



СТАБИЛИЗАЦИЯ ХАОСА В СИСТЕМЕ РЕССЛЕРА ИМПУЛЬСНЫМ И ГАРМОНИЧЕСКИМ СИГНАЛОМ

А.П. Кузнецов, Н.В. Станкевич, Н.Ю. Чернышов

В работе исследуется стабилизация хаоса в системе Ресслера внешним сигналом. Рассматриваются различные варианты внешнего воздействия: импульсное (последовательность дельта-функций) и гармоническое. Проведен сравнительный анализ эффективности стабилизации различными сигналами для ленточного и винтового хаоса. Показано, что картина синхронизации зависит от направления внешнего сигнала.

Ключевые слова: Внешнее воздействие, хаос, стабилизация.

Введение

Проблема воздействия на хаотический режим внешним сигналом является одной из фундаментальных в нелинейной динамике [1–8]. В общей постановке в ее рамках необходимо выяснить, какие типы режимов возникнут в неавтономной системе, как они вложены в пространство параметров воздействия, какие могут быть переходы между ними. Одно из основных свойств неавтономных систем – это возможность стабилизации возбуждаемой системы внешним сигналом. Например, в простейшем случае периодический сигнал достаточно большой амплитуды может стабилизировать хаос [3, с. 425]. Указанные задачи допускают различные варианты конкретной формулировки в зависимости от типа внутренней динамики автономной системы и типа воздействия. Даже простейший случай, когда воздействие осуществляется регулярным периодическим сигналом, уже допускает определенные варианты. Действительно, минимальная размерность хаотического аттрактора равна трем, при этом бассейн притяжения аттрактора некоторым образом вложен в трехмерное пространство. Поэтому различные направления воздействия могут приводить к разным результатам. Наиболее часто при исследовании неавтономных систем с трехмерным фазовым пространством и хаосом авторы используют вариант действия сигнала в плоскости, в которой изображающая точка совершает вращательные движения, как правило, не посещая непосредственную окрестность начала координат, так что легко ввести фазу, и можно применять традиционные подходы

теории хаотической синхронизации [3, 9]. В настоящей работе акцент будет сделан на случае, когда внешний сигнал направлен перпендикулярно к данной плоскости. Далее, сам сигнал может быть выбран в разной форме. Простейшие варианты – это гармонический или импульсный сигналы. Отметим, что неавтономные хаотические системы с импульсным возбуждением исследованы мало (см., например, [9]). Оказывается, однако, что результаты могут быть существенно разными в зависимости от типа воздействия. В настоящей работе обсуждаются характерные режимы и возможность стабилизации импульсным и гармоническим сигналом на примере системы Ресслера [9–15].

1. Динамика автономной системы

Автономная система Ресслера описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + py, \\ \dot{z} &= q + z(x - r). \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь x, y, z – динамические переменные, p, q, r – параметры системы. Система (1) – автоколебательная система с трехмерным фазовым пространством. На рис. 1, *a* представлено бифуркационное дерево этой системы при традиционно фиксированных параметрах $p = 0.2, q = 0.1$ в зависимости от третьего параметра r . С ростом

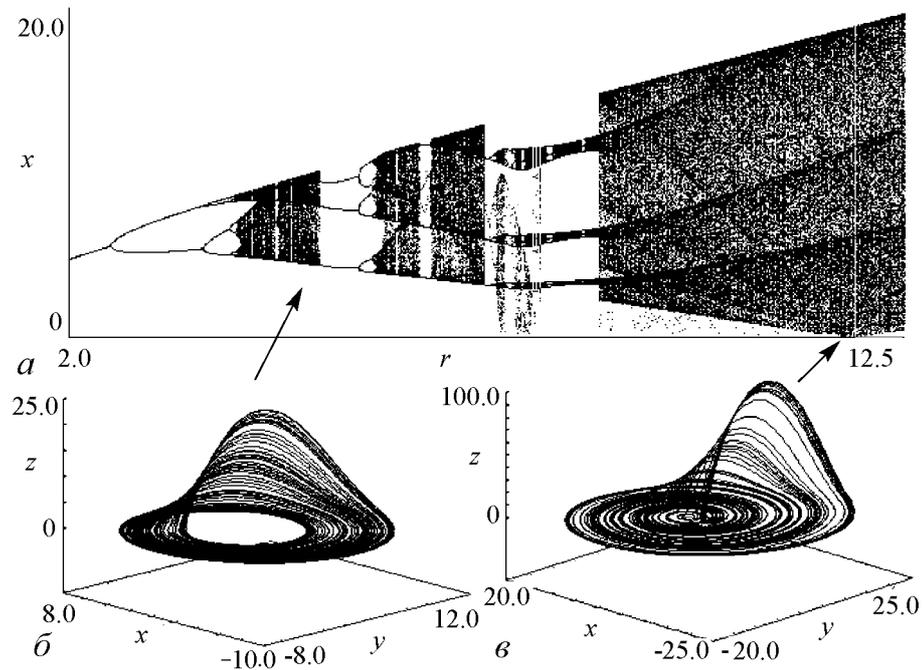


Рис. 1. Бифуркационное дерево системы Ресслера (1) при $p = 0.2$ и $q = 0.1$ (*a*) и ее аттракторы в избранных точках: $r = 4.4$ (*б*); $r = 12.0$ (*в*)

управляющего параметра r в автономной системе происходят следующие перестройки типов динамики. При малых $r < 2\sqrt{pq}$ вообще нет положений равновесия и любая изображающая точка в фазовом пространстве «убегает» на бесконечность. Затем происходит седло-узловая бифуркация рождения устойчивой и неустойчивой неподвижных точек. Далее из устойчивой точки в результате бифуркации Андронова–Хопфа рождается устойчивый предельный цикл, который претерпевает каскад бифуркаций удвоения периода с переходом к хаосу по Фейгенбауму. В закритической области чередуются области периодической динамики и хаоса. Хаос, реализующийся в системе при различных значениях r , будет иметь различные характеристики. Среди исследователей популярны два варианта: ленточный – *band chaos* (рис. 1, б) и винтовой хаос – *spiral chaos* (рис. 1, в) [8–11]. В первом случае при $r = 4.4$ на фазовом портрете можно наблюдать ленточную структуру аттрактора. При дальнейшем повышении параметра аттрактор усложняется и при $r = 12$ система демонстрирует режим более развитого или винтового хаоса. В настоящей работе проводится сравнительный анализ стабилизации ленточного и винтового хаоса импульсным и гармоническим сигналом.

2. Стабилизация импульсным сигналом ленточного хаоса

Характер вложения хаотических аттракторов в трехмерное фазовое пространство на рис. 1, б, в наводит на мысль, что результаты импульсного воздействия будут различными в зависимости от направления действия импульса. Действительно, на портретах аттракторов четко выделяются стадия вращения точки примерно в одной плоскости и стадия возврата в эту плоскость за счет движения в направлении оси z . Таким образом, логично сопоставить случаи воздействия импульсов вдоль оси x и оси z .

Пусть сначала воздействие осуществляется вдоль оси x . Таким образом, система Ресслера с импульсным воздействием будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z + A \sum \delta(t - nT), \\ \dot{y} &= x + py, \\ \dot{z} &= q + z(x - r). \end{aligned} \quad (2)$$

Мы выбираем импульсы очень короткой длительности, так что сигнал представлен периодической последовательностью дельта-функций. Такой тип сигнала имеет то преимущество, что в промежутке между импульсами динамика системы автономна, что облегчает интерпретацию результатов [16–18]. Заметим, что, в силу свойств дельта-функции, действие импульса сводится к периодической добавке постоянной к соответствующей динамической переменной x .

На рис. 2 показаны карты динамических режимов системы (2) на традиционной для исследования динамики неавтономных систем плоскости параметров период – амплитуда воздействия (T, A). Карта построена следующим образом. Выполнялось сканирование плоскости параметров с достаточно малым шагом по двум координатным осям. При этом каждая точка плоскости окрашивалась в свой цвет в соответствии с наблюдаемым периодом колебаний. Период режима определялся в стробоскопическом сечении, соответствующем периоду внешнего воздействия T .

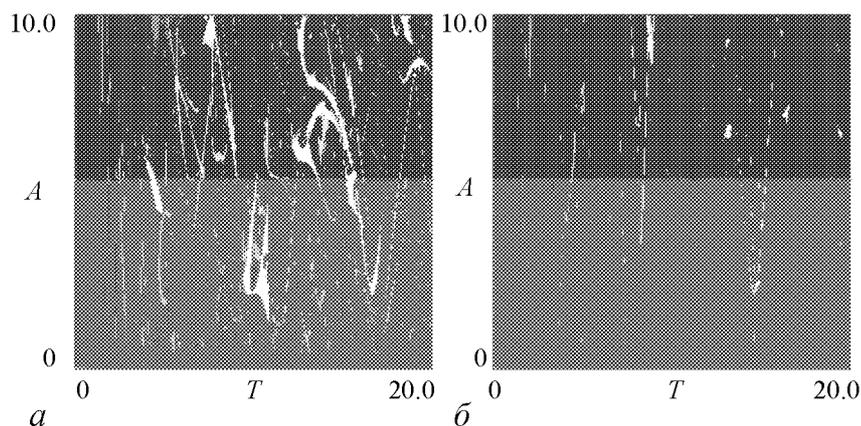


Рис. 2. Карты динамических режимов на плоскости период–амплитуда воздействия для системы Ресслера под импульсным воздействием вдоль оси x (2): a – случай ленточного хаоса, $r = 4.4$; b – случай винтового хаоса, $r = 12$; $p = 0.2$, $q = 0.1$

На рисунке белым цветом обозначен режим периода 1, светло серым – периода 2 и т.д. Черным цветом отмечены непериодические режимы, включая хаотическую и квазипериодическую динамику.

Рис. 2, a относится к случаю ленточного, а рис. 2, b – винтового хаоса в автономной системе. Можно видеть, что хаотический характер внутренней динамики системы полностью разрушает картину, характерную как для систем с удвоениями периода, так и для систем с квазипериодической динамикой и классической синхронизацией. Можно видеть лишь отдельные «неструктурированные» острова периодических режимов. При переходе к винтовому хаосу эти острова становятся совершенно мелкими и изолированными. Таким образом, воздействие вдоль оси x не приводит к эффективной стабилизации хаоса.

Совершенно иная картина наблюдается, если импульсы воздействуют вдоль оси z :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + py, \\ \dot{z} &= q + z(x - r) + A \sum \delta(t - nT). \end{aligned} \quad (3)$$

Карта динамических режимов для случая ленточного хаоса показана на рис. 3, a . Можно видеть радикальные изменения с точки зрения возможностей реализации периодических режимов. Импульсное воздействие может эффективно стабилизировать хаотический режим, причем добиться этого удастся в широком диапазоне параметров внешней силы. На рисунке можно видеть достаточно большие области режима периода 1. При этом вся картина областей периодических режимов с ростом амплитуды воздействия устроена в виде некоторой системы «уровней».

Рядом с картой, на рис. 3, b – g представлены фазовые портреты для режимов периода 1, построенные в различных точках плоскости параметров (T, A) , выбранных из разных «уровней». Как видно из рисунка, для соответствующих аттракторов изображающая точка приближается к окрестности начала координат, совершая определенное число (один, два, три и т.д.) оборотов примерно в одной плоскости. Затем следует импульс, выталкивающий точку из окрестности начала координат, и процесс повторяется снова. О принадлежности периоду 1 сигнализирует наличие

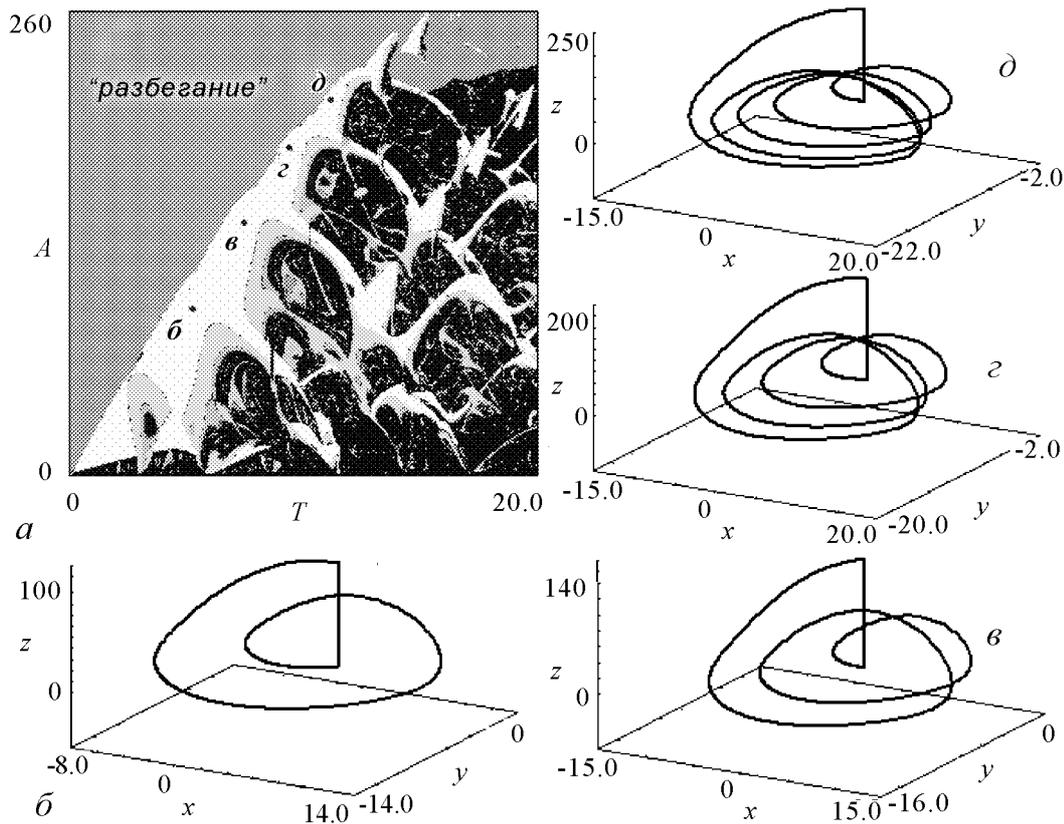


Рис. 3. Карта динамических режимов (а) на плоскости период – амплитуда воздействия для системы Ресслера с импульсным воздействием вдоль оси z в режиме ленточного хаоса, $p = 0.2$, $q = 0.1$, $r = 4.4$, и фазовые портреты в указанных соответствующих точках

единственного скачка изображающей точки в направлении оси z на всех рисунках. Чем выше находится выбранная точка на плоскости параметров, тем больше витков делает изображающая точка в фазовом пространстве, тем выше она поднимается затем вдоль оси z , и тем больший по амплитуде импульс требуется для стабилизации траектории.

Каждый из представленных на рис. 3 аттракторов может испытывать при уменьшении амплитуды воздействия удвоения периода с переходом к хаосу по Фейгенбауму. Этот факт иллюстрирует выделенный фрагмент карты на рис. 4, а, на котором можно видеть области удвоенных периодов для однооборотного предельного цикла. Соответствующий каскад удвоений иллюстрируют показанные на рис. 4, б–г фазовые портреты, на которых хорошо видны удвоения числа действующих вдоль оси z импульсов.

Карта динамических режимов в области больших амплитуд демонстрирует характерные для двухпараметрических систем с удвоениями периода структуры типа «crossroad-area», а также «spring-area»¹. В частности, на рис. 4, а хорошо видна структура «spring-area» на базе режима периода 2.

¹Эти термины описывают два типичных «элемента» плоскости параметров систем с удвоениями периода, включающих линии седло-узловых бифуркаций; детали см. в [12] и [19,20].

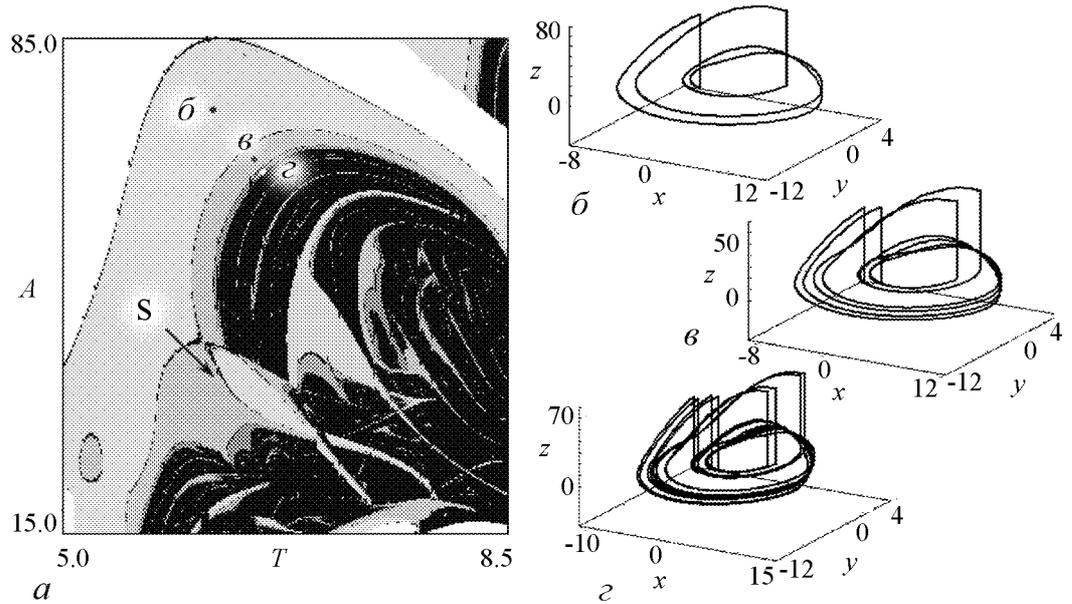


Рис. 4. Увеличенный фрагмент (а) карты на рис. 3 и фазовые портреты в указанных соответствующими буквами точках. Буквой S и стрелкой указана структура «spring-area»

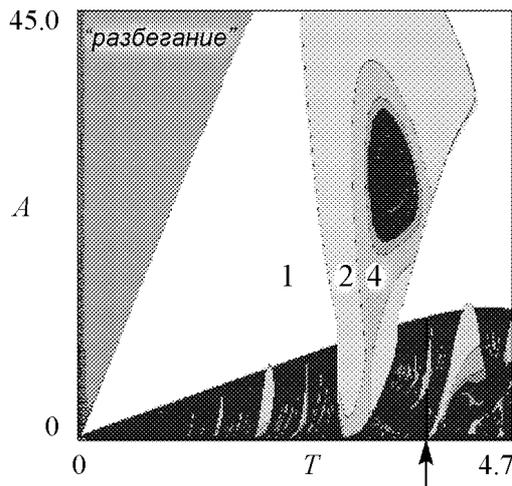


Рис. 5. Увеличенный фрагмент карты на рис. 3. Цифрами обозначен период режима, реализующегося в системе

Отдельно следует обсудить фрагмент карты, относящийся к случаю небольших амплитуд воздействия и показанный на рис. 5. На этом рисунке можно видеть сохранившуюся в определенной степени структуру языков синхронизации. Самый большой из них отвечает периоду 2. При амплитудах $A \sim 5 \dots 10$ сохранены важные элементы картины классической синхронизации. Для иллюстрации этого и более детального описания картины на рис. 6 показан график зависимости двух старших ляпуновских показателей системы от амплитуды воздействия при фиксированном значении периода ($T = 3.8$, это значение отмечено стрелкой на карте).

Система (3) имеет четырехмерное фазовое пространство, следовательно, она характеризуется четырьмя показателями Ляпунова. Так как система с внешним воздействием, то один из показателей всегда равен нулю, а самый младший всегда отрицателен. Два оставшихся показателя будут определять тип режима, который демонстрирует система. На рисунке буквами обозначены основные типы режимов, реализующиеся в системе: P – периодические режимы ($\Lambda_1 < 0, \Lambda_2 < 0$), QP – квазипериодические ($\Lambda_1 = 0, \Lambda_2 < 0$), C – хаос ($\Lambda_1 > 0, \Lambda_2 < 0$), HC – гиперхаос ($\Lambda_1 > 0, \Lambda_2 > 0$). Точками отмечены интервалы, где два старших показателя Ляпунова равны. Удобнее обсуждать рис. 6, рассматривая его в направлении уменьшения амплитуды воздействия.

При амплитудах, немного меньших $A = 14$, оба показателя отрицательны, что отвечает режиму периода 1 на карте динамических режимов. При выходе из этой области один из показателей становится нулевым и остается таковым в некотором диапазоне амплитуд. Таким образом, в результате бифуркации Неймарка–Сакера рождается двухчастотный тор, отвечающий квазипериодической динамике системы. Это иллюстрируется показанным на рис. 7, *a* сечением Пуанкаре, представляющим собой набор точек в стробоскопическом сечении, визуализированных в трехмерном фазовом пространстве системы. Можно видеть типичную замкнутую инвариантную кривую. При дальнейшем уменьшении амплитуды на этой кривой возникает резонансный цикл периода 5 (рис. 7, *б*), что характерно для задач синхронизации. Соответственно все показатели снова отрицательны. Этот режим испытывает удвоения периода (рис. 7, *в*) и в дальнейшем – переход к хаосу (рис. 7, *д*), так что один из показателей становится положительным. Важный новый момент состоит в том, что области хаоса с одним положительным показателем Ляпунова при уменьшении амплитуды чередуются с областями, где уже два показателя положительны. Таким образом, внешнее воздействие инициирует гиперхаос в системе (рис. 7, *е*). При самых

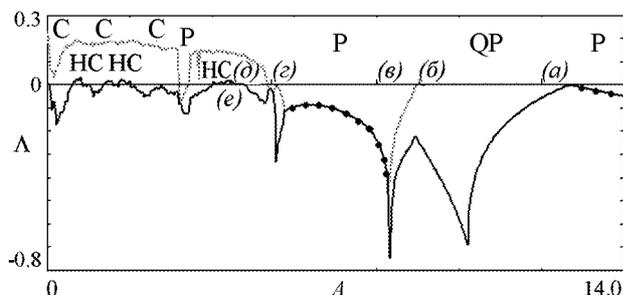


Рис. 6. Графики зависимости двух старших показателей Ляпунова для системы Ресслера под импульсным воздействием вдоль оси z (3) в режиме ленточного хаоса, $p = 0.2$, $q = 0.1$, $r = 4.4$, рассчитанных вдоль линии, указанной на рис. 5, $T = 3.8$

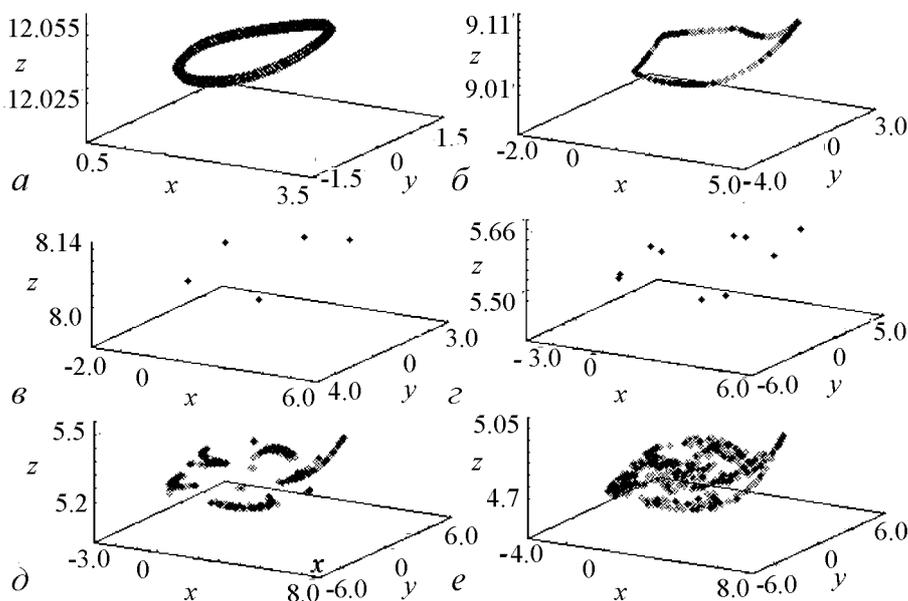


Рис. 7. Стробоскопические сечения Пуанкаре для системы Ресслера под импульсным воздействием вдоль оси z (3) в режиме ленточного хаоса, $p = 0.2$, $q = 0.1$, $r = 4.4$, при $T = 3.8$ и следующих значениях параметра A : 12.0 (*a*), 9.0 (*б*), 8.0 (*в*), 5.5 (*г*), 5.2 (*д*), 4.7(*е*)

малых амплитудах воздействия в системе реализуется хаос с одним положительным показателем. Это естественно – слабое воздействие слабо возмущает хаотическую внутреннюю динамику системы. Это отвечает известному факту, что синхронизация (стабилизация) хаоса носит пороговый характер [3]. Соответственно, основания языков на рис. 5 при очень малых амплитудах полностью разрушены.

3. Стабилизация гармоническим сигналом ленточного хаоса

Рассмотрим теперь воздействие на систему Ресслера гармонического сигнала. Воздействие также будем осуществлять вдоль оси z , так что система (1) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + py, \\ \dot{z} &= q + z(x - r) + A \sin \frac{2\pi t}{T}. \end{aligned} \quad (4)$$

В уравнениях (4), как и прежде, A – амплитуда, T – период внешнего воздействия.

На рис. 8 представлена карта динамически режимов, её увеличенный фрагмент и аттракторы в избранных точках плоскости параметров (рис. 8, β - δ) системы

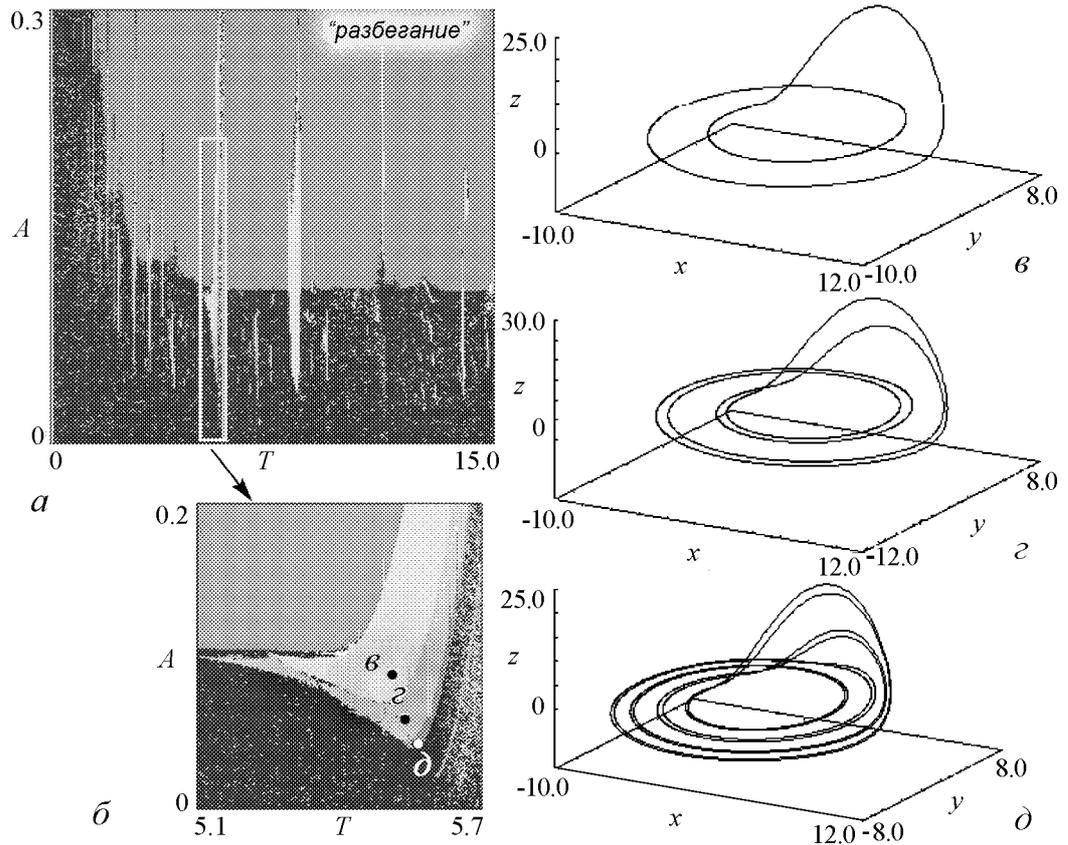


Рис. 8. Карта динамических режимов (a), её увеличенный фрагмент (β) на плоскости период – амплитуда воздействия для системы Ресслера с гармоническим воздействием вдоль оси z (4) в режиме ленточного хаоса, $p = 0.2$, $q = 0.1$, $r = 4.4$, и фазовые портреты в указанных соответствующими буквами точках

Ресслера под гармоническим воздействием (4), в случае, когда автономная система демонстрирует ленточный хаос. Особенность бассейна притяжения хаотического аттрактора автономной системы такова, что при $z < 0$ точки убегают на бесконечность при небольшом смещении. Соответственно, воздействие знакопеременной силы даже небольшой амплитуды приводит к выбросу точки за пределы бассейна притяжения. Поэтому на рис. 8, *a* можно видеть, что при пре-

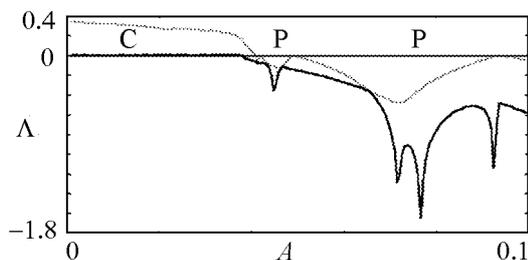


Рис. 9. Графики зависимости двух старших показателей Ляпунова для системы Ресслера с гармоническим воздействием вдоль оси z (4) в режиме ленточного хаоса, $p = 0.2$, $q = 0.1$, $r = 4.4$, рассчитанных вдоль линии $T = 5.6$

вышении очень малого значения амплитуды $A \approx 0.15$ (сравните с характерными цифрами для импульсного сигнала, $A \approx 0...260$) изображающая точка «уходит» на бесконечность. При меньших амплитудах в системе могут реализоваться периодические, квазипериодические и хаотические колебания. Хорошо видны очень узкие области периодических режимов, представляющие собой разрушенные языки синхронизации. При понижении амплитуды внешнего воздействия можно наблюдать удвоения периода, что хорошо видно на увеличенном фрагменте карты и соответствующих фазовых портретах. При этом, однако, области удвоенных периодов устроены в виде простых полос, и структуры «crossroad-area» [12] и «spring-area» не наблюдаются. На рис. 9 показан график зависимости старших показателей Ляпунова от амплитуды при $T = 5.6$. При уменьшении амплитуды A хорошо видны моменты удвоения периода системы (когда старший показатель Ляпунова из отрицательной области приближается к нулю). При амплитуде $A \approx 0.04$ старший показатель Ляпунова становится положительным, что свидетельствует о том, что в системе реализуется хаос.

4. Стабилизация импульсным сигналом винтового хаоса

Теперь рассмотрим случай, когда в автономной системе (1) реализуется режим развитого хаоса, то есть при значении управляющего параметра $r = 12$. Аттрактор автономной системы представлен на рис. 1, *в*. На рис. 10, *a* показана карта динамических режимов для системы Ресслера под импульсным воздействием (3) для этого случая. Как видно из рисунка, картина не очень сильно отличается от рассмотренного выше случая ленточного хаоса. Наблюдается такая же система «уровней», однако, в окрестности некоторой фиксированной амплитуды можно четко различить серии областей периода 1, занимающих определенный диапазон по периоду. Соответствующие аттракторы периода 1 для первого «уровня» показаны рядом с картой, на рис. 10, *б-г*. Стоит отметить, что для стабилизации хаоса теперь требуются существенно большие амплитуды, чем в случае ленточного хаоса (см. рис. 3, *a*).

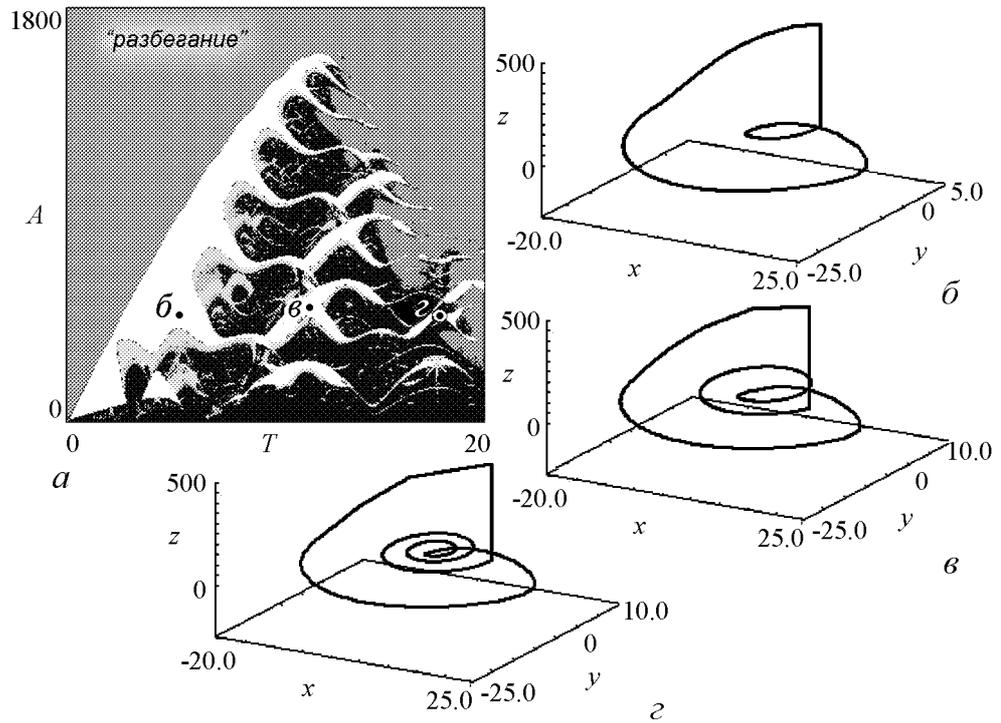


Рис. 10. Карта динамических режимов (а) на плоскости период – амплитуда воздействия для системы Ресслера с импульсным воздействием вдоль оси z (3) в режиме развитого хаоса, $p = 0.2$, $q = 0.1$, $r = 12$, и фазовые портреты в указанных соответствующих буквами точках

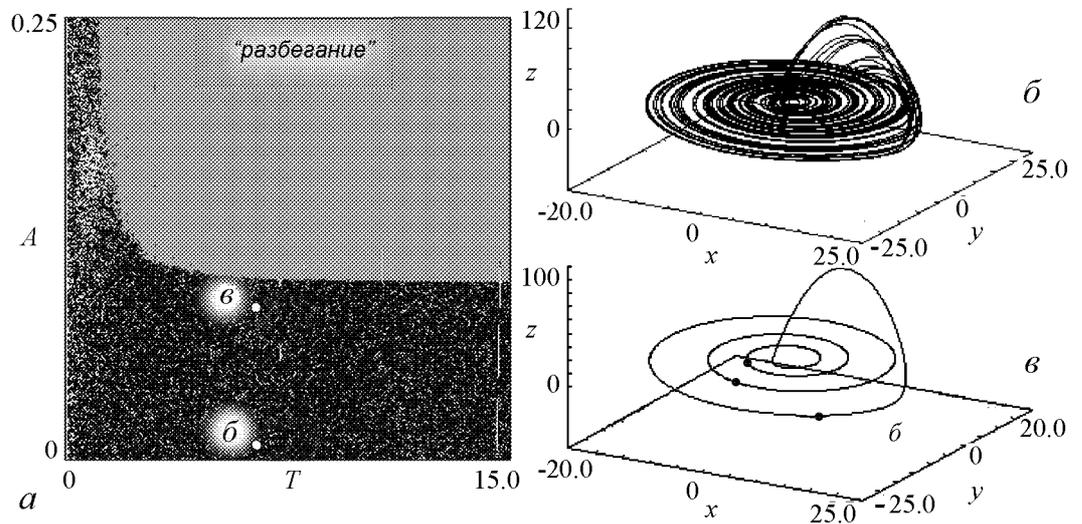


Рис. 11. Карта динамических режимов (а) на плоскости период – амплитуда воздействия для системы Ресслера с гармоническим воздействием вдоль оси z (4) в режиме развитого хаоса, $p = 0.2$, $q = 0.1$, $r = 12$, и фазовые портреты в указанных соответствующих буквами точках. На рис. 11, в точками отмечено стробоскопическое сечение

5. Стабилизация гармоническим сигналом винтового хаоса

На рис. 11, *a* представлена карта динамических режимов для системы Ресслера в режиме винтового хаоса под гармоническим воздействием. Как видно из рисунка, при действии гармоническим сигналом на развитой хаос, достаточно очень малой амплитуды порядка $A \approx 0.1$ – и изображающая точка уже уходит на бесконечность. Для винтового хаоса эта критическая амплитуда даже меньше порога стабилизации, так что на карте нет каких-либо упорядоченных структур периодических режимов, как было для ленточного хаоса. И в большей области плоскости параметров поведение системы остается хаотическим. Однако на графике показателей Ляпунова на рис. 12 мы видим небольшую область, где старший показатель Ляпунова становится отрицательным, то есть система демонстрирует периодическую динамику. На рис. 11, *b* представлен фазовый портрет, соответствующий отрицательному значению старшего показателя Ляпунова. В этой точке плоскости параметров реализуются регулярные колебания с периодом три. На рисунке точками указано стробоскопическое сечение Пуанкаре. Область на плоскости параметров, в которой реализуется такой периодический режим, очень маленькая, поэтому практически не визуализируется на карте режимов.

Таким образом, винтовой хаос может быть стабилизирован внешним гармоническим сигналом, однако, стабилизированные режимы слабо устойчивы к изменению параметров внешнего сигнала.

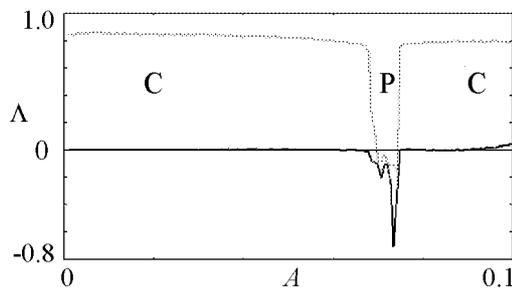


Рис. 12. Графики зависимости двух старших показателей Ляпунова для системы Ресслера с гармоническим воздействием вдоль оси z (4) в режиме винтового хаоса, $p = 0.2$, $q = 0.1$, $r = 12$, рассчитанных вдоль линии $T = 7.0$

Заключение

В работе исследована система Ресслера в режиме ленточного и винтового хаоса под гармоническим и импульсным воздействием. Оказывается, что в режиме импульсного воздействия картина существенно зависит от направления импульса в фазовом пространстве. При воздействии импульсами вдоль оси первой переменной системы Ресслера практически всю плоскость период – амплитуда воздействия занимают хаотические режимы с отдельными нерегулярными островами периодических режимов. Если воздействие осуществляется вдоль оси третьей переменной, то возникает система выраженных периодических режимов, внутри которых наблюдаются удвоения периода и характерные структуры типа «crossroad-area» и «spring-area». Для таких режимов в области умеренных амплитуд частично сохраняется структура плоскости параметров, характерная для классической синхронизации предельных циклов: выявляется картина, аналогичная структуре языков синхронизации, встроенных в область квазипериодических режимов. С уменьшением амплитуды, однако, языки разрушаются у своих оснований, а квазипериодические режимы вытесняются хаотическими. При этом наблюдаются следующие сценарии: предельный цикл периода 1 в стробоскопическом сечении, рождение инвариантной кривой в результате

бифуркации Неймарка–Сакера, синхронизация на инвариантной кривой, удвоения периода резонансного цикла, хаос с небольшими островами гиперхаоса. При воздействии гармонического сигнала, в основном, доминируют хаотические режимы, причем при очень малых амплитудах воздействия изображающие точки убегают на бесконечность. Таким образом, импульсный сигнал позволяет добиться стабилизации хаоса существенно более эффективно, чем гармонический.

Н.С. выражает благодарность DAAD за поддержку работы и возможность визита в университет Потсдама, а также А. Пиковскому за полезное обсуждение.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-02-00707 и программы «Развитие научного потенциала высшей школы» № 2.1.1/1738.

Библиографический список

1. Ott E. Chaos in Dynamical Systems. Cambridge University press, 1993.
2. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы. Саратов, 1999. 368 с.
3. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 494 с.
4. Schuster H.G. Handbook of Chaos Control. Wiley-VCH, Weinheim, 1999.
5. Boccaletti S., Grebogi C., Lai Y.C., Mancini H., and Maza D. The control of chaos: theory and applications // Physics Reports – Review Section of Physics Letters. 2000. Vol. 329. P. 103.
6. Gauthier D., Hall G.M., Olivier R.A., Dixon-Tulloch E.G., Wolf P.D., and Bahar S. Progress toward controlling in vivo fibrillating sheep atria using a nonlinear dynamics based closed loop feedback method // CHAOS. 2002. Vol. 12. P. 952.
7. Ott E., Grebogi C. and Yorke J.A. Controlling chaos // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64. 1196.
8. Mori H., Kuramoto Y. Dissipative Structures and Chaos. Springer, 1998.
9. Stone E.F. Frequency entrainment of phase coherent attractor // Physics Letters A. 1992. Vol. 163. P. 367.
10. Rossler O.E. An equation for continuous chaos // Physics Letters A. 1976. Vol. 57. P. 397.
11. Rossler O.E. Chaos in abstract kinetics: Two prototypes // Bulletin of Mathematical Biology. 1977. Vol. 39. P. 275.
12. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2001. 296 с.
13. Kuznetsov S.P., Sataev I.R. Universality and scaling for the breakup of phase synchronization at the onset of chaos in a periodically driven Rössler oscillator // Phys.Rev. E. 2001. Vol. 64. 046214.
14. Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Особенности синхронизации импульсами в системе с трехмерным фазовым пространством на примере системы Ресслера // Изв. вузов. ПНД. 2006. Т. 14, № 6. С. 43.
15. Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Стабилизация внешними импульсами системы Ресслера в режиме «убегающей траектории» // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34, вып. 14. С. 68.

16. *Ding E.J.* Structure of parameter space for a prototype nonlinear oscillator // *Phys. Rev.* 1987. Vol. A36, № 3. P. 1488.
17. *Ding E.J.* Structure of the parameter space for the van der Pol oscillator // *Physica Scripta.* 1988. Vol. 38. P. 9.
18. *Glass L., Sun J.* Periodic forcing of a limit-cycle oscillator: Fixed points, Arnold tongues, and the global organization of bifurcations // *Phys. Rev.* 1994. Vol. 50, № 6. P. 5077.
19. *Carcasses J., Mira C., Bosch M., Simo C., Tatjer J.C.* «Crossroad area – spring area» transition (I) Parameter plane representation // *Int. J. Bif. and Chaos.* 1991. Vol. 1. № 1. P. 183.
20. *Carcasses J., Mira C., Bosch M., Simo C., Tatjer J.C.* «Crossroad area – spring area» transition (II) Foliated parametric representation // *Int. J. Bif. and Chaos.* 1991. Vol. 1. № 2. P. 339.

*Саратовский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского*

*Поступила в редакцию
После доработки*

*3.11.2009
23.06.2010*

STABILIZATION OF CHAOS IN THE ROSSLER SYSTEM BY PULSED OR HARMONIC SIGNAL

A.P. Kuznetsov, N.V. Stankevich, N.Yu. Chernyshov

The stabilization of chaos in the Rossler system by external signal is investigated. Different types of external action are considered: both of pulsed and harmonic signal. There are illustrations: charts of dynamical regimes, phase porters, stroboscopic section of Poincare, spectrum of Lyapunov exponents. Comparative analysis of efficiency of stabilization of band chaos and spiral chaos by different signal is carried out. The dependence of synchronization picture on direction of acting pulses is shown.

Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского государственного университета, заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ в СФ ИРЭ РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений. Занимается использованием идей теории катастроф и теории бифуркаций, а также развитием концепции сценариев перехода к хаосу применительно к многопараметрическим модельным и физическим нелинейным системам. Лауреат гранта Президента Российской Федерации для молодых российских ученых – докторов наук. Лауреат персонального гранта Фонда содействия отечественной науки. Соросовский профессор (2000, 2001), научный руководитель студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика». Опубликовал более 100 научных работ. Автор нескольких оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов и Лицея прикладных наук СГУ, 10 учебных пособий и монографии «Нелинейные колебания» (совместно с С.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным. М.: Физматлит, 2002).



410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: apkuz@rambler.ru



Станкевич Наталия Владимировна – родилась в 1985 году. С 2000 по 2002 год обучалась в Лицее прикладных наук. В 2002 году поступила в Саратовский госуниверситет на факультет нелинейных процессов. В 2007 году закончила университет с красным дипломом. В настоящее время аспирант факультета нелинейных процессов СГУ. Занимается исследованием особенностей синхронизации короткими импульсами в многомерных автоколебательных системах. Автор более 30 публикаций, в том числе 10 статей в российских и зарубежных журналах. В 2009 году получила поддержку Германской службы академических обменов (DAAD) и прошла стажировку в научной группе Аркадия Пиковского (г. Потсдам).

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: stankevichnv@mail.ru



Чернышов Николай Юрьевич – родился в Саратове в 1988 году. Студент 4 курса факультета нелинейных процессов, научной работой занимается в составе Саратовской группы теоретической нелинейной динамики. Область научных интересов – нелинейная динамика неавтономных автоколебательных систем и явление синхронизации.

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: expzero@mail.ru