

УНИКАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ И ВОЛНОВОДОВ ИЗ СЛОИСТОГО МЕТАМАТЕРИАЛА

Д.О. Сапарина, А.П. Сухоруков

Дан обзор работ, посвященных исследованию свойств искусственных сред с отрицательным показателем преломления и их уникальным применениям. Особое внимание уделено описанию отрицательной рефракции и линзовых эффектов в плоскопараллельных слоях из таких метаматериалов. Исследованы свойства и устойчивость волноводных мод в открытых резонаторах и слоистых структурах, которые характеризуются эффективными дифракционными и дисперсионными длинами.

Ключевые слова: Открытый резонатор, метаматериал, отрицательная рефракция, волноводные моды, устойчивость.

Введение

В течение долгого времени считалось, что показатель преломления может принимать только положительные значения, и только в 2000 году были изготовлены первые образцы метаматериалов с отрицательным показателем преломления. Они открывают возможности создания принципиально новых оптических и микроволновых устройств, таких как «суперлинза» с разрешающей способностью меньше длины волны [1] или «плащ-невидимка» [2], позволяющий электромагнитному полю огибать находящиеся внутри него объекты.

Обсуждение явления отрицательного преломления, или связанного с ним явления отрицательной групповой скорости (противоположной фазовой), началось сравнительно давно. Оно упоминалось ещё в работах А. Шустера (1909) [3] и Л.И. Мандельштама (1944) [4]. Теория распространения плоских электромагнитных волн в средах с отрицательной рефракцией была впервые развита в работе В. Веселаго (1967) [5]. В ней показано, что, если и диэлектрическая проницаемость ϵ и магнитная проницаемость μ одновременно имеют отрицательную величину, то из уравнений Максвелла следует, что показатель преломления тоже имеет отрицательный знак. Часто такие среды называют «левыми», так как в них векторы \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} составляют левую тройку в отличие от обычных сред, где тройка векторов имеет правую ориентацию. В обеих средах направление вектора Пойнтинга $\vec{S} = c/(4\pi)[\vec{E} \times \vec{H}]$ одинаково, а направление волнового вектора совпадает с направлением вектора Пойнтинга в «правой» среде и противоположно ему в «левой» (рис. 1). Иными словами, в «левых» средах векторы групповой и фазовой скоростей направлены противоположно.

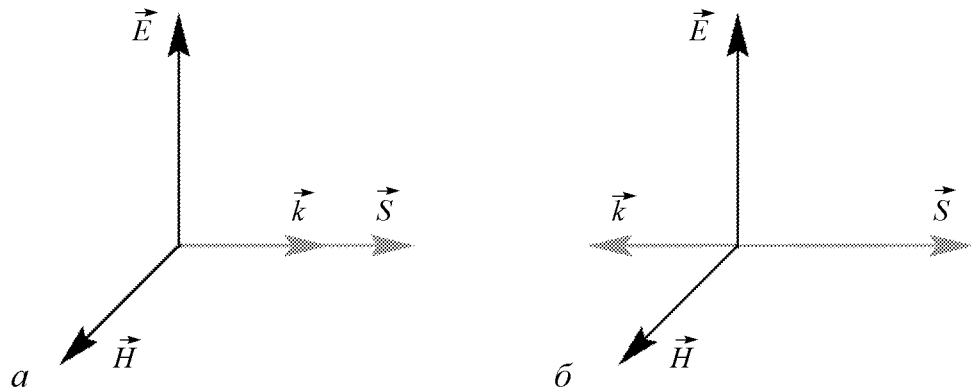


Рис. 1. Векторы \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} , \vec{S} в обычной, «правой» (а) и «левой» (б) среде

В природе не встречаются вещества с отрицательным показателем преломления, однако в радиофизике известны устройства и вещества с отрицательной групповой скоростью или отрицательным преломлением. Например, в лампах обратной волны [6] групповая и фазовая скорости противоположно направлены. Такой же эффект может происходить в линиях передачи с инвертированными реактивностями. Принципиальное отличие «левых» сред заключается в том, что они представляют собой двух- или трехмерные структуры, в которых волны могут испытывать преломление и дифракцию.

В оптическом диапазоне явление отрицательного преломления может быть реализовано экспериментально несколькими принципиально различающимися способами [7]. При определенных углах падения света на анизотропную среду может наблюдаться отрицательное преломление, однако другие эффекты, например противонаправленность фазовой и групповой скоростей, не обнаруживаются.

В диспергирующей среде показатель преломления зависит от длины волны $n(\lambda)$ и групповая скорость не совпадает с фазовой скоростью: $v_{gr} = v_{ph} - \lambda(dv_{ph}/d\lambda) = c(n - \lambda(dn/d\lambda))$. Из анализа этого простого выражения следует, что вследствие дисперсии среды даже при положительном показателе преломления групповая и фазовая скорости могут быть противоположно направлены. Именно такую среду, примером которой могут служить пары натрия, рассматривал Шустер [3]. Отрицательное преломление также может возникнуть в результате интерференции волн, отраженных от фотонного кристалла с периодической структурой [8].

Наибольший же интерес представляет создание искусственных квазиоднородных сред, у которых одновременно диэлектрическая и магнитная проницаемости отрицательны, за счет чего отрицателен и показатель преломления. Такой средой является метаматериал, представляющий собой периодическую структуру из особых резонансных элементов с размерами меньше длины волны, которые выполняют ту же роль, что атомы и молекулы в обычных средах. В простейшем случае метаматериал напоминает двумерную линию передач, то есть состоит из емкостей и индуктивностей [9]. Другим вариантом получения метаматериала является использование (1) металлических стержней для создания отрицательной диэлектрической проницаемости за счет плазмонного эффекта и (2) разрезных металлических колец, реагирующих на электромагнитное поле аналогично LC -контурам и обеспечивающих отрицательную магнитную проницаемость. Впервые метаматериал с отрицательным показателем преломления в сантиметровом диапазоне волн был изготовлен в 2000

году Д. Смитом и его коллегами из Калифорнийского университета [10, 11]. Впоследствии были изготовлены метаматериалы и фотонные кристаллы, обладавшие отрицательным преломлением и на других частотах. Оптические метаматериалы [12–15] представляют собой периодически расположенные резонансные элементы (размер около 100 нм), аналогичные тем, которые используются в сантиметровом диапазоне, или периодически расположенные в диэлектрике полости – так называемая сетчатая структура. Минимальная длина волны, для которой был создан метаматериал с отрицательным преломлением [14], равна 780 нм.

Широкое применение метаматериалов сдерживается достаточно большими потерями на резонансных элементах, обеспечивающих нужную дисперсию. Для компенсации потерь предложен механизм, суть которого заключается в помещении резонансных элементов метаматериала в активную среду. Таким образом, при наличии накачки возможна как полная компенсация потерь, так и усиление сигнала [16, 17].

При описании распространения электромагнитных волн в метаматериалах с $\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$ из уравнений Максвелла следует, что показатель преломления таких сред имеет отрицательную величину $n = \sqrt{\varepsilon\mu} < 0$, а волновое сопротивление – положительную величину $z = \sqrt{\varepsilon/\mu} > 0$. Это обуславливает качественное отличие протекания многих волновых эффектов в «левых» средах. Так, эффект Доплера в «левых» средах приводит к сдвигу частоты в синюю, а не в красную область спектра; конус черенковского излучения обращен назад, а падающий и преломленный лучи лежат по одну сторону от нормали к границе раздела воздух–метаматериал, как изображено на рис. 2, б. Важно также отметить, что в формулы Френеля для коэффициента отражения входят величины волнового сопротивления $z_j = \sqrt{\varepsilon_j/\mu_j}$; поэтому можно согласовать обычную и «левую» среды так, чтобы не было отражения от их границы: $R = 0$ при $z_1 = z_2$.

Одним из самых замечательных применений метаматериалов является возможность создания «суперлинзы» с субволновым разрешением. В работе Веселаго [5] было показано, как вследствие отрицательного преломления пластина из метаматериала может фокусировать лучи от точечного источника, то есть ведет себя аналогично линзе. В отличие от обычных линз пластина из метаматериала не имеет фиксированного фокусного расстояния, и параллельный пучок лучей такой пластиной не фокусируется. Волновая теория суперлинзы позднее была развита в работе Пендри [1].

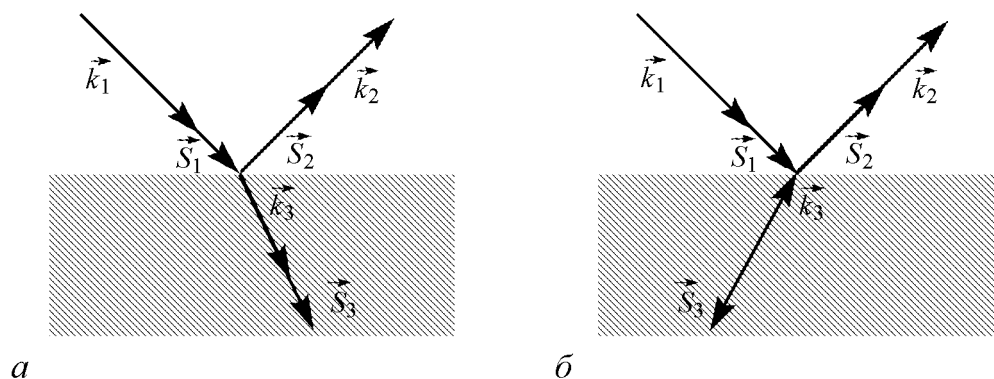


Рис. 2. Преломление волн на границе двух «правых» (а) и «правой» и «левой» (б) сред. Изображены волновые векторы и векторы Пойнтинга $\vec{k}_1, \vec{S}_1, \vec{k}_2, \vec{S}_2, \vec{k}_3, \vec{S}_3$, соответствующие падающей, отраженной и преломленной волне

Напомним, что при использовании разложения поля в угловой спектр субволновым деталям источника или предмета ($d < \lambda$, $k_{\perp} = 2\pi/d > \omega/c$) в обычной среде соответствуют фурье-компоненты с мнимой величиной продольной составляющей волнового вектора $k_{\parallel} = i\sqrt{k_{\perp}^2 - \omega^2/c^2}$. Они экспоненциально затухают в ближней зоне при распространении вдоль оси z : $A \sim \exp(ik_{\parallel}z) = \exp(-|k_{\parallel}|z)$. Поэтому обычные линзы компенсируют дифракционное расплывание, фокусируя только компоненты дальнего поля источника, в то время как информация о субволновых деталях источника, содержащаяся в компонентах ближнего поля, пропадает. Этот дифракционный предел разрешения изображения можно преодолеть при помощи «суперлинзы» из метаматериала: в среде с отрицательным показателем преломления амплитуда фурье-компонент ближнего поля изменяется как $A \sim \exp(-ik_{\parallel}z) = \exp(|k_{\parallel}|z)$, то есть экспоненциально нарастает. В идеальном случае при отсутствии потерь поле на выходе из метаматериала в точности будет повторять поле источника во всех деталях.

1. Волноводы из слоистого метаматериала

Известно, что в линзовой линии может быть осуществлено квазиволноводное распространение пучков [18]. В результате прохождения через линзы радиус кривизны пучка изменяет знак, и происходит периодическая фокусировка пучка, препятствующая его дифракционному уширению. Основной модой такой линзовой линии является гауссов пучок

$$A(r) = A_0 \exp\left(\frac{-r^2}{a_0^2}\right), \quad (1)$$

собственные моды высших порядков находятся из интегрального уравнения

$$\frac{k}{2\pi i L} e^{ikL} e^{i\Psi(\vec{r})} \iint_S A(\vec{R}, 0) \cdot \exp\left[\frac{ik}{2L} (\vec{r} - \vec{R})^2\right] d\vec{R} = \chi A(\vec{r}, 0), \quad (2)$$

где k – волновой вектор; L – расстояние между линзами; $\Psi(\vec{r})$ – функция, описывающая коррекцию фазового фронта, вносимую линзой; χ – постоянный множитель.

Как было отмечено выше, пластина метаматериала аналогично линзе может фокусировать расходящийся пучок лучей. Периодическая последовательность таких пластин в некотором смысле является аналогом открытой линзовой линии, в которой можно осуществить волноводное распространение пучков [19].

Рассмотрим распространение параксиального волнового пучка через периодическую структуру, состоящую из чередующихся слоев с положительными и отрицательными показателями преломления. Считаем, что импедансы сред согласованы и френелевское отражение от границ раздела отсутствует; поглощением пренебрежем. Представляя поле монохроматической квазиплоской волны в слоистой структуре как

$$E(x, y, z) = A(x, y, z) \exp(i\omega t - ik_0 \int_0^z n(z) dz), \quad (3)$$

получим уравнение дифракции для огибающей волнового пучка $A(x, y, z)$ в виде

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial z} + i D(z) \Delta_{\perp} A(x, y, z) = 0, \quad (4)$$

где $D(z) = D_0/n_j(z)$ – коэффициент дифракции в j -м слое с показателем преломления n_j , $D_0 = 1/2k_0$ – коэффициент дифракции в вакууме.

Для поперечных фурье-компонент пучка из параболического уравнения (4) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение с переменным коэффициентом дифракции

$$\frac{\partial S_{k_x, k_y}(z)}{\partial z} - i D(z) (k_x^2 + k_y^2) S_{k_x, k_y}(z) = 0. \quad (5)$$

Решая его, получим, что после прохождения структуры, состоящей из слоев длиной a_j с общей длиной $L = \sum_j a_j$, амплитуда фурье-компонент огибающей пучка описывается выражением

$$\begin{aligned} S_{k_x, k_y}(z = L) &= S_{k_x, k_y}(z = 0) \exp[i D_0 (k_x^2 + k_y^2) \sum a_j / n_j] = \\ &= S_{k_x, k_y}(z = 0) \exp[i D_0 (k_x^2 + k_y^2) L_{\text{dif}}]. \end{aligned} \quad (6)$$

Из этого выражения следует, что распределение амплитуды после прохождения пучком одного периода слоистой структуры, равного $L_p = a_1 + a_2$, зависит от эффективной дифракционной длины этого периода

$$L_{\text{dif}} = \frac{a_1}{n_1} + \frac{a_2}{n_2}, \quad (7)$$

где a_1 и a_2 – толщины слоев, а $n_1 > 0$ и $n_2 < 0$ – их показатели преломления, соответственно. Принципиальное отличие от слоистой структуры из обычных диэлектрических слоев состоит в том, что эффективная дифракционная длина (7) может быть не только положительной, но и отрицательной или равной нулю величиной.

Если толщины слоев и их показатели преломления подобраны так, что эффективная дифракционная длина равна нулю, $L_{\text{dif}} = 0$, то поперечный профиль пучка на выходе каждого пространственного периода будет в точности повторять начальное распределение амплитуды и фазы. Следовательно, после прохождения всего волновода из слоистого метаматериала огибающая пучка совпадает с начальным профилем. На рис. 3 представлены результаты численного моделирования распространения пучка в слоистом метаматериале; видно, что периодическая фокусировка пучка приводит к его квазиволноводному распространению.

Как отмечено выше, распространение пучков в описанной периодической слоистой структуре во многом сходно с их распространением в открытой линзовой линии [18], так как на границах раздела сред происходит периодическая фокусировка пучка. Тем не менее, имеется ряд существенных отличий. В случае открытой линзовой линии собственные волны имеют дискретный спектр, а основной модой является гауссов пучок. В рассмотренном выше слоистом волноводе с нулевой дифракцией собственной модой служит пучок с любым заданным профилем.

При распространении вдоль линзовой линии происходит набег фазы. Он может быть полностью скомпенсирован при условии равенства нулю оптической длины каждого периода структуры

$$L_{\text{opt}} = n_1 a_1 + n_2 a_2 = 0. \quad (8)$$

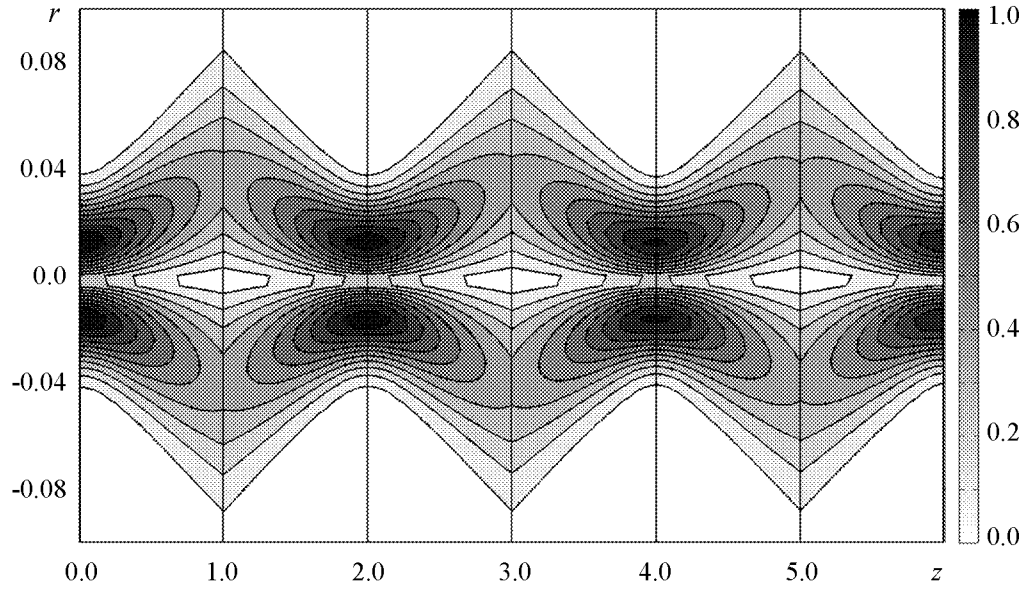


Рис. 3. Распространение пучка с начальным профилем $A(x, y) = (x + iy) \exp(-x^2 - y^2)$ в периодической слоистой структуре, $n_1 = -n_2 = 1$, $l_1 = l_2 = 1$ (в единицах дифракционной длины)

Это свойство может быть использовано в открытых линиях задержки. Отметим важное преимущество слоистого метаматериала. В линии из пластин метаматериала не требуется строгая поперечная юстировка элементов системы: допускается относительное смещение слоев и пучка в перпендикулярном направлении.

В работе [20] рассматривается зонная структура одномерного фотонного кристалла, содержащего слои метаматериала. Дисперсионное соотношение для E -поляризованных волн выражается формулой:

$$\cos q(a_1 + a_2) = \cos k_1 a_1 \cos k_2 a_2 - \frac{\mu^2 + n^2}{2n\mu} \sin k_1 a_1 \sin k_2 a_2, \quad (9)$$

где q – волновое число волны, распространяющейся в периодической структуре; $\mu = \mu_2/\mu_1$ – отношение магнитных проницаемостей; n – относительный показатель преломления; $k_j = n_j k_0$ – волновой вектор в слое j . В числе особенностей зонной структуры фотонного кристалла с метаматериалом можно отметить существование дискретного спектра пропускания, причем дискретные разрешенные частоты находятся внутри запрещенных зон. В работе [19] развита теория распространения гауссовых пучков в фотонном кристалле с метаматериалом.

2. Резонатор, содержащий слои метаматериала

2.1. Резонатор Фабри–Перо. В работе [21] исследовано распространение плоских волн в резонаторе Фабри–Перо, содержащем между плоскими зеркалами слой среды с отрицательным показателем преломления. Набег фазы, приобретаемый плоской волной при полном обходе резонатора, определяется выражением

$$\varphi = k_0 L_{\text{opt}} \quad (10)$$

и должен быть кратным 2π . В обычном резонаторе это выполняется, если длина резонатора кратна половине длины волны, то есть минимальная длина резонатора $L_{\min} = \lambda/2$. Отличие резонатора с метаматериалом состоит в том, что после прохождения через два слоя с положительным и отрицательным показателем преломления оптическая длина может быть равна нулю, $L_{\text{opt}} = a_1 n_1 + a_2 n_2 = 0$. Следовательно, условие кратности длины резонатора половине длины волны снимается, она может быть произвольной, в том числе и меньше половины длины волны. Для такого резонатора, в отличие от обычного, существенно соотношение длин слоев, а не их сумма.

Таким образом, возможно изготовление компактного резонатора размером меньше половины длины волны. Например, для частоты 2 ГГц длина резонатора может составить всего 2.0 см при длине каждого слоя $\lambda/10$ вместо минимальной длины 7.5 см, требуемой в обычном случае [21]. В другой лаборатории был проведен эксперимент [22] с аналогами обычных и «левых» сред. Суммарная длина этих сред оказалась меньше половины длины волны. При этом экспериментально была подтверждена зависимость резонансной частоты от соотношения длин слоев.

2.2. Собственные моды резонатора. В работе [23] рассмотрены собственные моды резонатора с метаматериалом – волны, которые при каждом последующем циклическом проходе восстанавливают свое начальное пространственное распределение амплитуды. При этом набег фазы, приобретаемый в результате прохода резонатора, кратен 2π . Для получения профилей волноводных мод и условий их существования воспользуемся параболическим уравнением дифракции (4) для огибающей пучка и условиями повторяемости амплитудного профиля A после одного полного прохода резонатора

$$A(0) = A(0 + 2L). \quad (11)$$

Основной модой такого резонатора является гауссов пучок с огибающей

$$A(r) = A_{0j} \exp\left(-\frac{r^2}{w_j^2} - \frac{ikn_j r^2}{2R_j}\right), \quad (12)$$

где R_j – радиус кривизны зеркала; w_j – радиус пучка на зеркале; n_j – показатель преломления прилегающего к зеркалу слоя; индекс $j = 1, 2$ означает номер зеркала. Собственные частоты резонатора рассчитываются из условия равенства нулю на зеркалах поля \vec{E}

$$\vec{E}(0) = \vec{E}(L) = 0, \quad (13)$$

приводящего к требованию кратности 2π набегу фаз, приобретаемого пучком при полном обходе резонатора. Собственные частоты гауссовых мод для различных значений индекса продольных мод q определяются выражением

$$2L_{\text{opt}} \frac{v_q}{c} = q + \pi^{-1} \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{L_{\text{dif}}}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L_{\text{dif}}}{R_2}\right)}, \quad (14)$$

где $L_{\text{opt}} = \sum_j a_j n_j$, $L_{\text{dif}} = \sum_j a_j / n_j$. Расчеты показывают, что ширина гауссовых мод w_j на зеркалах с радиусами кривизны R_j определяется выражениями

$$\frac{w_2^2}{w_1^2} = \left(1 - \frac{L_{\text{dif}}}{R_1}\right) / \left(1 - \frac{L_{\text{dif}}}{R_2}\right), \quad (15)$$

$$\frac{4L_{\text{dif}}^2}{k_0^2 w_1^2 w_2^2} = \frac{L_{\text{dif}}}{R_1} + \frac{L_{\text{dif}}}{R_2} - \frac{L_{\text{dif}}}{R_1} \frac{L_{\text{dif}}}{R_2}, \quad (16)$$

аналогичными полученным для случая пустого резонатора [20], длина которого равна $L_0 = L_{\text{dif}}$.

Как и в случае пустого резонатора [24] собственными модами высших порядков метарезонатора являются обобщенные гауссовы пучки. Собственные частоты резонатора ν_{nmq} , соответствующие собственным модам в виде пучков Эрмита–Гаусса

$$A(z_j) = H_{mn}(x, y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{a_j^2} - \frac{ik_j r^2}{2R_j}\right) \quad (17)$$

могут быть рассчитаны из условия кратности 2π набегу фаз, приобретаемого при полном проходе резонатора:

$$2L_{\text{opt}} \frac{\nu_{nmq}}{c} = q + (n + m + 1) \pi^{-1} \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{L_{\text{dif}}}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L_{\text{dif}}}{R_2}\right)}, \quad (18)$$

где $q = 1, 2, 3, \dots$ – индекс продольной моды, n и m – индексы поперечных мод ($n, m = 0, 1, 2, \dots$).

Таким образом, условия существования волноводных мод резонатора определяются двумя характеристиками слоистой структуры: её эффективной дифракционной длиной

$$L_{\text{dif}} = \sum_j \frac{a_j}{n_j} \quad (19)$$

и эффективной дисперсионной (оптической) длиной

$$L_{\text{opt}} = \sum_j a_j n_j \quad (20)$$

которые, в отличие от обычных резонаторов, в метарезонаторе могут принимать положительные, отрицательные и равные нулю значения.

Отметим, что при $L_{\text{dif}} = 0$ происходит вырождение спектра, и все поперечные моды имеют одинаковую частоту

$$\nu_q = \frac{qc}{2L_{\text{opt}}}. \quad (21)$$

Частотный спектр для пучков Эрмита–Гаусса в резонаторе с двумя выпуклыми зеркалами изображен на рис. 4. Видно, что с приближением величины эффективной дифракционной длины к нулю спектр поперечных мод сгущается.

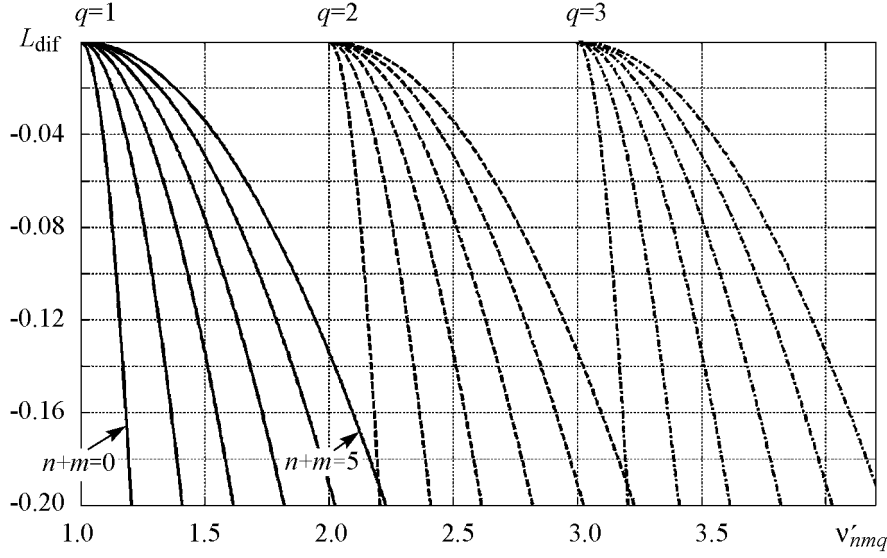


Рис. 4. Зависимость нормированной собственной частоты $v'_{nmq} = 2L_{\text{opt}}v_{nmq}/c$ от эффективной дифракционной длины метарезонатора L_{dif} (сплошная, пунктирная и штрихпунктирная линии отвечают продольным модам с индексами $q = 1, 2, 3$, соответственно, индексы поперечных мод пробегают значения $n, m = 0, 1, 2, \dots$). При нулевой дифракции $L_{\text{dif}} = 0$ все поперечные моды имеют одинаковую собственную частоту. График представлен для резонатора с двумя выпуклыми зеркалами $R_1 = R_2 = -1$

Особым образом следует рассматривать резонатор, эффективная дифракционная длина которого равна нулю

$$L_{\text{dif}} = \sum_j a_j/n_j = 0. \quad (22)$$

В данном случае внутри метарезонатора происходит компенсация дифракционного расплывания аналогично тому, как это было описано выше для случая слоистого волновода с метаматериалом. Рассмотрим один полный обход резонатора. Пусть на выходе первого зеркала задан некоторый произвольный амплитудный профиль $A(x, y)$. Согласно (6), при равной нулю эффективной дифракционной длине (22) после прохождения слоистой структуры перед вторым зеркалом амплитудный профиль пучка равен начальному. Для того чтобы амплитудный профиль совпал с первоначальным после полного обхода резонатора, включающего в себя отражения от зеркал, необходимо также выполнение условия согласования радиусов кривизны зеркал

$$\frac{n_1}{R_1} + \frac{n_N}{R_2} = 0, \quad (23)$$

где n_N – показатель преломления последнего, прилегающего ко второму зеркалу слоя. Таким образом, при выполнении условия (22), (23) собственные волноводные моды метарезонатора имеют произвольное поперечное распределение амплитуды. Интересным является то, что волноводные моды произвольного профиля существуют даже в резонаторе Фабри–Перо, в отличие от пустого открытого резонатора, не имеющего собственных волноводных мод вовсе. Собственные частоты для пучков с произвольным профилем в резонаторе, удовлетворяющем условиям (22), (23), определяются формулой

$$v_q = \frac{qc}{2L_{\text{opt}}}. \quad (24)$$

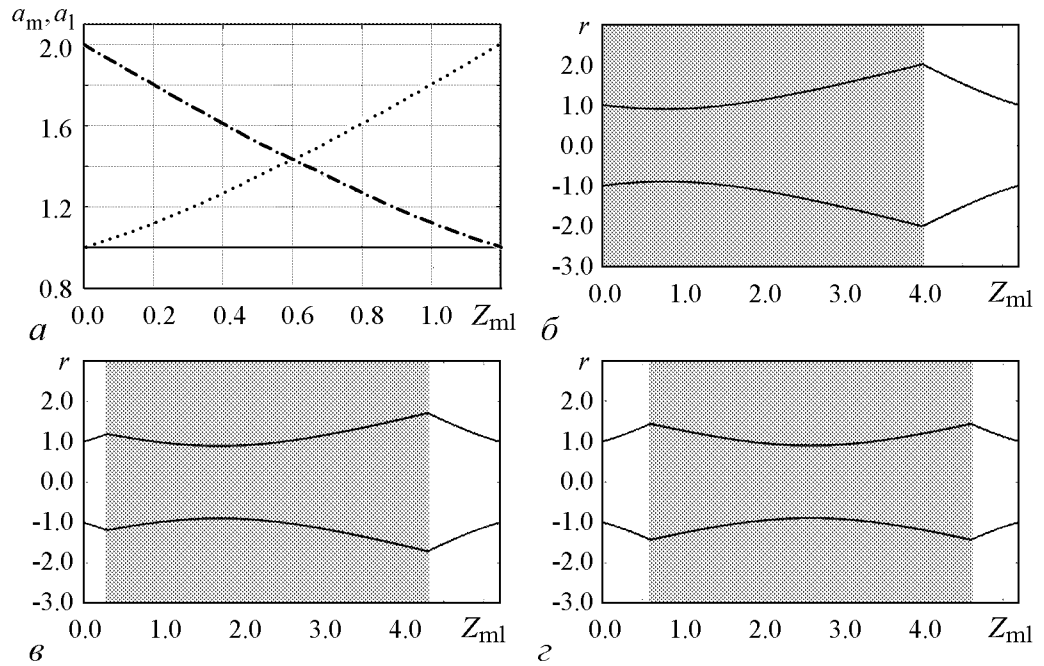


Рис. 5. Зависимость радиусов пучка на левой и правой границах метаслоя a_1 (пунктирная и штрихпунктирная линии, соответственно) от расстояния между левой границей слоя и левым зеркалом Z_{ml} ; при этом радиус пучка на зеркалах не зависит от положения слоя (сплошная линия), $a_m = 1$ (а). Распределение поля в резонаторе при разном положении слоя относительно левого зеркала: $Z_{ml} = 0$ (б), 0.3(в), 0.6 (г). График представлен для резонатора с двумя выпуклыми зеркалами $R_1 = R_2 = -2$, геометрической длиной $L = 5.2$, толщиной метаслоя $d = 4$, показатель преломления метаслоя $n = -2$

Поскольку в резонаторе с нулевой эффективной дифракционной длиной волноводные моды имеют произвольное поперечное распределение амплитуды, то небольшие изменения амплитудного профиля моды будут сохраняться при многократном прохождении резонатора.

Отметим, что из формулы (6) следует, что радиусы пучка на зеркалах зависят от эффективной дифракционной длины, представляющей собой суммарную характеристику среды. Таким образом, при перемещении слоя метаматериала внутри резонатора профили пучка на зеркалах изменяться не будут, а внутри резонатора структура моды изменится. Пример зависимости ширины моды внутри метарезонатора с двумя выпуклыми зеркалами от положения метаслоя изображен на рис. 5. Видно, что существует некоторое оптимальное положение слоя метаматериала, при котором ширина моды внутри резонатора минимальна и, следовательно, минимальны дифракционные потери. Для симметричных резонаторов с $R_1 = R_2$ предпочтительнее располагать метаматериал в центре резонатора.

2.3. Устойчивость резонатора. Для определения устойчивости волноводных мод резонатора можно воспользоваться как геометрикооптическим, так и волновым подходом. С точки зрения геометрической оптики, устойчивость резонатора означает, что после большого числа проходов резонатора отклоненный от оси резонатора луч не выйдет за его пределы.

Для расчета траекторий лучей может быть использован метод лучевых матриц. Каждому элементу оптической системы ставится в соответствие матрица M , такая

что

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} x_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где $x_{1,2}$, $\varphi_{1,2}$ – координаты и углы наклона лучей до и после прохождения оптической системы. Лучевая матрица \hat{M} обладает инвариантом

$$I = \frac{1}{2} \text{Trace}(\hat{M}), \quad (26)$$

во многом определяющим характер прохождения луча через оптическую систему. Как это следует из теории матричного исчисления, для того чтобы после большого числа проходов резонатора отклоненный от оси резонатора луч не вышел за его пределы, необходимо выполнить условие $-1 < I < 1$. В случае, когда внутри резонатора находятся плоскопараллельные слои сред толщиной a_j с показателями преломления n_j , условия устойчивости резонатора имеют вид

$$0 < \left(1 - \frac{L_{\text{dif}}}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L_{\text{dif}}}{R_2}\right) < 1 \quad (27)$$

или

$$0 < g_1 g_2 < 1, \quad (28)$$

совпадающий с условиями устойчивости пустого резонатора, в которые вместо эффективной дифракционной входит геометрическая длина. Отметим, что данные условия в точности совпадают с условиями существования обобщенных гауссовых мод, то есть с условиями, при которых частоты имеют действительную величину в выражении (18). Важно, что в (27) входит не геометрическая, а эффективная дифракционная длина. Главное отличие метарезонатора от резонатора с заполнением обычной средой состоит в том, что при фиксированной геометрической длине оптическая длина может принимать практически любые значения в зависимости от толщины и показателей преломления слоев.

Таким образом, при внесении метаслоя внутрь резонатора изменяется его устойчивость, что может быть использовано для того, чтобы неустойчивый пустой резонатор стал устойчивым. Внесение слоя метаматериала можно рассматривать как изменение положения точки, соответствующей резонатору, на диаграмме устойчивости (рис. 6).

Например, известно, что конфокальный резонатор (ему соответствует точка 1 на рис. 6) с $R_1 = R_2 = L$ является неустойчивым. При внесении в резонатор слоя метаматериала толщиной $\delta/2$ с показателем преломления $n = -1$ произведение $g_1 g_2 = (\delta/L)^2$ удовлетворяет условиям устойчивости (28) и, таким образом, резонатор становится устойчивым (точка 1').

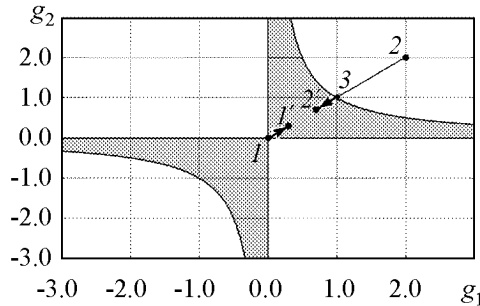


Рис. 6. Области устойчивости резонатора (серая заливка) с метаматериалом. Точки 1, 2 и 3 соответствуют неустойчивым резонаторам: 1 – конфокальному, 2 – с двумя выпуклыми зеркалами, 3 – резонатору Фабри–Перо. Точки 1' и 2' соответствуют конфокальному и резонатору с двумя выпуклыми зеркалами, внутрь которых был внесен слой метаматериала

с двумя выпуклыми зеркалами (точка 2) (например, $L = -R_1 = -R_2$) метаслоя толщиной $(L + \delta)/2$ произведение $g_1 g_2 = (1 - \delta/L)^2$ также удовлетворяет условиям устойчивости (точка 2').

Пустой резонатор Фабри–Перо (точка 3) также является неустойчивым, и остается неустойчивым даже при внесении в него метаслоя, так как за счет плоских зеркал произведение $g_1 g_2 \equiv 1$.

Заключение

Метаматериалы с отрицательным преломлением открывают возможности создания принципиально новых оптических и микроволновых устройств. Плоскопараллельная пластина из метаматериала работает как линза со сверхразрешением. Периодическая последовательность таких пластин образует открытую линию, в которой можно осуществить волноводное распространение пучков благодаря фокусировке пучка на границе раздела сред с разным знаком показателя преломления. Такой волновод из слоистого метаматериала имеет ряд преимуществ по сравнению с линзовой линией, в частности, его собственными модами являются пучки произвольного профиля.

Волновые свойства слоистого метаматериала характеризуются оптической длиной всех слоев $L_{\text{opt}} = \sum n_j a_j$ и эффективной дифракционной длиной $L_{\text{dif}} = \sum a_j/n_j$, где a_j – толщина отдельного слоя. Эти длины могут принимать как положительные, так отрицательные и нулевые значения. Они играют важную роль при описании мод открытого резонатора.

При нулевой оптической длине геометрические размеры метарезонатора Фабри–Перо могут быть существенно меньше длины волны. В резонаторе с нулевой дифракцией волноводные моды имеют произвольный профиль, а собственные частоты не зависят от поперечного распределения амплитуды и определяются только оптической длиной резонатора. Таким образом, дискретный набор собственных волноводных мод резонатора становится сплошным. Ширина моды внутри резонатора зависит от положения слоя метаматериала внутри резонатора и может быть минимизирована.

Введение внутрь резонатора метаматериала существенно изменяет его области устойчивости. В частности, приведены примеры того, как неустойчивый пустой резонатор можно сделать устойчивым.

Работа выполнена при поддержке проектов НШ-671.2008.2, РФФИ 08-02-00717-а, 09-02-01028-а. Работа Д.О. Сапариной поддержана также фондом некоммерческих программ «Династия».

Библиографический список

1. Pendry J.B. Negative refraction makes a perfect lens // Physical Review Letters. 2000. Vol. 85, № 18. P. 3966.
2. Schurig D., Mock J.J., Justice B.J. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies // Science. 2006. Vol. 314. P. 977.
3. Schuster A. An introduction to the Theory of Optics. London: E. Arnold, 1909.

4. *Мандельштам Л.И.* Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. Москва: Наука, 1972.
5. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ // Успехи физических наук. 1967. Т. 92, № 3. С. 517.
6. *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков в 2 т. Т. 1. Москва: Изд-во Физматлит, 2003.
7. *Krowne C.M., Zhang Y.* Physics of Negative Refraction and Negative Index Materials // Berlin: Springer-Verlag, Berlin; Heidelberg, 2007.
8. *Белотелов В.И., Звездин А.К.* Фотонные кристаллы и другие метаматериалы. Москва: Бюро Квантум, 2006.
9. *Feng Y., Teng X., Chen Y. et al.* Electromagnetic wave propagation in anisotropic metamaterials created by a set of periodic inductor-capacitor circuit networks // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 72. P. 245107(9).
10. *Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S.* Experimental verification of a negative index of refraction // Science. 2001. Vol. 292, №6 . P.77-79.
11. *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C. et al.* Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity // Physical Review Letters. 2000. Vol. 84, № 18. P. 4184.
12. *Shalaev V.M., Cai W., Chattiari U.K. et al.* Negative index of refraction in optical metamaterials // Optics Letters. 2005. Vol. 30, № 24. P. 3356.
13. *Shalaev V.M.* Optical negative-index metamaterials // Nature Photonics. 2007. Vol. 1. P. 41.
14. *Dolling G., Wegener M., Soukoulis C. M., et al.* Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength // Optics Letters. 2007. Vol. 32, № 1. P. 53.
15. *Soukoulis C.M., Linden S., Wegener M.* Negative refractive index at optical wavelengths // Science. 2007. Vol. 315. P. 47.
16. *Zheludev N.I., Prosvirnin S.L., Papasimakis N., Fedotov V.A.* Lasing spaser // Nature Photonics. 2008. Vol. 2. P. 351.
17. *Dong Z.-G., Liu H., Li T.* Resonance amplification of left-handed transmission at optical frequencies by stimulated emission of radiation in active metamaterials // Optics Express. 2008. Vol. 16, № 25. P. 20974.
18. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. Москва: Наука, 1990.
19. *Панфилова Н.О., Сапарина Д.О., Сухоруков А.П.* Распространение волновых пучков в структурах, составленных из слоев с положительными и отрицательными показателями преломления // Известия РАН. Серия физическая. 2006. Т. 70, № 12. С. 1722.
20. *Wu L., He S., Shen L.* Band structure for a one-dimensional photonic crystal containing left-handed materials // Physical review B. 2003. Vol. 67. P. 235103 (6).
21. *Engheta N.* An idea for thin subwavelength cavity resonators using metamaterials with negative permittivity and permeability // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2002. Vol. 1, № 1. P. 10-13.

22. *Jiang T., Feng Y.* Transmission line realization of subwavelength resonator formed by a pair of conventional and LHM slabs // *Journal of Zhejiang University Science A.* 2006. Vol. 7, № 1. P. 76.
23. *Сапарина Д.О., Сухоруков А.П.* Свойства гауссовых волноводных мод оптического резонатора с метаматериалом // *Известия РАН. Серия физическая.* 2008. Т. 72, № 12. С. 1701.
24. *Быков В. П., Силичев О.О.* Лазерные резонаторы. М.: Физматлит, 2004.

Поступила в редакцию 4.03.2009

UNIQUE PROPERTIES OF OPEN CAVITIES AND WAVEGUIDES CONTAINING LAYERED METAMATERIAL

D.O. Saparina, A.P. Sukhorukov

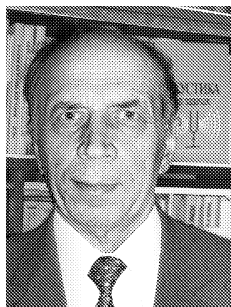
The review of works on studying artificial media with negative refractive index and their unique application is given. We make a point of negative refraction and lens effects in plan-parallel layers of such metamaterials. The properties and stability conditions of waveguide modes in layered structures and open cavities are considered in terms of the effective diffraction and dispersion lengths.

Keywords: Open cavities, metamaterial, negative refraction, waveguide modes, stability.



Сапарина Дарья Олеговна – родилась в Саратове (1987). Студентка 5 курса кафедры фотоники и физики микроволн физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. В 2007/2008 году ей была присуждена стипендия Ректора МГУ и Президента РФ. Область научных интересов – волновая оптика, распространение волн в метаматериалах. Является автором 5 статей.

119899, Москва, ГСП В-234, Воробьёвы горы,
МГУ, физический факультет
E-mail: saparyna@gmail.com



Сухоруков Анатолий Петрович – родился в Москве (1935). Окончил физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (1961). Доктор физико-математических наук (1974), профессор (1977), зав. кафедрой фотоники и физики микроволн (ранее радиофизики) (с 1988 по настоящее время), декан (1989–1992) физического факультета. Лауреат Ленинской премии (1988), Государственной премии СССР (1984) и Ломоносовской премии (2006). Заслуженный деятель науки РФ (1996), заслуженный профессор Московского университета (2003). Область научных интересов: волновые процессы, нелинейная оптика и акустика, физика солитонов, лазерная физика, физика микроволн. Читает курс лекций «Теория волн» для студентов отделения радиофизики и электроники. Опубликовал более 300 научных работ, в том числе 2 учебных пособия и 3 монографии.

119899, Москва, ГСП В-234, Воробьёвы горы,
МГУ, физический факультет
E-mail: apsmsu@gmail.com