

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЕЕ ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ГЕНЕРАТОРОВ С ЭЛЕКТРОННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

*С.А. Куркин, А.А. Короновский, Е.Н. Егоров,  
Ю.И. Левин, Р.А. Филатов, А.Е. Храмов*

В статье сформулирована математическая модель и ее численная реализация для исследования широкополосных хаотических колебаний и физических процессов в электронных потоках с виртуальным катодом в генераторах с электронной обратной связью. Кратко описан разработанный программный пакет, позволяющий моделировать нестационарные нелинейные физические процессы в электронных генераторах с виртуальным катодом, а также рассчитывать выходные характеристики соответствующих приборов. Изложены численные методы, которые использованы при программной реализации математической модели. При этом рассмотрены особенности тех или иных численных методов с учетом специфики исследуемых систем. Представлены результаты некоторых расчетов и оптимизации различных конфигураций систем с виртуальным катодом.

*Ключевые слова:* Численная модель, математическое моделирование, метод частиц в ячейках, СВЧ-генератор, интенсивный электронный поток, виртуальный катод, нелинейная динамика, СВЧ-электроника, виркатор, неоднородное магнитное поле, ионы.

### Введение

В настоящее время приборы и устройства микроволнового диапазона, генерирующие хаотические шумоподобные сигналы, приобретают всё большее практическое значение. Подобные электронные устройства могут использоваться в современных информационно-телекоммуникационных системах, основанных на использовании широкополосных хаотических сигналов (см., например, [1–4]), шумовых радарах [5, 6], нелинейных антеннах [7, 8], а также в перспективе в различных технологических процессах химической и нефтяной отраслях промышленности.

В последнее время большой интерес вызывает новый метод генерации широкополосных хаотических сверхвысокочастотных (СВЧ) сигналов, основанный на использовании хаотических режимов колебаний в электронных пучках, обусловленных

собственной электронной распределенной обратной связью. На этом методе основана работа электровакуумных приборов, в которых генерация электромагнитного излучения сантиметрового и миллиметрового диапазона длин волн осуществляется за счет формирования в электронном потоке виртуального катода (генераторы на виртуальном катоде (ВК) или виркаторы) [9–13]. Следует отметить, что, по-видимому, первым генератором с электронной обратной связью являлся генератор с тормозящим полем, предложенный и исследованный в Саратовском государственном университете в конце 50-х годов XX столетия под руководством профессора В.Н. Шевчика [14]. Традиционно виркаторы рассматриваются как релятивистские генераторы сверхмощного широкополосного СВЧ-излучения [11, 13], однако в последнее время особый интерес вызывают именно нерелятивистские источники СВЧ-излучения на основе электронных потоков с ВК [15–17].

Принцип генерации широкополосных хаотических сигналов в нерелятивистских интенсивных электронных пучках при отражении части электронного потока за счет совместного действия пространственного заряда и дополнительного торможения пучка заряженных частиц основан на колебаниях пространственного заряда в динамически формируемом электронном резонаторе, которые далее регистрируются с помощью широкополосной электродинамической системы [17–24]. В такой электронно-волновой системе, получившей также название низковольтного виркатора [15–17], возможно обеспечить возбуждение в пучке хаотических колебаний в сверхширокой полосе частот (более двух октав), что позволяет использовать системы с электронной обратной связью как перспективные источники широкополосного хаотического сигнала среднего и большого уровня мощности. В настоящее время предложены различные схемы низковольтных виркаторов, которые позволяют реализовать различные режимы работы подобного генератора. В связи со всем вышесказанным возникает серьезная задача о проведении математического моделирования и оптимизации подобных генераторов.

Следует отметить, что современный уровень фундаментальных исследований в нелинейной науке, электронике и задачи инженерного проектирования реальных устройств требуют необходимости изучения физического прибора «как целого» с учетом взаимосвязей всех процессов [25–27]. При проведении реальных физических экспериментов на экспериментальных макетах такой подход является естественным. Однако он требует больших затрат средств и времени, а интерпретация полученных экспериментальных результатов оказывается нередко затруднительной. Более того, часто оказывается невозможным ответить на те или иные вопросы, опираясь только на результаты эксперимента. Поэтому возникает необходимость построения нестационарных математических моделей широкополосных устройств с электронной обратной связью для генерации нестационарных хаотических сигналов, которые достаточно полным самосогласованным образом отражают работу прибора в целом.

Наиболее адекватный подход к моделированию нелинейных нестационарных процессов в нерелятивистских и слаборелятивистских пучковых системах с виртуальным катодом основывается на рассмотрении самосогласованной системы кинетических уравнений, описывающих динамику заряженных частиц, совместно с уравнением Пуассона для нахождения квазистатического поля пространственного заряда [25, 27, 28]. Важным аспектом таких математических моделей является их универсальность. Так, формулировка моделей для различных конфигураций приборов с виртуальным катодом (например, низковольтный виркатор на пролетном токе, виркатор с магнетронно-инжекторной пушкой, виркатор с заполнением пространства

дрейфа нейтральным газом и т.д.) при использовании системы уравнений Пуассона–Власова различается лишь формой расчетной области, то есть постановкой граничных условий для электромагнитных полей, а также способом инжекции электронов в область взаимодействия прибора.

Следует отметить, что в настоящее время существует несколько широко используемых коммерческих и свободно распространяемых электромагнитных кодов, способных моделировать системы с виртуальным катодом (системы с электронной обратной связью). Наиболее известен коммерческий код MAGIC [29]. Данный код позволяет решать широкий круг задач вакуумной релятивистской сверхвысококачественной электроники. Другими кодами, широко используемыми на практике, являются коды KARAT [30] и CST Partical Studio [31]. Свободно распространяемым кодом для моделирования пучково-плазменных систем является код XOOPIС [32]. Разработан также специализированный код для моделирования процессов излучения в коаксиальной конструкции виркатора [33]. Важно отметить, что данные пакеты программ реализуют при расчетах решение самосогласованной системы уравнений Максвелла–Власова, то есть являются полностью электромагнитными кодами. Такие модели являются принципиально необходимыми для исследования динамики пространственного заряда в релятивистских пучках с виртуальным катодом, когда необходимо учитывать собственные магнитные поля пучка, однако в случае слабoreлятивистских и нерелятивистских систем применение полностью электромагнитных моделей является избыточным и приводит к излишним затратам машинного времени на соответствующие расчеты. Следует также отметить, что вышеописанные пакеты программ являются универсальными, позволяя проводить моделирование самых различных систем и приборов электроники СВЧ, и весьма дорогостоящими, что делает использование их для решения задач оптимизации конкретных приборов весьма сложным. Поэтому создание специализированного программного пакета, направленного на проведение расчетов характеристик хаотических колебаний пространственного заряда электронного потока с виртуальным катодом, моделирование нелинейных физических процессов и оптимизацию характеристик пучково-плазменных генераторов с электронной обратной связью, представляется весьма важной и актуальной задачей в связи с большим интересом к данному новому классу приборов электроники сверхвысоких частот.

В статье подробно изложены математическая и численная модели для исследования широкополосных хаотических колебаний и физических процессов в электронных потоках с виртуальным катодом, кратко описаны структура и возможности прикладного программного пакета, приведены результаты расчетов различных схем низковольтного виркатора, а также дано краткое сравнение с известными экспериментальными данными.

## 1. Математическая модель

**1.1. Исследуемая модель генератора с электронной обратной связью.** Исследуемая модель генератора с электронной обратной связью (рис. 1) состоит из трех основных частей: источника электронов; пространства дрейфа в виде отрезка цилиндрического волновода длиной  $L$  и радиусом  $R$ ; коллектора электронов отработанно-

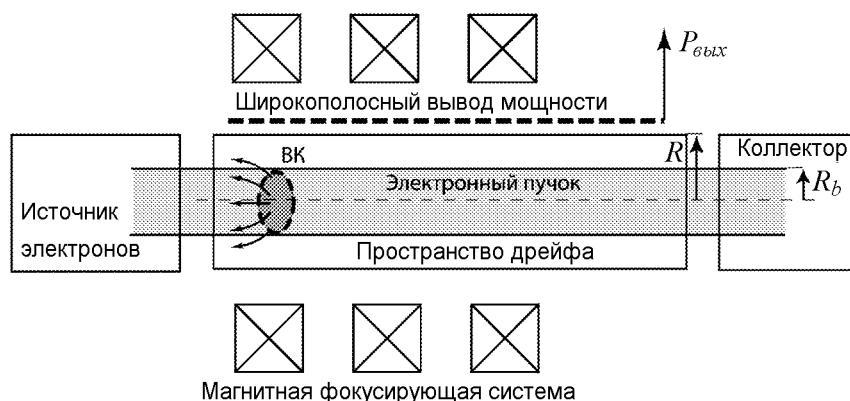


Рис. 1. Общая схема исследуемого генератора хаотических СВЧ-сигналов с электронной обратной связью, использующего в качестве активной среды электронный поток с виртуальным катодом

го пучка, а также выходного элемента, предназначенного для вывода СВЧ-мощности (генерируемого сигнала) из пространства взаимодействия. Вдоль оси системы может быть приложено магнитное поле для фокусировки электронов пучка.

В качестве источника электронного потока выступают либо электронная пушка с частично или полностью изолированным от магнитного поля термокатодом, формирующая аксиально-симметричный электронный поток на входе в пространство взаимодействия [34], либо магнетронно-инжекторная пушка, формирующая трубчатый винтовой пучок электронов, вращающихся в магнитном поле. Последняя рассматривается как перспективный источник мощного электронного потока для низковольтного виркатера [35–37]. Электронный пучок с прямолинейными траекториями электронов, инжектируемый в пространство взаимодействия, может быть либо моноскоростным, либо с заданным распределением заряженных частиц по скорости. Такое распределение задается параметрами работы термокатода и электронной пушки (см. подробнее [34, 38]) или другими условиями формирования и инжекции пучка, используемого в низковольтном виркатере. В частности, в описываемом программном пакете при проведении численного моделирования может быть задано динамическое или статическое распределение электронов по скоростям на входе в пространство взаимодействия генератора, снятое из эксперимента и заданное табличным образом. Данный подход важен при проектировании и расчете комбинированных усилителей-генераторов, когда генераторная секция с виртуальным катодом располагается вместо коллектора мощного усилительного прибора (например, лампы бегущей волны или клистрона) – в этом случае для моделирования процессов в приборе необходимо учитывать значительный разброс электронов по скоростям [39–41].

Сформированный сплошной или трубчатый электронный пучок с током  $I$  инжектируется в пространство взаимодействия через левую (входную) сетку и выводится через правую (выходную) сетку на коллектор. Электроны могут также оседать на боковой стенке пространства взаимодействия. Обозначим внешний радиус пучка как  $R_b$ , а толщину трубчатого пучка на входе в пространство взаимодействия – как  $d$ . Введём геометрический параметр электронного пучка  $\sigma = R_b/R$ .

Для вывода мощности в исследуемой модели используется отрезок широкополосной электродинамической системы (обычно, отрезок спирали, обладающей широкой полосой частот и большим сопротивлением связи). Заметим, что в исследуе-

мой модели не учитываются джоулевы потери в стенках прибора и возможное излучение СВЧ-энергии в открытое пространство.

Вдоль оси пространства дрейфа, в котором формируется ВК, прикладывается создаваемое некоторой магнитной системой (например, соленоидом или магнитной периодической фокусирующей системой) внешнее магнитное поле. Простейшие конфигурации внешнего магнитного поля (например, постоянное однородное магнитное поле, создаваемое соленоидом) заданы в программе. В случае более сложных конфигураций используемых магнитных полей существует возможность задания распределений магнитного поля в пространстве прибора на основе расчетов во внешних программах, осуществляющих решение задач магнитостатики, например, с помощью свободно распространяемой программы Ansoft Maxwell SV\*. В этом случае внешнее магнитное поле задается в виде файла, в котором представлены распределения продольной и радиальной компонент магнитного поля в пространстве системы. Величина магнитного поля в программе характеризуется параметром  $B$ , равным амплитуде индукции внешнего магнитного поля на оси симметрии системы. Вводится также параметр, определяющий степень экранировки электронной пушки от внешнего магнитного поля  $\Delta B = (B - B_k)/B$ , где  $B_k$  – величина индукции магнитного поля в области пушки. Значения параметра  $\Delta B$  лежат в интервале значений от 0 (абсолютно не изолированная пушка) до 1 (абсолютно изолированная от внешнего магнитного поля пушка).

В случае моделирования прибора с учетом влияния ионизации газов предполагается, что пролетный промежуток равномерно заполнен однородным по составу газом (азот, водород, др.) при относительно малом давлении  $p = 10^{-2} \div 10^{-7}$  торр. Электроны пучка вызывают ударную ионизацию молекул газа с образованием положительных ионов и вторичных электронов.

**1.2. Основные уравнения модели генератора с электронной обратной связью.** Опишем аналитическую модель для исследования генераторов с электронной обратной связью (генераторов на виртуальном катоде), лежащую в основе программного пакета. В ней используется нестационарная двумерная модель динамики электронного потока в пространстве взаимодействия. Модель эта основана на решении самосогласованной системы уравнений движения заряженных частиц, описывающих электронный пучок, и уравнений поля для нахождения самосогласованного электромагнитного поля в системе [25, 28].

В уравнениях, описывающих динамику электронного пучка, используются следующие безразмерные величины: потенциал  $\varphi$  и напряжённость  $E$  электрического поля (поля пространственного заряда), индукция  $B$  и напряжённость  $H$  магнитного поля, плотность заряда  $\rho$  и плотность тока  $j$ , скорость  $v$  и импульс электронов  $P$ , а также пространственные координаты  $z$ ,  $r$  и время  $t$ , причем

$$\begin{aligned} \varphi' &= \frac{v_0^2}{\eta_0} \varphi, & E' &= \frac{v_0^2}{L\eta_0} E, & B' &= \frac{v_0}{L\eta_0} B, & H' &= \frac{v_0}{\eta_0\mu_0 L} H, & \rho' &= \rho_0 \rho, \\ j' &= j_0 j, & v' &= v_0 v, & P' &= m_e v_0 P, & z' &= Lz, & r' &= Lr, & t' &= \frac{L}{v_0} t. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь штрихом обозначены соответствующие размерные величины,  $\eta_0 = e/m_e -$

\* <http://www.ansoft.com/maxwellsv/>

удельный заряд покоящегося электрона,  $v_0$ ,  $\rho_0$  и  $j_0$  – не зависящие от радиуса статические (невозмущённые) скорость, плотность заряда и плотность тока электронного потока на входе в систему, соответственно,  $L$  – длина пространства взаимодействия.

Численное моделирование динамики электронного потока проводится методом крупных частиц (рис. 2). В этом случае анализ динамики электронного потока сводится к анализу движения совокупности большого числа крупных частиц, каждая из которых несет удельный заряд, равный заряду электрона [26]. В рассматриваемой цилиндрической геометрии крупные частицы имеют вид заряженных колец. Для каждой заряженной частицы решаются уравнения движения, которые записываются в следующем виде:

$$\frac{d\mathbf{P}_i}{dt} = \mathbf{E} + \left[ \mathbf{P}_i, \left( \frac{\mathbf{B}}{\gamma_i} + \mathbf{\Omega}_i \right) \right], \quad i = 1, \dots, N_0, \quad (2)$$

где  $\mathbf{P}_i = \gamma \mathbf{u}$  – безразмерный вектор импульса частицы (в цилиндрической системе координат  $P_{zi} = \gamma \dot{z}_i$ ,  $P_{ri} = \gamma \dot{r}_i$ ,  $P_{\theta i} = \gamma r_i \dot{\theta}_i$ ),  $\gamma = \sqrt{1 + P^2/c^2}$  – релятивистский фактор,  $\mathbf{\Omega} = \dot{\theta} \mathbf{e}_z = (P_\theta/\gamma r) \mathbf{e}_z$  – вектор угловой скорости, записанный для случая вращения вектора импульса вокруг оси системы, параллельной орт-вектору  $\mathbf{e}_z$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  – электрические и магнитные поля, действующие на частицу,  $c$  – скорость света. Индексом  $i$  обозначены номера частиц,  $N_0$  – полное число заряженных частиц, моделирующих электронный поток.

Начальные условия для уравнений движения определяются способом инжекции частиц. В частности, при простейшем расчете моноскоростного пучка, инжектируемого в пространство взаимодействия низковольтного виркатора, начальные условия будут иметь вид

$$\dot{z}_i = v_0, \quad \dot{r}_i = 0, \quad \dot{\theta}_i = \frac{B_z(z_i, 0) \Delta B}{2\gamma}. \quad (3)$$

Первое и второе начальные условия определяют продольную и радиальную начальные скорости инжектируемых электронов, соответственно. Последнее начальное условие в (3) определяется теоремой Буша для произвольной степени экранировки  $\Delta B$  источника электронного потока от внешнего магнитного поля [38] и задаёт начальную азимутальную скорость инжектируемого электронного потока при наличии экранировки.

В случае расчета системы с прямолинейным электронным потоком, имеющим разброс инжектируемых электронов по скоростям и углам влета, первые два началь-

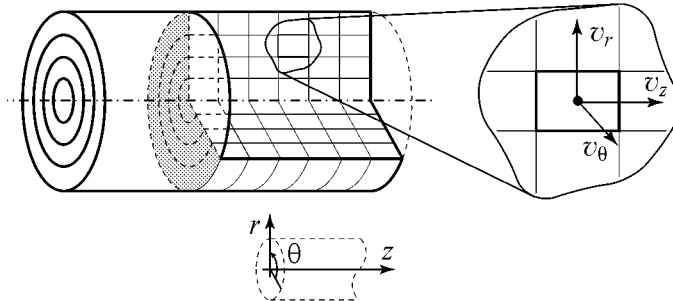


Рис. 2. Схематическое представление электронного потока с помощью набора крупных частиц (заряженных колец) в цилиндрической геометрии

ных условия для уравнений движения в (3) принимают следующий вид:

$$\dot{z}_i = (v_0 + \tilde{v}) \cos(\tilde{\alpha}), \quad \dot{r}_i = (v_0 + \tilde{v}) \sin(\tilde{\alpha}). \quad (4)$$

Здесь  $\tilde{\alpha}$  и  $\tilde{v}$  – случайные величины, плотности распределения вероятности которых задаются в программе в соответствии с моделируемой системой. Данные случайные величины определяют распределения инжектируемых электронов по скоростям и углам влета.

Теперь остановимся подробнее на задаче нахождения самосогласованного электромагнитного поля в исследуемой системе. В рассматриваемом случае нерелятивистских и слаборелятивистских электронных потоков ( $\beta_0 = v_0/c \leq 0.5$ ) для нахождения самосогласованного поля пространственного заряда достаточным является решение уравнения Пуассона, то есть нахождение самосогласованного поля пространственного заряда в квазистатическом приближении. Обоснованность такого описания в данном случае следует из того, что в исследуемой системе не выполняются условия для возникновения квадратичной пространственной группировки в пучке электронов [42], то есть в исследуемой системе не выполняется условие синхронизма бегущей электромагнитной волны и электронного потока. Таким образом, в данном случае можно пренебречь обратным влиянием поля замедляющей системы на пучок. Также в случае слаборелятивистского электронного потока можно не учитывать волновые свойства поля пространственного заряда пучка вследствие низких скоростей движения частиц. Учитывая нерелятивистские энергии потока, можно также пренебречь собственным магнитным полем электронного пучка и связанными с ним эффектами пинчевания потока [17]. Действительно, для характерных параметров исследуемого слаборелятивистского потока ларморовская сила, определяемая собственным магнитным полем пучка,  $F_{r1} = \mu_0 e r v_0^2 / 2\pi R_b^2 \sim 10^{-4}$  Н оказывается значительно меньше фокусирующей (дефокусирующей) силы  $F_{r2} = r B_0 \dot{\theta}_i \sim 10^4$  Н, определяемой внешним магнитным полем, скоростью и направлением орбитального движения частиц. Из вышесказанного следует, что для рассматриваемого случая слаборелятивистских электронных потоков использование уравнения Пуассона для вычисления самосогласованного электромагнитного поля является справедливым и обоснованным.

Уравнение Пуассона в цилиндрической системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = \alpha^2 \rho, \quad (5)$$

где

$$\alpha = L \left( \frac{|\rho_0|}{V_0 \varepsilon_0} \right)^{1/2} \quad (6)$$

– безразмерный управляющий параметр (критерий подобия задачи [10]), пропорциональный току пучка ( $\alpha \sim \sqrt{I}$ ),  $V_0$  – ускоряющее напряжение. Уравнение Пуассона решается при следующих граничных условиях:

$$\varphi(z = 0, r) = 0, \quad \varphi(z = 1, r) = 0, \quad \varphi(z, r = R) = 0, \quad (7)$$

$$\left. \frac{d\varphi}{dr} \right|_{r=0} = 0. \quad (8)$$

Условие (7) означает, что пучок инжектируется в пространство, ограниченное идеально проводящей поверхностью под нулевым потенциалом, условие (8) на оси симметрии  $r = 0$  определяется аксиальной симметрией пространства взаимодействия.

## 2. Самосогласованная двумерная численная модель генератора с электронной обратной связью

На основе описанной в разделе 1 математической модели построена численная модель для исследования генераторов с электронной обратной связью, которая реализует численные алгоритмы решения уравнений математической модели.

**2.1. Численное интегрирование уравнения Пуассона и взвешивание частиц на сетке.** Введем функции плотности заряда  $\rho_{k,m}$  и потенциала  $\varphi_{k,m}$ , заданные в дискретном времени и в дискретном пространстве. Для этого используем дискретное разбиение пространства (двумерную равномерную вычислительную сетку) с шагами  $\Delta z = 1/(N_z - 1)$  и  $\Delta r = 1/(N_r - 1)$  по продольному и радиальному направлениям.  $N_z$  и  $N_r$  – число узлов пространственной сетки в продольном и радиальном направлениях, соответственно, причём  $k = 0, \dots, N_z$ , а  $m = 0, \dots, N_r$ . На сетке будем определять введенные выше дискретные функции; также зададим шаг во времени  $\Delta t$ .

Таким образом, в численной схеме моделирования рассматриваемой системы напряженность и потенциал поля пространственного заряда, а также плотность заряда вычисляются на введенной пространственной сетке с шагами  $\Delta z$  и  $\Delta r$ . Уравнение Пуассона (5) для нахождения самосогласованного электрического поля в системе при этом также записывается в конечно-разностном виде

$$\frac{1}{m\Delta r} \frac{\varphi_{k,m+1} - \varphi_{k,m-1}}{2\Delta r} + \frac{\varphi_{k,m+1} - 2\varphi_{k,m} + \varphi_{k,m-1}}{\Delta r^2} + \frac{\varphi_{k+1,m} - 2\varphi_{k,m} + \varphi_{k-1,m}}{\Delta z^2} = \alpha^2(\rho_{k,m} - \rho_{\text{ion}}), \quad (9)$$

$$k = 1, \dots, N_z - 1, \quad m = 1, \dots, N_r - 1,$$

$$\varphi_{0,m} = 0, \quad \varphi_{N_z,m} = 0, \quad \varphi_{k,N_r} = 0, \quad \varphi_{k,0} = \varphi_{k,1},$$

где  $\rho_{\text{ion}}$  – плотность заряда ионного фона. Соотношение (9) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, которые решаются методом прогонки, подробно описанным применительно к уравнению Пуассона в монографиях [28, 43].

Для вычисления плотности пространственного заряда  $\rho_{k,m}$  на пространственной сетке, входящей в правую часть уравнения (9), используется снижающая сеточный шум процедура билинейного взвешивания частиц (колец) на пространственной сетке (метод «частиц в ячейке» или PIC-метод) [28]. В этом методе плотность пространственного заряда в узле  $(k, m)$  пространственной сетки, то есть в точке с координатами  $(z_k, r_m) = (k\Delta z, m\Delta r)$ , выражается как

$$\rho(z_k, r_m) = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^{N_0} q_i \Theta(z_i - z_k, r_i - r_m), \quad (10)$$



где  $(z_i, r_i)$  – координаты  $i$ -й частицы,  $q_i = \mp 1$  – заряд  $i$ -й частицы («электрона» пучка, «иона» или «вторичного электрона», возникающего при ионизации),  $N_0$  – полное число крупных частиц, находящихся в пространстве дрейфа,  $n_0$  – параметр вычислительной схемы, равный числу частиц на ячейку в невозмущенном состоянии,  $\Theta$  – функция формы в двумерном пространстве, определяющая процедуру «взвешивания» крупной частицы на пространственной сетке с шагами  $\Delta z$  и  $\Delta r$ , которая может быть как кусочно-линейной, так и более высокого порядка [28].

## 2.2. Численное интегрирование уравнений движения заряженных частиц.

Рассмотрим алгоритм численного решения уравнений движения крупных частиц в системе. Как показали предварительные оценки, классическая схема интегрирования уравнений движения разностным методом Эйлера непригодна для рассматриваемого класса систем. Это объясняется тем, что данная схема обладает большой погрешностью из-за высоких осцилляторных скоростей частиц в системе, что, в свою очередь, приводит к нарушению закона сохранения импульса системы «частица+поле». При этом уменьшение шагов разбиения по пространству и времени сопряжено с неоправданно высокими затратами машинного времени при проведении расчётов. Вследствие этого численное интегрирование уравнений движения в рассматриваемой модели проводится методом Бóриса [44], который значительно превосходит метод Эйлера по точности и скорости вычислений: этот метод обладает нулевой амплитудной ошибкой и фазовой ошибкой менее 1%.

В методе Бóриса уравнение движения (2) с учетом введения вспомогательных переменных, применение которых сокращает количество выполняемых операций, записывается в следующем виде:

$$\frac{\mathbf{P}_i^{n+1/2} - \mathbf{P}_i^{n-1/2}}{\Delta t} = \mathbf{E}_i^n + \left[ \left( \frac{\mathbf{P}_i^{n+1/2} + \mathbf{P}_i^{n-1/2}}{2} \right), \left( \frac{\mathbf{B}_i^n}{\gamma_i^n} + \frac{\mathbf{P}_{\theta_i}^{n+1/2} + \mathbf{P}_{\theta_i}^{n-1/2}}{2\gamma r} \mathbf{e}_z \right) \right], \quad (11)$$

где индекс  $n$  – означает шаг по времени, а  $i$  – номер крупной частицы. Здесь релятивистский фактор  $\gamma$  выражен через импульс частицы и имеет вид  $\gamma^2 = 1 + \mathbf{P}^2/c^2$ . Величины вспомогательных переменных  $\mathbf{P}_i^{n+1/2}$  и  $\mathbf{P}_i^{n-1/2}$  определяются следующим образом:

$$\mathbf{P}_i^{n-1/2} = \mathbf{P}^- - \frac{\mathbf{E}_i^n \Delta t}{2}, \quad \mathbf{P}_i^{n+1/2} = \mathbf{P}^+ + \frac{\mathbf{E}_i^n \Delta t}{2}. \quad (12)$$

Подставляя выражения (12) в (11), получаем

$$\frac{\mathbf{P}_i^+ - \mathbf{P}_i^-}{\Delta t} = \left[ (\mathbf{P}_i^+ + \mathbf{P}_i^-), \left( \frac{\mathbf{B}_i^n}{2\gamma_i^n} + \frac{P_{\theta_i}^+ + P_{\theta_i}^-}{4\gamma r} \mathbf{e}_z \right) \right]. \quad (13)$$

Последнее выражение описывает вращение вектора  $\mathbf{P}$  в пространстве вокруг параллельной вектору  $\mathbf{B}$  прямой на угол  $\vartheta = -2 \arctan((\mathbf{B}/\gamma + \Omega)\Delta t/2)$ . Численная реализация вращения (13) выполняется с помощью следующих преобразований:

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P}^- + [\mathbf{P}^-, \mathbf{t}] \quad \mathbf{P}^+ = \mathbf{P}^- + [\mathbf{P}', \mathbf{s}], \quad (14)$$

где  $\mathbf{t} = (\mathbf{B}/\gamma + \Omega)\Delta t/2$  и  $\mathbf{s} = 2\mathbf{t}/(1 + t^2)$  – вспомогательные промежуточные переменные – векторы.

Координаты вектора импульса на очередном временном шаге определяются как

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \mathbf{u}^{n+1/2} \Delta t = \mathbf{x}^n + \frac{\mathbf{P}^{n+1/2} \Delta t}{\gamma^{n+1/2}}. \quad (15)$$

Обсудим более подробно последовательность действий в алгоритме Бóриса. Идея схемы состоит в том, что на каждом временном шаге моделирования разделяются действующие на частицу электрические и магнитные силы или, иными словами, по отдельности вычисляются поступательная и вращательная компоненты движения. При численном интегрировании методом Бóриса на каждом временном шаге необходимо проделать следующую последовательность действий. Во-первых, по формуле (12) необходимо вычислить компоненты промежуточного вектора импульса  $\mathbf{P}^-$  по значению импульса на предыдущем шаге  $\mathbf{P}^{n-1/2}$ . Таким образом совершается так называемое первое смещение вектора импульса в фазовом пространстве системы. Далее следует выполнить вращение (13). Для этого вводятся вспомогательные векторы  $\mathbf{t}$  и  $\mathbf{s}$ , и используется преобразование (14). Результатом выполнения преобразования (13) является вектор  $\mathbf{P}^+$ , с помощью которого осуществляется последний шаг алгоритма Бóриса – нахождение вектора  $\mathbf{P}^{n+1/2}$ . С помощью вектора  $\mathbf{P}^{n+1/2}$ , полученного в результате указанных процедур, определяются скорость частицы  $\mathbf{u}_{n+1/2}$  и пространственная координата  $\mathbf{x}^{n+1}$  заряженной частицы на  $(n + 1)$ -м временном шаге.

Отметим, что в случае системы с неоднородным внешним магнитным полем для корректного анализа особенностей движения заряженных частиц вблизи оси аксиальной симметрии осуществлялся переход в декартову систему координат. Это обеспечивало более аккуратное и точное решение уравнений движения согласно алгоритму, изложенному в монографии [28].

Для моделирования инжекции электронного пучка с произвольно заданным начальным разбросом продольных скоростей использовалась модификация методики, рассмотренной в монографиях [25, 28] в применении к воспроизведению начальных распределений частиц в плазменных системах. В этом случае в качестве начальных распределений электронов по скоростям, которые задавались при инжекции пучка в диодный промежуток, использовались экспериментально измеренные функции распределения  $f(v)$  (см., например, статью [18]). В каждом сечении пучка задавалась своя функция распределения  $f(v, r)$ , представляющая собой усредненное распределение по всем точкам  $\Delta r/r_b$  поперечного сечения пучка  $r_i$ , в которых проводились измерения.

Далее, для инжекции частиц со скоростями, распределенными по  $f(v)$ , строилась интегральная функция распределения

$$F(v) = \frac{\int_0^v f(v') dv'}{\int_0^{v_{\max}} f(v') dv'}, \quad (16)$$

где  $F(v = 0) = 0$ ,  $F(v = v_{\max}) = 1$ ,  $v_{\max}$  – некоторая максимальная скорость инжектируемых электронов,

$$\frac{dF(v)}{dv} = f(v) \left( \int_0^{v_{\max}} f(v') dv' \right)^{-1}. \quad (17)$$

Если функцию  $F(v_s)$  приравнять некоторому распределению чисел  $R_s$  ( $R_s \in (0, 1)$ ), то распределение  $v_s$ , как нетрудно видеть, будет соответствовать  $f(v)$ . Тогда, выбирая набор чисел  $R_s$  (в нашем моделировании рассматривался набор из  $M$  чисел ( $s = 0, \dots, M - 1$ ), распределенных от 0 до 1) и численно малыми шагами интегрируя (16), задаем скорости  $v_s$  инжектируемых частиц, определяемые равенством  $F(v_s) = R_s$ . Как было показано в работе [18], с помощью описанной методики можно задать любое экспериментальное распределение электронов по скоростям на входе в пространство взаимодействия.

**2.3. Учет ионизации нейтрального газа, заполняющего пространство дрейфа.** Рассмотрим теперь процесс ионизации газов в исследуемой системе, который может быть задан параметрами моделирования. Численная схема, предложенная нами в работе [23] для моделирования процессов ионизации газа, заполняющего пространство дрейфа, и учёта влияния положительных ионов на колебательные процессы в исследуемой системе, схожа со схемой, описанной в [45], однако, дает более точное описание процессов ионизации газа малоэнергетичными электронами, то есть более корректна в случае рассмотрения электронного потока с виртуальным катодом. Сталкиваясь с молекулами остаточных газов, первичные электроны могут производить ударную ионизацию, в результате которой образуется положительный ион и вторичный электрон. Такие процессы, как многократная ионизация или образование отрицательного иона за счет захвата электрона нейтральной молекулой, не учитываются, так как их вероятность мала по сравнению с вероятностью образования пары положительный ион – медленный электрон [46]. Положительные ионы вводились путём расчета коэффициента ионизации  $\varepsilon$ , который определяется как количество ионов, образуемых одним электроном в газе на пути в 1 см при давлении  $p_0 = 1$  мм рт. ст. и температуре 20 градусов Цельсия, и зависит от энергии ионизирующего электрона и рода газа [46]. На рис. 3 приведены типичные зависимости коэффициента ионизации от энергии  $\mathcal{E}$  ионизирующего электрона для двух газов (азота и водорода). Из рисунка хорошо видно, что максимум коэффициента ионизации приходится на электроны с малой энергией, порядка 100 эВ. Последнее говорит о том, что роль ионизации остаточного газа в пучке с виртуальным катодом очень велика, так как именно в подобной системе наблюдается большое число заряженных частиц с малой энергией – электронов, затормозившихся в области виртуального катода.

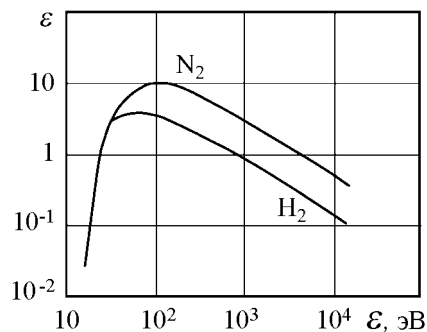


Рис. 3. Примеры зависимостей коэффициента ионизации  $\varepsilon$  от энергии ионизирующего электрона  $\mathcal{E}$  для азота  $N_2$  и водорода  $H_2$  (из работы [46])

В соответствии с определением коэффициента ионизации количество пар  $N$  «положительный ион – вторичный электрон», образующихся в единице объёма за время  $\Delta t$ , выражается соотношением

$$N = n_b \overline{\varepsilon_p(\bar{v})} \Delta t, \quad (18)$$

где  $\varepsilon_p = \varepsilon(\bar{v})p/p_0$  – нормированный коэффициент ионизации остаточного газа, зависящий от давления в рабочей камере и от средней по модулю скорости

$\bar{v} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\mathbf{v}_k\|$  всех  $n_b$  частиц, пролетевших за время  $\Delta t$  через единичный объем,  $p_0 = 1$  мм рт. ст. Произведение  $\bar{v}\Delta t$  в выражении (18) определяет средний путь, пройденный этими частицами. Все рождающиеся в результате ионизации в единице объема заряженные частицы объединяются в две крупные частицы – «ион» и «вторичный электрон», которые и участвуют в дальнейшем расчете.

Для введенных таким образом частиц, описывающих ионы и вторичные электроны, рассчитываются соответствующие уравнения движения, а сами частицы взвешиваются на пространственной сетке с помощью описанной выше процедуры для учета их вклада в пространственный заряд системы. Уравнение движения для ионов отличается от уравнения движения для электронов (2) лишь наличием множителей  $(-m_e/M_{\text{ion}})$  в правых частях уравнений, где  $M_{\text{ion}}$  – масса положительного иона. Данные множители отражают меньший удельный заряд ионов, возникающих в системе благодаря ионизации газа, заполняющего пространство дрейфа.

**2.4. Особенности численного моделирования генератора с электронной обратной связью с магнетронно-инжекторной пушкой.** Рассмотрим особенности численного моделирования генератора с электронной обратной связью, источником электронов в котором является магнетронно-инжекторная пушка (МИП). Для того чтобы на входе в систему корректно учесть разброс электронного потока, формируемого МИП, по скоростям, начальная скорость частиц задается таким образом, чтобы закон распределения полных тепловых скоростей электронов подчинялся распределению Максвелла. В этом случае компоненты скорости подчиняются распределению Гаусса. В рассматриваемой модели электроны будут иметь две компоненты скорости  $v_z$  и  $v_r$ , при этом полная скорость частицы направлена по отношению к нормали плоскости эмиттера (полоска) под углом  $\varphi$ , меняющимся в диапазоне  $\varphi \in [-\pi/2; \pi/2]$ . Необходимо учитывать, что сама плоскость эмиттера (полоска) в выбранной геометрии магнетронно-инжекторной пушки наклонена к оси системы под некоторым углом  $\psi$ .

Для корректного задания начальных скоростей частиц в рассмотрение вводится локальная система координат  $X'Y'$  таким образом, что ось  $OY'$  является касательной к поверхности эмиттера. Тогда распределения компонент скорости в новой локальной системе координат в нормированном виде могут быть записаны как

$$dn_{v_{x'}} = \frac{n}{v_{\max}\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{2v_{x'}}{v_{\max}}\right)^2} dv_{x'}, \quad dn_{v_{y'}} = \frac{2n}{v_{\max}\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{2v_{y'}}{v_{\max}}\right)^2} dv_{y'}. \quad (19)$$

Здесь  $v_{x'}$  и  $v_{y'}$  – нормальная и тангенциальная составляющие скорости, соответственно, которые меняются в диапазоне  $0 \leq v_{x'} \leq v_{\max}$  и  $-v_{\max} \leq v_{y'} \leq v_{\max}$ ,  $v_{\max} = 2\sqrt{2kT/m_e}$  – максимальная тепловая скорость,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура,  $m_e$  – масса электрона. При этом функция распределения электронов по скоростям задаётся в следующем виде:

$$F(v_{x'}, v_{y'}) = \frac{dn_{v_{x'}, y'}}{n dv_{x'}, y'}. \quad (20)$$

Вид соответствующих функций распределения приведен на рис. 4, из которого видно, что распределение для тангенциальной составляющей скорости имеет вид клас-

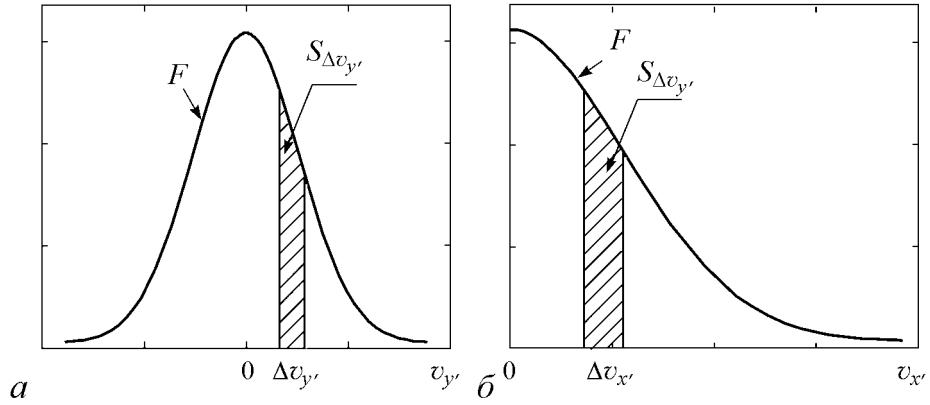


Рис. 4. Функции распределения электронов по скоростям для тангенциальной (а) и нормальной (б) составляющих скорости

сического распределения Гаусса, и появление положительных и отрицательных значений тангенциальной компоненты скорости частицы равновероятно. Распределение для нормальной скорости представляет собой правую (положительную) половину кривой Гаусса, так как значение нормальной составляющей компоненты скорости может быть только неотрицательным.

Для нахождения радиальной и продольной компонент скорости (азимутальная компонента скорости принята равной нулю из-за аксиальной симметрии пространства дрейфа) в исходной системе координат, связанной с осью симметрии системы, необходимо воспользоваться преобразованием

$$v_r = v_{y'} \cos(\psi) + v_{x'} \sin(\psi), \quad v_z = -v_{y'} \sin(\psi) + v_{x'} \cos(\psi), \quad (21)$$

где  $v_r$  и  $v_z$  – соответствующие компоненты скорости заряженных частиц в исходной системе координат. Согласно (21), каждая инжектируемая частица получает в качестве компонент скорости пару случайных чисел  $(v_z, v_r)$ , вероятность выбора которых будет определяться функцией распределения (20). В этом случае начальные условия для частиц электронного пучка запишутся в виде:

$$\dot{r}_i = v_r, \quad \dot{\theta}_i = 0, \quad \dot{z}_i = v_z, \quad r_i = r_k + v_r \cdot \Delta t / 2, \quad \theta_i = 0, \quad z_i = z_k + v_z \cdot \Delta t / 2. \quad (22)$$

Последние три выражения задают координаты  $(r_i, \theta_i$  и  $z_i)$  частиц над поверхностью эмитирующего полоска МИП  $(r_k$  и  $z_k)$ .

При численной реализации алгоритма электроны вводятся в пространство катод–анод следующим образом. Эмитирующий полосок делится на  $N$  эмитирующих зон (колец), каждая из которых независимо от других эмитирует в пространство дрейфа заряженные частицы. На каждом временном шаге в систему вводятся  $K$  заряженных частиц. Случайно выбирается номер эмитирующей зоны, с которой вводится очередная частица, ей присваивается пара значений  $(v_r, v_z)$ . Набор из  $N$  пар компонент скорости  $\{v_r, v_z\}_N$  задаётся с помощью распределения Максвелла (20). При этом распределения компонент скорости подчиняются распределению Гаусса (19). В численной схеме реализация этого распределения осуществляется следующим образом. Диапазон изменения скоростей частиц  $v_{x'}$  и  $v_{y'}$  ( $0 \leq v_{x'} \leq v_{\max}$  и  $-v_{\max} \leq v_{y'} \leq v_{\max}$  в локальной системе координат, связанной с

эмитирующим полоском катода) делится на  $M$  скоростных классов, шириной  $\Delta v_{x'}$  и  $\Delta v_{y'}$  каждый. Тогда количество частиц, имеющих компоненты скорости в диапазоне  $[v_{x',y'}, v_{x',y'} + \Delta v_{x',y'}]$ , определяется как  $\Delta N = S_{\Delta v_{x',y'}} N$ , где  $S_{\Delta v_{x',y'}}$  – площадь под кривой Гаусса, соответствующая скоростному классу  $v_{x',y'}$  (см. рис. 4). Далее с помощью преобразования (21) производится переход в систему отсчета, связанную с осью системы.

Начальные условия для крупных частиц в численной схеме задаются согласно уравнениям (22). Пространственная координата крупной частицы при инжекции её в пространство дрейфа отстоит от плоскости эмиссии на величину  $\mathbf{v} \cdot \Delta t / 2$  (см. уравнения (22)). Это связано с требованием численной схемы метода с перешагиванием, при котором начальная скорость и координата частицы задаются в разные моменты времени, отстоящие друг от друга на величину  $\Delta t / 2$ .

**2.5. Моделирование широкополосного вывода мощности с использованием метода эквивалентных схем.** Для моделирования вывода мощности в системе рассматривается отрезок спиральной замедляющей системы (ОСЗС), используемый в качестве вывода энергии СВЧ-колебаний. Следуя [42, 47], ОСЗС представляется в виде эквивалентной длинной линии, состоящей из последовательно соединенных индуктивностей  $L_0$  [Гн/м] и шунтирующих емкостей  $C_0$  [Ф/м]. Если считать, что электронный пучок движется параллельно длинной линии в непосредственной близости от нее, так что все силовые линии, соответствующие отдельным частям заряда  $q(x)$  пучка, заканчиваются на ОСЗС и начинаются при одном и том же значении продольной координаты  $x$ , то заряд пучка  $q(x)$  может рассматриваться как индуцированный в ОСЗС [22, 48]. Тогда ОСЗС описывается телеграфными уравнениями, дополненными слагаемым, описывающим возбуждение электромагнитных волн пучком

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{1}{L} \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{C} \frac{\partial I}{\partial x} + \frac{1}{C} \frac{\partial q}{\partial t}. \quad (23)$$

Обратным влиянием возбуждаемого поля ОСЗС на динамику заряда пренебрегаем, ограничиваясь приближением заданного тока. Последнее предположение справедливо, так как в рассматриваемом случае отсутствует синхронизм между электронным потоком и бегущей электромагнитной волной в длинной линии.

Телеграфные уравнения (23) решаются численно методом конечных разностей в предположении согласования линии передачи на левом  $x = 0$  и правом  $x = l$  концах ОСЗС. Предполагается, что длина отрезка спиральной замедляющей системы  $l$  по величине меньше или равна длине пространства взаимодействия  $L$ . Распределение величины заряда пучка  $q(x, t)$ , возбуждающего электромагнитные волны в линии передачи, берется из решения задачи методом частиц.

Колебания в интенсивном электронном потоке обычно далеки от гармонических, поэтому интегральная выходная мощность генерации системы определяется следующим выражением:

$$P = \frac{1}{TK} \int_0^T U^2(t, x = l) dt, \quad (24)$$

где интеграл означает усреднение по времени мгновенной мощности  $P_m(t) = U^2(t, l) / K$  на правом конце (выходе) линии передачи,  $l$  – длина линии передачи,  $K$  – волновое сопротивление ОСЗС.

Таким образом, на основе описанных выше численных алгоритмов для решения уравнений математической модели генератора с электронной обратной связью при известных начальных условиях возможно проведение моделирования динамики слаборелятивистского электронного потока в самосогласованном поле пространственного заряда в исследуемом классе приборов.

**2.6. Программа для моделирования нестационарных нелинейных процессов в генераторах с электронной обратной связью.** На основе вышеописанных аналитической и построенной на ее основе численной моделей был разработан пакет программ для численного моделирования нестационарных нелинейных процессов в электронных генераторах с электронной обратной связью. Особый акцент в разработанном программном пакете сделан на возможность моделирования и оптимизации хаотических процессов и их характеристик в различных конфигурациях генераторов с электронной обратной связью.

Пакет прикладных программ включает в себя следующие подпрограммы: подпрограмму MOVE решения уравнений движения заряженных частиц (как ионов, так и электронов); подпрограмму CHARGE для взвешивания плотности пространственного заряда на пространственно-временной вычислительной сетке; подпрограмму PUASSON интегрирования конечно-разностным методом уравнения Пуассона; подпрограмму SPIRAL моделирования широкополосного вывода электромагнитной мощности; подпрограмму IONIZATION моделирования ионизации газа в пространстве дрейфа; подпрограмму INJECTION инъекции частиц в пространство дрейфа с возможностью выбора различных типов катодов, функций распределения заряженных частиц на входе в пространство взаимодействия и конфигураций внешних магнитных полей; подпрограмму FIELD для нахождения полей, действующих на частицы, при известных распределениях полей на пространственной сетке; базу данных BDATA, содержащую сведения о зависимостях коэффициента ионизации от энергии ионизирующих электронов и типичные распределения внешних магнитных полей; базу данных DBOUT для хранения расчетных материалов и подпрограмму OUTPUT для их обработки, вывода различных характеристик физических процессов в электронно-волновой системе и для работы с базой данных DBOUT; подпрограмму OPTIM, выполняющую функции оптимизации параметров генератора для достижения оптимальных значений какой-либо определенной выходной характеристикой прибора (например, мощностью хаотического сигнала, электронным КПД или др.); управляющую подпрограмму MAIN, которая обеспечивает инициализацию всех модулей пакета программ, взаимодействие между различными модулями, ввод данных и конфигурации системы, а также контроль за работой программного пакета. Функциональная схема взаимодействия перечисленных выше подпрограмм представлена на рис. 5.

Первым шагом при моделировании генератора с электронной обратной связью с помощью разработанного программного пакета запускается управляющая подпрограмма MAIN, которая вызывает процедуру инициализации численной модели (см. рис. 5). Данная процедура определяет начальные безразмерные значения всех физических величин и переменных, используемых в программе, считывает входные данные, задающие параметры и характеристики исследуемой модели, распределение величины внешнего магнитного поля в пространстве дрейфа, параметры газа, заполняющего пространство дрейфа пучка, а также основные параметры численной схемы. При задании внешнего магнитного поля в системе и параметров газа (зависи-

мости коэффициента ионизации от энергии ионизирующих электронов) процедура инициализации подпрограммы MAIN использует внутреннюю базу данных BDATA, содержащую необходимые зависимости (линия 1 на рис. 5).

Далее на каждом дискретном временном шаге управляющая подпрограмма MAIN вызывает модули пакета в следующей последовательности. В начале нового временного шага вызывается подпрограмма INJECTION инжекции новых частиц в систему с заданного источника (линия 2 на рис. 5). Затем вызывается подпрограмма FIELD интерполяции полей, определяющая поля, действующие на частицы с учетом заданного распределения поля в пространстве взаимодействия на вычислительной сетке (линия 3). Далее с помощью подпрограммы MOVE производится расчет уравнений движения крупных частиц (линия 4). После этого, если это задано параметрами моделирования, последовательно выполняются подпрограммы ионизации остаточных газов IONIZATION и расчета уравнений движения для ионов и вторичных электронов MOVE (линия 5). Результатом их работы является появление новых частиц в системе с заданными характеристиками (вторичных электронов и ионов). По полученным значениям координат заряженных частиц в текущий дискретный момент времени выполняется подпрограмма CHARGE взвешивания зарядов частиц на пространственной сетке PIC-методом (линия 6), в результате чего определяется распределение пространственного заряда на вычислительной сетке. На следующем этапе выполняется подпрограмма PUASSON для решения уравнения Пуассона (9) с учетом полученного подпрограммой CHARGE распределения плотности пространственного заряда (линия 7). Далее производится вызов подпрограммы SPIRAL с целью моделирования широкополосного вывода мощности (линия 8).

Результаты работы подпрограмм пакета и полученные данные следующим шагом передаются подпрограмме OUTPUT (линия 9), которая рассчитывает выходные характеристики системы (энергии частиц, электромагнитных полей, баланс мощностей) и производит обработку, вывод и первичную визуализацию данных. Результаты работы подпрограмм модуль OUTPUT сохраняет в БД DBOUT для возможности их дальнейшей обработки и анализа (линия 10 на рис. 5).

На данном этапе управление передается подпрограмме MAIN, которая выполняет процедуру удаления из системы вылетевших за границы пространства взаимодействия частиц (линия 11 на рис. 5). Далее управляющая подпрограмма MAIN

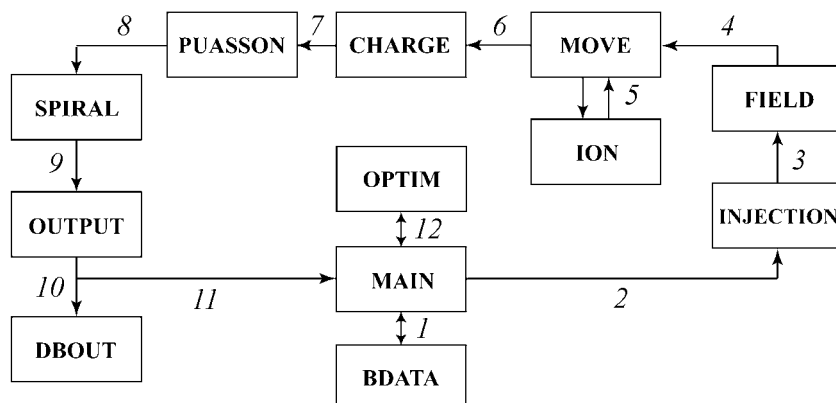


Рис. 5. Блок-схема программного пакета



увеличивает дискретное время на единицу и вновь запускает описанную выше последовательность подпрограмм. Данный процесс повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто максимальное время моделирования, заданное параметрами моделирования. Если в параметрах моделирования задана опция оптимизации прибора по какой-либо выходной характеристике излучения, то следующим этапом подпрограмма MAIN передает управление модулю ОПТИМ (линия 12 на рис. 5). Данная подпрограмма с помощью выбранного метода оптимизации определяет новый набор параметров генератора, для которых затем будет произведен расчет системы и вычислена оптимизируемая выходная характеристика. В подпрограмме ОПТИМ заложены возможности математической оптимизации с помощью квазиньютоновского метода, метода Пауэлла или генетического алгоритма [49]. Таким образом, следующим шагом после определения модулем ОПТИМ новых параметров модели управление вновь передается подпрограмме MAIN, которая, в свою очередь, запускает описанную выше последовательность подпрограмм уже для нового набора параметров. При достижении интересующей выходной характеристикой оптимального значения процесс оптимизации завершается.

### 3. Результаты моделирования и оптимизации различных конфигураций электронных систем с электронной обратной связью

Остановимся в данном разделе на ряде важных результатах моделирования и оптимизации, полученных при численных расчетах различных конфигураций генераторов с электронной обратной связью [20] с помощью разработанного программного пакета.

**3.1. Физические процессы и оптимизация процессов взаимодействия в низковольтном электронном генераторе с электронной обратной связью.** Рассмотрим сначала физические процессы и нелинейную динамику моноскоростного трубчатого электронного потока во внешнем однородном магнитном поле, формируемом соленоидом. Известно, что нестационарный ВК формируется при превышении током пучка критического значения [13], являющегося стартовым током для генераторов с электронной обратной связью. Критический ток – экспериментально легко измеряемая и практически важная величина, определяющая пусковые условия генератора.

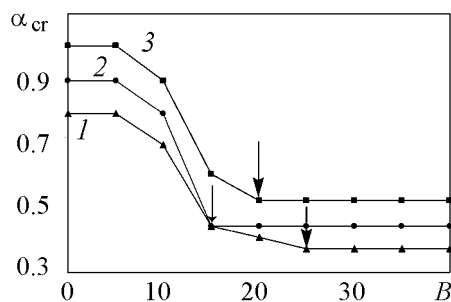


Рис. 6. Зависимости нормированной величины критического тока трубчатого электронного пучка от величины  $B$  внешнего магнитного поля при  $\beta=0.1, 0.3$  и  $0.5$  (кривые 1, 2 и 3, соответственно)

Рассмотрим зависимость нормированной величины критического тока трубчатого электронного потока  $\alpha_{кр}$  от амплитуды внешнего магнитного поля  $B$ . На рис. 6 приведены данные зависимости при различных скоростях потока  $\beta = v_0/c$ . Видно, что все три кривые имеют схожий характерный вид. Анализируя зависимость критического тока  $\alpha_{кр}$  от магнитного поля  $B$ , можно ввести характерную величину внешнего магнитного поля  $B_{min}$ , соответствующую опти-

мальному магнитному полю, при котором критический ток принимает минимальное значение. Соответствующие безразмерные величины отмечены на рис. 6 стрелками. Величины  $B_{\min}$  разделяют зависимости  $\alpha_{\text{cr}}(B)$  на две характерные области с различным поведением: при малых магнитных полях  $B < B_{\min}$  наблюдается быстрое уменьшение величины критического тока с ростом внешнего магнитного поля, в то время как при больших магнитных полях  $B > B_{\min}$  наблюдается насыщение величины критического тока, и его значение перестает меняться с ростом внешнего магнитного поля. Аналогичные зависимости были ранее обнаружены и для сплошных электронных потоков в подобной конфигурации системы [50–53].

Рассмотрим теперь подробнее механизмы формирования ВК в трубчатом электронном потоке при различных величинах внешнего магнитного поля, объясняющие поведение зависимостей критического тока  $\alpha_{\text{cr}}(B)$  от магнитного поля. Для этого на рис. 7 представлены конфигурационные портреты электронного потока в координатах  $(r, z)$  при магнитных полях  $B < B_{\min}$  (рис. 7, а) и  $B > B_{\min}$  (рис. 7, б) для нескольких моментов времени в течение характерного периода колебаний ВК. Каждая точка на конфигурационном портрете соответствует координате одной из заряженных частиц, моделирующих электронный пучок, в заданный момент времени  $t_i$ .

В случае малого внешнего магнитного поля  $B < B_{\min}$  (см. рис. 7, а) в системе преобладает поперечная динамика заряженных частиц по направлению к боковой стенке пространства дрейфа и к оси симметрии системы. Это обусловлено

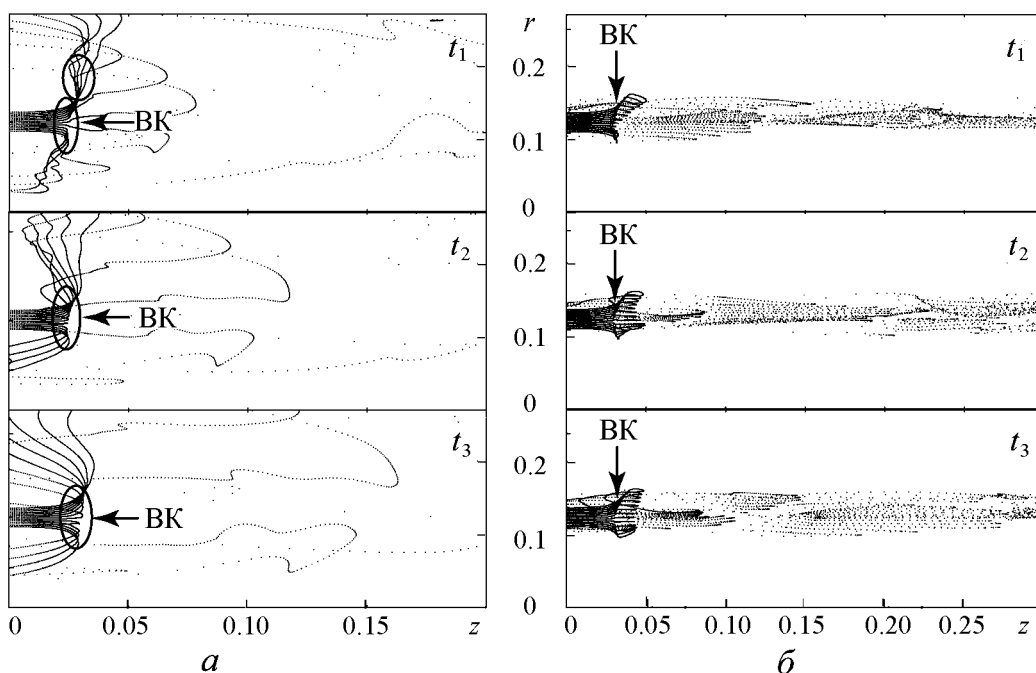


Рис. 7. Серии конфигурационных портретов трубчатого электронного потока в безразмерных координатах  $(r, z)$  в последовательные моменты времени при  $B = 5, \alpha = 32$  (а) и  $B = 35, \alpha = 23$  (б). Интервал времени между соседними конфигурационными портретами  $t_{i+1} - t_i = \Delta t \approx T_{\text{BK}}/4$ , где  $T_{\text{BK}}$  – характерное время колебаний ВК

превосходством расталкивающих сил пространственного заряда над фокусирующей силой относительно слабого внешнего магнитного поля. Такая поперечная динамика слабофокусируемых магнитным полем заряженных частиц приводит к растяжению области ВК вдоль радиальной оси и значительному токооседанию пучка на боковую стенку пространства дрейфа. С увеличением величины внешнего магнитного поля поперечная динамика пространственного заряда ограничивается возрастающим фокусирующим магнитным полем. При  $B > B_{\min}$  (см. рис. 7, б) существенные поперечные смещения частиц в потоке практически отсутствуют, и динамика пространственного заряда протекает преимущественно в продольном направлении. Следовательно, ВК в случае большого внешнего магнитного поля ( $B > B_{\min}$ ) локализован в области, поперечные размеры которой практически не превышают толщину трубчатого пучка  $d$  при инжекции его в пространство дрейфа.

Таким образом, с увеличением внешнего магнитного поля до величины  $B_{\min}$  поперечная динамика заряженных частиц ограничивается, что приводит к росту плотности пространственного заряда в области ВК при фиксированном токе  $\alpha$  инжектируемого пучка и, соответственно, к росту глубины потенциальной ямы, формирующейся в системе благодаря силам пространственного заряда. Следовательно, величина критического тока  $\alpha_{\text{cr}}$  с ростом внешнего магнитного поля в диапазоне  $B \in [0, B_{\min})$  должна уменьшаться, что соответствует первому падающему участку зависимости  $\alpha_{\text{cr}}(B)$  (см. рис. 6). При больших магнитных полях  $B > B_{\min}$  поперечная динамика частиц в системе практически отсутствует, и плотность пространственного заряда в области ВК при фиксированном токе пучка при  $B \approx B_{\min}$  достигает максимально возможной величины. Поэтому величина критического тока при дальнейшем увеличении магнитного поля остаётся минимальной и неизменной. Это соответствует второй области (области насыщения) на зависимости  $\alpha_{\text{cr}}(B)$ .

Таким образом, минимум критической величины тока пучка, то есть оптимальные условия для формирования ВК в системе обеспечиваются при условии ограничения в системе поперечной динамики электронов и, как следствие, достижения максимальной величины плотности пространственного заряда в области минимума потенциала (в области ВК) [54].

Была проведена оптимизация параметров низковольтного виркатора с целью достижения требуемых выходных характеристик прибора. В результате использования возможностей по оптимизации параметров прибора, заложенных в разработанный программный пакет, были предложены оптимальные конфигурации и величины внешнего магнитного поля в генераторе, при которых мощность выходного излучения максимальна. На рис. 8 приведены зависимости мощности генерации в низковольтном виркаторе от амплитуды внешнего магнитного поля (рис. 8, а) и от положения магнитной системы (МПФС) (рис. 8, б) при различных токах инжектируемого электронного потока. Данные зависимости демонстрируют существование оптимальных параметров магнитной системы  $B_{\text{opt}}$  и  $z_{\text{opt}}$ , определенных с помощью разработанной подпрограммы оптимизации, при которых мощность выходного излучения максимальна. При параметрах магнитной системы, меньших оптимального значения, выходная мощность монотонно увеличивается с их ростом. Напротив, если  $B > B_{\text{opt}}$  или  $z > z_{\text{opt}}$ , наблюдается монотонное уменьшение, а затем – насыщение мощности выходного излучения с ростом  $B$  или  $z$ .

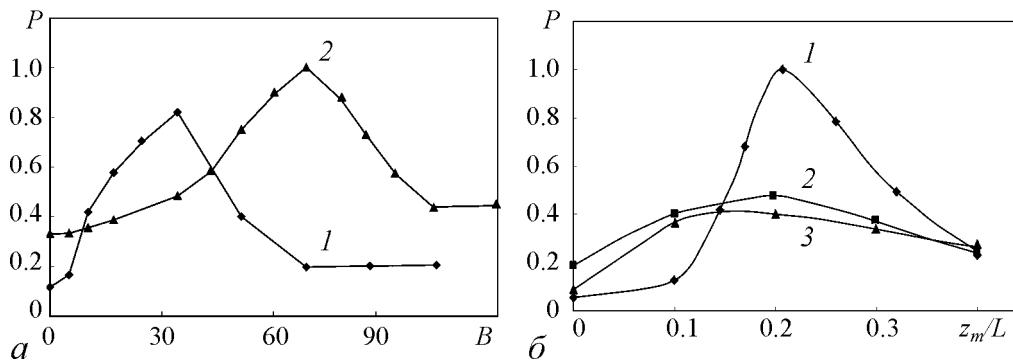


Рис. 8. Зависимости нормированной интегральной мощности выходного СВЧ-излучения в низковольтном виркаторе от амплитуды внешнего магнитного поля  $B$  (а) при безразмерных токах пучка  $\alpha = 20$  (кривая 1) и  $\alpha = 30$  (кривая 2), а также от положения магнитной системы  $z_m$  (б) при  $\alpha = 10$  (кривая 1),  $\alpha = 20$  (кривая 2) и  $\alpha = 30$  (кривая 3)

Обнаруженное поведение зависимостей мощности выходного излучения от параметров магнитной системы, а также наличие оптимальных значений, является следствием физических процессов, происходящих в системе при изменении внешнего магнитного поля. Рассмотрим данные физические процессы только при изменении амплитуды внешнего магнитного поля, так как изменение положения магнитной системы с точки зрения действующего на ВК магнитного поля аналогично изменению амплитуды. При  $B < B_{\text{opt}}$  вследствие значительных сил кулоновского расталкивания в области ВК в пучке преобладает поперечная динамика заряженных частиц к боковой стенке пространства дрейфа, поэтому главная электронная структура (ВК) в данном случае оказывается сильно растянутой вдоль радиального направления и характеризуется малой плотностью пространственного заряда. Мощность выходного излучения пропорциональна плотности пространственного заряда электронного сгустка, возбуждающего систему, и в рассматриваемом случае она также будет невелика. С ростом величины магнитного поля поперечная динамика заряженных частиц в системе ограничивается, и плотность пространственного заряда в области ВК возрастает. Как следствие, увеличивается величина мощности выходного излучения (см. рис. 8). При  $B \sim B_{\text{opt}}$  поперечная динамика в системе оказывается практически подавленной фокусирующим магнитным полем, и выходная мощность достигает максимального значения. С дальнейшим ростом величины внешнего магнитного поля ( $B > B_{\text{opt}}$ ) часть заряженных частиц (в основном, из внешних слоев) оказывается захваченной магнитной ловушкой. Данные частицы формируют вторичный электронный сгусток и перестают участвовать в осцилляциях ВК, не возбуждая выходную электродинамическую систему. Это приводит к уменьшению мощности выходного излучения в системе. Количество таких частиц увеличивается с ростом амплитуды внешнего магнитного поля и, следовательно, выходная мощность уменьшается (см. рис. 8).

Скоростной разброс на входе системы приводит к снижению изрезанности и расширению спектра генерируемых частот, однако одновременно ведет к снижению СВЧ-мощности выходного хаотического излучения [55]. На рис. 9 пред-

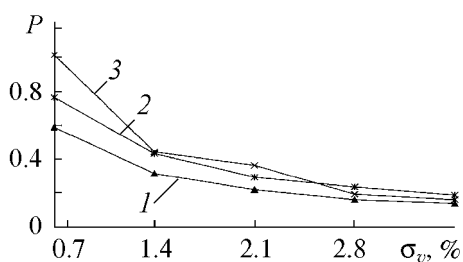


Рис. 9. Зависимости нормированной интегральной мощности выходного СВЧ-излучения от  $\sigma_v$  (при дисперсии плотности распределения электронов по углам влёта  $\sigma_\alpha = 0.016$ ) при различных безразмерных токах пучка:  $\alpha = 20$  (кривая 1),  $\alpha = 25$  (кривая 2),  $\alpha = 30$  (кривая 3)

соответствует мощности шумовой генерации прибора при подавлении регулярных колебаний ВК как единого целого в системе [55]. В режиме большого скоростного разброса пучка по скоростям и углам влета генератор с электронной обратной связью может использоваться как источник мощных шумоподобных сигналов в СВЧ-диапазоне. Отметим, что последний результат находится в хорошем соответствии с известными экспериментальными данными по исследованию виркатора с разбросом пучка по скоростям [18].

**3.2. Ионизация газа электронным потоком с виртуальным катодом. Низковольтный виркатор – генератор хаотических радиоимпульсов.** Рассмотрим теперь результаты исследования влияния ионизации нейтрального газа на колебания в электронном потоке с ВК, полученные при помощи разработанного программного пакета. Исследования проводились для нерелятивистского генератора с электронной обратной связью, в котором ВК возникает за счет дополнительного торможения электронов в пространстве взаимодействия. Предполагалось, что пространство дрейфа равномерно заполнено однородным по составу нейтральным газом низкого давления. Данное исследование актуально для изучения влияния вакуумных условий на генерацию в подобной системе. Кроме того, оно обнаруживает ряд новых эффектов, связанных с влиянием положительных ионов на процессы в электронном потоке с ВК [23, 56].

На рис. 10 представлены конфигурационные портреты электронного потока ( $a-d$ ) и положительных ионов ( $e-k$ ) в пространстве  $(r, z)$ , соответствующие различным моментам безразмерного времени  $t$ . На рис. 10 приведена верхняя плоскость сечения пространства дрейфа плоскостью  $(r, z)$ . Координата  $z = 0$  соответствует положению первой (входной) сетки,  $z = 1$  – второй (выходной) сетки, ограничивающих пространство дрейфа, координата  $r = 0.5$  соответствует боковой стенке трубы дрейфа. Каждая точка на конфигурационном портрете отвечает координате одной крупной частицы электрона ( $a-d$ ) или положительного иона ( $e-k$ ) на плоскости координат  $(r, z)$ .

Как показывает анализ мгновенных конфигурационных портретов электронного потока в пространстве дрейфа с тормозящим электроны потенциалом, через некоторое время после начала инжекции в пространстве дрейфа электроны (за счет внешнего электростатического поля и полей пространственного заряда) замедляют-

ставлены зависимости выходной мощности в низковольтном виркаторе от величины дисперсии плотности распределения электронов по скоростям  $\sigma_v$  для различных величин тока пучка. Из рисунка следует, что величина выходной мощности генерации прибора монотонно уменьшается с увеличением степени разброса электронов по скоростям, асимптотически приближаясь к постоянному значению. Постоянное значение мощности при достаточно большой дисперсии скоростного разброса соответ-

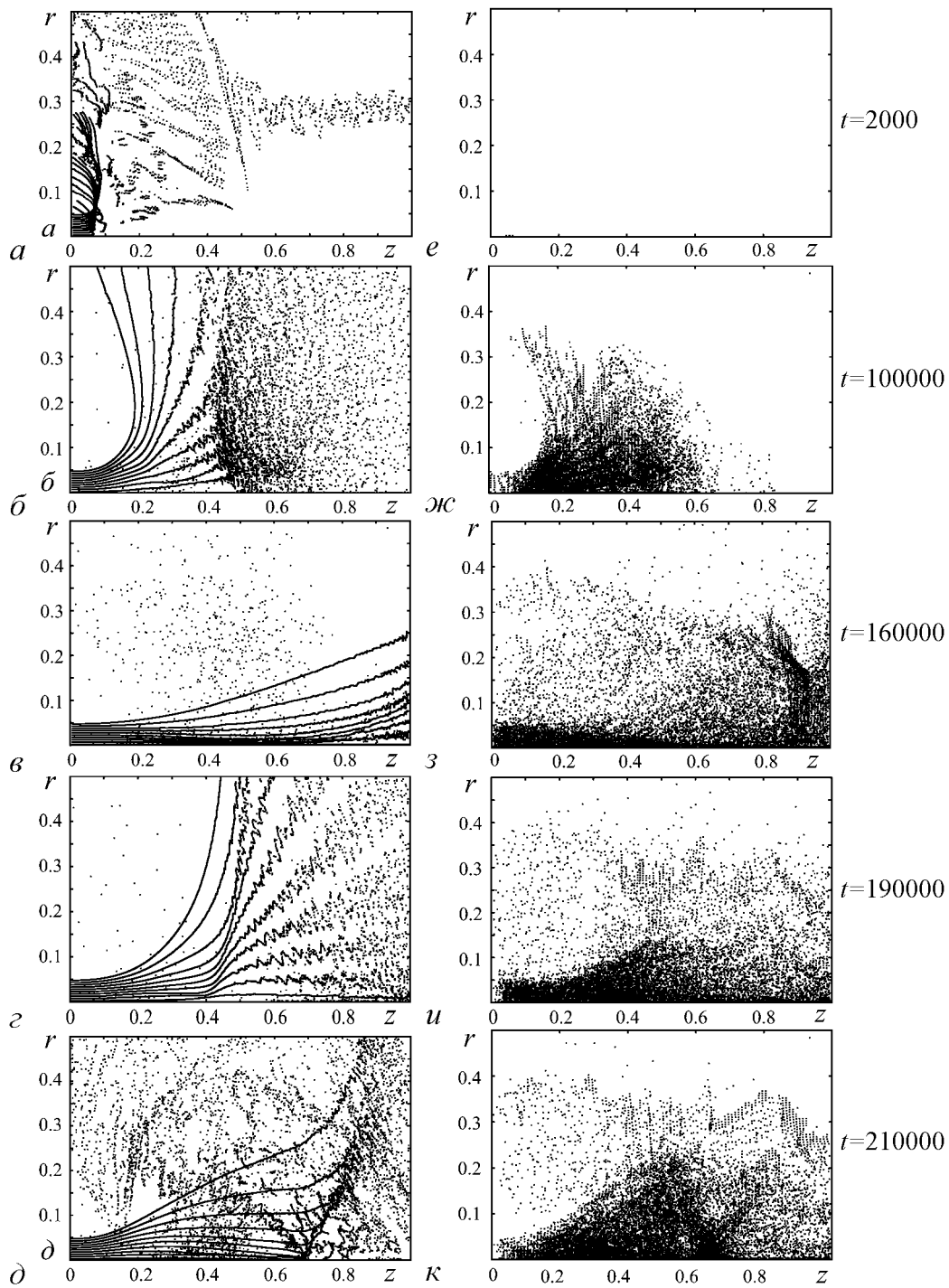


Рис. 10. Конфигурационный портрет электронного потока (а-д) и положительных ионов (е-к) в пространстве  $(r; z)$  в различные моменты безразмерного времени  $t$  при давлении нейтрального газа  $p = 2 \times 10^{-3}$  мм рт.ст. и тормозящем потенциале  $\Delta V_r = 0.4$

ся и разворачиваются обратно к плоскости инжекции. В результате возникает ВК, и устанавливается двухпотокное состояние электронного потока. ВК на конфигурационных портретах электронного потока соответствует области с высокой плотностью заряженных частиц, так как он представляет собой область, в которой электроны пучка замедляются и отражаются обратно к плоскости инжекции.

После образования ВК в его области начинается интенсивная ионизация нейтрального газа (так как скорости электронов малы, а плотность достаточно велика), в результате чего в ней образуются положительные ионы. Положительные ионы нейтрализуют пространственный заряд ВК, вследствие чего ВК смещается по направлению движения пролетных электронов (рис. 10, б, ж). Ионизация в области ВК по-прежнему интенсивна и приводит к дальнейшему росту величины полного положительного пространственного заряда в пространстве дрейфа и снижению амплитуды выходного сигнала вследствие затухания колебательных движений ВК. На рис. 11 представлена временная реализация выходного сигнала системы  $U(t)$  при давлении нейтрального газа  $p = 2 \cdot 10^{-3}$  мм рт.ст. и величине тормозящего потенциала  $\Delta V_r = 0.4$ .

В дальнейшем в системе происходит накопление положительного пространственного заряда вплоть до вытеснения ВК из пространства дрейфа. В результате реализуется ламинарное состояние электронного потока, когда все электроны достигают выходной сетки системы (рис. 10, в). Это приводит к срыву высокочастотной генерации (см. рис. 11). Интенсивность ионизации в результате резко снижается, и полный положительный пространственный заряд в системе начинает уменьшаться за счет дрейфа положительных ионов из пространства взаимодействия.

Когда полный положительный пространственный заряд в пространстве взаимодействия снижается до определенной величины, в системе нарушается ламинарное состояние электронного потока, и вновь возникают отражения электронов (рис. 10, з). Однако следует отметить, что сначала возникающий ВК является стационарным и не вызывает высокочастотной генерации (см. рис. 11). Лишь через некоторый промежуток времени в системе вновь возникает нестационарный ВК, вызывающий генерацию высокочастотного излучения. На конфигурационном портрете электронного потока в пространстве взаимодействия

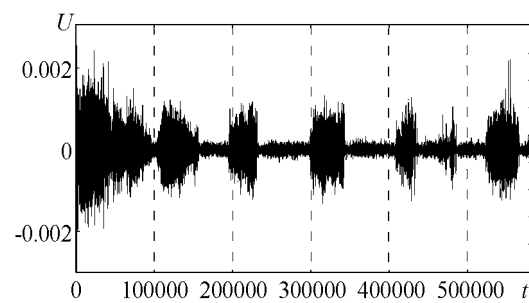


Рис. 11. Выходной сигнал системы в режиме импульсной высокочастотной генерации при давлении  $p = 2 \cdot 10^{-3}$  и тормозящем потенциале  $\Delta V_r = 0.4$ . На рисунке хорошо видны импульсы высокочастотной генерации с приблизительно постоянной частотой следования

на конфигурационном портрете электронного потока в пространстве взаимодействия в момент времени после образования второго ВК (рис. 10, д), можно видеть, что траектории электронов значительно возмущены наличием положительных ионов в пространстве дрейфа. Затем процесс вытеснения ВК из пространства дрейфа вновь повторяется. Как следствие, выходной сигнал генератора представляет собой последовательность импульсов хаотических СВЧ-колебаний, возникающих за счет самосогласованности процессов ионизации, динамики ионов и электронов потока.

Таким образом, в ходе проведенных исследований был обнаружен эффект импульсной СВЧ-генерации в автономной системе с виртуальным катодом. Как следствие, в таком режиме микроволновый генератор с электронной обратной связью в присутствии положительных ионов может рассматриваться как эффективный генератор хаотических радиоимпульсов [23]. Интерес к такой системе связан с возможностью использования подобных генераторов в современных прямохаотических системах передачи данных [1, 4, 57]. С помощью разработанного программного пакета была осуществлена оптимизация параметров хаотической генерации, в пространстве параметров были выявлены области устойчивой импульсной генерации низковольтного виркатора – генератора хаотических радиоимпульсов. Следует отметить, что полученные численные результаты были подтверждены в ходе экспериментального исследования низковольтного генератора с виртуальным катодом [58].

**3.3. Моделирование динамики виртуального катода в системе с магнетронно-инжекторной пушкой.** Обсудим результаты численного моделирования динамики интенсивного винтового электронного потока в системе с магнетронно-инжекторной пушкой, полученные с помощью описываемого программного пакета.

На рис. 12, *а* и *б* изображены две характерные траектории заряженных частиц в исследуемой системе. На рис. 12, *а* приведена траектория заряженной частицы, которая проходит через пространство дрейфа, не испытывая отражения. В магнетронно-инжекторной пушке продольная составляющая  $B_z$  магнитного поля плавно нарастает от области катода к выходному концу пушки. Таким образом, в скрещенных статических магнитном и анодном электрическом полях частица движется по спирали вокруг линии магнитного поля. При этом её траектория имеет монотонно уменьшающийся радиус и медленно увеличивающуюся частоту вращения.

На рис. 12, *б* представлена траектория частицы, отражающейся в некоторой области пространства в сторону катода, а затем – от катода к выходному концу МИП. Отражение частиц определяется двумя причинами. Распределение магнитного поля в МИП таково, что движущиеся от катода частицы попадают в магнитную ловушку. Поэтому частицы, имеющие недостаточно большую продольную кинетическую энергию, в результате дополнительной «перекачки» энергии из продольного движения в поперечное (в результате уве-

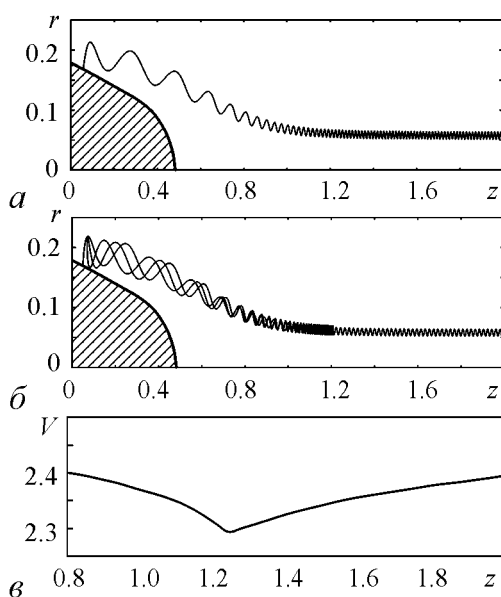


Рис. 12. Траектории заряженных частиц в пространстве дрейфа: *а* – траектория частицы, проходящей через пространство дрейфа без отражения; *б* – траектория частицы, испытывающей двукратное отражение от виртуального катода. По осям отложены нормированные величины. Толстой черной линией обозначен катод; *в* – распределение потенциала на оси системы в области отражения частиц (в нормированных единицах измерения)



личения частоты вращения), могут отразиться от магнитной «пробки» в обратную сторону. При этом на характер движения частицы значительное влияние оказывает начальный скоростной разброс: частицы, вылетевшие с катода в одно и то же время из близко расположенных точек, но с разными продольными компонентами начальных тепловых скоростей, могут двигаться по существенно различающимся траекториям. Другим фактором, влияющим на отражение частиц, является собственное поле пространственного заряда пучка, которое, вызывая провисание потенциала в пространстве дрейфа, может привести к образованию виртуального катода и, как следствие, к частичному или полному отражению частиц потока.

Второе отражение частицы (см. рис. 12, б) происходит в поле катода. При этом возможна ситуация, при которой отраженная от ВК частица возвращается на катод, вызывая его дополнительный нагрев и вторичную эмиссию электронов. Таким образом, отразившись от катода, частица продолжает движение в пространстве дрейфа к выходному концу пушки. При этом она может снова отразиться от области пониженного потенциала (ВК) либо, разогнавшись в ускоряющем поле анода и потенциальной ямы, приобрести достаточную продольную скорость для преодоления потенциального барьера и магнитной ловушки и покинуть пространство дрейфа. Именно эту ситуацию демонстрирует рис. 12, б.

На рис. 12, в изображено распределение потенциала на оси системы в области удаленной от катода пушки. Видно, что потенциал на оси системы провисает, при этом минимум формирующейся потенциальной ямы соответствует области, в которой частицы потока испытывают отражение, и в которой формируется виртуальный катод.

На рис. 13 показан характерный конфигурационный портрет электронного потока в координатах  $(z, v_z)$  для генератора с электронной обратной связью и с винтовым электронным потоком, формируемым МИП. На портрете хорошо видно образование виртуального катода и формирование двухпоточкового состояния, обеспечивающего наличие распределенной электронной обратной связи в системе. Интересной особенностью поведения системы с винтовым электронным потоком является сильная распределенность виртуального катода (плоскостей отражения

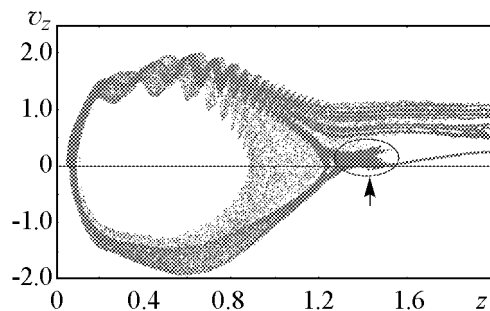


Рис. 13. Диаграмма распределения продольной скорости  $v_z$  заряженных частиц от продольной координаты  $z$  в нормированных единицах. Стрелкой показан вторичный электронный сгусток, формирующийся за плоскостью виртуального катода

частиц) в области пространства взаимодействия, а также формирование вторичного электронного сгустка за плоскостью виртуального катода.

Проведена оптимизация конструкции генератора с магнетронно-инжекционной пушкой для получения шумоподобного сигнала со слабой изрезанностью спектра. Были определены оптимальные значения ускоряющих напряжений пучка и параметров магнитного поля для достижения оптимальных характеристик генерируемого сигнала.

## Заключение

В работе подробно рассмотрены аналитическая и численная модели для исследования широкополосных хаотических колебаний и оптимизации физических процессов в электронных потоках с виртуальным катодом в различных схемах генераторов с электронной обратной связью. Разработан программный пакет, позволяющий проводить численное моделирование нелинейных нестационарных процессов в различных модификациях генераторов с электронной обратной связью. Приведены результаты проведенной оптимизации характеристик генерации низковольтного виркатора, численного моделирования сверхкритического электронного потока, инжектируемого в газонаполненную камеру с учетом ионизации, а также виркатора с источником электронов в виде магнетронно-инжекторной пушки. Полученные результаты демонстрируют сложную динамику ВК в рассмотренных системах, характер которой существенно зависит от параметров систем. Таким образом, разработанные модели и пакет программ на их основе являются эффективным инструментом для исследования процессов, происходящих в системах с интенсивными электронными потоками, а также для оптимизации выходных характеристик генераторов с электронной обратной связью.

Авторы выражают благодарность чл.-корр. РАН, профессору, зав. кафедрой электроники, колебаний и волн Д.И. Трубецкову и профессору, д.т.н., зав. отделением физики нелинейных систем Ю.А. Калинину за поддержку данных исследований, многочисленные полезные критические замечания и предложения, которые использовались при проведении совместных исследований и подготовке данной работы. Авторы также хотят выразить большую благодарность профессорам Ю.П. Блюху, И.И. Магде, А.Е. Дубинову, М.И. Петелину, В.Л. Братману, А.А. Кураеву за обсуждение на протяжении многих лет различных аспектов данной работы.

*Работа поддержана федеральной целевой программой «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы и грантами РФФИ (проекты №№ 09-02-00255, 10-02-90002).*

## Библиографический список

1. *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
2. *Dronov V., Hendrey M.R., Antonsen T.M., Ott E.* Communication with a chaotic traveling wave tube microwave generator // *Chaos*. 2004. Vol. 14, №1. P. 30.
3. *Dmitriev B.S., Hramov A.E., Koronovskii A.A., Starodubov A.V., Trubetskov D.I., Zharkov Y.D.* First experimental observation of generalized synchronization phenomena in microwave oscillators // *Physical Review Letters*. 2009. Vol. 102, № 7. 074101.
4. *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // *Успехи физических наук*. 2009. Т. 179, № 12. С. 1281.
5. *Narayanan R.M., Dawood M.* Doppler estimation using a coherent ultrawide-band random noise radar // *IEEE Trans. Antennas and Propagation*. 2000. Vol. 48. P. 868.

6. *Залогин Н.Н., Кислов В.В.* Широкополосные хаотические сигналы в радиотехнических и информационных системах. М.: Радиотехника, 2006.
7. *Meadows B.K., Heath T.H., Ne J.D. et al.* Nonlinear antenna technology // Proceedings IEEE. 2002. Vol. 90, № 5. P. 882.
8. *Шалфеев В.Д., Матросов В.В., Корзинова М.В.* Динамический хаос в ансамблях связанных фазовых систем // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1998. Т. 11. С. 44.
9. *Диденко А.Н., Красик Я.Е., Перельгин С.Ф., Фоменко Г.П.* Генерация мощного СВЧ-излучения релятивистским электронным пучком в триодной системе // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5, № 6. С. 321.
10. *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 2. М.: Физматлит, 2004.
11. *Дубинов А.Е., Селемир В.Д.* Электронные приборы с виртуальным катодом, Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 6. С. 575.
12. *Granatstein V.L., Alexeff I.* High Power Microwave Sources. Artech House Microwave Library, 1987.
13. *Benford J., Swegle J.A., Schamiloglu E.* High Power Microwaves. CRC Press, Taylor and Francis, 2007.
14. *Шевчик В.Н., Шведов Г.Н., Соболева А.Н.* Волновые и колебательные явления в электронных потоках на сверхвысоких частотах. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1962.
15. *Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е., Егоров Е.Н., Филатов Р.А.* Экспериментальное и теоретическое исследование хаотических колебательных явлений в нерелятивистском электронном потоке с виртуальным катодом // Физика плазмы. 2005. Т. 31, № 11. С. 1009.
16. *Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Левин Ю.И., Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Вакуумные генераторы широкополосных хаотических колебаний на основе нерелятивистских электронных пучков с виртуальным катодом // Изв. РАН. Сер. физич. 2005. Т. 69, № 12. С. 1724.
17. *Gursharn S., Shashank C.* Secondary virtual-cathode formation in a low-voltage vircator: Pic simulations // IEEE Transactions on Plasma Science. 2008. Vol. 36, № 3. С. 694.
18. *Калинин Ю.А., Храмов А.Е.* Экспериментальное и теоретическое исследование влияния распределения электронов по скоростям на хаотические колебания в электронном потоке в режиме образования виртуального катода // ЖТФ. 2006. Т. 76, № 5. С. 25.
19. *Филатов Р.А., Храмов А.Е., Калинин Ю.А.* СВЧ-генератор хаотического широкополосного сигнала на виртуальных катодах. Патент № 59323. Tech. гер. Изобретения. Полезные модели: Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 2006. № 34.
20. *Калинин Ю.А., Куркин С.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* СВЧ-генераторы хаотических колебаний на основе электронных пучков с виртуальным катодом // Успехи современной радиоэлектроники. 2008. № 9. С. 53.

21. *Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Левин Ю.И., Храмов А.Е.* Исследование образования структур и хаотической динамики в нерелятивистском электронном пучке с виртуальным катодом в тормозящем поле // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51, № 11. С. 51.
22. *Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е.* Исследование зависимости мощности СВЧ-генерации низковольтного виркатора от управляющих параметров // ЖТФ. 2007. Т. 77, № 10. С. 139.
23. *Filatov R.A., Hramov A.E., Bliokh Y.P., Koronovskii A.A., Felsteiner J.* Influence of background gas ionization on oscillations in a virtual cathode with a retarding potential // Physics of Plasmas. 2009. Vol. 16, № 3. 033106.
24. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Волкова Л.Н.* Сверхширокополосные генераторы шумоподобных высокочастотных и сверхвысокочастотных колебаний с электронной обратной связью // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, № 3. С. 39.
25. *Рошаль А.С.* Моделирование заряженных пучков. М.: Атомиздат, 1979.
26. *Свешников А.Г., Якунин С.А.* Численные модели бесстолкновительной плазмодинамики // Математическое моделирование. 1989. Т. 1, № 4. С. 1.
27. *Anderson T.M., Mondelli A.A., Levush B., Verboncoeur J.P., Birdsall C.K.* Advances in modelling and simulation of vacuum electron devices // Proceedings IEEE. 1999. Vol. 87, № 5. P. 804.
28. *Birdsall C.K., Langdon A.B.* Plasma physics, via computer simulation. NY: McGraw-Hill, 1985.
29. *Warren G., Ludeking L., Nguyen K., Smithe D., Goplen B.* Advances/applications of MAGIC and SOS // Computational Accelerator Physics. AIP Conf. Proc. 1994. Vol. 297. P. 313.
30. User's manual for code KARAT. Springfield, VA: BRA, 1992.
31. A software suite with total synergy // Microwave Journal. 2006. Т. 49, № 1. С. 19.
32. *Verboncoeur J.P., Langdon A.B., Gladd N.T.* An object-oriented electromagnetic pic code // Comput. Phys. Commun. 1991. Vol. 64. P. 252.
33. *Антошкин М.Ю., Григорьев В.П., Коваль Т.В., Саблин Н.И.* Электромагнитный код в полярной системе координат для математического моделирования излучения в коаксиальном триоде с виртуальным катодом // Математическое моделирование. 1995. Т. 7, № 8. P. 25.
34. *Алимовский И.В.* Электронные пучки и электронные пушки. М.: Сов. радио, 1966.
35. *Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Методы нелинейной динамики и хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот. Т. 2. Нестационарные и хаотические процессы. М.: Физматлит, 2009.
36. *Калинин Ю.А., Кожевников В.Н., Лазерсон А.Г., Александров Г.И., Железковский Е.Е.* Сложная динамика и явление динамического хаоса в потоке заряженных частиц, формируемых магнетронно-инжекторной пушкой (численный и физический эксперимент) // ЖТФ. 2000. Т. 70, № 7. С. 83.

37. Калинин Ю.А., Кузнецов Н.Н., Украинская Т.Н. Исследование широкополосных шумоподобных колебаний в интенсивных пучках заряженных частиц в режиме образования виртуального катода // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 5. С. 32.
38. Tsimring S.E. Electron beams and microwave vacuum electronics // John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2007.
39. Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Исследование широкополосных хаотических СВЧ-колебаний в гибридной системе «лампа бегущей волны – коллектор-генератор» // ЖТФ. 2008. Т. 78, № 5. С. 83.
40. Калинин Ю.А., Есин А.Д. Методы и средства физического эксперимента в вакуумной СВЧ-электронике. Саратов: Изд-во СГУ, 1991.
41. Калинин Ю.А., Панин А.Ф., Украинская Т.Н. Экспериментальное исследование спектра продольных составляющих скорости электронов в течение периода ВЧ поля // Электронная техника. Сер. 1. 1976. № 2. С. 111.
42. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 1. М.: Физматлит, 2003.
43. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
44. Boris J.P., Lee R. Optimization of particle calculations in 2 and 3 dimensions // Commun. Math. Phys. 1969. № 12. P. 131.
45. Yao R.L., Striffler C.D. Numerical simulation of collective ion acceleration in an intense electron beam-localized gas cloud system // J. Appl. Phys. 1990. Vol. 67, № 4. 1650.
46. Сена Л.А. Столкновения электронов и ионов с атомами газа. Л.: ОГИЗ, 1948.
47. Morey I.J., Birdsall C.K. Travelling-wave-tube simulation: the IBC code // IEEE Trans. Plasma Sci. 1990. Vol. 18, № 3. С. 482.
48. Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е., Морозов М.Ю. Исследование мощности СВЧ-генерации в нерелятивистском электронном пучке с виртуальным катодом в тормозящем поле // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, №9. P. 71.
49. Батура М.П., Құраев А.А., Синицын А.К. Основы теории, расчета и оптимизации современных электронных приборов СВЧ. Минск: БГУИР, 2007.
50. Морозов М.Ю., Храмов А.Е. Влияние внешнего магнитного поля на величину критического тока электронного пучка, при котором формируется виртуальный катод // Физика плазмы. 2007. Т. 33, № 7. С. 610.
51. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Morozov M., Mushtakov A.V. Effect of external magnetic field on critical current for the onset of virtual cathode oscillations in relativistic electron beams // Phys. Lett. A. 2008. Vol. 372. P. 876.
52. Куркин С.А., Храмов А.Е. Формирование виртуального катода в трубчатом электронном потоке во внешнем магнитном поле // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35, № 1. С. 48.

53. Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Влияние внешнего магнитного поля на формирование и динамику виртуального катода // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008. Т. 16, № 4. С. 182.
54. Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Нелинейная динамика и хаотизация колебаний виртуального катода в трубчатом электронном потоке во внешнем магнитном поле // Физика плазмы. 2009. Т. 35, № 8. С. 684.
55. Куркин С.А. Влияние шумового разброса электронов по скоростям на динамику электронного потока с виртуальным катодом // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55, № 4. С. 1.
56. Филатов Р.А., Калинин Ю.А., Храмов А.Е., Трубецков Д.И. Влияние положительных ионов на колебательные процессы в электронном пучке с виртуальным катодом // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 10. С. 853.
57. Атанов Н.В., Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Максимов Н.А. Формирование хаотических радиоимпульсов в генераторе с внешним периодическим воздействием // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, № 15. С. 1.
58. Филатов Р.А., Калинин Ю.А., Храмов А.Е. Исследование влияния положительных ионов на СВЧ-генерацию в низковольтном виркаторе // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, № 11. С. 61.

*Саратовский государственный  
университет им. Н.Г. Чернышевского*

*Поступила в редакцию  
После доработки*

*15.06.2009  
4.09.2009*

**MATHEMATICAL MODEL AND ITS NUMERICAL REALIZATION  
FOR THE INVESTIGATION AND OPTIMIZATION  
OF GENERATORS WITH ELECTRON FEEDBACK**

*S.A. Kurkin, A.A. Koronovskii, E.N. Egorov,  
Yu.I. Levin, R.A. Filatov, A.E. Hramov*

It was stated in the paper the mathematical model and its numerical realization for the investigation of wideband chaotic oscillations and of physical processes in the electron beams with virtual cathode at the generators with electron feedback. Also it was briefly described the developed program package for the modeling of non-stationary nonlinear physical processes at the electron generators with virtual cathode and for calculating of output characteristics of devices. It was described the numerical methods and its features used in the program package. Results of some calculations and optimizations of various configurations of the systems with virtual cathode were presented in the paper.

*Keywords:* Numerical model, numerical simulation, particle method, microwave generator, intensive electron beam, virtual cathode, nonlinear dynamics, microwave electronics, vircator, non-uniform magnetic field, ions.



*Куркин Семён Андреевич* – родился в Саратове (1986). Окончил с отличием факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского по специальности радиофизика и электроника (2008). В данный момент является аспирантом и ассистентом кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Имеет 8 публикаций в центральных реферируемых журналах, участник Всероссийских и Международных конференций. Область научных интересов - исследование электронно-волновых систем с интенсивными пучками заряженных частиц, изучение нелинейной динамики виртуального катода, а также генераторов, основанных на колебаниях виртуального катода (виркаторов).

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: KurkinSA@gmail.com



*Короновский Алексей Александрович* – родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995), доктор физико-математических наук (2007), профессор кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой деятельности, в том числе нелинейная динамика социально-экономических процессов. Автор ряда статей в центральной печати, а также монографий (в соавторстве) «Нелинейная динамика в действии» и «Непрерывный вейвлетный анализ», вышедших в Издательстве ГосУНЦ «Колледж», двухтомной монографии «Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот» (М.: Физматлит, 2009, под редакцией А.А. Короновского, А.А. Кураева, Д.И. Трубецкова и А.Е. Храмова), монографии «Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов» (М.: Изд-во МГУ, 2010, под редакцией С.И. Ильина и Д.И. Трубецкова) и др.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: alkor@nonlin.sgu.ru



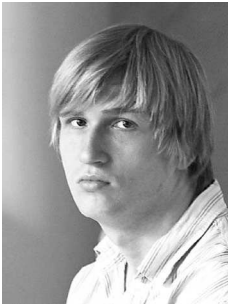
*Егоров Евгений Николаевич* – родился в Саратове (1980). Окончил факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета (2002). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (СГУ, 2007). Доцент кафедры электроники колебаний и волн СГУ (с 2008). Область научных интересов – нелинейная динамика СВЧ-устройств. Опубликовал 17 статей в отечественных и зарубежных журналах по данной тематике.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: egoroven@nonlin.sgu.ru



*Левин Юрий Иванович* – родился в Саратове (1942), окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1965), защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1974). В настоящее время является профессором кафедры нелинейной физики СГУ, деканом факультета нелинейных процессов. Автор более 100 научных статей, научно-методических пособий и руководств.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: levin@nonlin.sgu.ru



*Филатов Роман Андреевич* – родился в 1986 году в Саратове, окончил Саратовский государственный университет в 2009 году. Аспирант кафедры электроники, колебаний и волн, младший научный сотрудник отделения физики нелинейных систем НИИ ЕН СГУ. Научные интересы – физика плазмы, нелинейная динамика пучково-плазменных систем. Опубликовал 13 научных статей в центральных реферируемых журналах, участник всероссийских и международных конференций.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: [filatovra@gmail.com](mailto:filatovra@gmail.com)



*Храмов Александр Евгеньевич* – окончил физический факультет Саратовского госуниверситета (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата (1999) и доктора (2006) физ.-мат. наук. Профессор, заместитель заведующего кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов – радиофизика в той ее части, которая связана со взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями, нелинейная динамика распределенных активных сред, методы анализа и моделирования динамических систем. Опубликовал (в соавторстве) книгу «Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков» (Т. 1, М.: Физматлит, 2003; Т. 2, М.: Физматлит, 2004), монографию «Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения» (Москва: Наука, Физматлит, 2003), двухтомную коллективную монографию «Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот» (М.: Физматлит, 2009), коллективную монографию «Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов» (М.: Изд.-во МГУ, 2010) и др.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: [aeh@nonlin.sgu.ru](mailto:aeh@nonlin.sgu.ru)