость $m_\sigma(T(t))$ массы σ-мезонов от времени определяется моделью NJL [6]

$$\omega_\sigma(\mathbf{p}, t) = \sqrt{m_\sigma^2(T(t)) + \mathbf{p}^2}. \tag{1}$$

Учет процессов вакуумного рождения σ-мезонов под действием инерциального механизма в кинетическом описании приводит к появлению ненулевой функции источника в кинетическом уравнении подсистемы σ-мезонов [8]

$$I_\sigma^{vac}(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2}\Delta_\sigma(\mathbf{p}, t)\int_{t_0}^{t} dt'\Delta_\sigma(\mathbf{p}, t')[1 + 2f_\sigma(\mathbf{p}, t')]\cos[2\theta_\sigma(\mathbf{p}; t, t')], \tag{2}$$

где $\Delta_\sigma(\mathbf{p}, t')$ – амплитуда перехода между состояниями с положительной и отрицательной энергией

$$\Delta_\sigma(\mathbf{p}, t) = \frac{\dot{\omega}_\sigma(\mathbf{p}, t)}{\omega_\sigma(\mathbf{p}, t)} = \frac{m_\sigma(t)\dot{m}_\sigma(t)}{\omega_\sigma^2(\mathbf{p}, t)}, \tag{3}$$

а $\theta_\sigma(\mathbf{p};t,t')$ – динамическая фаза

$$\theta_\sigma(\mathbf{p};t,t') = \int_{t'}^{t} dt''\omega_\sigma(\mathbf{p},t''). \tag{4}$$

Возникающие в результате вакуумного рождения нестабильные σ-мезоны могут распадаться на два π-мезона или фотона, что приводит к возникновению динамической связи между мезонными подсистемами. Ниже будем учитывать только первый канал и предположим, что эти процессы происходят в термализованном мезонном газе. Полная амплитуда распада $\Gamma_{\sigma\to\pi\pi}$ для процессов $\sigma \to \pi^+\pi^-$ и $\sigma \to 2\pi^0$ была получена при конечных температуре и плотности в системе центра масс [10]. Используя функцию $\Gamma_{\sigma\to\pi\pi}$, можно записать выражение для потерь в подсистеме σ-мезонов

$$I_\sigma^{loss}(\mathbf{p},t) = -\int \frac{d\mathbf{p_1}d\mathbf{p_2}}{\omega_\pi(\mathbf{p_1},t)\omega_\pi(\mathbf{p_2},t)}\Gamma_{\sigma\to\pi\pi}(\mathbf{p},\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2;t)f_\sigma(\mathbf{p},t)[1+f_\pi(\mathbf{p}_1,t)]\times$$

$$\times[1+f_\pi(\mathbf{p}_2,t)]\delta\{\omega_\sigma(\mathbf{p},t)-\omega_\pi(\mathbf{p}_1,t)-\omega_\pi(\mathbf{p}_2,t)\}\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2) \tag{5}$$

и соответствующее выражение для прихода в π-мезонную подсистему

$$I_\pi^{com}(\mathbf{p},t) = \int \frac{d\mathbf{p_1}d\mathbf{p_2}}{\omega_\pi(\mathbf{p_1},t)\omega_\sigma(\mathbf{p_2},t)}\Gamma_{\sigma\to\pi\pi}(\mathbf{p_2},\mathbf{p},\mathbf{p}_1;t)f_\sigma(\mathbf{p_2},t)[1+f_\pi(\mathbf{p}_1,t)]\times$$

$$\times[1+f_\pi(\mathbf{p},t)]\delta\{\omega_\sigma(\mathbf{p_2},t)-\omega_\pi(\mathbf{p},t)-\omega_\pi(\mathbf{p}_1,t)\}\delta(\mathbf{p_2}-\mathbf{p}-\mathbf{p}_1). \tag{6}$$

Здесь были учтены законы сохранения энергии и импульса при распаде σ-мезонов.

Запишем итоговое кинетическое уравнение для описания совместной эволюции подсистем π- и σ-мезонов

$$\dot{f}_\alpha = I_\alpha^{vac} + I_\alpha^{\sigma\to\pi\pi} + I_\alpha^{ex}. \tag{7}$$

Функции источников I_α^{vac} и $I_\alpha^{\sigma\to\pi\pi}$ определяются уравнениями (2), (5) и (6) (для π-мезонов $I_\pi^{vac} = 0$). Наконец, последний член соответствует изменению локального квазиравновесного распределения мезонов в импульсном пространстве, обусловленного термодинамическим охлаждением системы,

$$I_\alpha^{ex} = \dot{f}_\alpha^{eq}. \tag{8}$$

В общем случае интегралы (5) и (6) сильно затрудняют численный анализ кинетического уравнения (7), поэтому сделаем некоторые упрощения. В области малых импульсов в выражении для потерь в σ-подсистеме (5) можно пренебречь зависимостью от импульса: $I_\sigma^{loss}(\mathbf{p},t) \approx I_\sigma^{loss}(t)$,

$$I_\sigma^{loss}(t) = \pi\left[\frac{4p_{tr}(t)}{m_\sigma(t)}\right]^3\Gamma_{\sigma\to\pi\pi}(p_{tr},t)[1+f_\pi(p_{tr},t)]^2, \tag{9}$$

где $p_{tr}(t)$ пороговое значение для импульса π-мезонов

$$p_{tr}(t) = \sqrt{m_\sigma^2(t)/4 - m_\pi^2(t)}. \tag{10}$$

В уравнении (9) предполагается, что $f_\pi(-\mathbf{p}) = f_\pi(\mathbf{p})$ благодаря изотропии системы. Кроме того было принято во внимание, что $m_\sigma(t) = 2\,\omega_\pi(p_{tr}, t)$ и

$$\Gamma_{\sigma\to\pi\pi}(p_{tr}, t) = \Gamma_{\sigma\to\pi\pi}(\mathbf{p} = 0, \mathbf{p}_1, -\mathbf{p}_1; t)|_{|\mathbf{p}_1| = p_{tr}}. \tag{11}$$

Эта функция была вычислена в работе [10]. Теперь можно произвести упрощение и убрать зависимость от импульса в выражении для амплитуды распада, что приводит к следующей оценке:

$$\Gamma_{\sigma\to\pi\pi}(t) = 0.274\frac{p_{tr}(t)}{m_\sigma(t)}. \tag{12}$$

Аналогичные процедуры упрощения в выражении для прихода в подсистему π-мезонов (6) приводят к следующим соотношениям, справедливым в области малых импульсов:

$$I_\pi^{com}(\mathbf{p}, t) = \frac{\pi m_\sigma(t) p_{tr}(t)}{m_\pi^2(t)}\Gamma_{\sigma\to\pi\pi}(t)[1 + f_\pi(p, t)] f_\sigma(q_{tr}, t)[1 + f_\pi(q_{tr}, t)], \tag{13}$$

где

$$q_{tr}(t) = \frac{m_\sigma(t)}{m_\pi(t)} p_{tr}. \tag{14}$$

Различие в величине порогового момента (p_{tr} в уравнении (9) и уравнении (13)) обусловлено предположением, что σ-мезон в уравнении (9) и оба π-мезона, родившиеся в результате распада σ-мезона, в уравнении (13) находятся в состоянии покоя.

На рис. 1–3 представлены результаты численных расчетов временной эволюции системы π- и σ-мезонов. Рис. 1 отображает зависимость массы σ-мезонов в соответствии с моделью NJL и гидродинамическим расширением ядерного файербола в рамках решений Бьеркена. На рис. 2 показано сравнение равновесной функции распределения π-мезонов с конечным распределением, по оценкам кинетического подхода (7). На этих рисунках можно видеть существенный прирост рожденных π-мезонов в области малых импульсов. На рис. 3 представлены результаты численного моделирования решения кинетических уравнений системы мезонов $\pi - \sigma$ для различных начальных условий подсистемы σ-мезонов. На рис. 3, *а* показано различие между конечным распределением π-мезонов и равновесным распределением

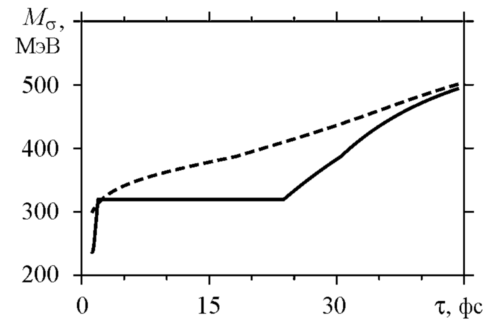


Рис. 1. Эволюция m_σ в рамках гидродинамики Бьеркена и модели NJL. Показаны два случая для фазовых переходов первого рода (сплошная линия) и второго рода (штриховая линия) [6]

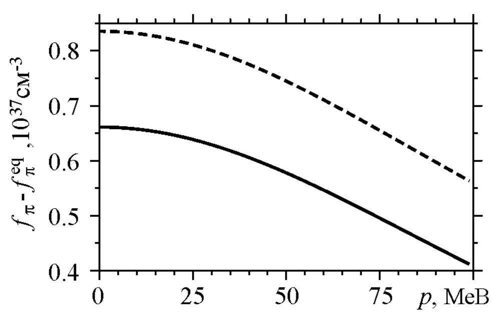


Рис. 2. Конечное распределение π-мезонов при действии инерциального механизма (штриховая линия) и начальное равновесное распределение σ-мезонов (сплошная линия)

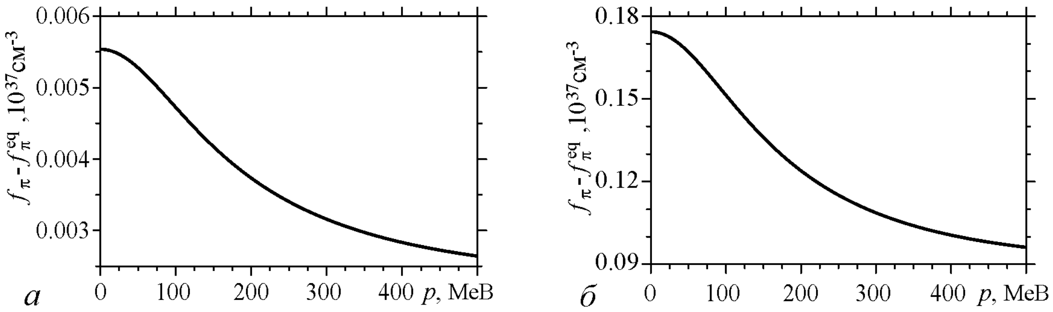


Рис. 3. Разница между конечным распределением π-мезонов и равновесным распределением Бозе–Эйнштейна, соответствующем конечной температуре системы, с нулевым начальным распределением σ-мезонов (*а*) и тепловым равновесным распределением Бозе–Эйнштейна, соответствующем начальной температуре системы (*б*)

Бозе–Эйнштейна, соответствующем конечной температуре системы, при нулевом начальном распределении σ-мезонов. На рис. 3, *б* показано различие между конечным распределением π-мезонов и равновесным распределением Бозе–Эйнштейна для начальной температуры системы σ-мезонов. Из этих рисунков видно, что полученные в работе кинетические уравнения (7) с использованием ненулевых начальных условий для подсистемы σ-мезонов демонстрируют увеличение плотности π-мезонов в области малых импульсов относительно равновесного теплового распределения, что соответствует экспериментальным данным [12].

Заключение

Полученная в работе система интегро-дифференциальных кинетических уравнений немарковского типа, описывающих процесс эволюции связанных систем π- и σ-мезонов, содержит квадратичную нелинейность по функции распределения π-мезонов. Использование гидродинамики Бьеркена и модели Nambu–Jona-Lasinio привносит дополнительные источники нелинейности. Для численного решения этой системы уравнений в работе использовался ряд упрощающих модельных предположений, не влияющих на область малых импульсов. Оценки показывают, что в результате процесса распада σ-мезонов на два π-мезона с учетом дополнительного вакуумного рождения σ-мезонов под действием инерциального механизма возможен значительный прирост плотности π-мезонов в области малых импульсов.

Таким образом, инерциальный механизм в данной системе может служить дополнительным источником наблюдаемой множественности π-мезонов в экспериментах по столкновению релятивистских ядер тяжелых элементов.

Мы благодарны Ю.А. Калиновскому за полезные обсуждения при выполнении данной работы.

Библиографический список

1. *Song Ch., Koch V.* Excess of pions with chiral symmetry restoration // Phys. Lett. B. 1997. Vol. 404. P. 1.; arXiv:nucl-th/9703010.
2. *Volkov M.K. et al.* Excess low energy photon pairs from pion annihilation at the chiral phase transition // Phys. Lett. B. 1998. Vol. 424. P. 235; arXiv:hep-ph/9706350.

3. *Weldon H.A.* Dilepton enhancement at $2m_\pi$ and chiral symmetry restoration // Phys. Lett. B. 1992. Vol. 274. P. 133.
4. *Koch V.* Aspects of chiral symmetry // Int. J. Mod. Phys. E. 1997. Vol. 6. P. 203; arXiv:hucl-th/9706075.
5. *Bjorken J.D.* Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region // Phys. Rev. D. 1983. Vol. 27. P. 140.
6. *Rehnberg P., Kalinovsky Yu. L., Blaschke D.* Critical scattering and two photon spectra for a quark-meson plasma // Nucl. Phys. A. 1997. Vol. 622. P. 478; arXiv: hep-ph/9705299.
7. *Nambu Y., Jona-Lasinio G.* Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. I // Phys. Rev. 1961. Vol. 122. P .345;
   Nambu Y., Jona-Lasinio G. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. II // Phys. Rev. 1961. Vol. 124. P. 246.
8. *Pervushin V.N. et al.* The kinetic description of vacuum particle creation in the oscillator representation // Int. J. Mod. Phys. A. 2005. Vol. 20. P. 5689; arXiv: hep-ph/0307200.
9. *Blaschke D., Prozorkevich A.V., Reichel A.V., Smolyansky S.A.* Vacuum creation of massive vector bosons and its application to a conformal cosmological model // Яд. физ. 2005. Т. 68. С. 6; arXiv:hep-ph/0411383.
10. *Klevansky S.P., Quack E., and Zhuang P.* Hadronization cross-sections at the chiral phase transition of a quark plasma // Phys. Lett. B. 1994. Vol. 337. P. 30;
    Zhuang P., Huang M., and Yang Z. Thermal and nonthermal pion enhancements with chiral symmetry restoration // Phys. Rev. D. 2001. Vol. 63. P. 016004; arXiv:nucl-th/0008044.
11. *Klevansky S.P.* The Nambu–Jona-Lasinio model of quantum chromodynamics // Rev. Mod. Phys. 1992. Vol. 64. P. 649.
12. *Zhuang P.* Low-momentum pion enhancement induced by chiral symmetry restoration // Int. J. Mod. Phys. A. 2004. Vol. 19. P. 341.

Саратовский государственный университет

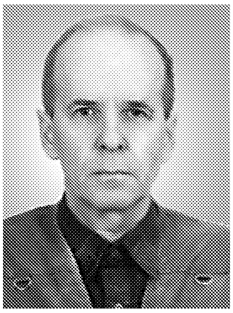
Поступила в редакцию 30.10.2007
После доработки 12.11.2007

KINETIC THEORY OF LOW MOMENTUM π-MESON PRODUCTION FROM QUARK CONDENSATE

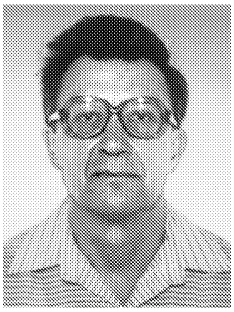
D.B. Blaschke, A.V. Prozorkevich, S.A. Smolyansky and A.V. Filatov

The nonlinear system of non-markovian type kinetic equations, describing the particles production with varying masses in framework of Nambu–Jona-Lasinio model is investigated for the case of π-meson production by σ-meson decay in hot and dense nuclear matter. The π-meson enhancement in a low-momentum region due to additional σ-mesons creation via intertial mechanism using the nonlinear dependence of sigmas mass from the temperature in equation of state in vicinity of $m_\sigma \approx 2m_\pi$ is calculated.

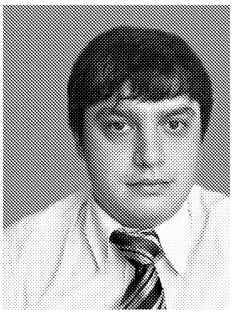
Блашке Давид Бернхард – родился в 1959 году в Гюстрове, (Германия). Окончил университет в Ростоке (1983). Защитил диссертацию на сосискание звания кандидата физико-математических наук (1987) и доктора физико-математических наук («Квантовая статистика эффективных кварковых моделей адронной материи», 1995). С 1981 года член Германского физического общества, с 1990 – член Европейского физического общества, с 1995 – член Европейского центра теоретических исследований в ядерной физике и связанных областях (Тренто, Италия). Работает в университете Вроцлава (Польша). Опубликовал более 60 научных работ, редактор двух книг: «Understanding Deconfinement in QCD» (World Scientific, Singapore, 2000), «Physics of Neutrons Star Interiors» (Springer, Heidelberg, 2001).



Прозоркевич Александр Васильевич – родился в 1947 году в Калининграде. В 1970 году закончил физический факультет Саратовского государственного университета (кафедра теоретической физики). В 1981 году защитил кандидатскую диссертацию. Работает доцентом кафедры теоретической и математической физики СГУ.



Смолянский Станислав Александрович – родился в 1936 году в Саратове. Окончил Саратовский государственный университет (1960). После окончания СГУ работал в Физико-энергетическом институте Обнинска, а с 1963 года – в СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1971) и доктора физико-математических наук в ИТФ (Киев, 1988) в области релятивистской кинетики и гидродинамики с приложениями в области экстремальных состояний вещества. Автор монографии «Введение в релятивистскую статистическую гидродинамику нормальной жидкости» (в соавторстве с А.Д. Панферовым). Опубликовал около 150 научных работ. Заведующий кафедрой теоретической и математической физики СГУ.



Филатов Андрей Викторович – родился в 1982 году в Саратове. Окончил факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета (2004). Аспирант кафедры теоретической и математической физики СГУ.