



ТРАНЗИСТОРНЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ С ИНЕРЦИОННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

С.М. Николаев, А.В. Хохлов, В.С. Анищенко

Приводится электронная схема генератора с инерционной нелинейностью, построенная на операционных усилителях и полевых транзисторах. Коэффициент усиления в генераторе рассчитывается аналитически и регулируется с помощью полевого транзистора. Строго и последовательно выводятся дифференциальные уравнения генератора. Экспериментальные исследования предложенной схемы демонстрируют переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода.

Введение

Генератор с инерционной нелинейностью был предложен К.Ф. Теодорчиком еще в 1946 году [1]. В качестве инерционного нелинейного элемента в колебательный контур генератора вводился термистор, сопротивление которого обладало нелинейной зависимостью от протекающего через него тока. Усилительный элемент считался линейным, и генератор производил квазигармонические колебания.

Детальные исследования свойств генератора с инерционной нелинейностью были проведены сотрудниками кафедры общей физики и волновых процессов МГУ. Результаты теоретических и экспериментальных исследований представлены в монографии П.С. Ланды [2].

В работах В.С. Анищенко и В.В. Астахова была предложена модификация генератора Теодорчика с целью реализации режимов не только периодических, но и хаотических автоколебаний [3–5]. В основу модификации был положен принцип использования обратной связи с особым типом нелинейности в цепи инерционного каскада, реализация которого позволила получить хаотические автоколебания [3]. Практически реализация генератора базировалась на использовании в качестве усилителя многосеточной электронной лампы (пентода или тетрода), что позволило осуществить управление крутизной основного усилителя путем подачи сигнала инерционной обратной связи на вторую сетку лампы. Модифицированный генератор с инерционной нелинейностью в отличие от [1] учитывал как инерционный механизм ограничения амплитуды, реализуемый с помощью дополнительной цепи обратной связи, так и безынерционный, обусловленный нелинейностью вольтамперной характеристики усилителя.

Метод введения цепи инерционной обратной связи состоял в использовании многосеточной электронной лампы, в которой первая сетка обеспечивала необходимое усиление переменного напряжения, а переменное напряжение второй сетки управляло крутизной усилителя и позволяло изменять коэффициент усиления каскада. Это открывало возможность исследовать режимы возбуждения различных типов автоколебаний, в том числе хаотических.

При разработке транзисторных генераторов с инерционной нелинейностью возникла серьезная проблема управляемого изменения коэффициента усиления транзисторного каскада. Дело в том, что транзисторных аналогов пентодов и тетродов нет, а в двухзатворных транзисторах сигнал одного из затворов не позволяет управлять крутизной другого. В результате длительного исследования различных схем транзисторных усилителей родилась идея использовать операционный усилитель (ОУ) с управляемым коэффициентом усиления. Теоретический анализ и предварительные эксперименты показали, что коэффициентом усиления ОУ можно управлять, если электрически регулировать величину одного из сопротивлений в цепи обратной связи.

1. Принципы электрического управления сопротивлением и электрическая схема автогенератора с инерционной нелинейностью на операционных усилителях

Как известно [6], поток носителей в униполярном (полевом) полупроводниковом транзисторе (ПТ) с каналом, например, n -типа и управляемым p - n -переходом модулируется электрическим полем, перпендикулярным потоку. При отрицательном (запирающем) напряжении на затворе относительно истока полное сопротивление канала между истоком и стоком может изменяться по закону

$$R_{\text{кан}} = \frac{R_{\text{min}}}{\sqrt{1 - U_{\text{ЗИ}}/U_{\text{отс}}}}, \quad (1)$$

где R_{min} – минимальное дифференциальное сопротивление канала при $U_{\text{ЗИ}} = 0$ ($R_{\text{min}} = 200 \div 1000$ Ом), $U_{\text{ЗИ}}$ – модуль отрицательного напряжения затвора относительно истока, $U_{\text{отс}}$ – напряжение отсечки тока в канале ПТ (при $U_{\text{ЗИ}} = U_{\text{отс}}$ сопротивление $R_{\text{кан}}$ становится неограниченно большим). Задавая на затворе ПТ напряжение $U_{\text{ЗИ}} = U_0 + U_{\approx}$, при $U_{\approx} \ll U_0$ можно изменять сопротивление канала в зависимости от U_{\approx} . Если использовать описанный транзистор в качестве сопротивления в цепи обратной связи ОУ, то можно электрически регулировать его коэффициент усиления.

Отметим еще одну особенность ПТ с управляемым p - n -переходом. В области отрицательных напряжений $U_{\text{ЗИ}}$ ток в канале ПТ (ток стока $I_{\text{СТ}}$) удовлетворяет соотношению

$$I_{\text{СТ}} = \frac{1}{2} S_0 (U_{\text{отс}} - U_{\text{ЗИ}})^2, \quad (2)$$

где S_0 – удельная крутизна ПТ. Строго говоря, характеристики ПТ в зависимости от распределения концентраций носителей в области канала и конструктивно-технологических особенностей могут отличаться от квадратичных, а полное сопротивление канала является комплексным. Однако в области звуковых частот модуль

реактивной составляющей превышает резистивное сопротивление в тысячи раз, а у 6 из 10 экземпляров транзистора 2П302Б экспериментально полученные зависимости $I_{CT}(U_{ЗИ})$ в интервале от $U_{отс}$ до $U_{отс}/2$ практически не отличались от квадратичных.

Электрическая принципиальная схема генератора с инерционной нелинейностью, построенная на основе операционных усилителей и полевых транзисторов, представлена на рис. 1. Схема содержит квадратичный преобразователь на ПТ V2. Экспоненциальный преобразователь изображен справа, за пределами схемы генератора с инерционной нелинейностью (схема 2). Все ОУ включены по схеме неинвертирующего усилителя и их коэффициенты усиления для малых сигналов удовлетворяют соотношению

$$K_i = 1 + R_{\beta i} / R_{0i}, \quad (3)$$

где i – порядковый номер ОУ. Резистор $R_{\beta 1} = 0$, так как ОУ А1 является повторителем напряжения с большим входным сопротивлением R_0 и ничтожно малым выходным. Функции резистора R_{02} выполняет сопротивление R_{V1} канала полевого транзистора V1.

Рассмотрим математическую модель автогенератора на операционном усилителе А2.

1. Пусть сигнал синхронизации на входе А1 и переменное напряжение на входе V1 отсутствуют, а усиление сигналов в А2 описывается нелинейной функцией

$$U_{\text{ВЫХ}} = KU_1 - K'U_1^3, \quad (4)$$

где K отвечает формуле (3). В отсутствие синхронизирующего напряжения ($U_{\text{синх}} = 0$) выход А1 принимает нулевой потенциал и элементы R_1, C_1 заземляются (пунктирная линия). В каскаде на операционном усилителе А2 цепи положительной обратной связи (ОС) в виде последовательно-параллельной RC-цепи Вина (R_1, R_2, C_1, C_2) и отрицательной ОС, состоящей из резистора $R_{\beta 1}$ и сопротивления канала R_{V1} , образуют мост Вина. Мост Вина находится в равновесии, когда $U_1 = U_2$, и в системе возникают автоколебания. При $R_1 = R_2 = R, C_1 = C_2 = C$ дифференци-

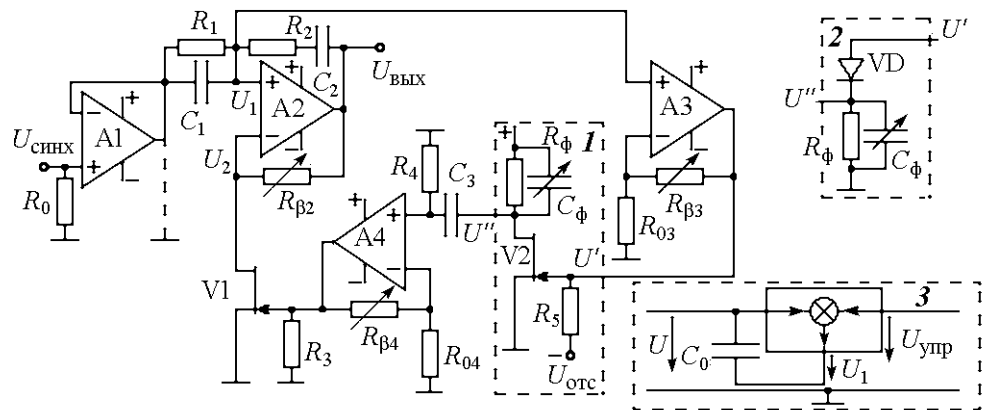


Рис. 1. Электрическая схема генератора с инерционной нелинейностью

альное уравнение RC -генератора, согласно [8], имеет вид

$$\frac{d^2U_1}{dt^2} + \frac{1}{RC}(3 - K + 3K'U_1^2)\frac{dU_1}{dt} + \frac{1}{R^2C^2}U_1 = 0. \quad (5)$$

Если обозначить $\omega_0 = 1/(RC)$, использовать для K выражение (3) и ввести безразмерные переменные $\tau = \omega_0 t$ и $x = U_1/U_{1\max}$, то получим

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \left(2 - \frac{R_{\beta 2}}{R_{V1}} + \mu x^2\right)\frac{dx}{d\tau} + x = 0, \quad (6)$$

где $\mu = 3K'U_{1\max}^2$.

2. Пусть, как и в первом случае, $U_{\text{снх}} = 0$, а на затворе полевого транзистора V1 задано напряжение $U_{3И} = U_{\text{отс}}/2 + U_{\approx}$ ($U_{\approx} \ll U_{\text{отс}}$). Напряжение $U_{\approx} \ll U_{\text{отс}}$ представляет сигнал на выходе инерционного преобразователя. Чтобы регулировать амплитуды сигнала до и после инерционного преобразователя, в схему введены операционные усилители А3 и А4 с переменными коэффициентами усиления. Рассмотрим зависимость R_{V1} от напряжения U_{\approx} . Согласно формуле (1), имеем

$$R_{V1} = \frac{R_{\min}}{\sqrt{0.5 - U_{\approx}/U_{\text{отс}}}} = \frac{R_{\min}/\sqrt{0.5}}{\sqrt{1 - 2U_{\approx}/U_{\text{отс}}}},$$

$$\frac{R_{\beta 2}}{R_{V1}} = \frac{\sqrt{0.5}R_{\beta 2}}{R_{\min}}\sqrt{1 - 2U_{\approx}/U_{\text{отс}}} \cong \frac{\sqrt{0.5}R_{\beta 2}}{R_{\min}} - \frac{\sqrt{0.5}R_{\beta 2}}{R_{\min}U_{\text{отс}}}U_{\approx}. \quad (7)$$

Справедливость соотношения (7) проверялась экспериментально в интервале частот управляющего напряжения U_{\approx} от 10 Гц до 200 кГц. Линейная зависимость коэффициента усиления ОУ сохранялась при увеличении амплитуды U_{\approx} до 0.8 В для различных значений постоянного смещения на затворе ПТ. На частотах выше 80 кГц величины коэффициентов в (7) медленно уменьшались в среднем до 7%.

Подставляя (7) в (6), окончательно получим

$$\ddot{x} - (m - bz - \mu x^2)\dot{x} + x = 0, \quad (8)$$

где $m = \sqrt{0.5}R_{\beta 2}/R_{\min} - 2$, $b = \sqrt{0.5}R_{\beta 2}U_{1\max}/(R_{\min}U_{\text{отс}})$, $z = U_{\approx}/U_{1\max}$. Переменная z зависит от напряжения инерционной обратной связи и определяется характером нелинейности инерционного преобразователя.

Квадратичный преобразователь (схема 1). Если на затворе транзистора V2 задано постоянное смещение $U_{3И} = U_{\text{отс}}$, ток транзистора $I_{C\tau 2}$ будет отличен от нуля только при положительных значениях входного напряжения U' , то есть $I_{C\tau 2} = S_0U'^2\sigma(U')/2$, где $\sigma(U') = \begin{cases} 1, & U' > 0 \\ 0, & U' \leq 0 \end{cases}$. Проходя через $R_{\phi}C_{\phi}$ -звено, ток $I_{C\tau 2}$ создает на нем напряжение U_{\approx} , причем ток $I_{C\tau 2}$ равен сумме токов, протекающих через R_{ϕ} и C_{ϕ} . Поэтому

$$I_{C\tau 2} = \frac{U_{\approx}}{R_{\phi}} + C_{\phi}\frac{dU_{\approx}}{dt} \quad \text{или} \quad \frac{dU_{\approx}}{dt} = \frac{I_{C\tau 2}}{C_{\phi}} - \frac{U_{\approx}}{R_{\phi}C_{\phi}} = \frac{S_0R_{\phi}\sigma(U')}{2R_{\phi}C_{\phi}}U'^2 - \frac{U_{\approx}}{R_{\phi}C_{\phi}}.$$

Принимая во внимание, что U' пропорционально U_1 , и вводя безразмерные переменные z и $\tau = \omega_0 t$, получим дифференциальное уравнение инерционного преобразователя

$$\dot{z} = -gz + g'\Phi(x) = -gz + g'x^2, \quad (9)$$

где $g = RC/(R_\phi C_\phi) = 1/(\omega_0 \tau_\phi)$, $g' = [S_0 R_\phi / (2U_{1\max})][1/(\omega_0 \tau_\phi)]$, $\tau_\phi = R_\phi C_\phi$ – постоянная времени фильтра. При $S_0 R_\phi / (2U_{1\max}) = 1$ имеем $g' = g$, и уравнение становится каноническим.

Экспоненциальный преобразователь (схема 2). В качестве экспоненциального преобразователя можно использовать обычный полупроводниковый диод. Его вольтамперная характеристика описывается формулой

$$I_{VD} = I_0(\exp(U'/\varphi_T) - 1),$$

где $\varphi_T = kT/e \cong 25$ мВ – температурный потенциал. Ток, проходящий через R_ϕ и C_ϕ , состоит из двух частей: $I_{VD} = U_\approx / R_\phi + C_\phi dU_\approx / dt$. Поэтому

$$\frac{dU_\approx}{dt} = \frac{I_{VD}}{C_\phi} - \frac{U_\approx}{R_\phi C_\phi} = \frac{I_0}{C_\phi}(\exp(U'/\varphi_T) - 1) - \frac{U_\approx}{R_\phi C_\phi}.$$

Принимая во внимание, что U' пропорционально U_1 , и вводя безразмерные переменные z и $\tau = \omega_0 t$, получим дифференциальное уравнение для экспоненциального инерционного преобразователя

$$\dot{z} = -gz + g'\Phi(x) = -gz + g'(\exp(\alpha x) - 1), \quad (10)$$

где $g = RC/(R_\phi C_\phi) = 1/(\omega_0 \tau_\phi)$, $g' = (I_0 R_\phi / U_{1\max})[1/(\omega_0 \tau_\phi)]$, $\alpha = U_{1\max} / \varphi_T$, $\tau_\phi = R_\phi C_\phi$ – постоянная времени фильтра.

Таким образом, оба инерционных преобразователя в транзисторном генераторе с инерционной нелинейностью описываются одним и тем же дифференциальным уравнением с различными $\Phi(x)$, а уравнения (8) совместно с (9) или (10) соответствуют динамической системе Анищенко–Астахова [5]. Постоянную времени инерционного преобразователя нетрудно регулировать, если использовать переменный резистор R_ϕ или ввести в качестве C_ϕ электрически управляемую емкость (схема 3).

Пусть на входы перемножителя напряжений поступает напряжение U , действующее на емкости, и управляющее напряжение $U_{упр}$. Тогда напряжение на выходе перемножителя сигналов $U_1 = UU_{упр}/10$. Когда $U_{упр} \neq 0$ и постоянно, напряжение на емкости принимает вид $U - U_1 = U(1 - U_{упр}/10)$, а эквивалентная емкость

$$C = \frac{q}{U - UU_{упр}/10} = \frac{C_0}{1 - U_{упр}/10}$$

(q – заряд электрона) увеличивается или уменьшается по сравнению с C_0 в зависимости от знака $U_{упр}$ и может быть проградуирована с высокой точностью.

3. Пусть на вход повторителя напряжения ОУ А1 подано напряжение $U_{синх} = F(t)$. Тогда к входному напряжению усилителя на А2 аддитивно добавляется $U_{синх} = F(t)$, и уравнение (5) принимает вид

$$\frac{d^2 U_1}{dt^2} + \frac{1}{RC}(3 - K + 3K'U_1^2)\frac{dU_1}{dt} + \frac{1}{R^2 C^2}U_1 = \frac{1}{RC} \frac{dF}{dt}.$$

Переходя к безразмерным переменным и учитывая инерционную нелинейность, получим

$$\begin{aligned}\ddot{x} - (m - bz - \mu x^2)\dot{x} + x &= \dot{F}(\tau), \\ \dot{z} &= -gz + g'\Phi(x),\end{aligned}\tag{11}$$

В качестве $F(t)$ можно использовать не только синхронизирующее напряжение, но и вводить в генератор дополнительный источник шума. При этом уравнения (11) позволяют исследовать различные механизмы возникновения и синхронизации колебаний в генераторах с инерционной нелинейностью.

2. Некоторые режимы колебаний автогенератора с инерционной нелинейностью

Генератор с инерционной нелинейностью является одной из базовых моделей нелинейной динамики, демонстрирующих различные виды колебаний.

При малых положительных значениях параметра m амплитуда колебаний $x(t)$ в (11) мала, и воздействие на усилитель RC -генератора (см. рис. 1) со стороны дополнительной обратной связи незначительно. В системе (11) при любых значениях τ_{ϕ} (а значит, и параметра g) и некоторых значениях параметра возбуждения m в результате мягкой бифуркации Андронова–Хопфа из особой точки в нуле координат возникает устойчивый предельный цикл C периода $T(m)$.

С ростом m интенсивность колебаний $x(t)$ растет, сигнал обратной связи $z(t)$ тоже нарастает и начинает более активно управлять коэффициентом усиления основного усилителя. В системе возникает последовательность бифуркаций удвоения периода. При прохождении бифуркационного значения параметра m в некотором интервале изменения параметра g (для квадратичной нелинейности $g = 0.25 \div 0.8$, а для экспоненциальной нелинейности интервал изменения g оказывается более узким) в системе мягко рождается цикл $2C$ с периодом $2T(m)$. Как известно, такая бифуркация имеет коразмерность 1 и допускает однопараметрический анализ [4]. Далее в системе происходит последовательность бифуркаций удвоения периода циклов $2^k C$, $k = 1, 2, 3, \dots$. При этом в спектре мощности появляются дополнительные субгармоники.

Изменения фазовых портретов и соответствующих спектров мощности колебаний, происходящие при увеличении параметра возбуждения m , представлены на рис. 2.

С дальнейшим увеличением параметра m генератор переходит к хаотическим колебаниям и спектр мощности становится сплошным. Сначала в системе наблюдается многоленточный хаотический аттрактор, далее происходят бифуркации объединения лент хаотических аттракторов, в результате которых в спектре мощности колебаний исчезают соответствующие субгармоники. Примеры режимов хаоса и соответствующие спектры мощности, наблюдающиеся в генераторе с инерционной нелинейностью, представлены на рис. 3. При вариации управляющих параметров в области хаотических колебаний можно также наблюдать окна периодичности, которым соответствуют устойчивые многообходные циклы различных периодов.

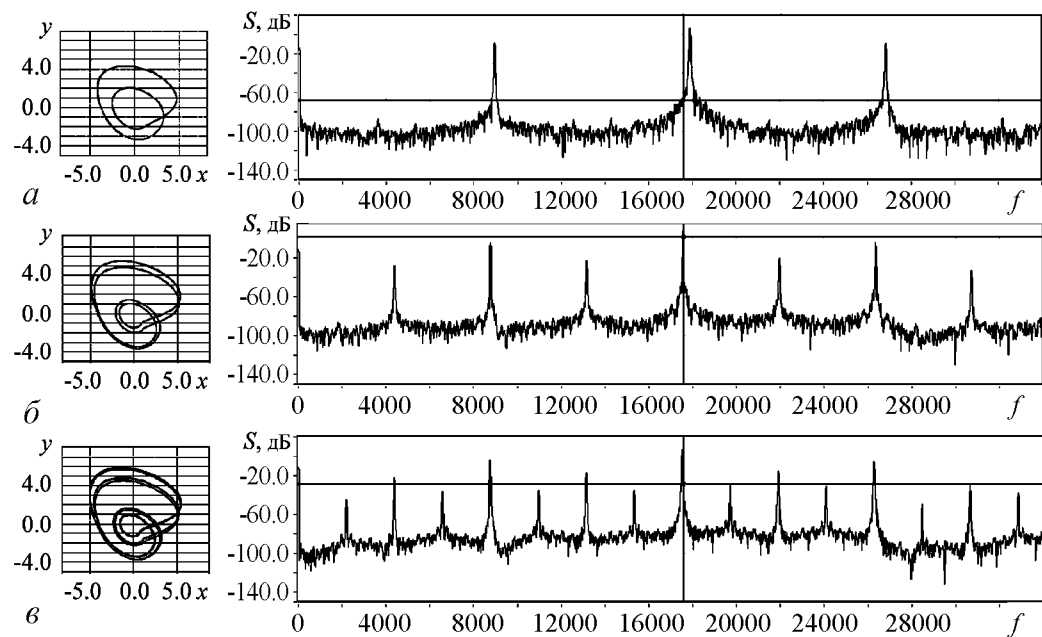


Рис. 2. Последовательность бифуркаций удвоения периода в генераторе с инерционной нелинейностью: проекции фазовых траекторий и спектры мощности, $g = 0.265$; $m=0.750$ (а), 0.825 (б), 0.865 (в)

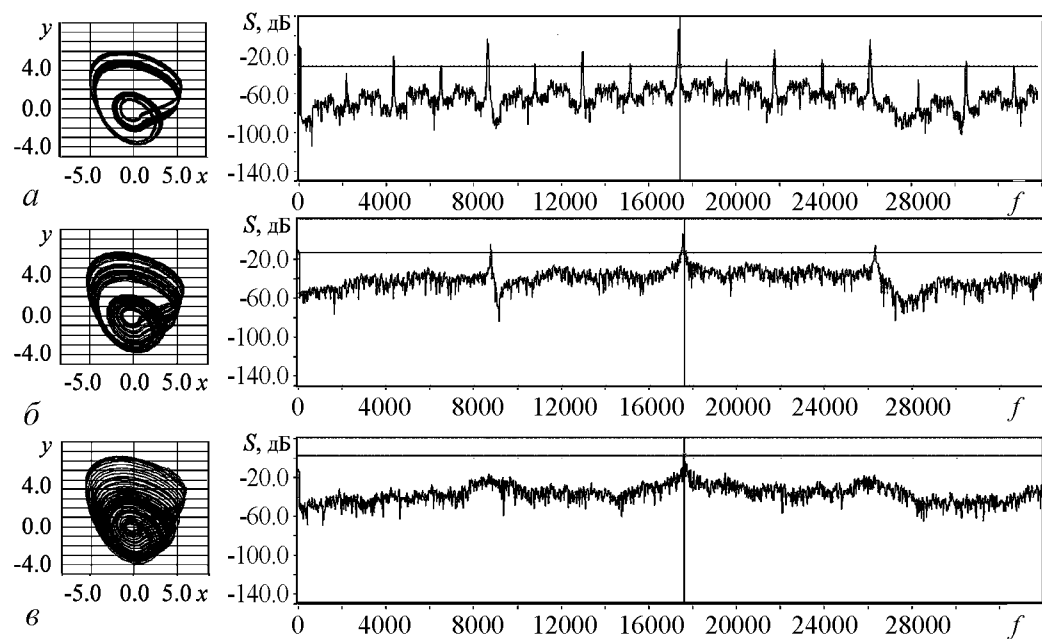


Рис. 3. Последовательность бифуркаций объединения лент хаотических аттракторов в генераторе с инерционной нелинейностью: проекции фазовых траекторий и спектры мощности, $g = 0.265$; $m=0.870$ (а), 0.873 (б), 0.875 (в)

Заключение

В работе предложен вариант схемы транзисторного генератора с инерционной нелинейностью, реализующий динамическую систему Анищенко–Астахова [5]. Элементы схемы поддаются аналитическому описанию и позволяют строго и последовательно вывести дифференциальные уравнения генератора, а также аналитически рассчитать его параметры.

Предложенная модель позволяет демонстрировать широкий круг различных динамических процессов: каскад бифуркаций удвоения, переход к хаосу, синхронизацию автоколебаний, динамику процессов при наличии аддитивных шумов различной природы, и может быть использована в учебном процессе при подготовке специалистов-радиофизиков.

Библиографический список

1. Теодорчик К.Ф. Автоколебательные системы с инерционной нелинейностью // ЖТФ. 1946. Т. 16. Вып. 7. С. 845.
2. Ланда П.С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980.
3. Анищенко В.С. Астахов В.В. Экспериментальное исследование механизма возникновения и структуры странного аттрактора в генераторе с инерционной нелинейностью // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 6. С. 1109.
4. Астахов В.В. Механизмы перехода к стохастичности в генераторе с инерционной нелинейностью. Дис. канд. физ.-мат. наук / СГУ. Саратов, 1983.
5. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
6. Хохлов А.В. Нелинейные и параметрические радиотехнические цепи и системы с полупроводниковыми приборами. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1994.
7. Анищенко В.С. Николаев С.М. Генератор квазипериодических колебаний. Бифуркация удвоения двумерного тора // Письма в ЖТФ. 2005. 31(19). С. 88.
8. Хохлов А.В. Полупроводниковые усилители и автогенераторы. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1997.

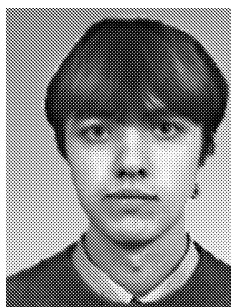
Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 7.02.2008
После доработки 20.03.2008

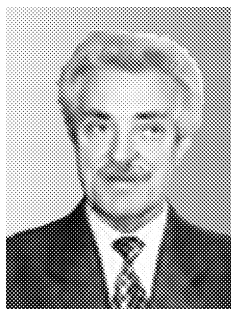
TRANSISTOR GENERATORS WITH INERTIAL NONLINEARITY

S.M. Nikolaev, A.V. Khokhlov, V.S. Anishchenko

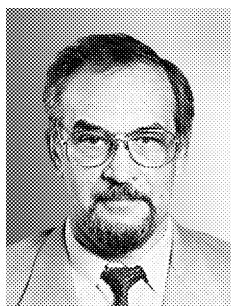
We present the electronic scheme of generator with inertial nonlinearity on operational amplifiers and field-effect transistors. The amplification coefficient in the generator is determined analytically, it is controlled by a field-effect transistor. The differential equations of the generator are derived strictly and consecutively. In the experiment we show, that the proposed scheme demonstrates the cascade of period-doubling bifurcations of transition to chaos.



Николаев Сергей Михайлович – аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика, хаотические и квазипериодические колебания.
E-mail: sergeyn@chaos.ssu.runnet.ru



Хохлов Артур Вениаминович – профессор, доктор физико-математических наук, руководитель группы радиофизического эксперимента. Научные интересы: радиоэлектроника, солнечная радиофизика и радиоастрономия, радиополариметрия, СВЧ и КВЧ-радиофизика и измерительная техника, системно- и схемотехника. Опубликовано более 100 работ, в том числе четыре учебных пособия и 11 авторских свидетельств и патентов. Читает учебные курсы: «Основы радиоэлектроники», «Методы радиоастрономии», «Теория систем и сигналов».



Анищенко Вадим Семенович – родился в 1943 году. Окончил физический факультет СГУ (1966). Защитил диссертацию на звание кандидата физико-математических наук (1970) и доктора физико-математических наук (1986). С 1988 года – заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики СГУ. С 1979 и по настоящее время работает в области исследования нелинейной динамики и стохастических процессов в нелинейных системах. Является автором более 300 научных работ, среди которых 7 монографий на русском и английском языках и 4 учебника. Неоднократно читал лекции в ведущих вузах Германии в качестве приглашенного профессора. Член-корреспондент РАЕН, заслуженный деятель науки РФ (1995), Соросовский профессор, лауреат премии Фонда Александра Гумбольдта (1999).
E-mail:wadim@chaos.ssu.runet.ru