

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ ВЛИЯНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ФЛУКТУАЦИИ СКОРОСТЕЙ БРОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ

П.С. Ланда, В.А. Власов

Проводится аналитический расчет плотности вероятности для скорости движения броуновской частицы с учетом слабого воздействия на нее внешней силы, вызванной потоком космических частиц. Показано, что учет этого зависящего от времени воздействия приводит к тому, что распределение вероятности становится существенно нестационарным и представляет собой сумму компонент, обусловленных различными астрономическими факторами: вращением Земли вокруг собственной оси и Солнца, движением Солнца и звезд и т.п. Показано также, что результатом рассмотренного воздействия является модуляция гауссова распределения, имеющего место для свободной броуновской частицы, и его асимметрия по отношению к направлению скорости частицы. Наши расчеты показывают, что форма модуляции для разных компонент распределения вероятностей получается различной.

Ключевые слова: Распределения вероятностей, гауссово распределение, уравнение Фоккера–Планка, гравитационные силы.

Введение

В ряде работ С.Э. Шноля с соавторами (см., например, библиографический список в книге [1]) было показано, что вследствие «разброса результатов», сопровождающего измерения процессов различной природы, наблюдаются закономерные изменения тонкой структуры распределений плотностей вероятностей для скорости изменения измеряемых величин. Под «тонкой структурой» авторы понимают характерные формы отклонений указанных распределений вероятностей от тех, которые присущи самой исследуемой системе. Например, для броуновского движения – это отклонения от гауссова распределения. Эти распределения представлены авторами в виде последовательности гистограмм, вычисленных на основе относительно коротких выборок из экспериментально полученных временных рядов. Каждая выборка содержит сравнительно небольшое число точек (обычно 30–60). Различные

выборки сдвинуты друг относительно друга по времени. Кроме того, соответствующие выборки могут быть сделаны в различных пунктах наблюдения. Такой способ обработки результатов измерений вызван нестационарностью наблюдаемых процессов. В принципе, при расчете вероятностей нестационарных процессов, для которых отсутствует свойство эргодичности, усреднение следует проводить не по времени, а по статистическому ансамблю. Однако часто, например, при решении задач медицинской диагностики, такой ансамбль отсутствует. Можно измерить большое количество электрокардиограмм, электроэнцефалограмм или стабิโลграмм, но они не образуют статистического ансамбля. Поэтому приходится проводить усреднение по достаточно короткому интервалу времени. Так часто поступают при вычислениях фрактальных размерностей таких нестационарных процессов, не оценивая даже характерное время нестационарности. По-видимому, именно этим можно объяснить очень большой разброс опубликованных результатов.

Однако указанный способ позволяет, хотя и с некоторыми ошибками, измерять вероятности для нестационарных процессов. Авторами упомянутых выше работ было обнаружено, что форма полученных гистограмм изменяется с периодами, равными «звездным» и «солнечным» суткам, а также году и приблизительно 27 суткам. Форма гистограмм, получаемых при одновременных измерениях процессов любой природы в данном географическом пункте с высокой вероятностью сходна. В разных географических пунктах сходная форма гистограмм, при исследовании процессов разной природы, наблюдалась в одно и то же местное время. О суточной периодичности формы гистограмм можно судить из рис. 1, где на примере излучения α -частиц при радиоактивном распаде показано, что вероятности интервалов, кратных суткам, между сходными гистограммами имеют четко выраженные максимумы. Периодичность подтверждается и рис. 2, где показано, что максимум соответствует звездным суткам, а не солнечным. (Оба рисунка заимствованы из [1].)

Закономерные изменения формы гистограмм во времени не противоречат случайному характеру изменений измеряемых величин. Более того, случайные, в традиционном смысле, процессы являются адекватными объектами для изучения закономерностей изменения формы гистограмм. Закономерные изменения формы гистограмм были обнаружены при измерениях скоростей химических и биохимических реакций, скорости движения заряженных частиц в электрическом поле, при измерениях времени релаксации протонов в переменном магнитном поле, в шумах гравитационной антенны, в шумах полупроводников, при измерениях радиоактивности разных видов (соответствующие ссылки приведены в [1]).

На протяжении нескольких десятилетий основным объектом исследований С.Э. Шноля были флуктуации интенсивности альфа-распада. Этот выбор в значительной степени был обусловлен методическими соображениями – созда-

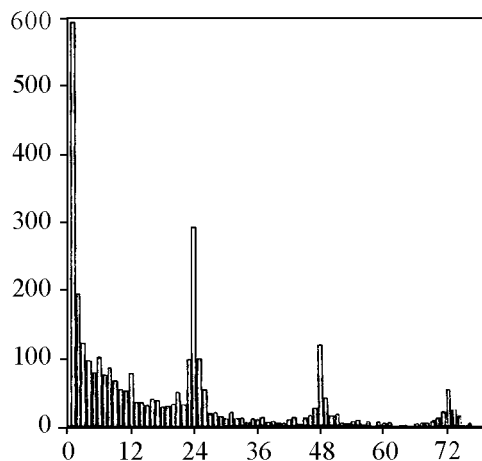


Рис. 1. Распределение сходных гистограмм, построенных по измерениям альфа-активности препаратов ^{239}Pu , по разделяющим их одночасовым интервалам [1]

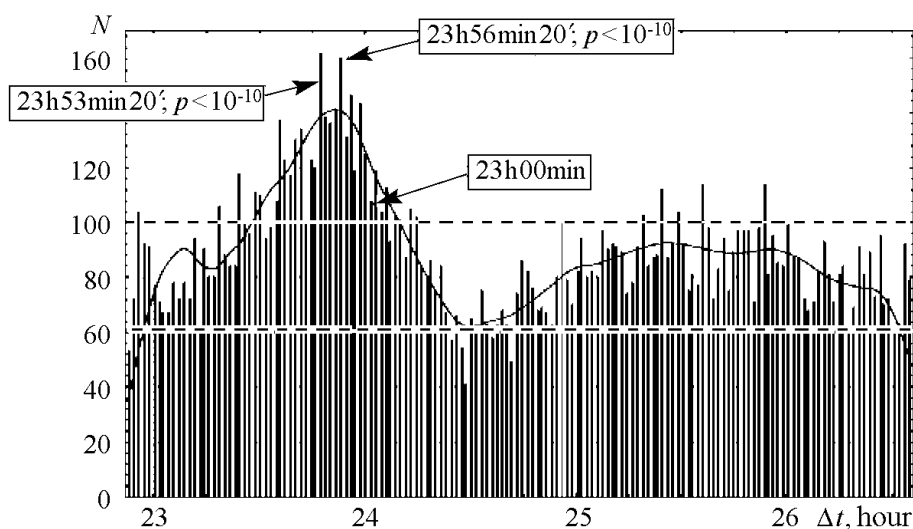


Рис. 2. Распределение сходных гистограмм, построенных каждая по 60-ти односекундным измерениям альфа-активности ^{218}Po , по разделяющим их одноминутным интервалам [1]

нием стабильно работающих измерительных устройств, позволяющих проведение в автоматическом режиме многолетних непрерывных ежесекундных измерений альфа-активности в разных географических пунктах. Использование при измерениях альфа-активности детекторов с коллиматорами, вырезающими потоки частиц в определенных направлениях, позволило установить зависимость изменений формы гистограмм от направления в пространстве. Было показано, что определенным направлениям соответствуют определенные формы гистограмм и их изменения связаны с вращением Земли вокруг своей оси и вокруг Солнца ¹.

На основании всей совокупности полученных результатов был сделан вывод, в соответствии с которым закономерности изменения формы гистограмм не зависят от природы процесса и определяются весьма общей космофизической причиной. В качестве такой общей причины в [1] предложены флуктуации пространства-времени, обусловленные движением Земли в неоднородном гравитационном поле. Рассмотрению таких флуктуаций посвящен ряд работ (см., например, [2–4]). Однако механизм воздействия этих флуктуаций на различные системы остается неясным. Как, например, гравитационные силы могут влиять на скорости химических реакций?

В настоящей работе в качестве альтернативной общей космофизической причины предлагается поток каких-либо частиц от Солнца и других звезд, и задача решается на основе классической физики. Этот подход тесно перекликается с известными работами А.Л. Чижевского, полагавшего, что изменение солнечной активности сильно влияет на все процессы на Земле [5]. Взгляды Чижевского изложены также в работах его последователей (см., например, [6, 7]).

Для выбора реальной причины представляется важным существенное расширение объектов исследований. В этой связи в работе [8] было предпринято исследование броуновского движения, поскольку, как принято думать, его закономерно-

¹Мнения авторов данной статьи расходятся по этому вопросу с мнением автора работы [1]. С.Э. Шноль полагает, что наблюдаемые результаты экспериментов определяются направлением вылета альфа-частиц, тогда как П.С. Ланда считает, что они определяются направлением прилета космических частиц.

сти вполне объясняются «внутренними свойствами» и не требуют учета каких-либо внешних факторов. Однако, как показано в [8], форма гистограмм для распределения скоростей броуновской частицы, как и для других случайных процессов, определяется внешними факторами. Рассмотрение броуновского движения целесообразно еще и потому, что оно допускает сравнительно простое аналитическое исследование.

1. Приближенный аналитический расчет распределения вероятностей для скоростей броуновских частиц с учетом внешнего потока

Прежде всего мы рассмотрим классическую хорошо известную задачу о движении маленького шарика (броуновской частицы) радиуса R и массы m , находящегося в газообразной или жидкой среде. Без учета каких-либо дополнительных факторов такую среду можно описывать уравнениями газовой динамики со случайными источниками [9], обусловленными атомно-молекулярной структурой среды. Флуктуации газодинамических функций (плотности, скорости и температуры T), вызванные этими источниками, называются естественными флуктуациями, потому что они являются принципиально неустранимыми. В механике сплошных сред эти флуктуации, естественно, не принимаются во внимание, потому что среда предполагается непрерывной. Но для корректного описания движения броуновской частицы учет этих флуктуаций необходим. В [9] показано, что этот учет приводит к хорошо известному уравнению Ланжевена [10]

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \gamma\mathbf{v} = \xi(t), \quad (1)$$

где векторная функция $\xi(t)$ – белый шум с корреляционной функцией $\langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle = K\delta(\tau)$,

$$K = 2\gamma \frac{kT}{m}, \quad \gamma = \frac{6\pi\eta R}{m}. \quad (2)$$

Здесь K – половина спектральной плотности процесса $\xi(t)$, k – постоянная Больцмана, T – температура среды, η – динамическая вязкость, R и m – радиус и масса броуновской частицы. Заметим, что член $\gamma\mathbf{v}$ в (1) называется силой Стокса и описывает внутреннее трение в среде.

Из уравнения (1) следует, что спектральная плотность скорости броуновской частицы равна

$$S(\omega) = \frac{2K}{\omega^2 + \gamma^2}, \quad (3)$$

то есть она описывается лоренцевой линией с полушириной γ . Корреляционная функция для движения броуновской частицы $R(\tau)$ является экспоненциально спадающей и определяется формулой

$$R(\tau) = \frac{K}{2\gamma} \exp(-\gamma|\tau|). \quad (4)$$

В одномерном случае уравнению (1) соответствует следующее уравнение Фоккера–Планка [10]:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial v} = 0, \quad (5)$$

где поток вероятности

$$G = -\gamma v w - \frac{K}{2} \frac{\partial w}{\partial v}. \quad (6)$$

Стационарное решение уравнения (5) при условии равенства нулю потока вероятности имеет вид

$$w(x) = C \exp\left(-\frac{\gamma v^2}{K}\right), \quad (7)$$

откуда следует, что скорость броуновских частиц имеет гауссово распределение вероятностей, где нормировочная постоянная $C = \sqrt{\pi\gamma/K}$.

Будем предполагать, что внешние факторы проявляются в виде суммы случайных сил, действующих на броуновскую частицу. По-видимому, эти силы могут иметь различную природу. Как уже отмечалось, в [1] предполагается, что эти силы имеют гравитационное происхождение, связанное с перемещением Земли в пространстве. Другим источником этих сил может служить космическое излучение, исходящее из Солнца и всех других звезд. Если космические лучи, исходящие из Солнца, являются преобладающими, то, в первую очередь, периодические составляющие внешнего потока должны быть связаны с вращением Земли вокруг своей оси и вокруг Солнца. Какое-то влияние может оказывать движение самого Солнца и всех звезд нашей Галактики.

Ради простоты будем предполагать, что источником внешнего воздействия на броуновскую частицу является поток космических частиц, движущихся в одном и том же направлении со средней скоростью u . Будем также предполагать, что отклонения скорости космических частиц от среднего значения малы, а линейная плотность этого потока $\rho(t)$ является функцией времени. При сравнении полученных ниже результатов с экспериментами необходимо учесть, что сделанное предположение об однонаправленности потока космических частиц должно соответствовать экспериментам с коллиматорами [1].

Чтобы рассчитать влияние потока космических частиц на движение броуновской частицы, будем предполагать, что в процессе соударения броуновская и космическая частицы связаны пружинкой жесткости k . Очевидно, что взаимодействие между частицами будет происходить до тех пор, пока их скорости не сравняются. Записав законы сохранения импульса и энергии, получаем следующие уравнения:

$$m\mathbf{v} + m_c\mathbf{u} = (m + m_c)\mathbf{v}_e, \quad m|v|^2 + m_c u^2 = (m + m_c)v_e^2 + kx^2, \quad (8)$$

где m и m_c – массы броуновской и космической частиц, соответственно; \mathbf{v} и \mathbf{u} – скорости броуновской и космической частиц до удара; \mathbf{v}_e скорости обеих частиц после удара и kx^2 – энергия деформации частиц в процессе удара. Решая уравнения (8), находим x

$$x = \sqrt{\frac{mm_c}{k(m + m_c)}} (\mathbf{u} - \mathbf{v})^2. \quad (9)$$

Отсюда и из (8) следует, что сила взаимодействия между частицами в процессе удара равна

$$kx = \sqrt{\frac{mm_c k}{m + m_c}} |\mathbf{u} - \mathbf{v}|. \quad (10)$$

Таким образом, изменение количества движения броуновской частицы за счет соударения с одной космической частицей равно

$$\Delta m\mathbf{v} = \Delta t \sqrt{\frac{mm_c k}{m + m_c}} (\mathbf{u} - \mathbf{v}), \quad (11)$$

где Δt – время соударения. Сила, действующая на броуновскую частицу со стороны всего потока космических частиц равна

$$\mathbf{F}(t) = \frac{\Delta m \mathbf{v}}{\Delta t} n(t)(\mathbf{u} - \mathbf{v})\mathbf{e} \equiv m\beta n(t)(\mathbf{u} - \mathbf{v})^2\mathbf{e}, \quad (12)$$

где $n(t) = \rho(t)/m_c$ – число частиц на единицу длины; \mathbf{e} – единичный вектор, направленный вдоль внешнего потока; $\beta = \sqrt{m_c k / (m(m + m_c))}$. Исходя из найденного выражения для силы $\mathbf{F}(t)$, запишем модельное уравнение для скорости броуновской частицы в виде

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \gamma\mathbf{v} = \xi(t) + \beta n(t)(\mathbf{u} - \mathbf{v})^2\mathbf{e}. \quad (13)$$

Принимая во внимание только вращение Земли вокруг своей оси и вокруг Солнца, положим

$$\begin{aligned} n(t) &= n_0(\varepsilon t) \left(1 + \sin \alpha \cos \omega_2 t\right) \left(1 + \sin \varphi \cos(\omega_1 t - \psi)\right) = \\ &= 1 + \sin \varphi \cos(\omega_1 t - \psi) + \sin \alpha \cos \omega_2 t + \\ &\quad + \frac{\sin \alpha \sin \varphi}{2} \left(\cos(\omega_3 t - \psi) + \cos(\omega_4 t - \psi)\right), \end{aligned} \quad (14)$$

где $n_0(\varepsilon t)$ – медленно меняющаяся функция времени; $\omega_1 = 36\pi/432$ рад/ч – приблизительное значение частоты обращения Земли вокруг своей оси; $\omega_2 = \omega_1/365.25$ рад/ч – приблизительное значение частоты обращения Земли вокруг Солнца; $\omega_{3,4} = \omega_1 \pm \omega_2$ – частоты, мало отличающиеся от ω_1 ; ψ – сдвиг фаз, определяемый долготой места наблюдения; $\alpha \approx 0.409 \approx 23.45^\circ$ – угол между плоскостью экватора и плоскостью земной орбиты; φ – угол между направлением скорости потока космических частиц и направлением на Север. Из формулы (11) следует, что при $\varphi = 0$ плотность космических частиц не зависит от времени суток. Заметим, что периоды, соответствующие частотам $\omega_{3,4}$, отличаются от периода обращения Земли вокруг Солнца $T_1 = 2\pi/\omega_1$ приблизительно на 4 мин. Интересно, что такие периоды проявляют себя на рис. 1 и 2, однако при обсуждении рис. 2 в [1] автор обращает внимание только на один из этих периодов T_4 (отождествляемый с солнечными сутками), который больше периода T_1 (отождествляемого со звездными сутками) примерно на 4 мин. Как видно из формулы (11), в гистограммах должен присутствовать и период T_3 , меньший T_1 . Безусловно, этот вывод требует тщательной экспериментальной проверки.

Выбирая начало отсчета времени в один из дней летнего противостояния, находим, что моменты времени, в которые $\omega_2 t = (2n + 1)\pi/2$ ($n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$), соответствуют дням равноденствия, $\omega_2 t = 2n\pi$ – дням летнего противостояния, $\omega_2 t = (2n + 1)\pi$ – дням зимнего противостояния.

Заметим, что точные значения частот ω_1 и ω_2 несоизмеримы, причем $\omega_1 \gg \omega_2$. Поэтому функция $n(t)$ близка к квазипериодической функции времени, то есть к сумме периодических составляющих с несоизмеримыми периодами $T_j = 2\pi/\omega_j$, где $j = 1, \dots, 4$.

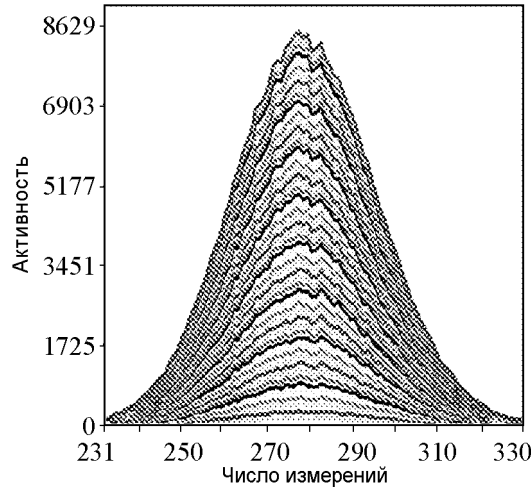


Рис. 3. Несглаженное распределение результатов 352980 измерений альфа-активности препарата ^{239}Pu за четверо суток. «Слоевые линии» проведены через каждые 6000 измерений. По оси абсцисс отложена активность – число актов распада, зарегистрированных счетчиком за 1 сек.; по оси ординат – число измерений, соответствующее данной величине активности [1]

Уравнение (10) удобно переписать в виде двух уравнений для продольной (вдоль потока) v_{\parallel} и поперечной (перпендикулярно потоку) v_{\perp} компонент вектора \mathbf{v} :

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\parallel}}{dt} + \gamma v_{\parallel} &= \xi(t) + \beta n(t) \left((u - v_{\parallel})^2 + v_{\perp}^2 \right), \\ \frac{dv_{\perp}}{dt} + \gamma v_{\perp} &= \xi(t). \end{aligned} \quad (15)$$

Отсюда сразу видно, что при наличии внешнего направленного потока движение броуновской частицы становится неизотропным по направлению, что необходимо учитывать в экспериментах.

В случае достаточно узкого коллиматора можно приближенно положить $v_{\perp} = 0$. Тогда уравнения (12) сведутся к одному уравнению для $v \equiv v_{\parallel}$

$$\frac{dv}{dt} + \gamma v = \xi(t) + \beta n(t) (u - v)^2. \quad (16)$$

Уравнению (13) соответствует следующее уравнение Фоккера–Планка:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial v} = 0, \quad (17)$$

где поток вероятности

$$G = \left(-\gamma v + \beta n(t) (u - v)^2 \right) w - \frac{K}{2} \frac{\partial w}{\partial v}. \quad (18)$$

При $\beta = 0$ решением уравнения (14) с учетом (18) является гауссово распределение вероятностей (9).

Полагаем, что поправка к гауссову распределению вероятностей мала. Это предположение подтверждается вычислениями плотности вероятности на основе измеренного временного ряда (см., например, [1, рис. 3]). Тогда решение уравнения (14) можно искать путем разложения по некоторому малому параметру μ в виде ряда

$$w(v, t) = w_0(v) + \mu w_1(v, t) + \dots \quad (19)$$

Подставляя (19) в уравнение (14) и в выражение (18), для функции $w_1(v, t)$ получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial w_1(v, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial w_1(v, t)}{\partial v} + \gamma v w_1(v, t) \right) = -2\beta n(t) (u - v) \left(1 + \frac{\gamma v (u - v)}{K} \right) w_0(v). \quad (20)$$

Функция $w_1(v, t)$ описывает поправку к гауссову распределению вероятностей, которую можно сопоставить с «тонкой структурой гистограмм», исследованной в [1].

Из условия нормировки функции $w(v, t)$ следует

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_0(v) dv = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} w_1(v, t) dv = 0. \quad (21)$$

В силу линейности уравнения (20) его решение можно искать в виде

$$\begin{aligned} w_1(v, t) = & W_0(v, \varepsilon t) + \sin \varphi \left(W_{11}(v, \varepsilon t) \cos(\omega_1 t - \psi) + W_{12}(v, \varepsilon t) \sin(\omega_1 t - \psi) \right) + \\ & + \sin \alpha \left(W_{21}(v, \varepsilon t) \cos \omega_2 t + W_{22}(v, \varepsilon t) \sin \omega_2 t \right) + \\ & + \frac{\sin \alpha \sin \varphi}{2} \left(W_{31}(v, \varepsilon t) \cos(\omega_3 t - \psi) + \right. \\ & + W_{32}(v, \varepsilon t) \sin(\omega_3 t - \psi) + W_{41}(v, \varepsilon t) \cos(\omega_4 t - \psi) + \\ & \left. + W_{42}(v, \varepsilon t) \sin(\omega_4 t - \psi) \right), \quad (22) \end{aligned}$$

где $W_0(v, \varepsilon t)$ и $W_{ij}(v, \varepsilon t)$ – неизвестные медленно меняющиеся со временем функции.

Из уравнения (14) и выражений (18), (11) находим следующие уравнения для функций $W_0(v, \varepsilon t)$ и $W_{ji}(v, \varepsilon t)$:

$$\begin{aligned} \frac{K}{2} \frac{\partial^2 W_0(v, t)}{\partial v^2} + \frac{\partial}{\partial v} (\gamma v W_0(v, t)) &= -2\beta n_0(\varepsilon t)(u - v) \left(1 + \frac{\gamma v(u - v)}{K} \right) w_0(v), \\ \omega_1 W_{12} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial W_{11}}{\partial v} + \gamma v W_{11} \right) &= 2\beta n_0(\varepsilon t)(u - v) \left(1 + \frac{\gamma v(u - v)}{K} \right) w_0(v), \\ -\omega_1 W_{11} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial W_{12}}{\partial v} + \gamma v W_{12} \right) &= 0; \\ \omega_2 W_{22} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial W_{21}}{\partial v} + \gamma v W_{21} \right) &= 2\beta n_0(\varepsilon t)(u - v) \left(1 + \frac{\gamma v(u - v)}{K} \right) w_0(v), \\ -\omega_2 W_{21} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial W_{22}}{\partial v} + \gamma v W_{22} \right) &= 0; \quad (23) \\ \omega_3 W_{32} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial W_{31}}{\partial v} + \gamma v W_{31} \right) &= 2\beta n_0(\varepsilon t)(u - v) \left(1 + \frac{\gamma v(u - v)}{K} \right) w_0(v), \\ -\omega_3 W_{31} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial W_{32}}{\partial v} + \gamma v W_{32} \right) &= 0; \\ \omega_4 W_{42} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial W_{41}}{\partial v} + \gamma v W_{41} \right) &= 2\beta n_0(\varepsilon t)(u - v) \left(1 + \frac{\gamma v(u - v)}{K} \right) w_0(v), \\ -\omega_4 W_{41} - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{K}{2} \frac{\partial W_{42}}{\partial v} + \gamma v W_{42} \right) &= 0. \end{aligned}$$

Первое уравнение (23) описывает поправку к гауссову распределению вероятностей, медленно зависящую от времени, тогда как остальные уравнения описывают формы распределений вероятностей (гистограмм), изменяющихся во времени приблизительно с периодами $T_1 = 2\pi/\omega_1$ (суточными), $T_2 = 2\pi/\omega_2$ (годовыми) и $T_3 = 2\pi/\omega_3$, $T_4 = 2\pi/\omega_4$ (близкими к суточным).

Следует отметить, что найденные уравнения являются приближенными по двум причинам. Во-первых потому, что мы предполагали скорость внешнего потока постоянной, а она флуктуирует. Вторая причина заключается в приближенном решении уравнения (14). Однако можно предположить, что экспериментальные сходные гистограммы с соответствующими периодами должны быть близки к следующим из полученных уравнений. К сожалению, данные, приведенные в работе [8], сделать это не позволяют.

Уравнения (23) удобно переписать в безразмерных переменных, введя безразмерные скорости $V = \sqrt{\gamma/K} v$ и $U = \sqrt{\gamma/K} u$. В результате получим

$$\frac{d}{dV} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_0}{\partial V} + VW_0 \right) = -2B(\varepsilon t)(U - V) \left(1 + V(U - V) \right) w_0(V); \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega_1}{\gamma} W_{12} - \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_{11}}{\partial V} + VW_{11} \right) &= 2B(\varepsilon t)(U - V) \left(1 + V(U - V) \right) w_0(V), \\ -\frac{\omega_1}{\gamma} W_{11} - \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_{12}}{\partial V} + VW_{12} \right) &= 0; \\ \frac{\omega_2}{\gamma} W_{22} - \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_{21}}{\partial V} + VW_{21} \right) &= 2B(\varepsilon t)(U - V) \left(1 + V(U - V) \right) w_0(V), \\ -\frac{\omega_2}{\gamma} W_{21} - \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_{22}}{\partial V} + VW_{22} \right) &= 0; \quad (25) \\ \frac{\omega_3}{\gamma} W_{32} - \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_{31}}{\partial V} + VW_{31} \right) &= 2B(\varepsilon t)(U - V) \left(1 + V(U - V) \right) w_0(V), \\ -\frac{\omega_3}{\gamma} W_{31} - \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_{32}}{\partial V} + VW_{32} \right) &= 0; \\ \frac{\omega_4}{\gamma} W_{42} - \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_{41}}{\partial V} + VW_{41} \right) &= 2B(\varepsilon t)(U - V) \left(1 + V(U - V) \right) w_0(V), \\ -\frac{\omega_4}{\gamma} W_{41} - \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial W_{42}}{\partial V} + VW_{42} \right) &= 0, \end{aligned}$$

где $B(\varepsilon t) = (\beta n_0(\varepsilon t)/\gamma) \sqrt{K/\gamma}$, $w_0(V) = (1/\sqrt{\pi}) \exp(-V^2)$.

Поскольку функция $w_1(V, t)$ должна быть отлична от нуля только при наличии внешнего воздействия, мы должны найти только частное решение неоднородного уравнения (20).

Прежде всего найдем решение неоднородного уравнения (24). Частное решение этого уравнения будем искать в виде полинома по

$$W_0(V) = (a_0 + b_0V + c_0V^2 + d_0V^3)w_0(V). \quad (26)$$

Подставляя (26) в уравнение (24), находим систему уравнений для a_0 , b_0 , c_0 и d_0

$$c_0 + 2BU = 0, \quad 2BU^2 - 2B - b_0 + 3d_0 = 0, \quad -4BU - 2c_0 = 0, \quad 2B - 3d_0 = 0, \quad (27)$$

решение которой имеет вид

$$b_0 = 2BU^2, \quad c_0 = -2BU, \quad d_0 = 2B/3. \quad (28)$$

Мы видим, что решение (26) справедливо при любом значении a_0 . Это позволяет нам найти a_0 из второго условия нормировки (21). Из этого и первого условия (21) следует, что

$$a_0 = -\frac{c_0}{2} = BU. \quad (29)$$

Чтобы найти форму распределений вероятностей с различными периодами, нужно решить уравнения (15). Полагая в (15)

$$W_{ji}(V, \varepsilon t) = w_{ji}(V, \varepsilon t)w_0(V), \quad (30)$$

получаем для $w_{ji}(V, \varepsilon t)$ следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_1}{\gamma} w_{12} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w_{11}}{dV^2} + V \frac{dw_{11}}{dV} &= 2B(U - V) \left(1 + V(U - V)\right), \\ -\frac{\omega_1}{\gamma} w_{11} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w_{12}}{dV^2} + V \frac{dw_{12}}{dV} &= 0, \\ \frac{\omega_2}{\gamma} w_{22} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w_{21}}{dV^2} + V \frac{dw_{21}}{dV} &= 2B(U - V) \left(1 + V(U - V)\right), \\ -\frac{\omega_2}{\gamma} w_{21} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w_{22}}{dV^2} + V \frac{dw_{22}}{dV} &= 0, \\ \frac{\omega_3}{\gamma} w_{32} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w_{31}}{dV^2} + V \frac{dw_{31}}{dV} &= 2B(U - V) \left(1 + V(U - V)\right), \\ -\frac{\omega_3}{\gamma} w_{31} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w_{32}}{dV^2} + V \frac{dw_{32}}{dV} &= 0, \\ \frac{\omega_4}{\gamma} w_{42} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w_{41}}{dV^2} + V \frac{dw_{41}}{dV} &= 2B(U - V) \left(1 + V(U - V)\right), \\ -\frac{\omega_4}{\gamma} w_{41} - \frac{1}{2} \frac{d^2 w_{42}}{dV^2} + V \frac{dw_{42}}{dV} &= 0. \end{aligned} \quad (31)$$

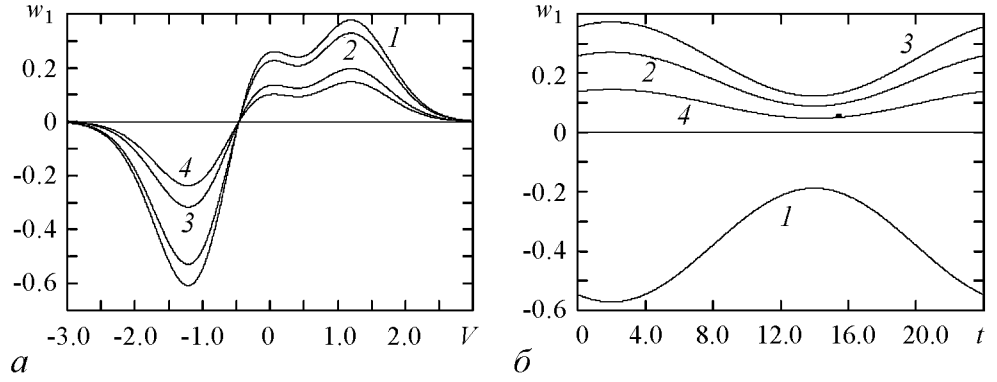


Рис. 4. Примеры зависимостей $w_1(V, t)$ от V при нескольких значениях t (a) и от t при нескольких значениях V (b) для $\gamma = 100000$, $\alpha = 0.409$, $\psi = 0.52$, $\varphi = \pi/3$. Кривые 1,2,3,4 на рис. (a) соответствуют $t = 0, 6, 12, 18$ (кривая для $t = 24$ совпадает с соответствующей кривой для $t = 0$, что означает точную периодичность); на рис. (b) кривые 1,2,3,4 соответствуют $V = -1, 0, 1, 2$

Решения неоднородных уравнений (31) имеют вид

$$w_{i1}(V) = 2B\gamma^2 \left[\frac{2U(1-2V^2)}{4\gamma^2 + \omega_i^2} + \left(U^2 - \frac{4\omega_i^2}{9\gamma^2 + \omega_i^2} \right) \frac{V}{\gamma^2 + \omega_i^2} + \frac{3V^3}{9\gamma^2 + \omega_i^2} \right], \quad (32)$$

$$w_{i2}(V) = 2B\gamma\omega_i \left[\frac{U(1-2V^2)}{4\gamma^2 + \omega_i^2} + \left(\frac{U^2}{\omega_i^2 + \gamma^2} + \frac{3\gamma^2 - \omega_i^2}{9\gamma^2 + \omega_i^2} \right) \frac{V}{\gamma^2 + \omega_i^2} + \frac{V^3}{9\gamma^2 + \omega_i^2} \right].$$

Принимая во внимание (22) и (30), получим следующее выражение для функции $w_1(V, t)$:

$$\begin{aligned} w_1(V, t) = & W_0(V, \epsilon t) + \left(\sin \varphi \left(w_{11}(V) \cos(\omega_1 t - \psi) + w_{12}(V) \sin(\omega_1 t - \psi) \right) + \right. \\ & + \sin \alpha \left(w_{21}(V) \cos \omega_2 t + w_{22}(V) \sin \omega_2 t \right) + \frac{\sin \alpha \sin \varphi}{2} \left(w_{31}(V) \cos(\omega_3 t - \psi) + \right. \\ & \left. \left. + w_{32}(V) \sin(\omega_3 t - \psi) + w_{41}(V) \cos(\omega_4 t - \psi) + w_{42}(V) \sin(\omega_4 t - \psi) \right) \right) w_0(V). \end{aligned} \quad (33)$$

Примеры зависимостей $w_1(V, t)$ от V при нескольких значениях t (a) и от t (b) при нескольких значениях V приведены на рис. 4.

Заключение

Близость следующих из теоретического рассмотрения форм модуляции для разных компонент распределения вероятностей к найденным экспериментально в работе [8] свидетельствует о том, что эксперименты и их обработка авторами этой работы были проведены корректно и сделанные ими выводы правильны, несмотря на то, что используемый ими метод визуального сравнения гистограмм вызывает некоторые вопросы.

Библиографический список

1. Шноль С.Э. Космофизические факторы в случайных процессах. Stockholm (Швеция): Изд-во Svenska Fisikarkivet, 2009. 388 с.
2. Шноль С.Э. Макроскопические флуктуации формы дискретных распределений как следствие арифметических и космофизических причин // Биофизика. 2001. Т. 46, № 5. С. 775.
3. Кириллов А.А., Зенченко К.И. О возможности нарушения статистики Пуассона в процессах типа радиоактивного распада // Биофизика. 2001. Т. 46, № 5. С. 841.
4. Блюменфельд Л.А., Зенченко Т.А. Квантовые переходы между состояниями и космофизические флуктуации // Биофизика. 2001. Т. 46, № 5. С. 859.
5. Агеев И.М., Шишкин Г.Г. Корреляция солнечной активности с электропроводностью воды // Биофизика. 2001. Т. 46, № 5. С. 829.
6. Чижевский А.Л. Земное эхо солнечных бурь. М.: Мысль, 1976.
7. Мартынюк В.С., Темурьянц Н.А., Московчук О.Б. Корреляция биофизических параметров биологических активных точек и вариаций гелиогеофизических факторов // Биофизика. 2001. Т. 46, № 5. С. 905.
8. Каминский А.В., Шноль С.Э. Влияние космофизических факторов на флуктуации скоростей броуновских частиц // Изв. вузов. ПНД. 2011. Т. 19, № 1. С. 63.
9. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. М.: Наука, 1982.
10. Стратонович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Сов. Радио, 1961.
11. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.

Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию 26.01.2010

ANALYTICAL CONSIDERATION OF THE COSMIC FACTOR EFFECTS UPON THE FLUCTUATIONS OF BROWN PARTICLE VELOCITIES

P.S. Landa, V.A. Vlasov

Results of analytical consideration of the probability distribution density for Brown particle, subject to weak influence of the external force conditioned by a cosmic particle flow. It is shown that this influence, which is time-dependent, results in essential non-stationarity of the probability distribution, i.e. it becomes a sum of components caused by different astronomical factors: Earth revolution about inherent axes and the Sun, the motion of the Sun and stars and so on. It is also shown that an important result of the effect under consideration lies in the modulation of Gaussian, valid for a free Brown particle,

and its asymmetry with respect to the direction of the particle velocity. Our calculations have showed that the modulation form for different probability distribution component is distinct.

Keyword: Probability distribution, Gaussian, Fokker–Plank equation, gravitational forces.



Ланда Полина Соломоновна – окончила физический факультет МГУ. Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в МГУ и доктора физико-математических наук в Горьковском госуниверситете в области теории колебаний и волн. Профессор, ведущий научный сотрудник МГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, радиофизика, применение методов нелинейной динамики в различных областях науки. Автор и соавтор десяти монографий по колебаниям и волнам, в том числе монографии «Стохастические и хаотические колебания», переведенной на английский язык, а также монографии «Нелинейные колебания и волны в динамических системах», вышедшей в издательстве «Kluwer», «Регулярные и хаотические колебания», вышедшей в издательстве «Springer» в 2001 году, и нескольких обзоров, в том числе в УФН и «Physics Reports». Член Национального комитета по механике (Россия). Опубликовала много научных статей по направлениям, указанным выше. Член редакционной коллегии журналов «Chaos, Solitons and Fractals» и «Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика».

119899 Москва, Ленинские горы, МГУ
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
E-mail: planda@mail.ru



Власов Владимир Алексеевич – родился в 1989 году в Москве. Студент физического факультета МГУ (кафедра биофизики). Имеет одну публикацию в центральной печати (Шноль С.Э., Ланда П.С., Власов В.А. Влияние космических факторов на скорость альфа-распада. Вестник научно-технического развития, № 2 (42), 2011).

119899 Москва, Ленинские горы, МГУ
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
E-mail:mr_vv@list.ru