



**АВТОКОЛЕБАНИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ  
«ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК - ВСТРЕЧНАЯ (ОБРАТНАЯ)  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА»**

*Д.И. Трубецков, А.П. Четвериков*

Проведен аналитический обзор автоколебательных свойств распределенных динамических систем, основанных на взаимодействии встречных электромагнитной волны и волн в потоке электронов. Рассмотрены условия реализации абсолютной неустойчивости, линейный нестационарный процесс, свойства одночастотных и многочастотных, включая хаотические, автоколебаний. Описаны бифуркационные переходы между автоколебательными режимами и механизмами возникновения сложных пространственно-временных колебаний.

**Введение**

В теории колебаний и волн в качестве примера неравновесной среды часто приводят системы «электронный поток - электромагнитная волна» (более точно - «взаимодействующие электронный поток и электромагнитная волна», см., например, [1]). В указанных системах неустойчивость может быть связана с существованием волн с отрицательной энергией, то есть волн, с ростом амплитуды которых общая энергия системы «среда-волна» уменьшается. Наиболее известные примеры таких волн - медленная волна пространственного заряда (МВПЗ) и медленная циклотронная волна (МЦВ). Взаимодействие волн с отрицательной энергией с волнами с положительной энергией и с поглощающей средой приводят к неустойчивости: отдавая энергию, такая волна нарастает по амплитуде. Физические механизмы, обуславливающие неустойчивость, могут быть связаны с черенковской или циклотронной неустойчивостями и, в частности, с аномальным эффектом Доплера.

Для возникновения автоколебаний неустойчивость должна быть либо абсолютной, либо глобальной. Обе неустойчивости имеют место при наличии обратной связи. Если система не кольцевая, то обратная связь реализуется при взаимодействии электронного потока с обратной электромагнитной волной (с противоположно направленными фазовой и групповой скоростями) или со встречной волной. Причем встречные волны возникают как при отражении от стенок (есть резонатор), так и из-за специфики процессов взаимодействия. Подчеркнем, что для автоколебаний резонатор не обязателен, а обязательна обратная связь.

Для настоящего обзора, посвященного теоретическому анализу автоколебательных процессов в распределенных системах «электронный поток - встречная (обратная) электромагнитная волна» (ЭП-ВВ), наиболее полезным можно считать следующее, весьма широкое, определение распределенной

автоколебательной системы [2]: «Автоколебательной называется неконсервативная система, в которой в результате развития неустойчивостей возможно установление незатухающих волновых или колебательных движений (не обязательно регулярных), причем параметры этих движений - амплитуда и форма колебаний и волн, а в более общем случае - спектр колебаний, - определяются самой системой и не зависят от конечного изменения начальных условий».

Подчеркнем, что если установление стационарного режима определяется диссипацией, то характеристики установившегося волнового процесса зависят от самой среды - генерируемая частота определяется дисперсионными свойствами среды, обеспечивающими выполнение условий синхронизма для определенных частот взаимодействующих волн, и резонатором, когда он есть. В отличие от большинства задач, решения которых изложены, скажем, в [1], где активная среда<sup>1</sup> задана, в системе ЭП-ВВ (задача о неравновесной среде) все процессы можно описать лишь в рамках самосогласованной теории. Математически такая теория формулируется в виде двух блоков уравнений (обычно в дифференциальной форме):

1) линейное уравнение возбуждения электромагнитного поля в волноведущей системе током электронного пучка; в дальнейшем - уравнение электромагнитной волны;

2) нелинейные, в общем случае, уравнения, описывающие процессы в электронном пучке (активной среде) под действием поля; в дальнейшем - уравнения электронной волны (волн).

В такой постановке к данной задаче можно применить общие методы теории колебаний и волн. При этом колебательно-волновые процессы в распределенной автоколебательной системе можно трактовать как процессы взаимодействия волн, имеющих противоположные групповые скорости, - нелинейной электронной волны (или волн) и линейной электромагнитной волны. Конечно, следует сразу подчеркнуть условность термина «нелинейная электронная волна»: на самом деле, речь идет об эволюции возмущений и описывающих ее уравнениях активной среды - электронного потока. Акцент на условности этой удобной в дальнейшем терминологии делается потому, что в электронных потоках есть «настоящие» электронные волны (см., например, [3,4]), но в данном обзоре речь идет не о них.

Примечательным является то, что при определенных условиях уравнение электромагнитной волны остается одним и тем же для разных автоколебательных систем; различаются лишь уравнения «активной» среды - электронной волны. Благодаря этому можно провести сравнительный анализ систем ЭП-ВВ с различными механизмами взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем с достаточно общих колебательно-волновых позиций, что является основной целью настоящего аналитического обзора.

Обзор включает в себя качественный анализ процессов в системе ЭП-ВВ (п.1), анализ характера неустойчивости анализируемых систем (п.2), рассмотрение линейных нестационарных процессов в системе (п.3), описание математических моделей нелинейных электронных волн в системах с различными механизмами взаимодействия волн (с разными нелинейными свойствами) (п.4) и анализ стационарных (одночастотных и многочастотных - периодических и хаотических) автоколебаний в них (п.5).

## 1. Качественный анализ взаимодействия электромагнитной и электронной волн с противоположными групповыми скоростями

Рассмотрим качественно взаимодействие волн в электродинамической волноведущей системе, заполненной активной средой - электронным потоком. Термин «поток» подразумевает, что все электроны, заполняющие пространство

<sup>1</sup>Среда называется активной, если при включении внешнего поля в ней возникает отрицательная проводимость или вязкость (линейная или нелинейная).

взаимодействия, имеют компоненту скорости  $v_{||}$ , направленную вдоль оси  $z$  электродинамической структуры (для определенности - в положительном направлении, рис. 1), и, следовательно, - запас «продольной» кинетической энергии. Кроме того, электроны могут смещаться и в поперечной плоскости пространства взаимодействия, в частности, совершать колебательные движения, обладая запасом «поперечной» кинетической энергии (электроны-осцилляторы). Известно, что в таком потоке - активной среде -

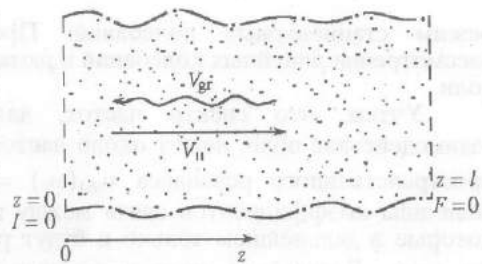


Рис. 1. Схема, поясняющая процесс взаимодействия одномерных электронной и электромагнитной волн, распространяющихся навстречу друг другу

могут существовать высокочастотные возмущения в виде волн с групповыми скоростями, равными по величине  $v_{||}$  при малом уровне возмущений. Предположим, что в электродинамической структуре может распространяться электромагнитная волна с групповой скоростью  $v_{gr} = -|v_{gr}|$ , причем фазовая скорость волны  $v_{ph}$  может быть как отрицательной ( $v_{ph} \uparrow \uparrow v_{gr}$  - встречная волна), так и положительной ( $v_{ph} \uparrow \downarrow v_{gr}$  - обратная волна, которая обычно реализуется в периодической электродинамической системе в виде обратной пространственной гармоники). В дальнейшем для простоты будем называть такие волны встречными (ВВ), оговаривая каждый раз особо разницу между встречной и обратной волнами там, где она принципиальна. При определенных условиях волны в потоке и встречная электромагнитная волна могут эффективно взаимодействовать. Пусть, например, в начальный момент времени  $t=0$  электронная и электромагнитная волны возникают в виде шумовых возмущений, имеющих естественное происхождение (дробовой шум, тепловые шумы и т.п.) или появляющихся при формировании электронного потока. Амплитуды возмущений малы, поэтому на начальной стадии колебаний процесс в системе может рассматриваться как взаимодействие линейных волн. Отдельные компоненты электронной и электромагнитной волн, то есть их пространственно-временные Фурье-компоненты будут взаимодействовать эффективно, если выполняется условие временного ( $\omega_1 \approx \omega_2$ ) и пространственного ( $v_{ph1}(\omega_1) \approx v_{ph2}(\omega_2)$ ) резонансов. Здесь  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - частоты компонент «холодных» (в отсутствие взаимодействия) электромагнитной и электронной волн,  $v_{ph1}$  и  $v_{ph2}$  - их фазовые скорости. Разумно предположить, что в системе может реализоваться абсолютная неустойчивость, поскольку (математическое доказательство этого факта приведено ниже) групповые скорости волн направлены в разные стороны, а одна из волн - волна активной среды. Если к тому же для рассмотренных волн удовлетворяются и граничные условия на концах ограниченной в пространстве системы (в таком виде она реализуется практически), то в ней будет происходить нарастание колебаний во времени<sup>2</sup> по экспоненциальному закону (линейная стадия переходного процесса) до тех пор, пока за счет нелинейных эффектов в электронном потоке не произойдет установление стационарного режима колебаний (термин «стационарный» здесь употребляется для любого установившегося режима - одночастотного, периодического, квазипериодического, хаотического). Свойства такого режима зависят от нелинейных свойств электронной волны. Таким образом, в рассматриваемом процессе можно выделить три характерных этапа: линейная стадия переходного процесса, нелинейная стадия переходного процесса,

<sup>2</sup> Если эти условия не выполняются, то амплитуды колебаний остаются на уровне шумовых возмущений. Это так называемый предгенерационный режим, который с точки зрения теории динамических систем соответствует состоянию устойчивого равновесия, то есть не является автоколебательным. Поэтому в настоящем обзоре он не обсуждается.

режим стационарных колебаний. Проанализируем их отдельно, начав с рассмотрения линейных колебаний в рамках модели взаимодействующих линейных волн.

Учтем, что спектр частот, для которых реализуется эффективное взаимодействие волн, лежит около частоты  $\omega_0$ , определяемой из условия точного пространственного резонанса  $v_{ph1}(\omega_0) = v_{ph2}(\omega_0)$ . Его ширина  $\Delta\omega$  зависит от величины коэффициентов связи между волнами [1] и в стандартных ситуациях, которые в дальнейшем только и будут рассматриваться, удовлетворяет условию  $\Delta\omega \ll \omega_0$ . Более того, из-за встречных направлений групповых скоростей волн (см. рис.1) и продольные волновые числа  $h$  взаимодействующих компонент также удовлетворяют аналогичному условию  $\Delta h \ll h_0$ , где  $h_0 = h(\omega_0)$ . (Отметим, что будет рассматриваться только «одномерная» эволюция волн в предположении, что все возможные поперечные распределения характеристик волн  $\Psi(r_\perp)$  заданы и неизменны). Сказанное позволяет анализировать только процессы с узкополосным спектром частот и волновых чисел в окрестности точки  $(\omega_0, h_0)$  пересечения дисперсионных характеристик «холодных» волн на диаграмме Бриллюэна  $\omega = \omega(h)$ . В этом есть важное достоинство: нет нужды знать всю дисперсионную характеристику, и колебательные процессы в системах различного типа со встречной (обратной) волной могут быть исследованы в рамках достаточно общей модели. В обзоре будут, в основном, рассмотрены ЛОВ типа 0 [5-14] и типа М [5, 15-16], гиро-ЛВВ [17-20], пениотрон на встречной волне [21-24], ЛОВ на аномальном эффекте Доплера [25], ЛОВ с поперечным полем [26], в исследовании которых авторы принимали личное участие<sup>3</sup>.

Из предположения об узкополосности временного и пространственного спектров следует, во-первых, возможность разделения «быстрых», соответствующих эволюции с частотой  $\sim \omega_0$ , и «медленных», соответствующих эволюции с частотами  $\sim \Delta\omega$ , переменных в описании процессов взаимодействия. Во-вторых, это предположение позволяет единообразно описывать электродинамическую часть задачи для разных ЛВВ. Более того, на линейной стадии процесса и описание электронных волн в простейших моделях всех известных ЛВВ сводится к анализу всего двух характерных разновидностей волн, соответствующих, за редким исключением, инерционному и силовому (безынерционному) типам фазировки электронов [27, 28]. Покажем это.

Для любой частоты  $\omega$  из полосы  $\Delta\omega$  верно соотношение<sup>4</sup>

$$\omega = \omega_0 + (\partial\omega/\partial h)_{h_0}(h - h_0) = \omega_0 - |v_{gr1}|(h - h_0), \quad (1)$$

поэтому амплитуда электромагнитной волны может быть представлена в виде

$$E = E_0 \Psi_E F(z, t) e^{i(\omega_0 t - h_0 z)}, \quad (2)$$

где безразмерная комплексная амплитуда  $F(z, t)$  является медленноменяющейся по сравнению с  $\exp(j(\omega_0 t - h_0 z))$ , и ее эволюция в отсутствие связи с электронной волной описывается в соответствии с (1) уравнением

$$\partial F/\partial t - |v_{gr1}| \partial F/\partial z = 0. \quad (3)$$

Если же эта волна взаимодействует с электронной волной  $J = I_0 \Psi_I(r_\perp) I(z, t) * \exp(j(\omega_0 t - h_0 z))$  с безразмерной медленноменяющейся амплитудой  $I(z, t)$ , то

<sup>3</sup> Список литературы не претендует на полноту: приведены только те источники, которые непосредственно использовались при написании статьи. Дополнительную информацию можно получить из обзоров [5, 33-35].

<sup>4</sup> Для этого необходимо только, чтобы в полосу  $\Delta\omega$  не попадали критические частоты электродинамической системы.



уравнение (3) заменяется на неоднородное уравнение

$$\partial F / \partial t - |v_{gr1}| \partial F / \partial z = -\epsilon_1 I; \quad (4)$$

здесь  $\Psi_E(r_{\perp})$  и  $\Psi_I(r_{\perp})$  - векторные функции поперечного распределения амплитуд электромагнитной и электронной волн соответственно,  $I_0$  - постоянный ток пучка,  $\epsilon_1 \sim I_0$  - параметр связи. Уравнение типа (4) обычно называется в электронике уравнением возбуждения и выводится из уравнений Максвелла (см., например, [5]). Оно является универсальным для всех рассматриваемых систем, в отличие от уравнений, описывающих эволюцию амплитуды электронной волны.

При взаимодействии электромагнитной волны с единственной парциальной электронной волной<sup>5</sup> (эта ситуация реализуется во всех системах с силовой и в отдельных системах с инерционной группировкой электронов в потоке [1, 27, 28, 36]) справедливо уравнение

$$\partial I / \partial t + v_{||} \partial I / \partial z = -\epsilon_2 F. \quad (5)$$

В этом случае в системе происходит двухволновое взаимодействие.

Если же электромагнитная волна взаимодействует одновременно с двумя электронными вырожденными волнами, то есть имеющими одинаковые (близкие) дисперсионные характеристики в полосе  $\Delta\omega$ , то реализуется случай трехволнового взаимодействия, которому соответствует уравнение электронной волны

$$(\partial / \partial t + v_{||} \partial / \partial z) I = j \epsilon_2 F; \quad (6)$$

здесь  $\epsilon_2$  - коэффициент связи, причем  $\epsilon_2 \sim K_0$ ,  $K_0 \sim |E_{\text{эф}}|^2 / P_0$ , где  $E_{\text{эф}}$  - напряженность резонансной компоненты поля, эффективно взаимодействующей с электронной волной,  $P_0$  - поток мощности электромагнитной волны,  $v_{||}$  играет роль групповой скорости электронной волны.

Отметим, что в обзоре не ставится цель вывода уравнений (4)-(6) и даже не обсуждаются условия, при которых они применимы для реальных систем - при необходимости об этом можно узнать из приведенных в списке литературы работ, посвященных конкретным системам.

Считая в дальнейшем, что  $|v_{gr1}| = v_{||}$ , что непринципально, поскольку всегда можно выбрать систему координат, в которой взаимодействующие волны распространяются в разные стороны с одинаковой скоростью, введем безразмерное время  $\hat{\tau} = \omega_0 t \epsilon$  и продольную координату  $\hat{\zeta} = \hat{h}_0 z \epsilon$ , где  $\epsilon = (\epsilon_1 \epsilon_2)^{1/2} \ll 1$  для систем с двухволновым взаимодействием и  $\epsilon = (\epsilon_1 \epsilon_2)^{1/3} \ll 1$  для систем с трехволновым взаимодействием.

В новых переменных уравнения (4)-(6) будут выглядеть следующим образом:

$$\partial F / \partial \hat{\tau} - \partial F / \partial \hat{\zeta} = -I, \quad (7)$$

$$\partial I / \partial \hat{\tau} + \partial I / \partial \hat{\zeta} = -F, \quad (8)$$

$$(\partial / \partial \hat{\tau} + \partial / \partial \hat{\zeta})^2 I = j F, \quad (j = \sqrt{-1}). \quad (9)$$

Отметим, что форма записи уравнений (7)-(9), соответствующая лабораторной системе координат, не самая удобная для анализа. При рассмотрении двух взаимодействующих волн всегда имеется возможность заменой переменных исключить в одном из уравнений эволюции волн временную или пространственную производную.

<sup>5</sup> При малом уровне возмущений в электронном потоке электронная волна может являться суперпозицией линейных (нормальных) волн - волн пространственного заряда, циклотронных волн и т.п.

В частности, переход в движущуюся со скоростью электронов систему координат  $\tau_v = \hat{\tau}$ ,  $\zeta_v = \hat{\zeta} - \hat{\tau}$  приводит к уравнениям

$$\partial I / \partial \tau_v = -F \quad (10)$$

и

$$\partial^2 I / \partial \tau_v^2 = jF. \quad (11)$$

Использование же системы «со смещенным отсчетом времени»  $\zeta = \hat{\zeta}$ ,  $\tau = (\hat{\tau} - \hat{\zeta})/2$  преобразует уравнения (8)-(9) к следующему виду:

$$\partial I / \partial \zeta = -F, \quad (12)$$

$$\partial^2 I / \partial \zeta^2 = jF. \quad (13)$$

При этом форма уравнения (7) не изменяется:

$$\partial F / \partial \tau - \partial F / \partial \zeta = -I. \quad (14)$$

## 2. Анализ характера неустойчивости в системе ЭП-ВВ

Покажем, что в системах, описываемых уравнениями (7)-(8), (7)-(9) или (12)-(14), (13)-(14), реализуется абсолютная неустойчивость. Полагая  $F, I \sim e^{j(\hat{\omega}\tau - \hat{h}\zeta)}$ , где  $\hat{\omega}$ ,  $\hat{h}$  - безразмерные «медленные» частота и волновое число в лабораторной системе координат, из (7) и (8) получим для двухволнового случая дисперсионное уравнение

$$\hat{h}^2 - \hat{\omega}^2 - 1 = 0. \quad (15)$$

Заметим, что двухволновое взаимодействие является простейшим случаем взаимодействия линейных волн и его свойства хорошо изучены [36,5,1]. Однако именно в этом случае удобно показать применение методов анализа характера неустойчивости в системе взаимодействующих линейных волн.

Напомним, что согласно критерию Стэррока-Бриггса (см., например, [29]), в системе существует абсолютная неустойчивость, если в решении дисперсионного уравнения  $\hat{h} = \hat{h}(\hat{\omega})$  имеются два корня  $\hat{h}_{1,2}$ , которые при  $\text{Im}(\hat{\omega}) \rightarrow -\infty$  лежат по разные стороны действительной оси в плоскости комплексных  $\hat{h}$ , а при уменьшении  $|\text{Im}(\hat{\omega})|$  сближаются, причем значения  $\hat{h}_a$  и  $\hat{\omega}_a$ , при которых они сливаются ( $\hat{h}_1(\hat{\omega}_a) = \hat{h}_2(\hat{\omega}_a) = \hat{h}_a$ ), определяют асимптотическое поведение начального состояния волны

$$F(\hat{\tau}) \sim (1/\sqrt{\hat{\tau}}) (e^{j(\hat{\omega}_a \hat{\tau} - \hat{h}_a \hat{\zeta})}). \quad (16)$$

В случае взаимодействия волн, распространяющихся в разные стороны, такие два корня всегда есть и, как нетрудно видеть из уравнения (15),

$$\hat{\omega}_a = -j, \quad \hat{h}_a = 0. \quad (17)$$

Поэтому в системе действительно реализуется абсолютная неустойчивость с асимптотическим поведением возмущения во времени и пространстве по закону

$$F(\hat{\tau}, \hat{\zeta}) \sim (1/\sqrt{\hat{\tau}}) e^{\hat{\tau}}. \quad (18)$$

Это означает, что из всех возможных возмущений с  $|\hat{h}| < 1$ , существование которых следует из решения уравнения (15)

$$\hat{\omega} = \pm \sqrt{\hat{h}^2 - 1}, \quad (19)$$

с течением времени выделяется возмущение с наиболее «гладким» пространственным распределением с  $\hat{h} = 0$ , максимальным инкрементом  $\text{Im} \hat{\omega} = -1$ , и частотой  $\text{Re} \hat{\omega} = 0$ , соответствующей точному синхронизму невзаимодействующих волн.

В случае трехволнового взаимодействия удобно провести исследование характера неустойчивости в системе со смещенным отсчетом времени на основании уравнений (13) и (14). Здесь  $\bar{\omega}_a$  и  $\bar{h}_a$  (черта соответствует системе со смещенным отсчетом времени) определяются из дисперсионного уравнения

$$\bar{h}^3 + \bar{\omega} \bar{h}^2 - 1 = (\bar{h} - \bar{h}_a)^2 (\bar{h} - \bar{h}_3), \quad (20)$$

причем

$$\bar{\omega}_a = (3^3 \sqrt{2}) / 4 (1 - j\sqrt{3}), \quad \bar{h}_a = (3^3 \sqrt{2}) / 2 (-1 + j\sqrt{3}). \quad (21)$$

Тогда в лабораторной системе координат имеем

$$F \sim (1/\sqrt{\tau}) e^{((3\sqrt{3})/(4^3 \sqrt{4})) \hat{\tau}} e^{((-j\sqrt{3})/(4^3 \sqrt{4})) \hat{\tau}}. \quad (22)$$

Из сравнения соотношений (16) и (22) следует, что в последнем случае максимальный инкремент имеют возмущения с частотой, отличающейся от частоты точного синхронизма, поскольку с электромагнитной волной взаимодействуют одновременно две вырожденные парциальные электронные волны - этот результат хорошо известен в электронике СВЧ.

### 3. Линейная нестационарная теория ЛВВ

Приведенный выше способ установления характера неустойчивости относится к безграничным системам. Реально же рассматриваемые системы всегда имеют конечную длину, то есть взаимодействие электромагнитной и электронной волн происходит на ограниченном участке пространства, который в дальнейшем будет называться пространством взаимодействия. При этом амплитуды волн должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$l|_{\xi=0} = 0, \quad (23)$$

$$F|_{\xi=A} = 0, \quad (24)$$

где  $A$  - безразмерная длина пространства взаимодействия ( $A = h_0 l / \epsilon$ ,  $l$  - геометрическая длина пространства взаимодействия).

Первое из них соответствует отсутствию высокочастотных возмущений электронного пучка на входе в пространство взаимодействия, второе - отсутствию воздействия внешнего электромагнитного сигнала на систему. Это означает, что электронная волна является волной с отрицательной энергией (для трехволнового взаимодействия по крайней мере одна из электронных волн - волна с отрицательной энергией), поскольку электромагнитная волна переносит положительный поток мощности, и он на входе в пространство взаимодействия равен нулю. Действительно, только в этом случае возможно возбуждение электромагнитной волны за счет передачи ей энергии от электронной волны, амплитуда которой на входе в пространство взаимодействия равна нулю. Отметим

однако, что не всегда она может быть интерпретирована как одна из стандартных волн с отрицательной энергией электронного пучка, то есть с медленной волной пространственного заряда, медленной циклотронной волной или синхронной волной. В некоторых случаях возбуждаются волны с отрицательной энергией более сложной природы, например, в пениотроне или giro-ЛВВ.

Конечность длины пространства взаимодействия приводит к тому, что не все возможные возмущения с волновыми числами, определенными условиями реализации абсолютной неустойчивости, могут развиваться в системе. Возбуждаются лишь те из них, для которых возникающие пространственные возмущения амплитуд электромагнитной и электронной волн удовлетворяют граничным условиям (23)-(24). Определим их сначала для двухволнового взаимодействия, используя уравнения (12), (14). Учтем, что если

$$F(\tau, \zeta) \sim C e^{j(\bar{\omega}\tau - \bar{h}\zeta)}, \text{ то } I(\tau, \zeta) \sim -j(C/\bar{h}) e^{j(\bar{\omega}\tau - \bar{h}\zeta)}, \quad (25)$$

причем  $\bar{\omega}$  и  $\bar{h}$  связаны дисперсионным уравнением

$$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0, \quad (26)$$

так что

$$\bar{h} = \bar{\omega}/2 \pm \sqrt{(\bar{\omega}/2)^2 - 1}. \quad (27)$$

Подставляя решение (25) в формулу (12) и учитывая граничные условия, получим, что амплитуда поля представляется суперпозицией линейных мод (собственных видов колебаний)

$$F(\tau, \zeta) = \sum_k C_k f_k(\zeta) e^{j\bar{\omega}_k(A)\tau} \quad (28)$$

с функциями распределения  $f_k(\zeta)$  (рис.2 [5]), частотами  $\text{Re}(\bar{\omega}_k) = 0$  и инкрементами  $2\alpha_k = -\text{Im}\bar{\omega}_k$ , определенными из уравнения

$$\text{tg}(\sqrt{1-\alpha^2}A) = -\sqrt{1-\alpha^2}/\alpha. \quad (29)$$

Из рис. 3 [5] следует, что инкременты  $2\alpha_k$  (коэффициент «2» введен для удобства), являющиеся функциями параметра  $A$ , образуют дискретный ряд, причем большим значениям  $\alpha_k$  соответствуют более «гладкие» распределения  $f_k(\zeta)$ . Значение  $A$ , при котором наибольший из инкрементов (в данном случае  $\alpha_1$ , если пронумеровать их в порядке убывания величины) перестает быть отрицательным, будем называть стартовым значением  $A_{st}$ . Нетрудно видеть, что  $A_{st} = A_{k-1} = \pi/2$ , где  $A_k$  определяются как пороговые значения для  $k$ -ой моды ( $\alpha_k(A_k) = 0$ ).

Очевидно, что при  $A < A_{st}$  возмущения в системе не нарастают, и она находится в состоянии устойчивого равновесия (предгенерационный режим). При

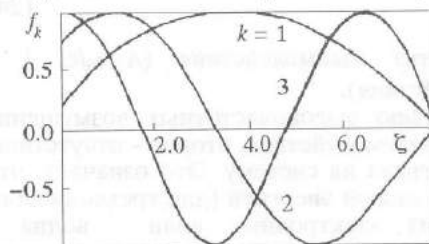


Рис. 2. Пространственные распределения амплитуд  $f_k(\zeta)$  линейных мод с низкими номерами в модели с двухволновым взаимодействием при  $A = 8$

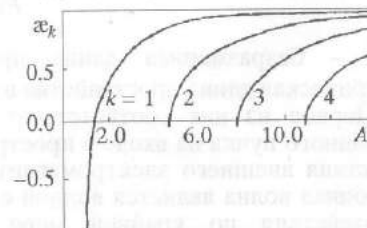


Рис. 3. Зависимости инкрементов линейных мод от параметра взаимодействия  $A$  в модели с двухволновым взаимодействием



$A > A_{st}$  состояние равновесия становится неустойчивым. При этом асимптотическое поведение  $F(\tau, \zeta)$  при достаточно малой величине начального возмущения  $|F^0| \ll 1$  определяется выражением

$$F(\tau, \zeta) \approx C_1 f_1(\zeta) e^{2\alpha_1 \tau}. \quad (30)$$

Оно практически не зависит от того, сколько собственных мод имеют положительный инкремент, поскольку инкремент первой моды всегда больше инкрементов других мод с менее гладкими («многогорбыми», см. рис. 3) пространственными распределениями, а их начальные амплитуды примерно одинаковы и малы. Отметим характерную особенность двухволнового взаимодействия: все собственные моды имеют одинаковую частоту  $\text{Re} \bar{\omega}_k = 0$ .

Таким образом, безразмерная длина системы  $A$  (пропорциональная квадратному корню из тока электронного потока) является ее бифуркационным параметром, значение  $A = A_{st} = A_1 = \pi/2$  - первым бифуркационным значением, а инкремент  $2\alpha_1$  и функция пространственного распределения амплитуды  $f_1(\zeta)$  определяют асимптотическое поведение амплитуд электромагнитной и электронной волн на линейной стадии переходного процесса, то есть процесса установления колебаний. Длительность этой стадии может быть оценена как

$$\tau_{уст.л.} \approx 1/(2\alpha_1) \ln |F_n/C_1|, \quad (31)$$

где значение  $F_n$  определяет (хотя бы по порядку величины) значение амплитуды поля, при котором становятся заметными нелинейные эффекты в электронном потоке.

Для трехволнового взаимодействия анализ проводится аналогично [5]. Из него следует, что комплексная частота  $\bar{\omega}_k$  определяется из уравнения

$$\Delta(\bar{\omega}) = \begin{vmatrix} \delta_1^2 e^{\delta_1 A} & \delta_2^2 e^{\delta_2 A} & \delta_3^2 e^{\delta_3 A} \\ \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (32)$$

где  $\delta_{1,2,3}$  - корни дисперсионного кубического уравнения

$$\delta^2(\delta - j\omega) = j. \quad (33)$$

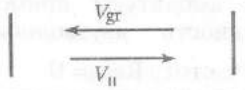
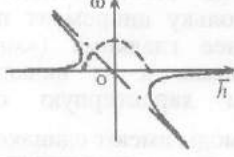
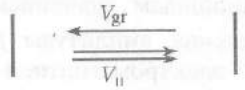
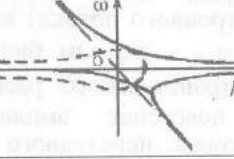
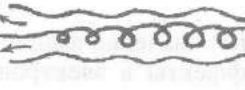
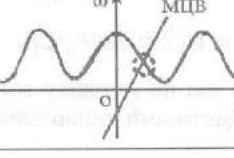
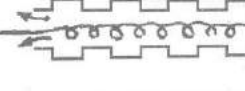
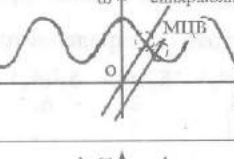

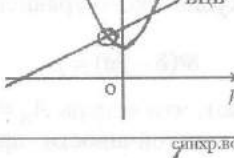
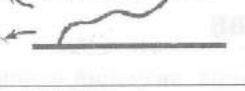
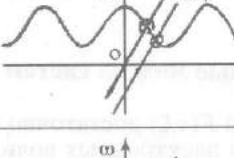
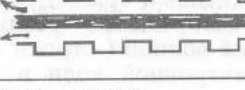
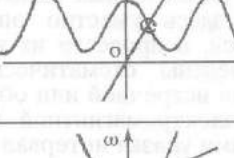
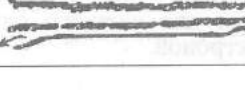
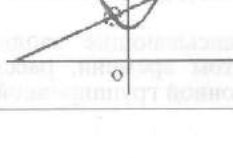
Результаты их решения показывают, что теперь  $A_{st} = A_1 = 1.974$ ,  $A_2 = 3.7$ , и т.д., но качественная картина развития неустойчивости при  $A > A_{st}$  на этом этапе колебательного процесса практически не отличается от рассмотренной выше.

#### 4. Нелинейные модели систем ЭП-ВВ

При достижении амплитудой  $F(\tau, \zeta)$  достаточно больших значений начинают проявляться нелинейные свойства электронных волн, которые могут быть весьма разнообразными и определяются механизмами взаимодействия электромагнитной и электронной волн. Поэтому здесь уместно описать системы, которые в дальнейшем будут рассматриваться, и провести их качественный сравнительный анализ. Ниже в таблице приведены схематические изображения реальных электронно-волновых приборов со встречной или обратной волной (строки 3-8), дисперсионные характеристики электромагнитной и электронной волн в этих системах (пунктирными кружочками указан интервал частот и волновых чисел, где волны эффективно взаимодействуют), дисперсионное уравнение и указан характер взаимодействия.

Нелинейные уравнения, описывающие эволюцию волн тока в системе координат со смещенным отсчетом времени, рассмотрим для каждого случая отдельно, начав с систем с инерционной группировкой электронов.

Таблица

<p>Схема прибора (модели)</p>	<p>Диаграмма Бриллюэна</p>	<p>Дисперсионное уравнение (в системе со связанным отсчетом времени)</p>	<p>Характер взаимодействия. Механизм излучения</p>
<p>1. Модель с фазовой нелинейностью</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой</p>
<p>2. Модель с интегральной нелинейностью</p> 		$\bar{h}^3 + \bar{\omega}\bar{h}^2 - 1 = 0$	<p>Инерционный</p>
<p>3. ЛОВ АД</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой. Циклотронный</p>
<p>4. ЛОВ ПП</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой. Циклотронный, черенковский</p>
<p>5. Пенниотрон на ВВ</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой. Циклотронный</p>
<p>6. ЛОВМ</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой. Циклотронный, черенковский</p>
<p>7. ЛОВО</p> 		$\bar{h}^3 + \bar{\omega}(\bar{h}^2 - q) - \bar{h}q - 1 = 0$	<p>Инерционный. Черенковский</p>
<p>8. Гиро-ЛВВ</p> 		$\bar{h}^3 + \bar{\omega}\bar{h}^2 + \bar{h} - \mu = 0$	<p>Инерционный. Циклотронный</p>

**4.1. ЛОВ типа О [5-14].** Амплитуда волны тока определяется следующей системой уравнений:

$$I = (1/\pi) \int_0^{2\pi} e^{-ju} du_0, \quad (34)$$

$$\partial^2 u / \partial \zeta^2 = -\operatorname{Re}[(F + jqI)e^{ju}], \quad (35)$$

причем  $u|_{\zeta=0} = u_0$ ,  $u_0 \in (0, 2\pi)$ ,  $\partial u / \partial \zeta|_{\zeta=0} = 0$ . Здесь  $u = u(u_0) = \omega(t - z/v_{||})$  - фаза колебаний электронов,  $u_0 = u(z=0) = \omega t_0$ ,  $q$  - параметр пространственного заряда. Нелинейность в этой системе определяется нелинейной функцией  $\exp(ju)$  и характерной «интегральной» нелинейностью в интеграле (34), которая не позволяет сформулировать дифференциальное уравнение относительно амплитуды волны тока  $I(\tau, \zeta)$ . Это связано с неидентичностью нелинейного поведения различных электронов, формирующих волну тока из первоначально однородного потока, для которой функция  $I(\tau, \zeta)$  является интегральной характеристикой. Отметим сразу, что исследование систем с такой сложной нелинейностью, плохо поддающейся каким-либо аппроксимациям в общем случае, является непростой задачей и проводится обычно с помощью численного моделирования с применением метода крупных частиц.

Для линейной же стадии переходного процесса ( $|F|, |I| \ll 1$ ), когда  $u = u_0 + \theta(\tau, \zeta, u_0)$  и  $|\theta| \ll 1$ ,

$$I = -j(1/\pi) \int_0^{2\pi} \theta e^{-ju_0} du_0. \quad (36)$$

Тогда нетрудно получить линейное уравнение

$$\partial^2 I / \partial \zeta^2 + qI = jF, \quad (37)$$

которое при малом параметре  $q \approx 0$  совпадает с уравнением (13), а при большом - преобразуется с учетом условия пространственного резонанса обратной волны и медленной волны пространственного заряда к уравнению типа (12) ( $2\sqrt{q} \partial I / \partial \zeta = -F$ ).

Заметим, что при большом пространственном заряде в зависимости от условий пространственного резонанса имеет место селективное взаимодействие электромагнитной волны либо с медленной волной пространственного заряда, либо с быстрой, а при  $q \rightarrow 0$  обе вырожденные электронные волны (кинематические волны) взаимодействуют с электромагнитным полем в одинаковых условиях [5].

Отметим, что при  $q = 0$  система имеет единственный параметр, являющийся бифуркационным, и может рассматриваться как базовая однопараметрическая электронно-волновая система с инерционной нелинейностью.

Модификацией ЛОВО можно считать релятивистский карсинотрон [6], для которого

$$\partial^2 u / \partial \zeta^2 = -(1 + v \partial u / \partial \zeta)^{3/2} \operatorname{Re}(F e^{ju}). \quad (38)$$

В этом случае параметром системы, кроме  $A$ , является также параметр  $v \sim \gamma_0^2$ , где релятивистский фактор  $\gamma_0$  характеризует степень зависимости массы электронов от их энергии.

**4.2. Гиро-ЛВВ [17-20].** Для нее справедлива следующая система уравнений:

$$I = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} \beta d\varphi_0, \quad (39)$$

$$\partial \beta / \partial \zeta + j\mu(1 - |\beta|^2)\beta = F, \quad \beta|_{\zeta=0} = e^{j\varphi_0}, \quad \varphi_0 \in (0, 2\pi). \quad (40)$$

Здесь  $\beta = re^{j\varphi}$  - «комплексный радиус» траекторий электронов ансамбля, первоначально равномерно распределенных по фазе относительно ВЧ поля,  $\mu = (v_{||}/c)/(2\epsilon)$  - параметр релятивистской неизохронности, связанный с эффектом релятивистской зависимости массы электронов от энергии и характеризующий меру инерционности системы. Нелинейность в такой системе также двух видов: «фазовая» ( $-\mu(1-|\beta|^2)\beta$ ), определяющая изменение фаз компонент волны тока, и «интегральная», описывающая свойства ансамбля электронов. При этом система имеет уже два бифуркационных параметра:  $\mu$  и  $A$  или  $(\mu A)$  и  $A$ . Первой парой параметров удобно пользоваться, когда рассматривается система с постоянным током пучка  $I_0$ , так что  $A$  может изменяться при  $\mu = \text{const}$  за счет изменения длины системы  $l$ . Если же анализируется система с неизменной длиной  $l$ , то при изменении  $A$  за счет изменения тока постоянное значение сохраняет параметр  $\mu A$ .

Из соотношений (40) следует, что

$$\partial r / \partial \zeta = \text{Re}(Fe^{-j\varphi}), \quad (41)$$

$$\partial \varphi / \partial \zeta + \mu(1-r^2) = (1/r)\text{Im}(Fe^{-j\varphi}). \quad (42)$$

Нетрудно видеть из соотношения (42), что при  $\mu \gg 1$  во всем пространстве взаимодействия радиус  $r \approx 1$  вследствие быстрого изменения фазы. В этом случае процессы в системе протекают так же, как в ЛОВО при  $q = 0$ . Действительно из соотношений (39), (41) и (42) при  $\mu \gg 1$  видно, что

$$I \approx (1/2\pi) \int_0^{2\pi} e^{j\varphi} d\varphi_0, \quad (43)$$

$$\partial^2 \varphi / \partial \zeta^2 \approx 2\mu \text{Re}(Fe^{j\varphi}). \quad (44)$$

Соотношения (43)-(44) с точностью до множителя  $2\mu$  совпадают с уравнениями (34)-(35). Это обстоятельство естественно отражается и в уравнениях, описывающих линейную стадию процесса, а именно: вытекающее из (43)-(44) линейное уравнение

$$\partial^2 I / \partial \zeta^2 = (\partial / \partial \xi + j\mu)F \quad (45)$$

при  $\mu \gg 1$  принимает форму уравнения (13).

Таким образом, все сделанные выше замечания относительно особенностей моделирования процессов в ЛОВО верны и для giro-ЛВВ. Другие системы с инерционными механизмами фазировки здесь рассматриваться не будут, хотя они существуют, например, в классе лазеров на свободных электронах, поскольку можно предполагать, что их свойства во многом будут похожи на свойства описанных выше систем.

Разнообразными свойствами обладают также системы, в которых основной механизм фазировки силовой [27,28], и которые на линейной стадии процесса колебаний ведут себя совершенно одинаково как системы с двухволновым взаимодействием, но на нелинейной стадии могут проявлять весьма неожиданные свойства. Рассмотрим наиболее известные из них.

**4.3. Пениотрон на встречной волне (ПВВ)** [21-24]. Исторически пениотрон исследован позднее других систем с силовой фазировкой, однако его автоколебательные режимы описаны подробнее аналогичных режимов других систем, поэтому рассмотрим его первым. В рамках простой модели взаимодействия эволюция электронной волны в ПВВ описывается уравнением

$$\partial I / \partial \zeta + j\mu p |I|^2 / \gamma = [p - (p+1)\gamma] \gamma^{p-1} F, \quad (46)$$

$$|I|^2 = (1-\gamma)\gamma^p, \quad (47)$$

где  $p = 1, 2, 3$  - порядок циклотронного резонанса,  $\gamma$  - нормированная энергия электронов ( $\gamma|_{\zeta=0} = 1$ ).

Замечательным свойством пениотрона является отсутствие «интегральной» нелинейности, так как траектории всех электронов в нем идентичны (естественно, при определенных допущениях, положенных в основу используемой модели), что существенно упрощает анализ колебательно-волновых явлений. Основной нелинейный эффект в ПВВ связан с уменьшением связи между волнами при уменьшении энергии электронов. Он не является инерционным и не приводит к сложным автоколебательным режимам. Однако при достаточно больших значениях параметра неизохронности  $\mu \geq 1$  превалирует, как показано ниже, побочный для пениотрона (в отличие, скажем, от гиро-ЛВВ) инерционный эффект фазовой нелинейности, за счет которого в ПВВ могут реализовываться многочастотные автоколебательные режимы вплоть до хаотического. На линейной стадии взаимодействия этот эффект никак не проявляется и эволюция электронной волны описывается уравнением (12), в которое переходит уравнение (46) при  $|I| \ll 1, \gamma \approx 1$ .

**4.4. Ультрарелятивистская ЛОВ на аномальном эффекте Доплера (ЛОВ АД) [25].** В этом случае поведение волны тока описывается уравнением

$$\partial I / \partial \zeta + j\mu |I|^2 I = -(1+|I|^2)(I^2 F^* + F). \quad (48)$$

Особенность ЛОВ АД - увеличение связи электронной волны с электромагнитной при развитии нелинейных эффектов в пучке, что приводит, в частности, к возможности реализации жестких режимов генерации (п.5.2). Ограничение же уровня колебаний и установление стационарных режимов определяется фазовой нелинейностью ( $\sim j\mu |I|^2 I$ ), физически связанной с сильной зависимостью частоты вращения ультрарелятивистских электронов в магнитном поле от энергии. Отметим, что так же, как и в пениотроне, траектории электронов в ЛОВ АД идентичны, и «интегральная» нелинейность отсутствует, а линейная стадия колебаний также описывается уравнением (12).

**4.5. ЛОВ с поперечным полем (ЛОВ ПП) [26].** ЛОВ ПП является нерелятивистским аналогом ультрарелятивистской ЛОВ АД, а эволюция волны тока в ней определяется уравнением

$$\partial I / \partial \zeta + j |I|^2 I = F. \quad (49)$$

Оно содержит единственную кубическую нелинейную функцию, описывающую в данном случае изменение фазы волны за счет изменения продольной скорости электронов. Последняя уменьшается при передаче кинетической энергии продольного движения электронов электромагнитной волне. При  $|I| \rightarrow 0$  уравнение (49) переходит в (12) и описывает в данном случае либо медленную циклотронную волну, либо одну из синхронных волн [30].

Отметим, что если отвлечься от конкретного физического смысла процессов в ЛОВ ПП, соответствующих последнему уравнению, то описываемую им модель, не содержащую дополнительных параметров по сравнению с соответствующей линейной моделью, можно рассматривать как базовую (элементарную) модель для систем с фазовой нелинейностью. Для таких систем нелинейное ограничение амплитуд волн связано с нелинейным смещением фазы электронной волны. Действительно, к уравнению (49) сводятся и уравнение (46) для ПВВ и уравнение (48) для ЛОВ АД в предположении малого уровня энергообмена, когда  $|I|$  мал, а  $\gamma \approx 1$ . Более того, можно полагать, что это простейшая известная нелинейная модель системы взаимодействующих волн, в которой обнаружены сложные автоколебательные режимы [31, 32].

**4.6. ЛОВ типа М (ЛОВМ) [15,16].** В этом случае в рамках простой кинематической модели



$$I = -1/(2\pi) \int_0^{2\pi} \eta(|Z_a| - |Z|) Z dX_0, \quad (50)$$

где

$$\partial Z / \partial \zeta = |Z|^2 F, \quad Z|_{\zeta=0} = e^{iX_0}, \quad X_0 \in (0, 2\pi), \quad (51)$$

$$\eta(|Z_a| - |Z|) = \begin{cases} 1, & |Z| < |Z_a|, \\ 0, & |Z| \geq |Z_a|. \end{cases} \quad (52)$$

Известно, что функция (52) описывает оседание электронов на замедляющую систему, что является главным нелинейным эффектом в ЛОВМ, препятствующим возникновению в ней сложных колебательных режимов. Поэтому для кинематической модели ЛОВМ в адиабатическом приближении характерным будет режим одночастотной генерации [15], и в настоящей статье эта модель не рассматривается в деталях.

## 5. Нелинейная динамика систем со встречными волнами

**5.1. Об автоколебаниях в ЛОВ ПП.** Анализ нелинейного поведения систем ЭП-ВВ было бы естественно начать с изучения наиболее простой модели, описывающей колебания в ЛОВ ПП и являющейся асимптотической для автоколебательных режимов систем с силовой фазировкой электронов, когда в них превалирует эффект стабилизации колебаний за счет фазовой нелинейности.

Однако поскольку результаты исследования динамики этой модели (в дальнейшем модели с фазовой нелинейностью - МФН), полученные в последнее время с помощью современных методов моделирования и обработки его результатов, имеют самостоятельное значение как в достаточной мере типичные для систем с фазовой нелинейностью, они рассматриваются в отдельной статье [32] в этом выпуске. Здесь же кратко резюмируем результаты, представленные в ней.

Нелинейная динамика системы (14),(49) усложняется с увеличением ее единственного бифуркационного параметра  $A$ , характеризующего степень возбуждения системы. При  $\pi/2 \leq A \leq 1.83$  в системе возбуждается одночастотный режим автоколебаний с пространственными распределениями  $|F(\zeta)|$  и  $|I(\zeta)|$ , топологически подобными распределениям основной линейной моды. При  $1.83 < A \leq 4.5$  система генерирует многочастотные периодические колебания, причем при  $A > 2.05$  временная последовательность  $|F_0(\tau)|$ ,  $F_0 = F|_{\zeta=0}$  имеет вид последовательности мощных импульсов с мелкими осцилляциями между ними, возникающими в результате возбуждения сложных «многогорбых» пространственных распределений  $|F(\zeta)|$  и  $|I(\zeta)|$ . В свою очередь причиной их возникновения является быстрое нелинейное изменение фазы электронной волны вдоль координаты в пространстве взаимодействия. Наконец, при  $A \geq 4.5$  возбуждаются хаотические автоколебания. При увеличении  $A$  временная реализация  $|F_0(\tau)|$  теряет вид последовательности импульсов. Эти явления обязаны своим существованием инерционному характеру нелинейности и запаздывающей (вследствие распределенности системы) обратной связи в ней. Сценарий перехода к хаосу имеет черты, характерные для сценариев удвоения и добавления периода в системах с малым числом степеней свободы. Но нельзя утверждать, что эти универсальные сценарии реализуются в исследуемой распределенной системе. Размерность проекции аттрактора системы невысока, однако растет с увеличением  $A$ , причем спектр процесса становится шире. Большую роль в возбуждении хаотических автоколебаний играет вторая линейная мода, несмотря на то, что режим сугубо нелинейный.

Перейдем теперь к анализу двухпараметрических систем, для которых МФН является, как уже отмечалось, асимптотической моделью.

**5.2. Автоколебания в ЛОВ на аномальном эффекте Доплера.** Особенностью нелинейного механизма взаимодействия электронов и волны в ЛОВ АД является увеличение связи волн при возникновении нелинейных эффектов (увеличение правой части в уравнении (48) при возрастании  $F$  и  $I$ ), так что рассмотренный выше механизм ограничения амплитуды колебаний является единственным. Поэтому динамика системы при увеличении бифуркационного параметра  $A$  в целом подобна динамике МФН, однако значения бифуркационных параметров зависят теперь также и от параметра неизохронности  $\mu$ , который определяет эффективность энергообмена между электронной и электромагнитной волнами. В частности, и в ЛОВ АД при значении параметра  $A$ , близком к стартовому значению  $A_{st} = \pi/2$ , реализуется режим одночастотных колебаний. Повторяя изложенную, в частности, в [25] процедуру получения решения для этого режима, нетрудно показать, что пространственное распределение амплитуды колебаний  $|F(\zeta)|$  описывается уравнением

$$\left(\frac{dF}{d\zeta}\right)^2 + \frac{(1-F^2)^2 |F|^2 \Delta^2}{4[1+\eta(|F|^2-1)]^2} [1+\eta(|F|^2-1)] + |F|^2 = 1, \quad (53)$$

а частота генерации определяется соотношением

$$\Delta = -\eta\mu/(2-\eta), \quad (54)$$

здесь  $F = F_0 F(\zeta) e^{i\Delta\tau}$ ,  $\eta = |F_0|^2$ .

Численное решение уравнения (53) обнаружило характерную особенность ЛОВ АД - возможность «жесткого» возбуждения автоколебаний вследствие нелинейного увеличения связи волн [25]. При этом, чем меньше параметр неизохронности  $\mu$ , тем легче возникают автоколебания с жестким возбуждением, и тем они эффективнее. Однако данные численного моделирования на основе исходных нестационарных уравнений показывают, что и возникновение периодической автомодуляции в этом случае также происходит при меньших значениях бифуркационного параметра  $A$ . Так что реально мягкое возбуждение одночастотных автоколебаний с высокой эффективностью в ЛОВ АД невозможно (рис. 4). При больших же значениях  $\mu$  эффективность энергообмена падает и значения бифуркационных параметров асимптотически стремятся к определенным для МФН. Поскольку фазовая нелинейность является в ЛОВ АД единственным фактором, ограничивающим уровень амплитуд колебаний, то причина неустойчивости одночастотных колебаний в ней та же, что и в МФН: увеличение амплитуд поля и тока ведет к быстрому изменению фазы электронной волны по длине системы. В результате в ней возбуждаются распространяющиеся навстречу друг другу волны тока и поля с быстро осциллирующими фазами и «многогорбыми» пространственными распределениями амплитуд.

Подробное исследование области многочастотных колебаний для ЛОВ АД не проводилось, но можно предполагать, что качественного отличия по сравнению с МФН быть не должно. Во всяком случае, расчеты, выполненные в отдельных точках параметрического пространства, не опровергают этого предположения. Не исключено также, что вследствие существенного изменения частоты колебаний ультрарелятивистских электронов и возбуждения широкополосных процессов в реальной ЛОВ АД при увеличении  $A$  исходная модель может потерять смысл ранее, чем в системе возбуждения хаотические автоколебания.

**5.3. Генерация колебаний в пениотроне на встречной волне.** В противоположность ЛОВ АД, в ПВВ фазовый механизм ограничения амплитуды колебаний не является единственным, поскольку с увеличением амплитуды падает

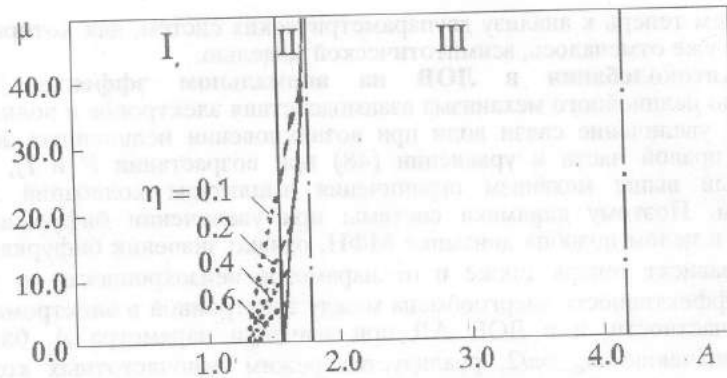


Рис. 4. Области реализации различных состояний ЛОВ АД на плоскости параметров  $(\mu, A)$ : I - устойчивое состояние с нулевыми амплитудами  $F = I = 0$ ; точками отмечены кривые  $\eta = \text{const}$ , соответствующие одночастотным «жестким» автоколебаниям; II - одночастотные автоколебания; штрихами отмечены кривые  $\eta = \text{const}$ ; III - многочастотные автоколебания. Штрих-пунктирные прямые соответствуют бифуркационным значениям МФН

связь между волнами. Более того, он становится препятствием на пути достижения желательных характеристик, если ставится цель реализовать эффективный одночастотный режим автоколебаний. Действительно, из соотношения [23]

$$A = \int_0^{2\pi} (d\theta) / ((1 - \eta \cos^2 \theta)^p - (p\mu\eta/8)^2 \sin^2 2\theta)^{1/2}, \quad (55)$$

связывающего эффективность преобразования энергии  $\eta$  и безразмерную длину  $A$ , следует, что если параметр  $\mu \rightarrow 0$ , то  $\eta \rightarrow 1$  при  $A \rightarrow \infty$  (рис.5). В частности, для низшего четного резонанса  $p = 2$  из (55) вытекает выражение

$$\eta = 1 - ((\pi/2)/A)^2, \quad (56)$$

а частота колебаний определяется соотношением  $\Delta = -p\mu\eta/2$ . При этом естественно предположить, что этот режим устойчив, так как при  $\mu \rightarrow 0$  единственный инерционный эффект в системе исчезает. Однако при  $\mu \neq 0$  инерционность фазовой нелинейности должна приводить и в данной системе к возникновению многочастотных автоколебаний. Эти положения полностью подтверждены данными численных экспериментов [22-24]. Из приведенной на рис.6 «карты» областей реализации различных автоколебательных режимов на плоскости параметров  $(\mu, A)$  видно, что при больших значениях  $\mu$  динамика ПВВ

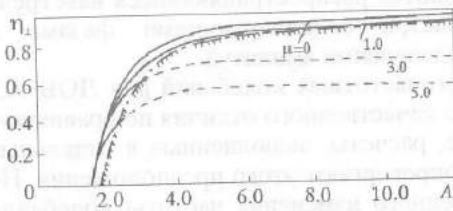


Рис. 5. Зависимости коэффициента преобразования поперечной энергии электронов от параметра  $A$  при различных значениях параметра  $\mu$  в ПВВ, рассчитанные в рамках стационарного приближения. Штрих-пунктиром показана граница области неустойчивости режима одночастотных колебаний

подобна динамике МФН. В частности, бифуркационные значения параметра  $A$  ( $\mu$ ) асимптотически стремятся к соответствующим бифуркационным значениям МФН при увеличении  $\mu$ . Напротив, при  $\mu \leq 1$  многочастотные колебания практически нереализуемы, и даже при больших значениях  $A$  в системе возбуждаются только одночастотные колебания, причем с очень высокой эффективностью  $\eta \rightarrow 1$ . Это существенно отличает ПВВ от других типов систем с ВВ (ОВ), где обычно коэффициент преобразования

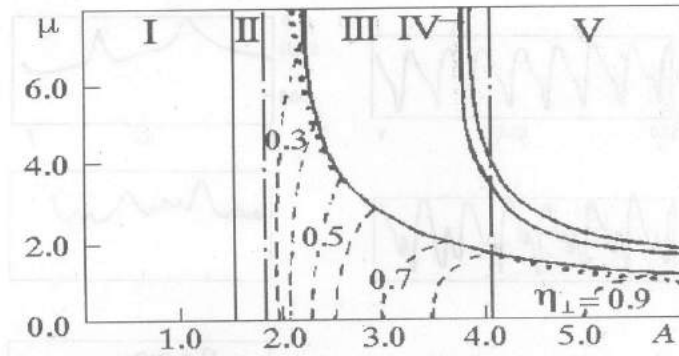


Рис. 6. Области реализации различных состояний ПВВ на плоскости параметров  $(\mu, A)$ : I - устойчивое состояние с нулевыми амплитудами  $F = I = 0$ ; II - одночастотные колебания; штрихами отмечены кривые  $\eta_{\perp} = \text{const}$ ; III - периодические с периодом  $T_a$  многочастотные колебания; IV - переход к хаотическим колебаниям; V - хаотические колебания. Штрихпунктирные прямые соответствуют бифуркационным значениям МФН, точками отмечена асимптотическая бифуркационная линия перехода к многочастотным колебаниям

энергии значительно ниже, чем в соответствующем усилителе с прямой волной. Как уже отмечалось, причина в том, что уникальный пениотронный механизм взаимодействия практически неинерционен при малых  $\mu$ . Поэтому при больших значениях  $A$  энергообмен слабо зависит от характера распределения амплитуды поля  $F(\zeta)$ , в отличие от случая систем с инерционными механизмами группировки.

В области умеренных значений параметра  $1 \leq \mu \leq 10$  происходит трансформация характера динамики системы от типичного для систем с неинерционными механизмами взаимодействия до универсального для систем с фазовой нелинейностью. В частности, границы бифуркационных переходов в этой области существенно зависят от параметра  $\mu$ . Например, граница возникновения автомодуляции приблизительно определяется в переходной области соотношением  $\mu A \eta_0 \approx 2.3$ , где значение  $\eta_0$  соответствует одночастотным колебаниям вблизи бифуркационной линии. Существенно отличаются также и сценарии переходов в хаотический режим при разных  $\mu$  и  $A$ . В частности, в [24] описаны три характерные ситуации, соответствующие трем рассмотренным «маршрутам» - изменениям  $\mu$  и  $A$ . Рассмотрим их подробнее.

«Маршрут 1»:  $\mu = 5$ ,  $A$  изменяется. Этот случай наиболее близок к «модельному». Переход к хаосу происходит здесь из режима глубокой периодической автомодуляции с относительно невысоким средним значением  $\eta$  и сначала напоминает сценарий удвоения периода (рис.7): при  $A \approx 2.3$  возникает монохроматическая автомодуляция, при  $A \approx 3.8$  происходит удвоение периода, при  $A \approx 3.85$  - учетверение. Дальнейшие удвоения при выбранной точности численных расчетов не прослеживались, но уже при  $A \geq 4$  режим идентифицировался как хаотический с характерным спектром (рис. 8). С увеличением  $A$  выходной сигнал  $F_0(\tau)$  становится все более похожим на шумовой.

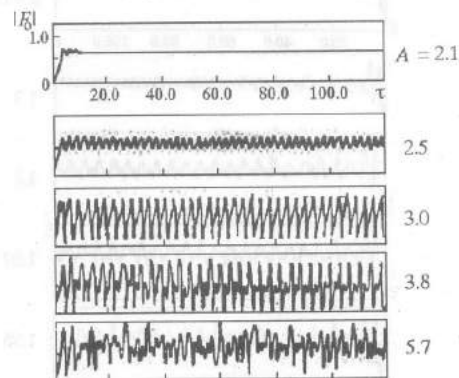


Рис. 7. Временные реализации амплитуды выходного сигнала  $|F_0(\tau)|$  при различных значениях параметра  $A$  в пениотроне на встречной волне с  $p = 2$  и  $\mu = 5$

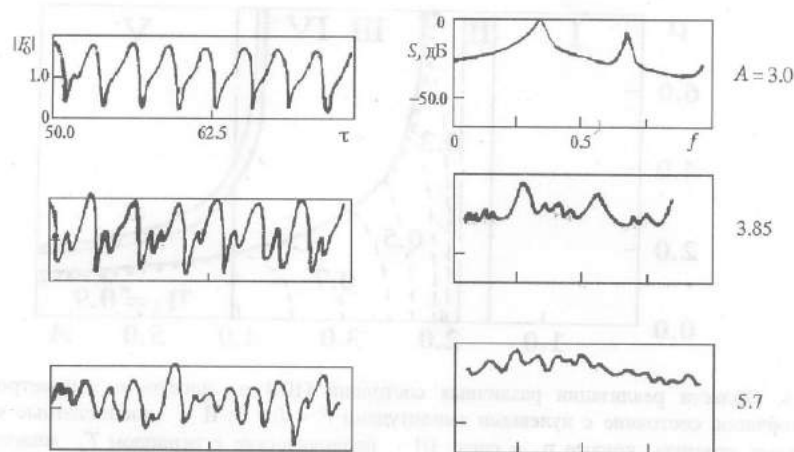


Рис. 8. Временные реализации  $|F_0(\tau)|$  (короткие отрезки) и их временные спектры  $S$  для пениотрона на встречной волне с  $p = 2$ ,  $\mu = 5$  и различными значениями параметра  $A$

«Маршрут 2»:  $A = 5.7$ ;  $\mu$  изменяется. В этом случае в системе реализуются автоколебательные режимы с большой эффективностью преобразования энергии  $\eta \approx 1$ , и характер бифуркационных переходов здесь существенно отличается от рассмотренного выше и «модельного». В частности, возникающие при  $\mu \approx 1.25$  периодические автомодуляции неглубоки (рис. 9), так как в конце пространства взаимодействия возмущение электронной волны, полученное ею в начале пространства взаимодействия, не оказывает столь радикального воздействия на характер режима, как в случае малых  $\eta$ . Однако уже при  $\mu = 1.65$  в спектре выходного сигнала также появляется гармоника частоты  $\omega_a/2$  (рис. 10). Но затем перестройка режимов колебаний идет по-другому: при дальнейшем увеличении  $\mu$  период  $2T_a$  становится базовым (с ярко выраженной спектральной составляющей на частоте  $\omega_a/2$ ). После этого возникает режим колебаний с утроением периода

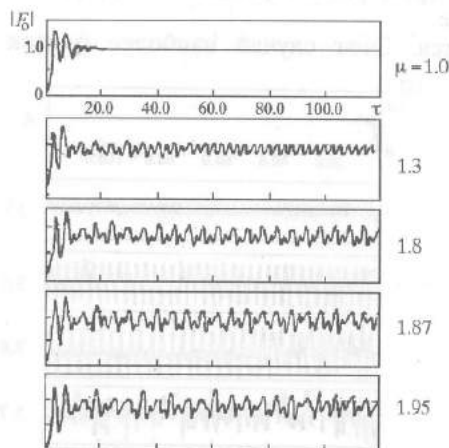


Рис. 9. Временные реализации амплитуды выходного сигнала  $|F_0(\tau)|$  при  $A = 5.7$  в пениотронах с  $p = 2$  и различными значениями  $\mu$

$2T_a$ , то есть появляются гармоники частоты  $1/3(\omega_a/2)$ . И уже при  $\mu \approx 1.95$  установившийся режим колебаний является хаотическим с  $\eta \approx 1$ , хотя в спектре все еще заметны выбросы на частотах  $\omega_a$ ,  $\omega_a/2$  и т.д. С увеличением  $\mu$  спектр сглаживается, а все остальные характеристики становятся все более «шумовыми». Отметим, что вся перестройка режимов происходит в относительно узком интервале изменения параметра  $\mu$ , который, однако, соответствует существенному, как в «маршруте 1», изменению параметра  $(\mu A)$ , определяющему изменение фазы амплитуды электронной волны в пространстве взаимодействия.

«Маршрут 3»:  $A = 4.1$ ,  $\mu$  изменяется. В системе с такими параметрами реализуется некоторая



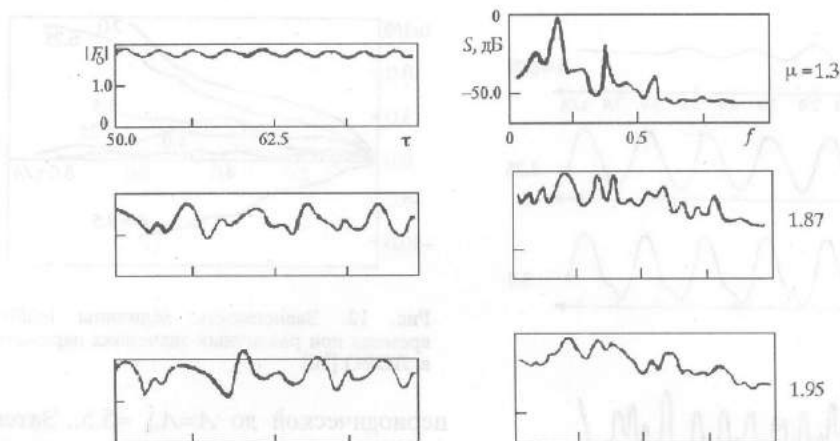


Рис. 10. Временные реализации (короткие отрезки) и их временные спектры  $S$  для ПВВ с  $p = 2$ ,  $A = 5.7$  и различными значениями параметра  $\mu$

комбинация сценариев, характерных для 1-го и 2-го «маршрутов». При  $\mu = 1.8$  в системе возникает периодическая автомодуляция, усложняющаяся с увеличением  $\mu$ ; при  $\mu \approx 2.9$  возникает удвоение периода, при  $\mu \approx 3.08$  - учетверение, как на «маршруте 1». Однако затем в интервале значений  $3.1 < \mu < 3.2$  в системе возникают режимы, похожие, как можно предполагать, на режимы переходного хаоса, либо являющиеся квазипериодическими с длительной нерегулярной стадией переходного процесса. При  $\mu \geq 3.2$  они сменяются периодическими автоколебаниями с утроенным периодом  $3T_a$ , а затем и  $6T_a$ . И наконец, при  $\mu \geq 3.5$  устанавливаются хаотические автоколебания, хотя и с заметными спектральными «выбросами» на частотах  $n\omega_a$  и  $l\omega_a/2$  ( $n, l$  - целые).

Приведенные данные, конечно, нельзя считать всеобъемлющими и делать на их основании окончательные выводы, но можно предполагать, что ПВВ является хорошим объектом для исследования сложной динамики распределенных автоколебательных систем, в частности, систем с фазовой нелинейностью, допускающих в принципе и экспериментальную проверку.

**5.4. Нелинейная динамика ЛОВО.** Система уравнений (34)-(35), описывающая процессы в ЛОВО, в рамках простейшего приближения  $q = 0$  соответствует базовой однопараметрической модели систем с инерционным механизмом взаимодействия [27,28]. Это была первая система со встречными волнами, сложная динамика которой была подробно исследована методами компьютерного эксперимента [6-11]. Особое место среди других систем с ВВ она занимает также потому, что сложные автоколебания в ней тщательно изучались экспериментально [7-9], и во многом благодаря сопоставлению данных натуральных и компьютерных экспериментов удалось понять особенности и причины сложных автоколебаний в ЛОВО.

Автоколебания возникают в ЛОВО при  $A > A_{st} \approx 1.97$ , когда становится положительным инкремент основной («одногоорбой») линейной моды. Они остаются одночастотными до  $A = A_a = 2.9$ , причем вблизи этого значения выход системы на стационарный уровень носит характер затухающих осцилляций с периодом  $T_a \sim 1.5 A$  (рис. 11). Напомним, что здесь в качестве исходных используются уравнения, в которых время и координата нормированы на малый параметр связи. Декремент колебаний убывает с ростом  $A$ . При  $A > 2.9$  стационарный режим становится неустойчивым, и возникает периодическая автомодуляция выходного сигнала с периодом  $T_a$ . Так же как и в рассмотренных выше системах она близка к синусоидальной при небольшом превышении  $A$  над  $A_a$ , а при значительном - имеет вид последовательности импульсов, остающейся

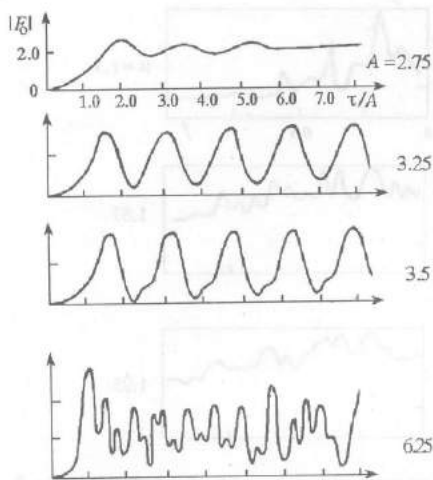


Рис. 11. Временные реализации амплитуды  $|F_0(t)|$  при различных значениях параметра  $A$  в ЛОВО (базовая модель с интегральной нелинейностью) [10]

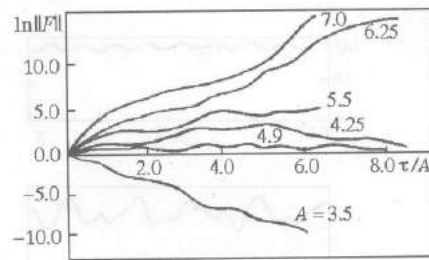
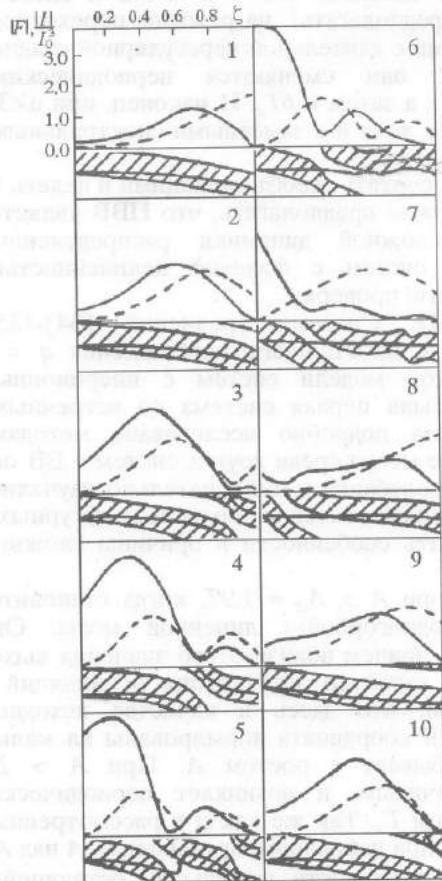


Рис. 12. Зависимость величины  $\ln||F||$  от времени при различных значениях параметра  $A$  в ЛОВО [10]

периодической до  $A=A_{ch} \approx 5.5$ . Затем в системе возникают хаотические колебания, усложняющиеся с увеличением параметра  $A$ . Убедительным доказательством последнего являются результаты вычисления энтропии Колмогорова  $R$ , показавшие, что стохастические колебания в ЛОВО обусловлены возникновением в системе экспоненциальной неустойчивости [10] (рис.12,  $R \sim \ln||F||$ ).

Основной причиной автомодуляции в ЛОВО также является запаздывающий вследствие распределенности системы характер реакции системы на действие нелинейности. Однако, теперь нелинейность имеет другую причину, чем фазовая. Для примера рассмотрим эволюцию пространственных распределений амплитуд волн и их фаз при  $A \approx 3.5$  [7].

При малой амплитуде  $|F|$  амплитуда  $|I(\zeta)|$  монотонно возрастает вдоль координаты, а  $F(\tau)$  имеет характерный «одногоорбый» вид (кадр 1 на рис.13, [7]). При увеличении амплитуды поля амплитуда  $|I(\zeta)|$  в некоторой точке пространства достигает максимума, а затем спадает - происходит разгруппировка электронов (кадр 2). При этом  $|F(\zeta)|$  и распределение фаз качественно не меняются. Однако, когда амплитуда поля достигает такой величины, что вблизи конца системы ( $\zeta = A$ ) амплитуда тока  $I(\zeta)$  падает почти до нуля,

Рис. 13. Динамика распределений амплитуд поля  $|F|$  (сплошная линия) и тока  $|I|$  (пунктир) и фазы  $\varphi_I$  для ЛОВО с  $A = 3.5$ . Заптрихована область тормозящих фаз поля. Промежутки времени между соседними кадрами составляет 0.2 А

практически скачком меняет фазу почти на  $\pi$  и снова нарастает - происходит перегруппировка электронов (кадр 3). Образуется характерное «двугорбое» распределение амплитуды тока и, вследствие нарушения фазового соотношения между комплексными амплитудами  $F$  и  $I$ , «двугорбое» распределение  $|F(\zeta)|$ . Затем вся картина смещается влево с групповой скоростью, причем оба максимума растут при движении по величине из-за взаимодействия с волной тока, пока не достигнут начала системы ( $\zeta=0$ ) (кадры 4-10). Из оставшегося в системе распределения  $F(\zeta)$  опять выделяется основной вид колебаний, и процесс периодически повторяется.

Таким образом, так же как и в МФН, «двугорбое» распределение оказывается неустойчивым и возникает периодическая автомодуляция выходного сигнала. Отметим, что опять возникновение автомодуляции связано с нарушением фазового соотношения между  $F$  и  $I$  (хотя оно происходит совершенно другим образом) и образованием в распределениях  $|F(\zeta)|$  и  $|I(\zeta)|$  компонент, топологически подобных второму линейному виду колебаний.

Отметим, что группировка и перегруппировка электронов не может происходить так же быстро, как изменение фазы тока в МФН, поэтому «многогорбых» структур с большим количеством «горбов», а также множества мелких осцилляций между соседними большими импульсами, в зависимости  $F_0(\tau)$  в ЛОВО не возникает. Реализующиеся достаточно гладкие структуры имеют в любой момент времени достаточно большую амплитуду, поэтому описанный выше механизм хаотизации автоколебаний в МФН и других системах с фазовой нелинейностью в данном случае вряд ли имеет место. По крайней мере, бифуркационное значение  $A_{ch} \approx 5.5$  превышает  $A_2 \approx 3.7$ , причем существенно. Очевидно, что исследования механизма перехода в хаос в ЛОВО еще нельзя считать завершенными в полной мере.

В общих чертах нестационарные процессы и автоколебания в ультрарелятивистской ЛОВО, описываемые двухпараметрической системой уравнений (14), (39)-(40), сходны с процессами в ЛОВО. Однако, имеет место определенная трансформация динамики системы, зависящая от параметра  $\nu$ , характеризующего релятивистскую зависимость массы электронов от энергии. Поскольку с увеличением  $\nu$  процессы группировки и перегруппировки электронов в потоке изменяются, то бифуркационные значения параметра  $A$  уменьшаются, хотя при увеличении  $\nu$  последовательность смены режимов остается прежней [6]. На рис. 14 представлены области реализации различных автоколебательных режимов на плоскости параметров  $(\nu, A)$ .

Характерной особенностью зависимости  $|F_0(\tau)|$  в автомодуляционных режимах при больших  $\nu$  и не очень больших  $A$  является высокий уровень гармоники основной частоты колебаний (для  $|F_0(\tau)|$  - нулевой) - автомодуляционные колебания происходят с относительно небольшой амплитудой около относительно высокого среднего уровня (рис.15 [6]). Это связано с тем, что при возрастании  $\nu$  увеличивается уровень энергообмена между волнами, запас энергии в волне поля оказывается большим и характерное время его изменения превышает время реакции обратной

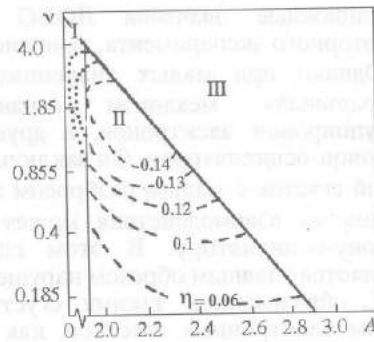


Рис. 14. Области реализации различных состояний релятивистской ЛОВО на плоскости параметров  $(\nu, A)$ : I - устойчивое состояние с нулевыми амплитудами  $F = I = 0$ , точками отмечены кривые  $\eta = \text{const}$ , соответствующие «жесткому» возбуждению; II - одночастотные колебания, пунктиром показаны кривые  $\eta = \text{const}$ ; III - многочастотные колебания

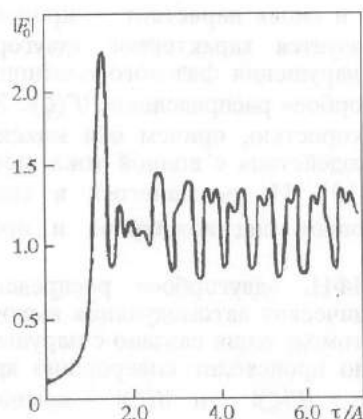


Рис. 15. Зависимость  $|F_0(\tau)|$  для ультрарелятивистской ЛОВ при  $\nu = 0.855$  и  $A = 3.41$

разнообразие нестационарных процессов и автоколебаний, чем в простых моделях. В частности, две такие модели - ЛОВ с отражениями на концах пространства взаимодействия и ЛОВ со связанными электродинамическими системами, в которой с волной тока взаимодействуют одновременно две электромагнитные волны, рассмотрены в [11-14].

**5.5. Автоколебания в гирорезонансном генераторе на встречной волне (гирос-ЛВВ).** Поскольку механизм взаимодействия электронной и электромагнитной волн в гирос-ЛВВ инерционный и с точки зрения нелинейной динамики имеет немало схожих черт с аналогичным механизмом ЛОВО, ее колебательные режимы и бифуркационные переходы в целом похожи на рассмотренные выше. В наибольшей степени это относится к режимам с большим значением параметра  $\mu$ , когда величина  $\eta$  мала, и все результаты, касающиеся ЛОВО, справедливы и для гирос-ЛВВ, с той разницей, что физический смысл понятия «перегрушировка» и т.п. теперь другой. В частности, бифуркационные значения  $A^g$  различных автоколебательных режимов при больших значениях асимптотически стремятся к значениям  $A^g/\sqrt{\mu}$ , где  $A^g$  - соответствующие бифуркационные значения ЛОВО (рис.16). Это подтверждается данными компьютерного эксперимента, выполненного на основе известных методик [18-20].

Однако при малых значениях  $\mu$  в системе может превалировать не «интегральный» механизм ограничения амплитуды колебаний из-за перегрушировки электронов, а другой, связанный с фазовой нелинейностью электронов-осцилляторов. Он заключается в том, что сформировавшийся в пучке фазовый сгусток с малым разбросом энергий при малом  $\mu$  на некотором участке пространства взаимодействия может вести себя подобно одному «большому» электрону-осциллятору. В этом случае ограничение амплитуды колебаний определяется главным образом нарушением, как в МФН, фазы между электронной волной, образованной такими сгустками, и электромагнитной волной, а не развалом электронных сгустков, как в ЛОВО. При этом все бифуркационные значения параметра  $A$  существенно зависят от  $\mu$ , но совсем не согласуются с асимптотическими значениями, рассчитанными для ЛОВО.

Наиболее интересные явления реализуются в гирос-ЛВВ при умеренных значениях  $\mu$  ( $1 \leq \mu \leq 5$ ), когда влияние обоих нелинейных механизмов сравнимо. Во-первых, в этом диапазоне изменения параметра  $\mu$  оказываются устойчивыми одночастотные режимы колебаний с «многогорбыми» распределениями амплитуды электромагнитного поля (в численных экспериментах обнаружены, по крайней мере «дву-» (рис. 16) и «трехгорбые» распределения). В результате зона

связи. Поэтому система не может возвращаться к уровню линейных колебаний, и  $|F_0(\tau)|$  в этих режимах никогда не падает до низкого уровня. Другой особенностью является резкий всплеск амплитуды выходного сигнала в конце переходного процесса (рис. 15) при больших значениях  $A$ . Его пиковая мощность может существенно превышать уровень, рассчитанный из стационарной теории.

Заканчивая раздел, посвященный автоколебаниям в ЛОВО, отметим, что кроме рассмотренной базовой модели, существуют и более сложные модели, соответствующие некоторым реальным конструкциям генераторов, основанных на принципе взаимодействия встречных волн. В них наблюдается еще большее

устойчивых одночастотных колебаний на плоскости параметров  $(\mu, A)$  резко расширяется по сравнению с предсказанной асимптотической ЛОВО-моделью. Во-вторых, бифуркационная линия потери устойчивости одночастотного режима оказывается довольно сложно устроенной, поскольку переход в режим периодической автомодуляции может происходить из режимов с различным пространственным распределением амплитуд (см. рис. 15). Отметим, что из этих результатов, полученных в последнее время, следует также, что оптимальная эффективность энергообмена режима монохроматических колебаний реализуется в giro-ЛВВ в гораздо более широком диапазоне изменения параметров  $(\mu, A)$ , чем это представлялось ранее [20]. На рис. 17 в качестве примера приведена картина пространственно-временной эволюции амплитуды  $F(\tau, \zeta)$  в giro-ЛВВ при  $A=5$ , и  $\mu=2$ . Что касается свойств много-частотных автоколебаний, как периодических, так и хаотических, а также их бифуркационных переходов, то они подробно еще не исследованы. В частности, интересно появление дополнительной зоны автомодуляции при больших значениях параметра  $A$  и  $\mu=1.5$ . Особенности этого режима также должны быть исследованы более подробно.

Часть работы выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 94-02-06098).

#### Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1992.
2. Рабинович М.И. Автоколебания распределенных систем //Изв. вузов. Сер. Радиоп физика. 1974. Т.17, № 4. С.477.
3. Соколов Д.В., Трубецков Д.И. Нелинейные волны, динамический хаос и некоторые задачи сверхвысокочастотной электроники //Проблемы физической электроники. Л, 1988. С.141.
4. Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. Нелинейные электронные волны. Методы и результаты для приборов О-типа //Радиотехника и электроника. 1993. Т.38, вып.2. С.193.
5. Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1975.

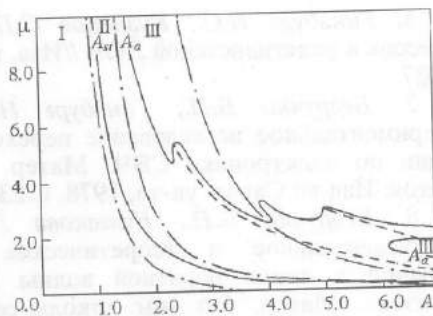


Рис. 16. Области реализации различных состояний giro-ЛВВ на плоскости параметров  $(\mu, A)$ : I - отсутствие колебаний; II - одночастотные колебания; пунктиром отмечены границы областей с различным пространственным распределением  $|F(\zeta)|$ ; III - многочастотные колебания; штрих-пунктиром отмечены линии, соответствующие бифуркационным значениям ЛОВО при  $q=0$  (базовая модель с интегральной нелинейностью)

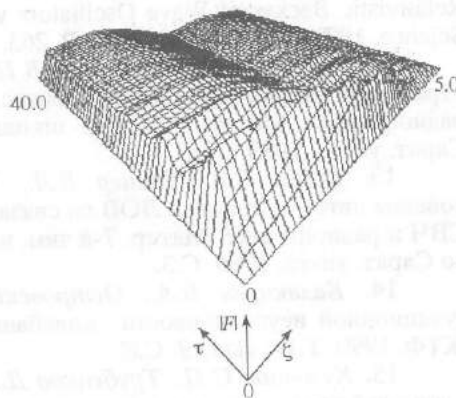


Рис. 17. Пространственно-временная эволюция амплитуды  $F(\tau, \zeta)$  в giro-ЛВВ при  $A = 5$ ,  $\mu=2$ .



6. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1978. Т.21, № 7. С. 1037.
7. Безручко Б.П., Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Теоретическое и экспериментальное исследование переходных процессов в ЛОВО-генераторе // Лекции по электронике СВЧ. Матер. 4-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1978. С.236.
8. Безручко Б.П., Булакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное и теоретическое исследование стохастических автоколебаний в лампе обратной волны //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 5-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1980. С.25.
9. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Стохастические автоколебания в системе электронный пучок - обратная волна //Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1980. С.29.
10. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Периодические и стохастические автомодуляционные режимы в электронных генераторах с распределенным взаимодействием //Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1981. С.101.
11. Levush B., Antonsen T.M., Bromborsky A., Lou Wei-Ran, Carmel Y. Theory of Relativistic Backward Wave Oscillators with End Reflections //IEEE Trans. on Plasma Science. 1992. Vol. 20, N3 (June). P. 263.
12. Амиров Р.Ш., Безручко Б.П., Исаев В.А., Четвериков А.П. Влияние отражений на нестационарные процессы в ЛОВО //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 6-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1983. С.90.
13. Исаев В.А., Фишер В.Л., Четвериков А.П. Исследование возникновения автомодуляции в ЛОВ со связанными системами //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 7-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1986. С.3.
14. Балакирев В.А., Островский А.О., Ткач Ю.В. К теории автомодуляционной неустойчивости колебаний в связанных карсинотронах //Письма в ЖТФ. 1990. Т.16, вып.19. С.8.
15. Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Две лекции по нестационарной теории взаимодействия электронных пучков с электромагнитными волнами //Лекции по электронике СВЧ. Матер. 3-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1974. С.88.
16. Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Нестационарные нелинейные явления при взаимодействии электронного потока, движущегося в скрещенных полях, с обратной электромагнитной волной //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1977. Т.20, № 2. С.300.
17. Юлатов В.К. Нелинейная теория взаимодействия непрямолинейного периодического электронного пучка с электромагнитным полем. Ч.1. Вывод основных уравнений //Вопросы радиоэлектроники. Сер.1. Электроника. 1965. № 12. С.15.
18. Гольденберг В.Н., Ежевская Н.А., Жислин Г.М., Оржеховская М.Н., Юлатов В.К. Нелинейная теория взаимодействия непрямолинейного периодического электронного пучка с электромагнитным полем. Ч.2. Численные результаты //Вопросы радиоэлектроники. Сер.1. Электроника. 1965. № 12. С.24.
19. Дмитриев А.Ю., Коневец А.Е., Пищик Л.А., Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Обзорные лекции по теории взаимодействия слабoreлятивистских винтовых электронных пучков с электромагнитными волнами в волноводе //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 7-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1986. С.61.

20. *Дмитриев А.Ю., Трубецков Д.И., Четвериков А.П.* Нестационарные процессы при взаимодействии винтового электронного пучка со встречной волной в волноводе //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1991. Т.34, № 5. С.595.
21. *Кузнецов С.П., Моносов Г.Г., Трубецков Д.И., Четвериков А.П.* Некоторые вопросы теории пениотрона //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 5-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1981. С.8.
22. *Четвериков А.П.* О генерации колебаний в пениотроне на встречной волне //Письма в ЖТФ. 1989. Т.15, вып.14. С.13.
23. *Chetverikov A.P.* Nonlinear Theory of Fast Wave Devices //Proc. of 17th Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves (Pasadena, USA), Proc. SPIE. 1992. P.398.
24. *Chetverikov A.P.* Nonstationary Theory and Simulation of the Backward Wave Peniotron Oscillator //Int. J. of Infrared and Millimeter Waves. 1993. Vol.14, № 2. P.213.
25. *Кузнецов С.П., Четвериков А.П.* Нестационарная нелинейная теория ультрарелятивистской ЛОВ на аномальном эффекте Доплера //Изв. вузов. 1981. Т.24, № 1. С.109.
26. *Кузнецов С.П., Четвериков А.П.* К теории лампы обратной волны с поперечным полем // Радиотехника и электроника. 1978. Т.23, № 2. С.385.
27. *Петелин М.И., Юлатов В.К.* Мазеры на циклотронном резонансе // Лекции по электронике СВЧ. Матер. 3-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1974. С.95.
28. *Высокочастотная релятивистская электроника.* Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1979.
29. *Лившиц Е.Н., Пятаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
30. *Люиселл У.* Связанные и параметрические колебания в электронике. М.: Изд-во Иностранная литература, 1963.
31. *Четвериков А.П.* Периодические и хаотические автоколебания в простых распределенных электронно-волновых системах //Изв. РАН. Сер. Физическая. 1994. Т.58, № 8. С.171.
32. *Четвериков А.П.* Нелинейная динамика системы взаимодействующих встречных электромагнитной волны и электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью // Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2., №5. С.46.
33. *Афанасьева В.В., Трубецков Д.И.* Динамический хаос в сверхвысокочастотных приборах. Ч.1. Вакуумные нерелятивистские приборы // Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. Вып.3. (1614). М.: ЦНИИ «Электроника», 1991.
34. *Афанасьева В.В., Трубецков Д.И.* Динамический хаос в электронных сверхвысокочастотных приборах. Ч.II. Приборы релятивистско электроники // Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. Вып.4 (1615). М.: ЦНИИ «Электроника», 1991.
35. *Trubetskov D.I.* Deterministic chaos in microwave vacuum electron tubes //Int. Seminar «Nonlinear circuits and systems», Proceedings, June 16-18, 1992. Vol.2, Moscow, Russia. P.147.
36. *Шевчик В.Н., Трубецков Д.И.* Аналитические методы расчета в электронных СВЧ. М.: Сов. радио, 1970.

*Саратовский государственный  
университет*

*Поступила в редакцию 14.11.94.  
после переработки 9.12.94.*

## OSCILLATIONS IN EXTENDED SYSTEMS «ELECTRON BEAM - BACKWARD ELECTROMAGNETIC WAVE»

*D.I.Trubetskov, A.P.Chetverikov*

An analytic review of oscillation properties of extended dynamical systems based on the interaction of a backward electromagnetic wave and waves in an electron beam is presented.

Conditions of absolute instability realization, a linear non-steady-state process, properties of single frequency and multifrequency, including chaotic, oscillations are considered. Bifurcation transition between oscillation regimes and mechanisms of arising of complex spatio-temporal oscillations are described.



*Трубецков Дмитрий Иванович* родился в Саратове в июне 1938 года. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники и волновых процессов СГУ, профессор, член-корреспондент Российской Академии наук. Область научных интересов - радиофизика в той ее части, которая связана с взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями и с теорией сверхвысокочастотных электронных приборов; теория колебаний и волн; применение методов нелинейной динамики в различных областях науки; история науки.

Автор и соавтор одиннадцати монографий и учебных пособий по сверхвысокочастотной электронике, теории колебаний и волн и истории электронных ламп сверхвысоких частот, в том числе монографии «Аналитические методы расчета в электронике СВЧ» (М.: Сов. радио, 1970; совместно с В.Н. Шевчиком), коллективной монографии «Электроника ламп с обратной волной» (Изд. Сарат. ун-та, 1975), учебного пособия «Введение в теорию колебаний и волн» (первое издание, М.: Наука, 1984; второе - М.: Наука, 1992; совместно с М.И. Рабиновичем), книги «Формирование радиотехники» (М.: Наука, 1988, раздел «История электронных ламп сверхвысоких частот»). В 1989 году книга «Введение в теорию колебаний и волн» в Нидерландах переведена на английский язык и вышла под названием «Oscillations and waves in linear and nonlinear systems» (The Netherland: Kluwer Academic Publishers, 1989). Опубликовал четыре книги лекций по электронике СВЧ и истории электронных ламп и много научных статей по указанным выше направлениям. Зам. главного редактора журнала «Прикладная нелинейная динамика».



*Четвериков Александр Петрович* закончил Саратовский государственный университет (1975), работал в НИИ механики и физики СГУ. Защитил кандидатскую диссертацию (1981). Работает доцентом кафедры электроники и волновых процессов СГУ (1985), докторант этой кафедры (1992). Область научных интересов - нелинейная динамика распределенных систем, вакуумная сверхвысокочастотная электроника, компьютерный эксперимент. Имеет более 50 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.