

*Журнал включен в «Перечень периодических научных и научно-технических изданий РФ, рекомендованных для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук»*

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Известия высших учебных заведений  
**ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА**  
*научно-технический журнал*

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год

Том 23, № 1, 2015, Саратов

**СО Д Е Р Ж А Н И Е**

**НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И НЕЙРОНАУКА**

*Матросов В.В., Болдырева Н.В., Казанцев В.Б.* Регулярные и хаотические колебания в модели астроцита с регуляцией динамики кальциевого выброса 3

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ**

*Ланда П.С.* Нелинейные случайные волны в жидкости и основной механизм их возбуждения ..... 19

***Материалы 24-й Международной Крымской конференции  
«СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии»,  
Севастополь, Россия, 7–13 сентября 2014***

**НОВОЕ В ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКЕ**

*Куркин С.А., Бадарин А.А., Короновский А.А., Рак А.О., Храмов А.Е.* Генерация высших гармоник в релятивистском электронном потоке с виртуальным катодом ..... 41

*Еремка В.Д., Кулагин О.П., Ким Ю.И.* Субмиллиметровый магнетрон с удлиненным анодом: Оптимальные параметры колебательной системы ..... 53

*Накрап И.А., Савин А.Н.* Электродинамические характеристики многорядной встречно-штыревой замедляющей системы ..... 62

*Давидович М.В., Сучков С.Г., Бушуев Н.А.* Моделирование антенн для радиочастотных идентификационных меток ..... 76

**КОНФЕРЕНЦИИ. СЕМИНАРЫ. СИМПОЗИУМЫ. ШКОЛЫ**

Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», 7–13.09.2014, Севастополь, Россия ..... 92

C O N T E N T S

NONLINEAR DYNAMICS AND NEUROSCIENCE

- Matrosov V.V., Boldyreva N.V., Kazantsev V.B.* Regular and chaotic oscillations in astrocyte model with regulation of calcium release kinetics ..... 3

METHODICAL PAPERS IN NONLINEAR DYNAMICS

- Landa P.S.* Nonlinear random waves in fluid, and the main mechanism of their excitation..... 19

*Transactions of the 24th International Crimean Conference  
«Microwave & Telecommunication Technology»  
September 7–13, 2014, Sevastopol, Russia*

INNOVATIONS IN APPLIED PHYSICS

- Kurkin S.A., Badarin A.A., Koronovskii A.A., Rak A.O., Hramov A.E.* Higher harmonics generation in a relativistic electron beam with virtual cathode ..... 41
- Yeryomka V.D., Kulagin O.P., Kim Jung-Il* Submillimeter-wave magnetron with the elongated anode: Optimal parameters of oscillatory circuit ..... 53
- Nakrap I.A., Savin A.N.* The electrodynamic characteristics of multirow interdigital slow wave structure ..... 62
- Davidovich M.V., Souchkov S.G., Bushuev N.A.* Modeling of radio-frequency identification tags antennas ..... 76

CONFERENCES. MEETINGS. SYMPOSIA. SCIENTIFIC SCHOOLS

- 24th International Crimean Conference «Microwave & Telecommunication Technology» September 7–13, 2014, Sevastopol, Russia ..... 92



## РЕГУЛЯРНЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В МОДЕЛИ АСТРОЦИТА С РЕГУЛЯЦИЕЙ ДИНАМИКИ КАЛЬЦИЕВОГО ВЫБРОСА

*В. В. Матросов<sup>1</sup>, Н. В. Болдырева<sup>1</sup>, В. Б. Казанцев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН

В статье исследуется динамика модели астроцита – глиальной клетки головного мозга, регулирующей колебания основных сигнальных клеток – нейронов. За счет сложных молекулярных преобразований астроциты способны генерировать кальциевые автоколебания, которые, в свою очередь, связаны с выбросом во внеклеточное пространство нейроактивных веществ. В трехкомпонентной модели астроцита, учитывающей, в отличие от классических моделей химической возбудимости, регуляцию процесса выброса кальция за счет нелинейной динамики инозитол-трифосфата, проведен бифуркационный анализ устойчивости состояний равновесия, возникновения регулярных и хаотических колебаний. Показано, в частности, что учет динамики инозитол-трифосфата может привести к возникновению сложных динамических режимов, включая мультистабильные режимы генерации и импульсные колебания сложной формы.

*Ключевые слова:* Астроцит, кальций, генерация, бифуркация, хаос.

### Введение

Исследования принципов работы мозга и построение адекватных математических моделей его структур и функций являются в настоящее время одной из глобальных междисциплинарных научных задач [1]. Наряду с традиционно изучаемыми в нелинейной динамике моделями нейронов и нейронных сетей важную роль в современных нейронаучных задачах начинают играть глиальные клетки (астроциты), также образующие сети и взаимодействующие с основными сигнальными клетками – нейронами. Как показывают последние исследования нейрофизиологов, нейрон-глиальные взаимодействия могут играть существенную роль не только в процессах поддержания жизнедеятельности нейронов, но и в сигнальных функциях, регулируя возбудимые свойства нейронов и эффективность синаптической передачи сигналов [2]. Такая модуляция осуществляется за счет химических взаимодействий и может быть описана в рамках следующих основных функциональных схем.

- При срабатывании синаптической связи между нейронами происходит выброс во внеклеточное пространство нейроактивных химических веществ, нейротрансмиттеров. Эти вещества детектируются соседним нейроном, что приводит к

возникновению ответного сигнала. Однако часть нейротрансмиттера диффундирует от синаптического контакта и может быть захвачена соседними астроцитами. Это приводит к каскаду молекулярных преобразований, результатом которых является генерация кальциевых импульсов. С точки зрения нелинейной динамики, этот процесс подобен классической схеме автогенерации колебаний [3].

- Изменение концентрации кальция приводит к выбросу астроцитом других нейротрансмиттеров (глиотрансмиттеров), которые, диффундируя во внеклеточном пространстве, детектируются соседними нейронами. Это приводит к изменению как возбудимых свойств самих нейронов, так и к изменению эффективности синаптической передачи (усилению или ослаблению синаптической связи) [4, 5].
- Астроциты связаны между собой посредством так называемых щелевых контактов, динамика которых описывается линейной диффузионной связью, образуя таким образом в мозгу сети астроцитарных клеток. Через контакты, в частности, могут проходить молекулы инозитол-трифосфата (ИТФ). Как было показано в недавних модельных работах, эффект диффузионной связи может привести к спонтанной генерации кальциевых колебаний в сети астроцитов, возникновению мультистабильности и сложным (хаотическим) режимам [7–9]. В распределенных моделях кальциевой сигнализации внутриклеточная диффузия ИТФ приводит к возникновению сложных колебательных режимов, включая режимы самоорганизованной критичности [10].
- Растущий интерес исследователей к астроцитам связан также и с тем, что эти клетки контактируют как с нейронами, так и с клетками кровеносных сосудов, что делает их удобной «мишенью» для доставки веществ, воздействующих на мозг, и лекарственных средств [2].

Экспериментальные исследования астроцитов показывают, что динамика ИТФ во многом является определяющей в процессе возникновения кальциевых колебаний, поскольку ИТФ фактически «запускает» кальциевый генератор, обеспечивая выход ионов кальция из внутриклеточных хранилищ. ИТФ вовлечен в множество сложных молекулярных каскадов, часть из которых не учитывается в традиционных упрощенных моделях астроцитов. Учет динамики ИТФ приводит к трехкомпонентным моделям, где динамические режимы могут включать возникновение сложных хаотических колебаний (см., например, [6]). В одной из недавних моделей астроцитарной динамики, предложенной де Питта с соавторами [5], были учтены процессы нелинейной релаксации ИТФ за счет активности протеинкиназы С (ПКС). Такая модификация позволила получить кальциевые сигналы более сложной и реалистичной формы. Однако, динамические механизмы возникновения таких колебаний описаны не были.

В данной работе мы исследуем модель де Питта [5] кальциевого генератора с регуляцией кальциевого выброса с помощью бифуркационного анализа и показываем, что учет такой регуляции приводит к усложнению бифуркационных механизмов генерации колебаний, возникновению мультистабильности и хаотических колебаний даже в одиночной клетке. Мы также исследуем основные динамические характеристики колебаний, изменения их формы с помощью анализа фазовых проекций и построения одномерных бифуркационных диаграмм.

## 1. Модель

Рассмотрим модель химической сигнализации астроцита с учетом нелинейной релаксации ИТФ, предложенную в работе [5]:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= O_{\beta} + \frac{O_{\delta}k_{\delta}}{k_{\delta} + I}H(C^2, K_{\delta}) - O_{3K}H(C^4, K_D)H(I, K_{3K}) - \Omega_{5p}I, \\ \frac{dC}{dt} &= \rho_A(\Omega_N m_{\infty}^3 h^3 + \Omega_L)(C_0 - (1 - \rho_A)C) - O_p H(C^2, K_p), \\ \frac{dh}{dt} &= \Omega_h(h_{\infty} - h), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $I$  – концентрация ИТФ,  $C$  – внутриклеточная концентрация кальция,  $h$  – доля инактивированных ИТФ-зависимых каналов эндоплазматического ретикула (ЭР), ( $0 < h < 1$ ),  $H(x, K, n) = x^n / (x^n + K^n)$  – функция Хилла ( $x$  – переменная,  $n$  и  $K$  – параметры),  $m_{\infty} = H(I, d_1)H(C, d_5)$ ,  $\Omega_h = O_2(Q_2 + C)$ ,  $Q_2 = d_2(I + d_1)/(I + d_3)$ ,  $h_{\infty} = Q_2/(Q_2 + C)$ . Константы и параметры, входящие в выражения для правых частей модели (1), определяются кинетикой биохимических преобразований, и установлены в соответствии с экспериментальными данными исследования культуры астроцитов. Значения констант и диапазоны изменения параметров для модели (1) приведены в Таблице согласно данным статьи [5].

Таблица

Параметр	Описание	Значения	Размерность
$O_{\beta}$	Скорость продуцирования ИТФ при активации фосфолипазы С $\beta$ , PLC $\beta$	0	$\mu M s^{-1}$
$O_{\delta}$	Скорость продуцирования ИТФ при активации фосфолипазы С $\delta$ , PLC $\delta$	>1	$\mu M s^{-1}$
$k_{\delta}$	Константа подавления фосфолипазы С $\delta$	1.0	$\mu M$
$O_{3K}$	Максимальная скорость деградации ИТФ за счет 3-киназы	>1	$\mu M s^{-1}$
$\Omega_{5p}$	Максимальная скорость деградации ИТФ за счет дефосфолирования	0.01	$s^{-1}$
$K_{\delta}$	Аффинность Ca <sup>2+</sup> к PLC $\delta$	0.5	$\mu M$
$K_D$	Аффинность Ca <sup>2+</sup> к 3-киназе	0.5	$\mu M$
$K_{3K}$	Аффинность ИТФ к 3-киназе	1.0	$\mu M$
$\rho_A$	Соотношение между объемами ЭР и цитозоли	0.5	–
$\Omega_N$	Скорость выброса Ca <sup>2+</sup> через ИТФ зависимые рецепторы ЭР	6.0	$s^{-1}$
$\Omega_L$	Скорость утечки Ca <sup>2+</sup> через мембрану ЭР	0.05	$s^{-1}$
$C_0$	Полная концентрация Ca <sup>2+</sup> в клетке	7.2	$\mu M$
$O_p$	Максимальная скорость закачки кальция в ЭР активными насосами	1	$\mu M^{-1} s^{-1}$
$K_p$	Аффинность Ca <sup>2+</sup> к активным насосам	0.1	$\mu M$
$d_1$	Константа диссоциации ИТФ	0.1	$\mu M$
$d_2$	Инактивационная константа диссоциации Ca <sup>2+</sup>	1.05	$\mu M$
$d_3$	Константа диссоциации ИТФ	0.1	$\mu M$
$d_5$	Активационная константа диссоциации Ca <sup>2+</sup>	0.08	$\mu M$
$O_2$	Скорость связывания инактивационных гейтов ИТФ-зависимых рецепторов с Ca <sup>2+</sup>	0.2	$s^{-1}$

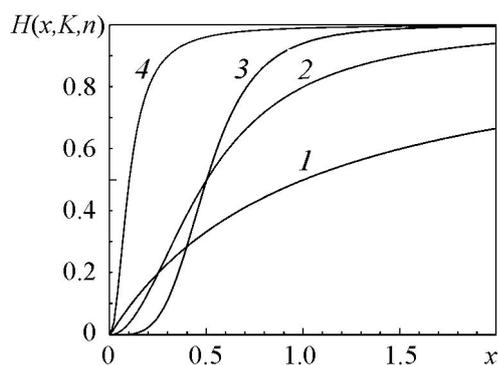


Рис. 1. Вид функции Хилла при значениях параметров:  $n = 1, K = 1$  (линия 1),  $n = 2, K = 0.5$  (линия 2);  $n = 4, K = 0.5$  (линия 3),  $n = 2, K = 0.1$  (линия 4)

Описывают базовые динамические режимы в виде однопараметрических зависимостей. В данной работе мы проводим расширенный бифуркационный анализ динамики модели (1) в плоскости двух параметров. Он основан на методах теории колебаний и теории бифуркаций с использованием программного комплекса ДНС [12]. Далее остановимся на анализе полученных результатов.

**1.1. Анализ равновесных состояний.** В фазовом пространстве системы (1) в зависимости от значений параметров может существовать либо одно –  $O_1$  ( $O_3$ ), либо три –  $O_1, O_2, O_3$  состояния равновесия (рис. 2, а). Координаты устойчивых состояний равновесия определяют стационарные концентрации ИТФ, кальция и долю открытых каналов ЭР. На рис. 2, б представлено разбиение плоскости параметров ( $O_{3K}, O_{\delta}$ ) модели (1) на области с различным числом и устойчивостью состояний равновесия. Здесь область существования трех состояний равновесия ограничена штрихпунктирными линиями 1 и 2. При выходе из этой области через линию 1 сливаются и исчезают состояния равновесия  $O_3$  и  $O_2$ , на линии 2 – состояния равновесия  $O_1$  и  $O_2$ . Пунктирные линии 3 соответствуют смене устойчивости состояний равновесия, которая происходит в результате бифуркации Андронова–Хопфа. Точками  $N_1, N_2, N_3, N_4$  отмечены значения параметров, где первая ляпуновская величина  $L$  обращается в ноль. На участках линии 3, расположенных ниже точки  $N_3$  и выше  $N_4$ , смена устойчивости состояний равновесия происходит жестко, поскольку здесь  $L > 0$ . На остальных участках линии 3 смена устойчивости состояний равновесия происходит мягко ( $L < 0$ ). В точках  $N_1$  и  $N_2$  состояние равновесия  $O_1$  имеет два нулевых собственных числа, в этих точках линия 2 и линия 3 соприкасаются.

На рис. 2, б светло-серым цветом отмечены области  $B_1^A, B_1^B, B_1^C$ , где модель (1) имеет одно устойчивое состояние равновесия, темно-серым цветом – область  $B_3$  с двумя устойчивыми состояниями равновесия. В области  $B_0$  устойчивые состояниями равновесия в фазовом пространстве модели (1) отсутствуют. В областях  $B_1^A$  и  $B_1^B$  состояния равновесия  $O_1$  и  $O_3$  устойчивы глобально. В области  $B_3$  в фазовом пространстве системы (1) существуют два устойчивых состояния равновесия  $O_1, O_3$ , бассейны притяжения которых разделяет устойчивое инвариантное многообразие седла  $O_2$  (рис. 2, а). Координаты  $C^*, I^*$  устойчивых состояний равновесия  $O_1$  и  $O_3$  таковы, что они определяют высокую и низкую концентрацию кальция и ИТФ, соответственно. Таким образом, равновесные значения концентраций при значении-

Отметим, что процессами обмена кальция с внешней средой в модели (1) пренебрегается. Виды функции Хилла для модельных значений параметров представлены рис. 1. Основное отличие модели (1) от предшественников (например, также трехкомпонентной модели Уллаха [11]) заключается в учете молекулярных механизмов нелинейной деградации ИТФ, опосредованной активностью различных ферментов. Некоторые результаты исследования модели (1) приведены в [5]. Эти результаты подтверждают адекватность предложенной математической модели и опи-

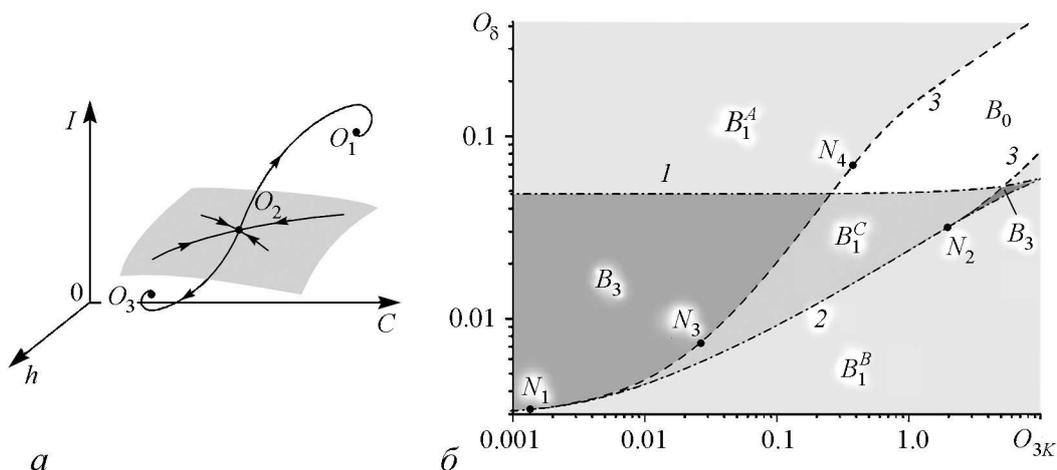


Рис. 2. К анализу состояний равновесия модели (1): *a* – качественный фазовый портрет при значениях параметров из области  $B_3$ , *b* – структура плоскости параметров  $(O_{3K}, O_\delta)$  при  $\Omega_{5p} = 0.01$

ях параметров из области  $B_3$  определяются начальными условиями. Отметим также, что при вариациях параметров концентрации кальция и ИТФ могут изменяться по-разному. На рис. 3 приведены однопараметрические диаграммы, иллюстрирующие некоторые возможные сценарии эволюции концентраций кальция, ИТФ и доли инактивированных ИТФ-зависимых каналов ЭР при вариациях параметров  $O_{3K}$  и  $O_\delta$ . На диаграммах устойчивые и неустойчивые ветви отмечены сплошными и пунктирными линиями соответственно, точки  $K_1$  и  $K_2$  отражают смену устойчивости режимов стационарной концентрации, серые области характеризуют диапазоны изменения концентраций кальция, ИТФ и доли инактивированных каналов в автоколебательных режимах. Остановимся на анализе представленных диаграмм более подробно.

При построении диаграмм, представленных на рис. 3, *б,г,е*, начальные значения параметров располагались в области  $B_1^A$  ( $O_{3K} = 0.08$ ,  $O_\delta = 0.06$ ). Далее, не меняя  $O_{3K}$ , значения параметров плавно перемещались в область  $B_1^B$ , проходя при этом области  $B_3$  и  $B_1^C$ . При достижении параметром  $O_\delta$  значений 0.0001, осуществлялся обратный ход, из области  $B_1^B$  в область  $B_1^A$ .

В области  $B_1^A$  реализуется режим высокой концентрации кальция и ИТФ, при низкой доли инактивированных каналов ЭР. С уменьшением  $O_\delta$  концентрации падают, доля инактивированных каналов растет, в точке  $K_1$  устойчивый режим стационарной концентрации замещается автоколебательным. В автоколебательном режиме концентрации кальция, ИТФ и доля инактивированных каналов ЭР периодически меняются, диапазоны изменения переменных на диаграммах отмечены серым цветом. Видно, что концентрация кальция и доля инактивированных каналов изменяются в широком диапазоне, а концентрация ИТФ практически не осциллирует. При убывании  $O_\delta$  амплитуда колебаний концентрации кальция уменьшается, при  $O_\delta = 0.01298$  автоколебательный режим разрушается, все фазовые траектории устремляются к устойчивому состоянию равновесия  $O_3$ , определяющему режим низкой равновесной концентрации кальция и ИТФ и высокой доли инактивированных каналов. Дальнейшее уменьшение  $O_\delta$  влечет снижение концентрации кальция и ИТФ, но эти изменения плавные и небольшие. Доля инактивированных каналов практически не меняется. При изменении значений параметра  $O_\delta$  в обратную сто-

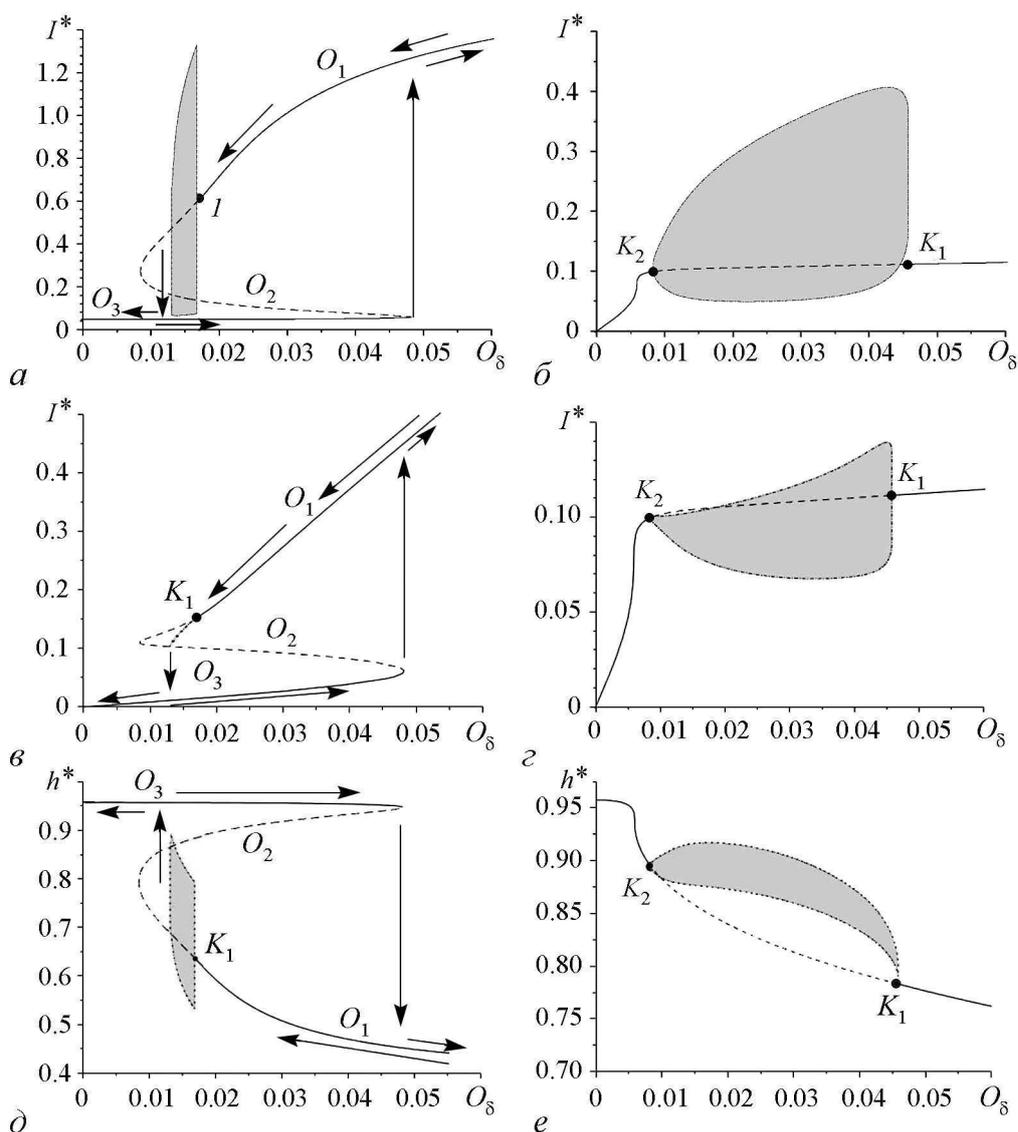


Рис. 3. Однопараметрические диаграммы, отражающие эволюции концентраций кальция, ИТФ и переменной  $h$  в зависимости от  $O_\delta$  при  $O_{3K} = 0.08$  (а, в, г) и  $O_{3K} = 10$  (б, з, е),  $\Omega_{sp} = 0.01$

рону (при увеличении  $O_\delta$ ) координаты  $C_3^*$  и  $I_3^*$  состояния равновесия  $O_3$  растут, что характеризует плавное увеличение концентраций кальция, ИТФ. При достижении  $O_\delta^* = 0.048273$  происходит резкое увеличение концентраций, которые при дальнейшем росте  $O_\delta$  повышаются, но уже плавно. Доля инактивированных каналов при прохождении  $O_\delta^*$  резко снижается. В фазовом пространстве резкое увеличение концентраций связано с исчезновением состояния равновесия  $O_3$ , и переходом фазовых состояний к устойчивому состоянию равновесия  $O_1$ .

Заметим, что в точке  $K_1$  теоретически смена устойчивости происходит мягко<sup>1</sup>, то есть она должна сопровождаться рождением автоколебаний малой амплитуды. В действительности же, из рис. 3, а следует, что при прохождении точки  $K_1$  концен-

<sup>1</sup>Смена устойчивости состояния равновесия  $O_1$  происходит в результате бифуркации Андронова-Хопфа, при этом первая ляпуновская величина  $L < 0$ .

трация кальция сразу начинает изменяться в широком диапазоне, что характеризует жесткий механизм возникновения колебаний. Этот эффект мы объясним ниже, при рассмотрении автоколебательных режимов.

Теперь рассмотрим эволюцию концентраций кальция и ИТФ при вариациях  $O_\delta$  в случае  $O_{3K}=10$  и  $\Omega_{53}=0.01$ , когда в фазовом пространстве модели (1) существует одно состояние равновесия. Эти изменения характеризуют диаграммы на рис. 3, *в, г*. Здесь параметр  $O_\delta$  сначала уменьшался от 0.6 до 0.0001, потом увеличивался от 0.0001 до 0.6. В результате наблюдались следующие явления: при уменьшении  $O_\delta$  до точки  $K_1$  концентрации кальция и ИТФ практически не меняются, в точке  $K_1$  наблюдается жесткий переход на автоколебательный режим, амплитуда которого при убывании  $O_\delta$  уменьшается до нуля (в точке  $K_2$ ), далее в районе  $O_\delta = 0.5$  наблюдается резкое снижение концентраций. При обратном ходе наблюдаемые ранее явления сохраняются вплоть до точки  $K_1$ . После точки  $K_1$  существует небольшой интервал, где модель (1) демонстрирует бистабильное поведение. При рассматриваемых значениях параметров интервал бистабильности настолько мал, что на представленной диаграмме он не виден. Из анализа представленных диаграмм и сравнения их с диаграммами на рис. 3, *а, б* следует, что при увеличении  $O_{3K}$  сужаются диапазоны изменения концентраций кальция и ИТФ (как в стационарных, так и автоколебательных режимах), уменьшается зона гистерезиса, при этом интервалы скачкообразного возрастания сохраняются.

**1.2. Анализ автоколебательных режимов.** Область существования автоколебательных режимов приведена на рис. 4, она выделена серым цветом. Границами области служат бифуркационные кривые предельных циклов модели (1), в частности, касательной бифуркации (линия 4), бифуркации удвоения периода (линия 6), петли сепаратрис седла  $O_2$  (линия 7), многообходных петель сепаратрис седла  $O_2$  и удвоения периода циклов большой кратности (линия 9), бифуркации Андронова–Хопфа (пунктирные линии 3). Кроме линий, ограничивающих область существования автоколебаний, на рис. 4 приведены бифуркационные кривые предельных циклов (линии 5, 8), не приводящие к исчезновению автоколебаний, и состояний равновесия (линии 1–3). Из описания границ области существования автоколебательных режимов следует, что в фазовом пространстве модели (1) устойчивые предельные циклы появляются в результате бифуркации Андронова–Хопфа, касательной бифуркации, а также из гомоклинической траектории седла  $O_2$ . Остановимся на анализе этих бифуркаций более подробно.

В результате бифуркации Андронова–Хопфа теряет устойчивость состояние равновесия  $O_1$ , соответствующее высокой концентрации кальция и ИТФ. На рис. 4 этой бифуркации отвечают пунктирные линии 3. При пересечении участков этой линии, расположенных выше точки  $N_2$ , и между точками  $N_3$  и  $N_4$  в фазовом пространстве модели (1) в

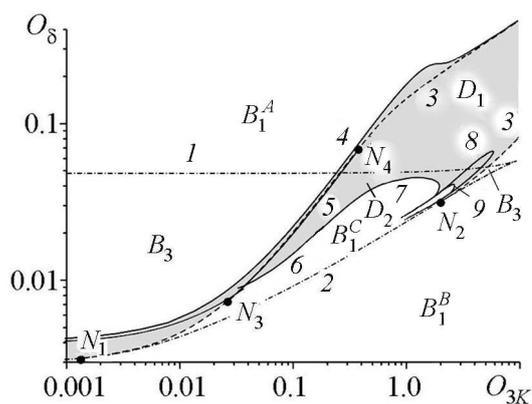


Рис. 4. К анализу состояний атоколебательных режимов модели (1): двухпараметрическая бифуркационная диаграмма в плоскости параметров  $(O_{3K}, O_\delta)$  при  $\Omega_{5p} = 0.01$

окрестности состояния равновесия  $O_1$  появляется предельный цикл  $L_2$ . Поскольку первая ляпуновская величина на рассматриваемых участках линии 3 отрицательна, то в момент рождения цикл  $L_2$  устойчив, а его амплитуда мала. Напомним, что смена устойчивости состояния равновесия  $O_1$  при фиксированных значениях  $O_{3K}$  на участке линии 3, примыкающем к точке  $N_2$ , происходит с ростом  $O_\delta$ , а на участке между точками  $N_3$  и  $N_4$  при убывании  $O_\delta$ . На участке линии 3 выше точки  $N_4$  и ниже точки  $N_3$  смена устойчивости  $O_1$  происходит за счет стягивания в точку седлового предельного цикла, который появляется при пересечении линии 4 слева направо, в результате бифуркации двукратного предельного цикла. Обратим внимание на то, что линия 4 проходит левее линии 3, то есть в модели (1) с ростом параметра  $O_{3K}$  автоколебания всегда появляются жестко. В серой области, расположенной между линиями 4 и 3, устойчивый предельный цикл  $L_1$  существует совместно с устойчивыми состояниями равновесия, амплитуда цикла  $L_1$  изначально не мала, при увеличении  $O_{3K}$  она растет. Появление в фазовом пространстве модели (1) устойчивого предельного цикла  $L_1$  до смены устойчивости состояния равновесия  $O_1$  объясняет наблюдаемую картину жесткого перехода на автоколебательный режим при увеличении  $O_{3K}$  (уменьшении  $O_\delta$ ) даже в случае мягкой смены устойчивости  $O_1$ .

Рассмотрим два сценария возбуждения автоколебаний в модели (1) при выходе из области  $B_1^A$  с уменьшением  $O_\delta$  при фиксированных значениях  $O_{3K}$ : когда смена устойчивости  $O_1$  происходит жестко (при  $O_{3K} = 1$ ) и мягко (при  $O_{3K} = 0.1$ ) (рис. 5).

*Случай  $O_{3K} = 1$ , рис. 5, а.* В области  $B_1^A$  система (1) глобально асимптотически устойчива, единственным аттрактором модели является состояние равновесия  $O_1$ , в области  $D_1$  единственным аттрактором модели является цикл  $L_1$ . Двигаясь с убыванием  $O_\delta$  из области  $B_1^A$  в область  $D_1$ , последовательно пересекаем линии 4,3 (рис. 5, а): на линии 4 в результате касательной бифуркации возникают устойчивый  $L_1$  и седловой  $\Gamma_1$  – предельные циклы, при уменьшении  $O_\delta$  циклы  $L_1$  и  $\Gamma_1$  расходятся, при этом амплитуда цикла  $\Gamma_1$  убывает до нуля. Цикл  $\Gamma_1$  стягивается в точку  $O_1$  на линии 3, состояние равновесия  $O_1$  теряет устойчивость жестко ( $L > 0$ ), фазовые траектории из его окрестности устремляются к циклу  $L_1$  большой амплитуды. При дальнейшем уменьшении  $O_\delta$  амплитуда цикла  $L_1$  убывает. При обратном ходе (при увеличении  $O_\delta$ ) амплитуда цикла  $L_1$  растет, при  $O_\delta = 0.1784$  цикл  $L_1$  сталкивается с неустойчивым циклом  $\Gamma_1$  и исчезает. Фазовые траектории возвращаются к устойчи-

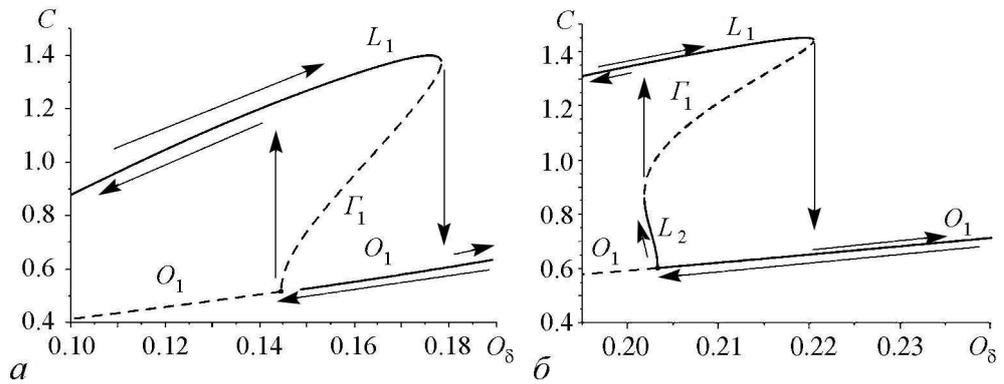


Рис. 5. Диаграмма эволюции максимумов концентрации кальция в автоколебательном режиме при изменении  $O_\delta$  при  $O_{3K} = 1$  (а),  $O_{3K} = 0.1$  (б),  $\Omega_{sp} = 0.01$

вому состоянию равновесия  $O_1$ . Таким образом, модель (1) имеет зону бистабильного поведения, обуславливающая гистерезисные явления на границе существования автоколебательных режимов.

*Случай  $O_{3K} = 0.1$ , рис. 5, б.* Двигаясь с убыванием  $O_\delta$  из области  $B_1^A$  в область  $D_2$ , последовательно пересекаем линии 1,4,3,5: на линии 1 в фазовом пространстве модели (1) появляется устойчивое состояние равновесия  $O_3$ , которое не вносит изменений в поведение модели; на линии 4 в результате касательной бифуркации возникают устойчивый  $L_1$  и седловой  $\Gamma_1$  предельные циклы, при уменьшении  $O_\delta$  циклы  $L_1$  и  $\Gamma_1$  расходятся; на линии 3 состояние равновесия  $O_1$  теряет устойчивость, в его окрестности возникает устойчивый предельный цикл  $L_2$  малой амплитуды, при убывании  $O_\delta$  амплитуда цикла  $L_2$  растет, однако этот рост ограничен временем жизни цикла, которое пропорционально расстоянию между линиями 3 и 5; на линии 5 цикла  $L_2$  сталкивается с циклом  $\Gamma_1$  и исчезает, в результате фазовые траектории из окрестности цикла  $L_2$  сравнительно малой амплитуды устремляются к циклу  $L_1$  большой амплитуды. Так как смена устойчивости состояния равновесия  $O_1$ , рождение и исчезновения предельного цикла  $L_1$  происходит на малом интервале изменения параметров, то картина возникновения автоколебаний при мягкой смене устойчивости  $O_1$ , аналогична картине, наблюдаемой при жесткой смене устойчивости  $O_1$ .

Теперь проследим эволюцию автоколебательного режима при выходе из областей  $D_1$  и  $D_2$  существования автоколебательных режимов. В процессе численных экспериментов нами выявлено большое разнообразие сценариев разрушения автоколебаний. Рассмотрим некоторые из них.

При выходе из области  $D_1$  через участок линии 3, примыкающий к точке  $N_2$ , амплитуда автоколебаний уменьшается до нуля – в фазовом пространстве модели (1) устойчивый предельный цикл  $L_1$  стягивается в точку  $O_1$ , состояние равновесия  $O_1$  ставится устойчивым, и система переходит в режим стационарной концентрации. При обратном движении по параметру через кривую 3 состояние равновесия  $O_1$  теряет устойчивость, в его окрестности мягко рождается устойчивый предельный цикл  $L_1$ . Таким образом, в окрестности кривой 3, примыкающей к точке  $N_2$ , гистерезис отсутствует.

Рис. 6 отражает изменения концентрации кальция и межспайкового интервала в автоколебательном режиме при вариациях  $O_{3K}$ . Из анализа представленных диа-

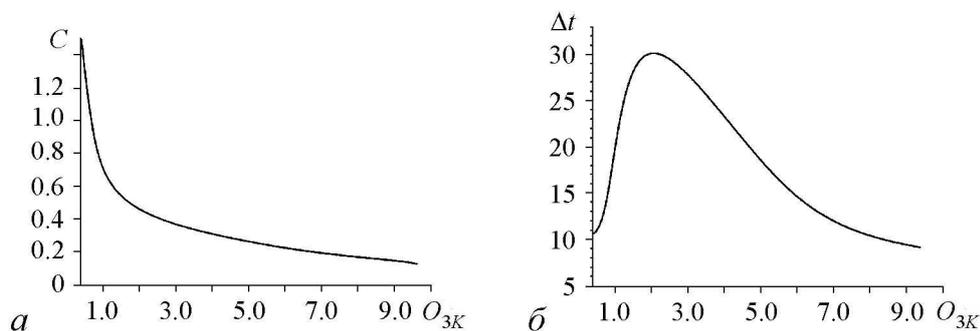


Рис. 6. Эволюция максимальных значений концентраций кальция (а) и межспайкового интервала (б) в автоколебательном режиме при вариациях  $O_{3K}$  при  $\Omega_{5p}=0.01$ ,  $O_\delta=0.08$

грамм следует, что с ростом  $O_{3K}$  в автоколебательном режиме концентрация кальция монотонно убывает до некоторого стационарного значения, межспайковый интервал сначала возрастает, при  $O_{3K}=2.0975$  принимает значение  $\Delta t = 30.12$ , далее убывает до  $\Delta t = 9.12$  при  $O_{3K}=9.5575$ .

В диапазоне  $O_{3K} \in [0.16; 1.95]$  нижней границей существования автоколебательных режимов служит бифуркационная кривая петли сепаратрис (линия 7). В этом интервале при переходе из области  $D_1$  в область  $B_1^C$  с убыванием  $O_\delta$  сначала пересекаем линию 1 потом линию 7. При пересечении линии 1 в фазовом пространстве появляется устойчивое состояние равновесия  $O_3$ , глобальная устойчивость предельного цикла  $L_1$  нарушается. При пересечении линии 7 предельный цикл  $L_1$  исчезает, вливая в петлю сепаратрис, фазовые траектории из окрестности предельного цикла устремляются к устойчивому состоянию равновесия  $O_3$ . Поскольку цикл  $L_1$  исчезает в петлю сепаратрис, то период колебаний при приближении к линии 7 стремится к бесконечности, при этом амплитуда колебаний по переменным  $C$  и  $I$  остается практически неизменной. Изменение концентраций кальция и межспайкового интервала в автоколебательном режиме с убыванием  $O_\delta$  иллюстрирует рис. 7.

Здесь цикл исчезает при  $O_\delta^* = 0.011316$ , где состояние равновесия  $O_3$  имеет следующие координаты  $I_3^* = 0.04491$ ,  $C_3^* = 0.05207$ ,  $h_3^* = 0.95275$ . Если, находясь в области  $B_1^C$  начать обратное движение в область  $D_1$ , увеличивая  $O_\delta$ , то восстановление автоколебательного режима произойдет при пересечении линии 1. На рис. 7 автоколебательный режим восстанавливается при  $O_\delta = 0.0384$ , где состояние равновесия  $O_3$  имеет координаты  $I_3^* = 0.036$ ,  $C_3^* = 0.050$ ,  $h_3^* = 0.954$ .

В интервале  $O_{3K} \in [1.95, 4.345]$  динамика модели (1) богата и разнообразна. Здесь в зависимости от значений параметров можно наблюдать регулярные колебания с простой (рис. 8, а, б) и сложной структурой (рис. 8, в, г) (пачечную активность с различным числом колебаний в пачке), а также разнообразные хаотические колебания (рис. 8, д, е). При выходе из области существования автоколебательных режимов в рассматриваемом интервале  $O_{3K}$  можно наблюдать хаотизацию колебаний, мягкие и жесткие переходы между хаотическими и регулярными движениями различной сложности, формирование пачечной активности и ее разрушение. Упомянутые перестройки динамических режимов происходят как при вариациях  $O_\delta$ , так и при изменении  $O_{3K}$ . При этом наблюдаемые картины бифуркационных переходов при увеличении  $O_\delta^*$  или  $O_{3K}$  не совпадают с картинками, полученными при обратном

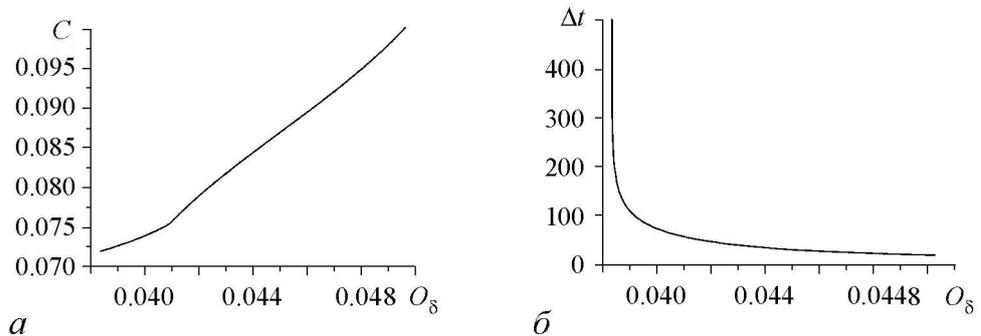


Рис. 7. Эволюция концентрации кальция (максимальных значений переменной  $C$  в автоколебательном режиме) (а) и межспайкового интервала (б), при уменьшении  $O_\delta$  для  $O_{3K} = 0.5$ ,  $\Omega_{5p} = 0.01$

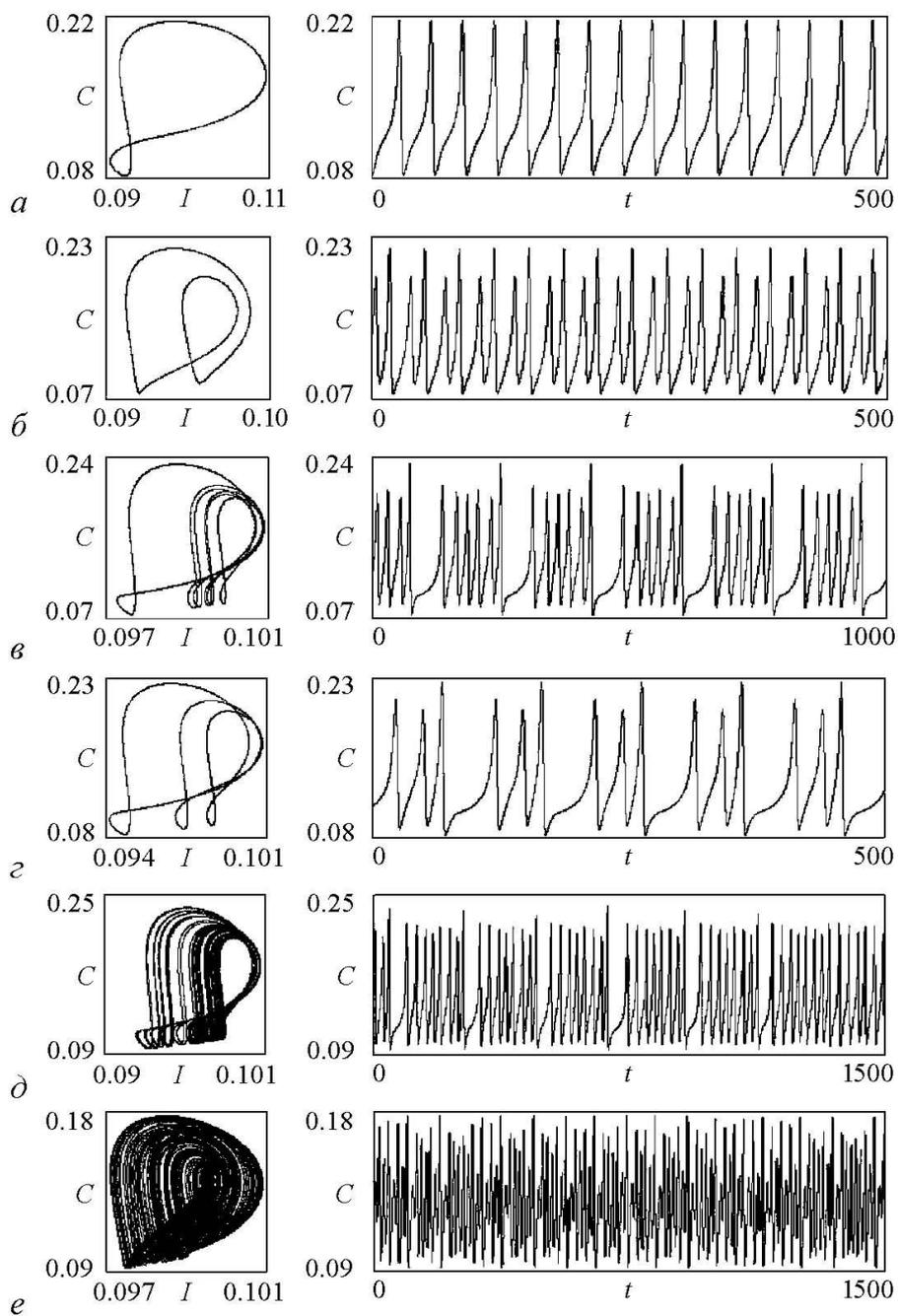


Рис. 8.  $(I, C)$ -проекции и  $(t, C)$ -осциллограммы аттракторов модели (1) при  $O_{3K} = 2.1$ ,  $O_{\delta} = 0.0375$  (а),  $O_{3K} = 4.4$ ,  $O_{\delta} = 0.059$  (б),  $O_{3K} = 2.15$ ,  $O_{\delta} = 0.037925$  (в),  $O_{3K} = 2.1$ ,  $O_{\delta} = 0.0373$  (г),  $O_{3K} = 2.14$ ,  $O_{\delta} = 0.037895$  (д),  $O_{3K} = 3.85$ ,  $O_{\delta} = 0.048$  (е)

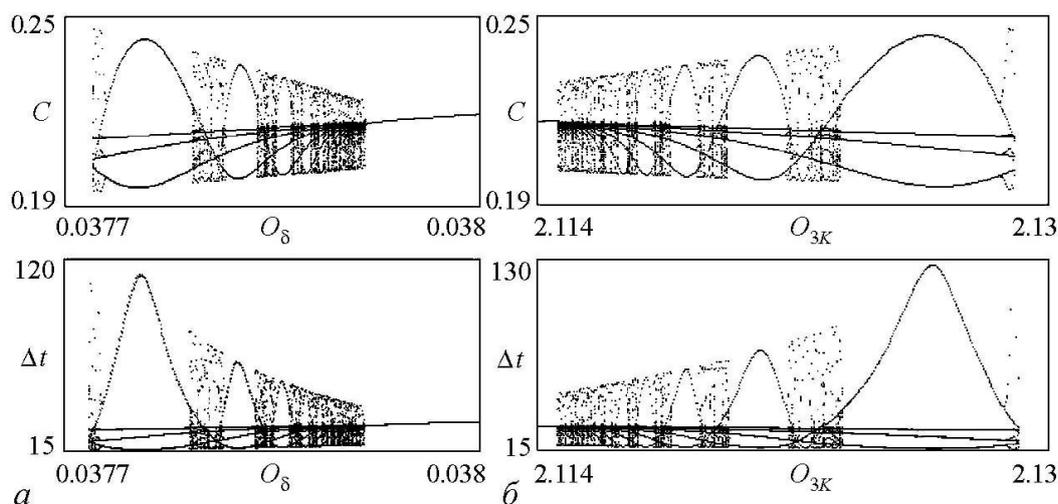


Рис. 9. Эволюция характеристик (концентраций кальция  $C$  и межспайкового интервала  $\Delta t$ ) автоколебательного режима при уменьшении  $O_\delta$  в случае  $O_{3K} = 2.13$  и увеличении  $O_{3K}$  в случае  $O_\delta = 0.03768$ ,  $\Omega_{5p} = 0.01$

изменении параметра (при уменьшении  $O_\delta$  или  $O_{3K}$ ), что свидетельствует, о существовании зон мультистабильного поведения. Рис. 9 иллюстрирует трансформацию автоколебательных режимов при изменениях параметров  $O_\delta$  и  $O_{3K}$ .

### Выводы

В работе проведен бифуркационный анализ трехкомпонентной модели астроцита с нелинейной кинетикой регуляции выброса кальция. В пространстве параметров выделены области с различным динамическим поведением. Они включают: область глобальной устойчивости модели, где единственным динамическим режимом является режим стационарной концентрации кальция и ИТФ; область бистабильности и сосуществования двух стационарных режимов с высоким и низким уровнями равновесных концентраций кальция и ИТФ; область глобальной устойчивости автоколебательного режима, где концентрации кальция и ИТФ изменяются периодически; область совместного существования режимов стационарной и периодически изменяющимися концентрациями кальция и ИТФ.

Проанализированы изменения концентрации кальция и ИТФ при вариациях параметров модели. Установлено, что в области малых значениях  $O_{3K}$  существует диапазон по параметру  $O_\delta$ , где система демонстрирует мультистабильное поведение, при котором результат установления высокой или низкой концентрации кальция и ИТФ определяется начальным состоянием (начальными условиями) или, например, внешним импульсом, перебрасывающим систему в область притяжения того или иного состояния. Динамика в области малых значениях  $O_{3K}$  при вариациях  $O_\delta$  характеризуется гистерезисными явлениями. В области больших значений  $O_{3K}$  гистерезисные явления при вариациях  $O_\delta$  отсутствуют, но при этом явление скачкообразного изменения концентраций сохраняется. Отметим, что возникновение бистабильности является следствием учета в модели (1) нелинейной кинетики релаксации

ИТФ. Стационарные режимы, по сути, определяются балансом между генерацией ИТФ за счет PLC- $\delta$  и нелинейной релаксацией ИТФ.

Далее, были исследованы бифуркационные механизмы возникновения автоколебаний. Установлено, что автоколебания могут появляться в результате бифуркаций Андронова–Хопфа, двукратного предельного цикла (касательная бифуркация) и петли сепаратрис седла. Показано, что ростом параметра  $O_{3K}$  автоколебания всегда появляются жестко. Выявлена возможность существования сложных периодических и хаотических колебаний, которые определяют пачечные (спайк-берстовые) колебания внутриклеточного кальция. Изучены бифуркационные механизмы хаотизации регулярных колебаний.

Отметим, что в сравнении с другими моделями астроцитов, учет кинетики деградации ИТФ, регулирующей кальциевый выброс приводит к возникновению новых динамических режимов даже в случае автономной динамики астроцита.

*Работа поддержана грантом РФФИ соглашение №13-02-01223-14 от 12.03.2014.*

### **Библиографический список**

1. Principles of Neural Science/ Eds E.R. Kandel, J.H. Schwartz, T.M. Jessell/ Third Edition. Prentice-Hall Intern. Inc., 1991.
2. *Verkhratsky A., Butt A.* Glial Neurobiology, Wiley, 2007.
3. *Гордлеева С.Ю., Матросов В.В., Казанцев В.Б.* Кальциевые колебания в астроцитах. Часть 1. Астроцит как генератор кальциевых колебаний // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 3. С. 29.
4. *Gordleeva S.Yu., Stasenko S.V., Semyanov A.V., Dityatev A.E., Kazantsev V.B.* Bidirectional astrocytic regulation of neuronal activity within a network // Frontiers in computational neuroscience. 2012. Vol. 6. P.92.
5. *De Pitta M., Goldberg M., Volman V., Berry H., Ben-Jacob E.* Glutamate regulation of calcium and IP3 oscillating and pulsating dynamics in astrocytes // Journal of Biological Physics. 2009. 35:383-411.
6. *Houart G., Dupont G., Goldbeter A.* Bursting, chaos and birhythmicity originating from self-modulation of the inositol 1,4,5-trisphosphate signal in a model for intracellular  $Ca^{2+}$  oscillations // Bulletin of Mathematical Biology. 1999. Vol. 61. P. 507.
7. *Казанцев В.Б., Воробьев А.В.* Осцилляторная неустойчивость и спонтанные подпороговые колебания в сети диффузионно связанных кальциевых осцилляторов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2009. Т. 17, № 2. С. 123.
8. *Матросов В.В., Гордлеева С.Ю., Казанцев В.Б.* Кальциевые колебания в астроцитах. Часть 2. Астроцит как генератор кальциевых колебаний // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 3. С. 40.
9. *Matrosov V.V., Kazantsev V.B.* Bifurcation mechanisms of regular and chaotic network signaling in brain astrocytes // Chaos. 2011. Vol. 21, № 2. P. 023103.
10. *Wu Y.W., Tang X., Arizono M., Bannai H., Shih P.Y., Dembitskaya Y., Kazantsev V.,*

- Tanaka M., Itohara S., Mikoshiba K., Semyanov A.* Spatiotemporal calcium dynamics in single astrocytes and its modulation by neuronal activity // *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*. 2014. 55(2):119-129.
11. *Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A.H.* Anti-phase calcium oscillations in astrocytes via inositol (1,4,5)-trisphosphate regeneration // *Cell Calcium*. 2006. Vol. 39. P. 197.
  12. *Матросов В.В.* Динамика нелинейных систем. Программный комплекс для исследования нелинейных динамических систем с непрерывным временем. Н. Новгород: ННГУ, 2002.
  13. *Болдырева Н.В., Матросов В.В.* Анализ динамики модифицированной модели астроцита // Труды 17-й научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения В.С. Троицкого / Под ред. С.М. Грача, А.В. Якимова. Н. Новгород: ННГУ, 2013. С. 89.

## References

1. Principles of Neural Science/ Eds E.R. Kandel, J.H. Schwartz, T.M. Jessell/ Third Edition. Prentice-Hall Intern. Inc., 1991.
2. *Verkhratsky A., Butt A.* Glial Neurobiology, Wiley, 2007.
3. *Gordleeva S.Yu., Matrosov V.V., Kazantsev V.B.* // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2012. Vol.20, №3. Ss.29–39. (In Russian).
4. *Gordleeva S.Yu., Stasenko S.V., Semyanov A.V., Dityatev A.E., Kazantsev V.B.* Bi-directional astrocytic regulation of neuronal activity within a network // *Frontiers in computational neuroscience*. 2012. Vol.6.
5. *De Pitta M., Goldberg M., Volman V., Berry H., Ben-Jacob E.* Glutamate regulation of calcium and IP3 oscillating and pulsating dynamics in astrocytes // *Journal of Biological Physics*. 2009. 35:383-411.
6. *Houart G., Dupont G., Goldbeter A.* Bursting, chaos and birhythmicity originating from self-modulation of the inositol 1,4,5-trisphosphate signal in a model for intracellular Ca<sup>2+</sup> oscillations // *Bulletin of Mathematical Biology*. 1999. Vol. 61. P. 507.
7. *Kazantsev V.B., Vorobiev A.V.* // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2009. Vol.17, №2. Ss.123–137. (In Russian).
8. *Matrosov V.V., Gordleeva S.Yu., Kazantsev V.B.* // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2012. Vol.20, №3. Ss.40–50. (In Russian).
9. *Matrosov V.V., Kazantsev V.B.* Bifurcation mechanisms of regular and chaotic network signaling in brain astrocytes // *Chaos*. 2011. Vol. 21, № 2. P. 023103.
10. *Wu Y.W., Tang X., Arizono M., Bannai H., Shih P.Y., Dembitskaya Y., Kazantsev V., Tanaka M., Itohara S., Mikoshiba K., Semyanov A.* Spatiotemporal calcium dynamics in single astrocytes and its modulation by neuronal activity // *Cell Calcium*. 2014. Vol. 55(2). P. 119-129.
11. *Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A.H.* Anti-phase calcium oscillations in astrocytes via inositol (1,4,5)-trisphosphate regeneration // *Cell Calcium*. 2006. Vol. 39. P. 197.
12. *Matrosov V.V.* Dinamika nelineynyh sistem. Programmnyi complex dlya issledovaniya nelineynyh dynamicheskikh sistem s nepreryvnyim vremenem. N.Novgorod: NNGU, 2002. 54 s. (In Russian).

13. *Boldyreva N.V., Matrosov V.V.* // Proceedings of the XVII-th Scientific Conference on Radiophysics dedicated to the 100th Anniversary of V.S. Troitskiy's Birth (Nizhni Novgorod, May 13-17, 2013). /Ed. by S.M. Grach, A.V. Yakimov. Nizhni Novgorod: UNN, 2013. P. 89-90.

*Поступила в редакцию* 11.11.2014  
*После доработки* 22.01.2015

## REGULAR AND CHAOTIC OSCILLATIONS IN ASTROCYTE MODEL WITH REGULATION OF CALCIUM RELEASE KINETICS

*V. V. Matrosov<sup>1</sup>, N. V. Boldyreva<sup>1</sup>, V. B. Kazantsev<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Nizhny Novgorod State University

<sup>2</sup>IPF RAN, Nizhny Novgorod

The dynamics of an astrocyte model is investigated. The astrocytes represent a type of glial cells regulating oscillations of major signaling cells, e.g. neurons. Subverted by complex molecular mechanisms the astrocytes generate calcium auto-oscillations which, in turn, are associated with the release of neuroactive chemicals into extracellular space. At variance with classical astrocyte models the three-component model considered takes into account a regulation of calcium release due to nonlinear dynamics of inositol-1,4,5 trisphosphate (IP3). Stability of steady states, generation of regular and chaotic oscillations were analysed using bifurcation analysis. In particular, it was found that nonlinear IP3 relaxation dynamics can lead to appearance of complex modes in astrocyte dynamics including multistability and pulse oscillations of complex shape.

*Keywords:* Astrocyte, calcium, generation, bifurcation, chaos.



*Матросов Валерий Владимирович* – родился в 1960 году, окончил факультет вычислительной математики и кибернетики Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского в 1982 году по специальности прикладная математика. Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1994), доктора физико-математических наук (2007), профессор. С 1999 года работает на радиофизическом факультете ННГУ, в настоящее время декан радиофизического факультета и заведующий кафедрой теории колебаний и автоматического регулирования. Область научных интересов – динамика нелинейных систем, динамический хаос, синхронизация и управление хаосом, математическое моделирование. Имеет более 100 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях, трех монографий и трех учебных пособий (в соавторстве).

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

E-mail: matrosov@rf.unn.ru



*Болдырева Наталья Викторовна* – родилась в 1990 году, окончила магистратуру радиофизического факультета Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского по программе «Нелинейные колебания и волны» (2013). В настоящее время – аспирант кафедры теории колебаний и автоматического регулирования радиофизического факультета ННГУ. Область научных интересов – моделирование динамики нелинейных систем. Имеет 5 публикаций.

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
E-mail: BO-209@yandex.ru



*Казанцев Виктор Борисович* – родился в 1973 году. Выпускник радиофизического факультета ННГУ (1996). Защитил кандидатскую диссертацию (1999) по теме «Структуры, волны и их взаимодействие в многослойных активных решетках» и докторскую диссертацию (2005) по теме «Кооперативные эффекты нелинейной динамики активных многоэлементных систем: Структуры, волны, хаос, управление». Область научных интересов: нейронаука, математические модели нейронов и нейронных сетей, нейрогибридные системы, нейрон-глиальные взаимодействия, колебания и волны в нейродинамике. Работал в Институте прикладной физики РАН, в 2002–2014 годах заведующим лабораторией, с 2006 года заведующий кафедрой нейродинамики и нейробиологии биологического факультета ННГУ. В 2014 году – директор нового НИИ – Института живых систем ННГУ, занимающегося исследованиями в области биомедицинских нейротехнологий, с 2015 года – проректор по научной работе ННГУ. Имеет более 80 статей в российских и зарубежных реферируемых журналах, несколько учебно-методических разработок.

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46  
Институт прикладной физики РАН  
E-mail: kazantsev@neuron.nnov.ru



## NONLINEAR RANDOM WAVES IN FLUID, AND THE MAIN MECHANISM OF THEIR EXCITATION

*P. S. Landa*

Lomonosov Moscow State University

To describe the problem of the random nonlinear waves in fluid, we must know, exactly or approximately, how occurs the process of the vortex separation. For this it is conveniently to use models based on physical considerations and (or) some experimental data. The main attention in this review will be attended to random waves, emerging, for example, at stall flutter. Such waves often appear in fluid, and they are the main cause of many disasters in seas and oceans.

As a rule, stall flutter is connected with the pulling phenomenon, and observed in systems with two and (or) more degrees of freedom. In principle, in such systems both approximately one-frequency (synchronous) mode, and many-frequency (asynchronous) modes (when each mode oscillates with its natural frequency) are possible. But in the case of the pulling phenomenon only one-frequency mode, corresponding to its natural frequency (see [1]) is stable. Unlike to usual turbulence stall flutter is a self-oscillatory process.

The feedback in this process appears due to interaction between the fluid and the streamline body.

It should be noted that wave motions in fluid can be of very complex character. In last years a great interest appears to waves of an anomalously high amplitude – so called **freak-waves**, and **rogue-waves**.

We assume that the main cause of such waves is also vortex separation.

*Keywords:* Nonlinear waves in fluid, vortex separation, stall flutter, disasters in seas and oceans, pulling phenomenon, degrees of freedom, freak-waves, rogue waves, using the mathematical models for approximate solution of the problem.

### 1. Introduction

It is well known that systems with random forces having a strong effect on the investigated system are difficult both for analytical and numerical solution. In some cases such solutions are impossible. The very important example is the phenomenon of vortex separation and connected with it phenomenon of stall flutter. In this case to find even average motion, as a rule, is impossible. Just such problems are considered in this paper in detail. The consideration with using models allows us to understand the causes of many disasters possible in such systems.

There is a very important type of models, called by us «models of a phenomenon» (see [2]). As a rule, equations describing these models are not isomorphic to the equations for the simulated system, but they are possessed of a very important property: they are based on experimental data which are known to us. Just such models are considered in this paper. The existence of such models is conditioned by the universality of oscillatory and wave processes. An assumption, that this universality exists really, and some reasonings showing that it can exist, were made by L. Mandelshtam, S. Strelkov, and me. Although these assumptions are not proved, numerous experiments show that they are valid. We do not know any experiments showing that it is absent. The universality allow us to understand the causes of the considered phenomena and find the means for attenuation of their undesirable influence.

Due to the universality of oscillatory and wave laws (the most of experiments and a great number of argumentative considerations show that this universality exist really) [2–4], these disasters are of a similar character in different systems of such a kind. That is why the main purpose of this paper lies in the consideration of causes of such disasters and methods of controlling by them.

Special attention to these problems is attended last time in connection with a great number of disasters caused by the stall flow of the lengthy bodies: wires, suspension bridges, steel factory pipes, helicopter propellers, periscopes of submarines, compressor blades, turbines in turbo-jet engines, ropes drawn down from ships into ocean and so on. The vortex separation occurs under streamline of the blunt notched bodies. At such streamline vortices are reflected from the inequalities of the body surface. It is evident that such reflection is of a random character, and hereupon the reflected wave is random. Owing to multiple reflection we obtain the bunch of random waves. Since we do not know this randomness, and its behavior depends on time, we cannot describe this wave analytically, i.e. we cannot write equations describing our problem. Many examples of similar phenomena we can indicate in hydrodynamics and biology. That is why we have called the corresponding problems **unsolvable** [5]. It is very important that we have often a possibility to observe different manifestations of these phenomena in real life. Below we give several real examples of the stall flutter resulted in catastrophes.

1. Not far from Lancaster there is a sea, where very fast tides exist. In these tides the flow velocity changes randomly. It is known that these tides cause sometimes the loss of people and cars. We assume that due to large velocity of there stall flutter is excited. It is evident that the same might be in Ocean when there is strong wind.
2. As another example of real stall flutter was described in [6], where it is shown that stall flutter of electrical conductors is excited due to wind.
3. Stall flutter of the helicopter' screw. Such stall flutter is very unsafe. There is an assumption that a famous Russian oculist S.N. Fedorov was met with a helicopter accident in 2000 and died.

It should be noted that in last several years a great interest appears to waves of a high amplitude — freak waves and Rogue waves [7–9]. We assume that the main cause of freak and Rogue waves is also vortex separation. Our assumption may be conditioned by universality of wave processes and some pictures of these waves. Further we will consider some of such waves.

## 2. Aeolian tones, vortex separation and stall flutter

The phenomena of vortex separation when lengthy bodies are flowed around by fluid and connected with this sound emission are known many years as Aeolian tones [10, 11]. They are described in many books and papers (see, for example, [1, 5, 12–19]). It was found that these sounds are resulted from the reaction to the vortex-shedding that creates a Kármán wake [20] downstream of the body, as sketched in Fig. 1.

This wake is precisely that reason which causes oscillations of the streamlined body and the surrounding fluid. The phenomenon of the excitation of such oscillations we will call stall flutter, in spite of the fact that the authors of some books (see, for example, [18, 21]) distinguish the stall flutter, when oscillations of aerodynamical forces are induced by the body oscillations, and forced oscillations (wind resonance), when the Kármán wake exists also in the case of the immovable streamlined body.

It should be noted that vortices excite the sounds, and vice versa, sounds generate the vortices, because, as shown in [22], acoustic and hydrodynamic waves represent two wave solutions of the same equations of fluid dynamics in a moving medium.

More often the stall flutter excites when one of the natural frequencies of the body oscillations is close or divisible to the frequency of vortex separation from this body when it is immovable. Stall flutter was observed repeatedly for a diversity of technical constructions, for example, many suspended bridges, steel factory pipes, helicopter's propellers, periscopes of submarines, compressor blades, turbines in turbo-jet engines, ropes drawn down from ships into ocean and so on [1, 14–19]. We believe that stall flutter is one of the main reasons resulted in the sway of wires in the presence of wind. It may be shown that the stall flutter may cause rotatory oscillations of wires which are similar in its form to thermo-mechanical self-oscillations considered in [2, 23]. It is also known that stall flutter is the main cause of many technical disasters. The most known from them is the so called Tacoma catastrophe that happened in 1940 [1, 16]. That is why the study of stall flutter is an important theoretical and practical problem.

Experimental studies of stall flutter and photos of some disasters caused by him, for example, the shot from the film about the catastrophe of Tacoma bridge demonstrating its state for half hour before its failure [1, 16] show that for this flutter torsional oscillations are predominated, whereas bending constituent is small (see fig. 2). By this stall flutter differs markedly from more known bending-torsion flutter that was the main cause of the airplane catastrophes at the earliest stage of their appearance. However, as shown in [24], taking into account of even very small

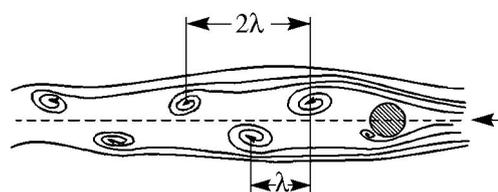


Рис. 1. Schematic diagram of the Kármán wake for streamlined flow around a cylinder



Рис. 2. The shot from the film about the catastrophe of Tacoma bridge demonstrating its state for half hour before its failure

bending vibrations can change essentially critical velocity and character of the stall flutter. This confirms once more that the stall flutter phenomenon is very complicated, far more complicated than more known flexure-torsion flutter. It is also seen that near the right bridge footing many vortices are stalled. We assume that just these vortex separations (each vortex separation is an impact) excite the bridge self-oscillations.

It should be noted that there are many works devoted to the stall flutter phenomenon, but all of them are of a partial character, whereas a sequential description is absent. Apparently, this may be explained by a great complexity of the problem and by the fact that in airplane flight this form of flutter was primarily rare in occurrence [18], and therefore it was studied not very intensively.

In detail monograph [18] it is written: «Classical type of the flutter is associated with a potential flow and usually, but not necessarily, involves the interaction between two or more degrees of freedom. Nonclassical type of the flutter, which is theoretically analyzed with difficulty, may take place at stalling flow: periodical separation of the flow with its adjacency again.» It should be noted that here the term «potential flow» is lame because in a potential boundless flow of perfect liquid any flutter is impossible owing to the fact that the sum of all aerodynamical forces is equal to zero (d'Alamber paradox) [25]. It is our opinion that the main difficulty of the stall flutter theory lies in the description of the random backwash behind the streamlined body that appears at vortex separation.

### 3. Modeling of stall flutter

Any exact mathematical model of stall flutter is impossible. But we can use any approximate model of some phenomenon attendant to stall flutter. It follows from experimental data that such a phenomenon is the synchronization of the stall flutter frequency by some periodic forcing. For an oscillator with additional circuit our numerical calculations have shown that such forcing can be caused by oscillations of the additional circuit. Because the synchronization is possible only in self-oscillatory systems (see [26]), this means that we will use a self-oscillatory model.

**General principles of the construction of mathematical models for different systems and their classification.** General principles of the construction of mathematical models for different systems are described in some Russian textbooks, mainly in [27, 28]. There the following types of models are considered: geometrical, physical, analogous mathematical and simulated. It is asserted that all these models must have a general foundation — isomorphism. It is evident that the definition given above is based on that our object can be described by dynamical equations, i.e. that it is a dynamical system. But up-to-date oscillation theory and nonlinear dynamics research often not dynamical systems, but stochastic ones. Many systems cannot be described sufficiently by dynamical equations and therefore they cannot be solved exactly neither analytically nor numerically.

In book by Blekhman, Myshkis and Panovko [29] some principles of model construction are also considered. There the following definition of a model is given: «an object  $a'$  is a model of an object  $a$  with respect to some system  $S$  of characteristics (properties), if  $a'$  is constructed (or is selected) for the simulation of  $a$  in according with these characteristics.» In this book it is emphasized that «the modeling lies in the base of all sciences.» This assertion is undoubtedly quite right, since any science cannot study nature, as is written in school textbooks. It can study only models of natural phenomena.

Another classification of models and their role in the nature study is given in [2]. There a very important type of models, called «models of a phenomenon» was introduced. As a rule, equations describing these models are not isomorphic to the equations for the simulated system, but they possess of a very important property: they are based on experimental data.

#### 4. «Unsolvable problems» as a special class

The impossibility to obtain equations for the process studied by us is precisely that feature which separates the «unsolvable problems» from other complicated problems into a special class. Such separation and the approach to the solution of these problems are new. We do not know any similar works. Although models used by us and considered systems are known in oscillation theory and engineering, the results obtained by us and their explanation are new.

In this review we consider in detail an example of systems from this class: vortex separation and connected with this the stall flutter phenomenon.

In the most of existing works the stall flutter is explained as the excitation of resonant oscillations under the action of a periodic force caused by the vortex separation and having a given frequency depending on the flow velocity, the size and shape of the streamlined body. The force frequency is defined by the Strouhal number [30]. First of all such an explanation comes into conflict with known experimental facts concerning the stall flutter of sufficiently long ropes which are streamlined by flow with different velocities in different sections of the rope. This conflict is connected with the fact that stall flutter is not forced oscillations but self-oscillations.

Because of the similarity between stall flutter and self-oscillations, we can consider a model of stall flutter as self-oscillations in a system containing both active and passive oscillatory elements. A classic example of such a system is a van der Pol oscillator with an additional oscillatory circuit [26, 31–35].

We have a good reason to believe that all peculiar properties of this process: frequency pulling and characteristic dependencies of the oscillation amplitudes in the oscillator and additional circuit as the frequency mismatch varies [11, 32, 35] have to be observed in the case of the stall flutter too. Unfortunately, experimental comparisons of these phenomena are unknown to us.

To signs the analogy between self-oscillations and the vortex separation process from a streamlined body we indicate the following.

1. Pulsations of the velocity and pressure in the Kármán wake have rather narrow spectrum with well-defined maximum.
2. The vortex separation process from a streamlined body may be synchronized on the average if we excite oscillations of this body at a certain frequency that is approximately divisible by the frequency of vortex separation from the immovable body [12, 36–38]. The dependence of the vortex separation from the surface of oscillating body on the mismatch between the mean body oscillation frequency  $f$  and the frequency of vortex separation from the rest body is of the same character as well known dependence of the frequency of synchronized oscillations of van der Pol oscillator on the mismatch between the free self-oscillation frequency and the external force frequency [26] (see fig. 3 constructed from the experimental data of

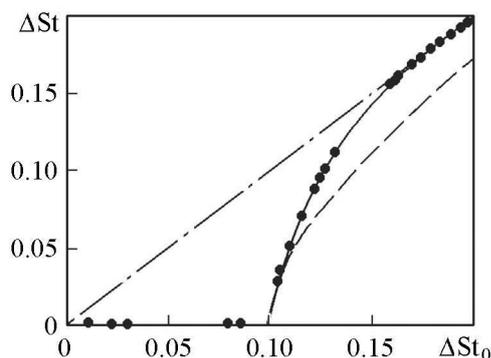


Рис. 3. The dependence of the Strouhal numbers  $\Delta St$  (oscillating cylinder) on  $\Delta St_0$  (immovable cylinder). (Solid line) For the mismatch between the frequency of vortex separation from oscillated cylinder  $f$  and frequency of cylinder oscillations  $f_0$  ( $\Delta St = (f - f_0)D/U_0$ ) on the mismatch between frequencies of vortex separation from a rest cylinder  $f_{st}$  and  $f_0$  ( $\Delta St_0 = (f_{st} - f_0)D/U_0$ ). (Dashed line) For  $\Delta St = \sqrt{(\Delta St_0)^2 - (\Delta St_0)_s^2}$ , where  $(\Delta St_0)_s$  is the half-width of the synchronization region. (Dash-dot line) For  $\Delta St = \Delta St_0$ .

[12]). In this figure  $\Delta St = (f - f_0)D/U_0$  and  $\Delta St_0 = (f_{st} - f_0)D/U_0$  are the mismatches between the frequencies of vortex separation from the oscillating  $f$  and the immovable  $f_0$  cylinders expressed in terms of the Strouhal numbers,  $f$  is the frequency of the cylinder oscillations,  $D$  is the cylinder diameter and  $U_0$  is the flow velocity. For comparison the dependence  $\Delta St = \sqrt{(\Delta St_0)^2 - (\Delta St_0)_s^2}$ , where  $(\Delta St_0)_s$  is the half-width of the synchronization region, is shown in the same figure by dashed line. Such a dependence should be valid in the case of synchronization of a van der Pol oscillator by small harmonic external force. However, judging by the fact that the synchronization region is rather wide, the amplitude of the cylinder oscillations was significant, that resulted in the more steep dependence of  $\Delta St$  on  $\Delta St_0$ .

It should be noted that, as in van der Pol oscillators, synchronization in average can occur not only on the main frequency but on its harmonics and subharmonics [37]. We note that the synchronization of a van der Pol oscillator on the harmonics and subharmonics of an external force is considered in [26, 39].

## 5. Synchronization of the vortex separation frequency by the cylinder oscillations

The stall flutter phenomena may be conveniently considered by using the simplest model of oscillating body in the form of an elastic circular cylinder of length  $l$  with fixed ends and placed transversely to the flow directed along  $x$ -axis. In fluid flow on such a cylinder transversal forces act in the plane orthogonal to the flow [19, 37, 40]. We can set that one of third forces is directed along axis  $z$ . In this case the cylinder will be displaced along  $x$ -axis.

As was noted, behind a streamlined cylinder the Kármán vortex wake is formed [20], which for the Reynolds numbers  $40 < Re < 150$  is regular (the Reynolds number is defined by the following formula:  $Re = VD/\nu$ , where  $V$  is the flow velocity,  $D$  is the cylinder diameter,  $\nu$  is the kinematic viscosity), and for  $150 < Re < 300$  – turbulent. For  $300 < Re < 2 \cdot 10^5$  the Kármán wake becomes again close to regular but with turbulent bursts. After this for  $Re > 5 \cdot 10^6$  in the wake spectrum a dominating frequency of vortex separation is also observed [41].

It should be emphasized that such alternation of the regions of different behavior as a parameter changes is typical for chaotic self-oscillatory systems (the definition of chaotic self-oscillatory systems and their dissimilarity from stochastic ones is given in

books [39, 42]). In particular, the region  $300 < Re < 2 \cdot 10^5$  may be considered as the region of intermittency. The aforesaid testifies once more that forming the Kármán wake may be modeled by a weakly noisy self-oscillation process.

When stalling streamline occurs in the direction of axis  $x$  with mean velocity  $V$ , identical for all cylinder sections (the assumption that all sections of the cylinder are streamlined with the same mean velocity is not principal). The problem may be solved with using, for example, Galerkin method [43] in the case when this assumption does not valid. On this section

a periodic (or close to periodic) lift force  $F_z(t)$  directed along axis  $z$  acts. This force represents a sum of two components: regular, independent of time, and random, slowly changing with time.

In the case of immovable cylinder, for a wide range of the Reynolds numbers, the frequency of the lift force is close to the vortex separation frequency  $\omega_{stall}$ , and the frequency of drag force is close to  $2\omega_{stall}$  [37]. The difference between mean periods of lift and drag forces is conditioned by the fact that the mean lift force frequency is defined by the distance between vortices only along one of the sides of the Kármán wake ( $2\lambda$ ), whereas the mean drag force frequency is defined by the distance between vortices irrespective of the side of the Kármán wake ( $\lambda$ ) (see fig. 1).

The mean frequency  $\omega_{stall}$  is connected with the Strouhal number  $St$  and the flow velocity  $V$  by formula

$$\omega_{stall} = 2\pi St / (DV), \quad (5.1)$$

where  $D$  is the cylinder diameter.

Experiments [19] show that for  $40 < Re < 150$  the Strouhal number initially increases, then becomes approximately constant and equal to 0.2, and further again begins to increase. In the range  $2 \cdot 10^5 < Re < 5 \cdot 10^6$  vortex wake is strongly turbulent, so that the Strouhal number cannot be determined. For  $Re > 5 \cdot 10^6$ , the Strouhal number  $St \approx 0.3$ . All of the said is illustrated by fig. 4, taken from [19].

As we know, any equations allowing us to describe rigorously the lift and drag forces in the case of stalling streamline are absent in literature. Only the expressions for peak-to-peak values of these forces are given [1, 19, 37, 40]. In all known books on aeroelasticity (see, for example, [14, 19]) the amplitudes of these forces are found from dimensionality considerations. For example, the amplitudes of the drag and lift forces ( $A_x$  and  $A_z$ ) may be written as

$$A_x = c_x(Re) S_{yx} \frac{\rho V^2}{2}, \quad A_z = c_z(Re) S_{yz} \frac{\rho V^2}{2}, \quad (5.2)$$

where  $\rho$  is the density of medium where the body moves,  $c_z(Re)$  are factors depending on the extent of the body streamlining (the worse is streamlining, the greater values of  $c_z$ ),

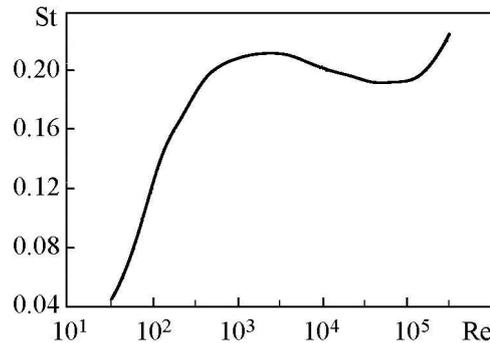


Рис. 4. The dependence of the Strouhal number on the Reynolds number for transversal streamline of an immovable circular cylinder [19]

and on the Reynolds number. In 5.2  $S_{yx}$  is the area of the body projection on the plane  $yx$ ,  $S_{yz}$  is the area of the body projection on the plane  $yz$ . We suppose that  $S_{yx}$  and  $S_{yz}$  are independent of  $y$ .

## 6. Model equations for stall flutter without regard for random forces

In our work [11] we have considered the oscillating cylinder as a string and retained only a single oscillation frequency. In so doing we can change the cylinder by a material point of mass  $m$  and write the equations of its oscillations along axes  $x$  and  $z$  in the form:

$$\ddot{U}_x + 2\alpha_x \dot{U}_x + \omega_x^2 U_x = \frac{F_x}{m}, \quad \ddot{U}_z + 2\alpha_z \dot{U}_z + \omega_z^2 U_z = \frac{F_z}{m}, \quad (6.1)$$

where  $U_x$  and  $U_z$  are the cylinder displacements along axes  $x$  and  $z$ ,  $F_z(t)$  and  $F_x(t)$  are the forces acting on the cylinder at the expense of the vortex separation in the directions of  $x$  and  $z$  axes;  $\omega_x$  and  $\omega_z$  are the natural frequencies of the cylinder in the directions of  $x$  and  $z$ ,  $\alpha_x$  and  $\alpha_z$  are the damping factors in  $x$  and  $z$  directions. In the case of difference of the oscillation frequencies in the directions  $x$  and  $z$ , resulting oscillations of the cylinder may have rather complex form. It should be noted that force  $F_x$  is a drag force, whereas  $F_z$  is a lift force.

It should be noted that because of the backwash behind the streamlined body that always appears at vortex separation, on the cylinder always act random forces caused by this backwash. We will denote these forces  $\eta_x(t)$  and  $\eta_z(t)$ . These forces must be added in the right side of Eqs. (6.1). Subject to these forces, Eqs. (6.1) becomes

$$\ddot{U}_x + 2\alpha_x \dot{U}_x + \omega_x^2 U_x = \frac{F_x}{m} + \eta_x(t), \quad \ddot{U}_z + 2\alpha_z \dot{U}_z + \omega_z^2 U_z = \frac{F_z}{m} + \eta_z(t). \quad (6.2)$$

Because any equations describing the vortex separation phenomenon and allowing to find an expression for forces  $F_z(t)$  and  $F_x(t)$  are absent in the literature, we will use for our calculations model equations for self-oscillations. Considering van der Pol oscillator [39] as a self-oscillation system, taking account of the experimental fact that the cylinder oscillations can synchronize the vortex separation, and neglecting the influence of the backwash, we write the following model equations for forces  $F_x(t)$  and  $F_z(t)$  acting on the cylinder:

$$\begin{aligned} \ddot{F}_x - \mu \left( 1 - a_1 F_x^2 \right) \dot{F}_x + \omega_{\text{stall}x}^2 F_x &= m_x U_x, \\ \ddot{F}_z - \mu \left( 1 - a_2 F_z^2 \right) \dot{F}_z + \omega_{\text{stall}z}^2 F_z &= m_z U_z, \end{aligned} \quad (6.3)$$

where  $\mu$  is a parameter responsible for the excitation of self-oscillations,  $a_{1,2}$  are coefficients determining the amplitudes of forces  $F_x$  and  $F_z$ ,  $m_{x,z}$  are the coupling coefficient which determines the influence of the cylinder oscillations on the vortex separation in  $x$  and  $z$  directions,  $\omega_{\text{stall}x}$  and  $\omega_{\text{stall}z}$  are frequencies of vortex separation in the directions of axes  $x$  and  $z$ .

We note that members  $m_x U_x$  and  $m_z U_z$  are responsible for the synchronization of vortex separation by cylinder oscillations in  $x$  and  $z$  directions. It follows from Eqs. (6.3)

that, in the case of the immovable cylinder and small  $\mu$  the stationary values of  $F_x(t)$  and  $F_z(t)$  are

$$F_x(t) \approx A_x \cos \omega_{\text{stall}x} t, \quad F_z(t) \approx A_z \cos \omega_{\text{stall}z} t, \quad (6.4)$$

where  $A_x$  and  $A_z$  are the oscillatory amplitudes.

It should be noted that formulas (6.4), in view of (5.2), are in full accordance with the expressions for drag and lift forces given in [37]. In the simplest case the forces  $F_x(t)$  and  $F_z(t)$  can be described by expressions (6.4).

Eqs. (6.2) and (6.3) define two self-oscillatory systems, each with two degree of freedom. In particular, such systems are considered in [35, 39].

Further we will make examples of self-oscillatory systems with two degree of freedom, which may be taken as models of stall flutter.

Versus the Reynolds number in  $x$  and  $z$  directions oscillations of systems described by Eqs. (6.2) and (6.3) can be periodical, quasi-periodical or random.

In the next section we consider self-oscillatory systems with two degree of freedom without regard for random forces.

**6.1. Self-oscillatory systems with the main and additional circuits and pulling phenomenon without regard for random forces.** It is known that oscillators with two degree of freedom may be described either two differential equations of the second order either a single equation of the fourth order. Mandelshtam in his lectures [3] considered different systems of the second order, but without friction. In well known works [31–34] authors considered systems described by two second order equations corresponding to their experimental installations. Schematic image of the installation with inductive coupling between circuits, studied in [32] and [26] is given in [32]. Another installation with capacitive coupling between circuits, studied by Teodorchik [34], is shown in [34]. Both these installations consist from two oscillatory circuits and an amplifier. It should be noted that equations describing oscillations in both installations differ from one another. This difference results in the fact that the dependencies of frequency and amplitude on the frequency mismatch are essentially different (compare Figs. 7 and 10, and also 8 and 11).

In this section oscillators with capacitive and inductive couplings between the circuits will be studied as applied to stall flutter.

We consider a system consisting from two oscillators, i.e. a system with two degrees of freedom. A consideration of such systems without friction was first conducted in famous lectures on oscillations delivered by Russian academician L. Mandelshtam in 20–30th years of last century [3]. In these lectures he showed that the behavior of such systems is conditioned by so called **connectedness** but not by coupling. The connectedness  $cd$  is defined as

$$cd = \frac{\omega_1 \omega_2}{|\omega_1^2 - \omega_2^2|}, \quad (6.5)$$

where  $\omega_1$  and  $\omega_2$  are partial frequencies of the system considered. It is seen from here that the closer partial frequencies the stronger is the connectedness. It should be noted that the notion of the connectedness is also was given by Strelkov in textbook [4].

Simultaneously the problems of pulling phenomenon were investigated by Andronov and Witt for oscillators with two inductively coupled circuits. For calculations authors have used the Poincaré small parameter method [32]. Almost at the same time similar investigations were conducted by Strelkov and Skibarko with using the qualitative methods

[33]. Both in [32] and in [33] authors have considered only one-frequency mode. It was found an area of pulling and discovered the phenomenon of quenching self-oscillations in some region of the parameters. It should be noted that the term «pulling» was first introduced in work [3] and until now it is used in all textbooks on oscillations (see, for example, [34, 35]). Similar results, but by the averaging method, proposed by [44] and developed by Mitropol'skii [45], were obtained later in [5, 6, 26].

**6.2. The triode generator with additional circuit inductively coupled with the main one.** We consider the triode generator with an additional circuit studied by Andronov and Witt [32] and described later in [35]. Its schematic image is shown in Fig. 5. We see that in this generator the coupling between circuits is inductive.

Setting  $I_a = S_0 U_1 - S_1 U_1^3/3$ , we can write the equations for such a generator in dimensionless coordinates. They may be easily transformed to the following:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} - \mu(1 - \alpha x^2) \frac{dx}{dt} + \omega_1^2 x = m_1 \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} + \varepsilon \mu \frac{dy}{dt} + \omega_2^2 y = m_2 \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (6.6)$$

where

$$x = \sqrt{\frac{M_1 S_1}{M_1 S_0 - R_1 C_1}} U_1, \quad y = \sqrt{\frac{M_1 S_1}{M_1 S_0 - R_1 C_1}} U_2$$

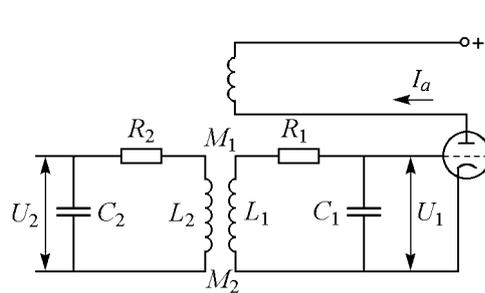
are dimensionless voltage drops across the triode grid and the capacitor  $C_2$ , respectively,

$$\mu = \frac{M_1 S_0 - R_1 C_1}{\sqrt{L_1 C_1}}, \quad \varepsilon = \frac{R_2 L_1 C_1}{L_2 (M_1 S_0 - R_1 C_1)},$$

$m_{1,2} = M_2 C_{2,1} / (L_{1,2} C_{1,2})$  are the coupling coefficients,  $\omega_1$  and  $\omega_2$  are the natural frequencies of the main and additional circuits,  $M_{1,2}$  are the coefficients of mutual induction between the coils  $L_1$  and  $L_2$  and  $L_1$  and  $L_2$ , respectively.

We will assume that the coupling coefficients  $m_{1,2}$  are small, of order of a conditional small parameter. In this case we can use for approximate solution of Eqs. (6.6) the averaging method proposed by Bogolyubov [44] and developed by Mitropol'skii [45, 46]. We apply this method in the form set forth in [26]. For using this method we rewrite Eqs. (6.6) introducing dimensionless time  $\tau = \omega t$ , where frequency  $\omega$  is unknown frequency of self-oscillations and another conditional small parameter  $\mu_1 = \mu/\omega$ .

In this case Eqs. (6.6) can be conveniently rewritten as



$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + x - \mu_1(1 - \alpha x^2) \frac{dx}{d\tau} = m_1 \frac{d^2 y}{d\tau^2}, \quad (6.7)$$

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + \varepsilon \mu_1 \frac{dy}{d\tau} + \xi y = m_2 \frac{d^2 x}{d\tau^2},$$

where  $\mu_1 = \mu/\omega$ ,

$$\xi = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \quad (6.8)$$

FIG. 5. The schematic image of the triode generator with two inductively coupled circuits

is the mismatch frequency squared.

**6.2.1. Zero approximation.** In zero approximation with respect to small parameters  $\mu_1$  Eqs. (6.7) become

$$\begin{aligned} \frac{d^2x_0}{d\tau^2} + x_0 - m_1 \frac{d^2y_0}{d\tau^2} &= 0, \\ \frac{d^2y_0}{d\tau^2} + \xi y_0 - m_2 \frac{d^2x_0}{d\tau^2} &= 0. \end{aligned} \quad (6.9)$$

It should be noted that system (6.9) is a conservative system. Its solution can be set as

$$x_0(\tau) = A_x \cos \omega\tau, \quad y_0(\tau) = A_y k \cos \omega\tau, \quad (6.10)$$

where  $\omega$  is the unknown frequency of self-oscillations,  $k$  is the distribution coefficient.

System (6.9) allows us to calculate its determinant  $D$  and the distribution coefficient  $k = A$ :

$$D = (1 - m_1 m_2) \omega^4 - (1 + \xi) \omega^2 + \xi, \quad (6.11)$$

$$k = \frac{A_y}{A_x} = \frac{\omega^2 - 1}{m_1 \omega^2} = \frac{m_2 \omega^2}{\omega^2 - \xi}. \quad (6.12)$$

Systems of equations (6.7) and (6.9) describe the interaction between the self-oscillatory system defined by function  $x(\tau)$  and passive oscillatory system defined by function  $y(\tau)$ . If oscillatory frequencies of these systems differ strongly from each other then the systems will be weakly interacting, i.e. they will be sensibly independent. But if the frequencies are sufficiently close, synchronization, i.e. one-frequency mode, can appear.

Andronov and Witt [32] solved Eqs. (6.7) in one-frequency mode by using the Poincaré method of small parameter [47] at the assumption that parameter  $\mu_1$  is sufficiently small. However, here we will solve equations (6.7) by the Krylov–Bogolyubov method, as more preferable.

In zero approximation a solution of Eqs. (6.9) is

$$x \equiv x_0 = A \cos(\omega\tau + \varphi_x), \quad y \equiv y_0 = kA \cos(\omega\tau + \varphi_y), \quad (6.13)$$

where  $A$  is the amplitude of variable  $x$ , and  $\varphi_x$  and  $\varphi_y$  are phases of variables  $x$  and  $y$ , and  $\omega$  is the frequency defined from the condition of vanishing determinant of system (6.9) defined by Eq. (6.11). Equation for the frequency  $\omega$  has two real roots:

$$\left(\omega^{(1,2)}\right)^2 = \frac{1 + \xi}{2\xi(1 - m_1 m_2)} \left(1 \mp \sqrt{1 - 4\xi^2(1 - m_1 m_2)/(1 + \xi)^2}\right). \quad (6.14)$$

The dependencies of these roots on  $\xi$  are shown in Fig. 6. Such a graph is often called the Vien diagram.

To consider the pulling phenomenon we must take into account the nonlinear terms at least in the first approximation.

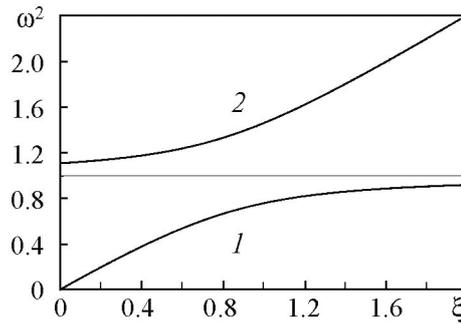


Рис. 6. The dependencies of two oscillation frequencies squared on the frequency mismatch  $\xi$  in zero approximation for  $m_1 m_2 = 0.1$  (the Vien diagram)

**6.2.2. First approximation.** We will assume that the coefficient of nonlinearity  $\alpha$  is small, so that the term  $(1 - \alpha x^2) dx/d\tau$  can be linearized under the assumption that  $x$  changes according to harmonic law. In addition we will suppose that frequencies  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  and  $\omega$  are sufficiently close, so that their differences are of order of a conditional small parameter  $\varepsilon_1$ . This can be possible only for  $\xi$  closed to 1.

In the first approximation we will seek a solution of Eqs. (6.7) in the complex form:

$$x = A_x \exp(i\omega\tau + \varphi_x), \quad y = A_y \exp(i\omega\tau + \varphi_y). \quad (6.15)$$

Substituting (6.15) into Eqs. (6.9) we obtain the following equations:

$$(1 - \omega^2)A_x - i\mu_1\omega \left(1 - \frac{\alpha A_x^2}{4}\right) A_x + m_1\xi\omega^2 A_y e^{i\varphi} = 0, \quad (6.16)$$

$$i\varepsilon\mu_1\omega A_y + (\xi - \omega^2)A_y + m_2\omega^2 A_x e^{-i\varphi} = 0,$$

where  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ .

The condition of the equality to zero for the determinant of linear system (6.16) gives us an approximate complex characteristic equation in the first approximation. Real and imaginary parts of this equation are

$$(1 - \omega^2)(\xi - \omega^2) + \varepsilon\mu_1^2\omega^2 \left(1 - \frac{\alpha A_x^2}{4}\right) - m_1m_2\xi\omega^4 = 0, \quad (6.17)$$

$$\varepsilon(1 - \omega^2) - (\xi - \omega^2) \left(1 - \frac{\alpha A_x^2}{4}\right) = 0. \quad (6.18)$$

From Eq. (6.18) we can find  $\alpha A_x^2$ :

$$\alpha A_x^2 = 4 \left(1 - \varepsilon \frac{1 - \omega^2}{\xi - \omega^2}\right). \quad (6.19)$$

Substituting (6.19) into (6.17) we obtain the following bicubic equation for  $\omega$ :

$$\omega^6 - \left(1 + 2\xi - \varepsilon\mu_1^2 + m_1m_2\right)\omega^4 + \left((2 + m_1m_2)\xi + \xi^2 - \varepsilon\mu_1^2\right)\omega^2 - \xi^2 = 0. \quad (6.20)$$

Further, by using Eqs. (6.19) and (6.20) we calculate examples of the dependencies of  $\omega^2$  and  $\alpha A_x^2$  on  $\xi$  for  $m_1m_2 = 0.1$ ,  $\mu_1 = 0.1$  and four values of  $\varepsilon$  (see Figs. 7, 8).

We see from Eq. (6.20) that it can have either one or three real positive roots. Our calculations showed that for  $\varepsilon < \varepsilon_4$  and  $\xi \leq \xi_1(\varepsilon)$  Eq. (6.20) has a single such root, and for  $\xi > \xi_1(\varepsilon)$  it has three such roots (see Fig. 7 *a, b, c*). For  $\varepsilon$  more some value and all  $\xi$  Eq. (6.20) has a single root (see Fig. 7 *d*).

We can see from Fig. 8 that for  $\varepsilon > 1$  there exist the domains of non-existence of the solutions found. In these domains the equilibrium states are stable for  $\varepsilon < m_1m_2/\mu_1^2$ , i.e. for sufficiently large coupling factors.

It can be seen that the amplitude dependencies are of the same character as calculated by Andronov and Witt [26, 32]. It should be noted that these dependencies are shown in Fig. 8 were calculated nonmetering the stability.

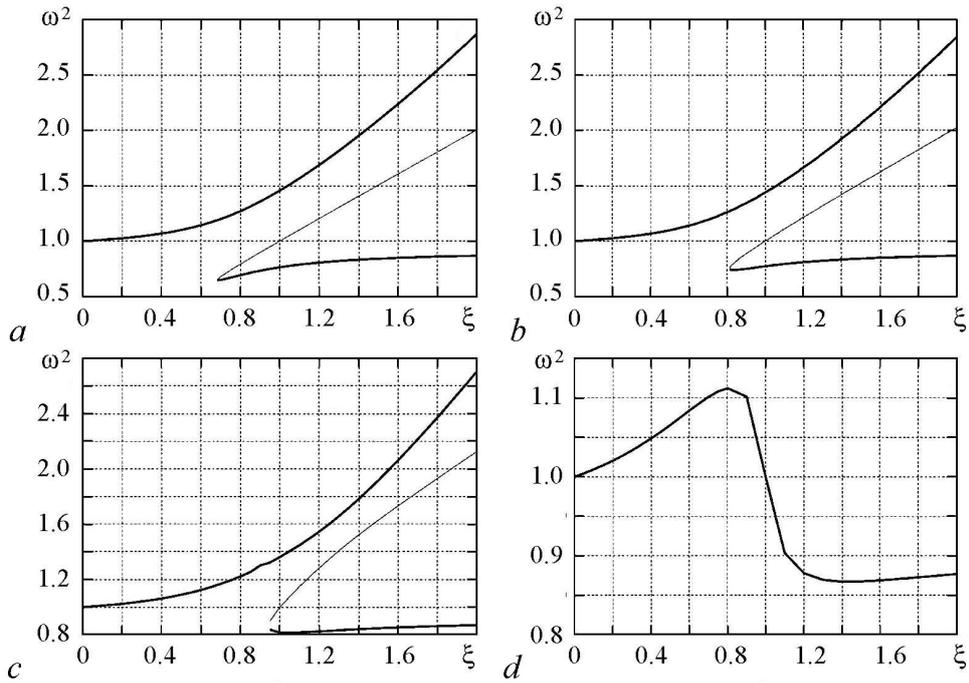


Рис. 7. Examples of the dependencies of  $\omega^2$  on the frequency mismatch  $\xi$  for  $\mu_1 = 0.1$ ,  $m_1 m_2 = 0.1$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0.5$  (a),  $\varepsilon = \varepsilon_2 = 1$  (b),  $\varepsilon = \varepsilon_3 = 2$  (c) and  $\varepsilon = \varepsilon_4 = 4$  (d) in the case of an oscillator with inductive coupling between circuits

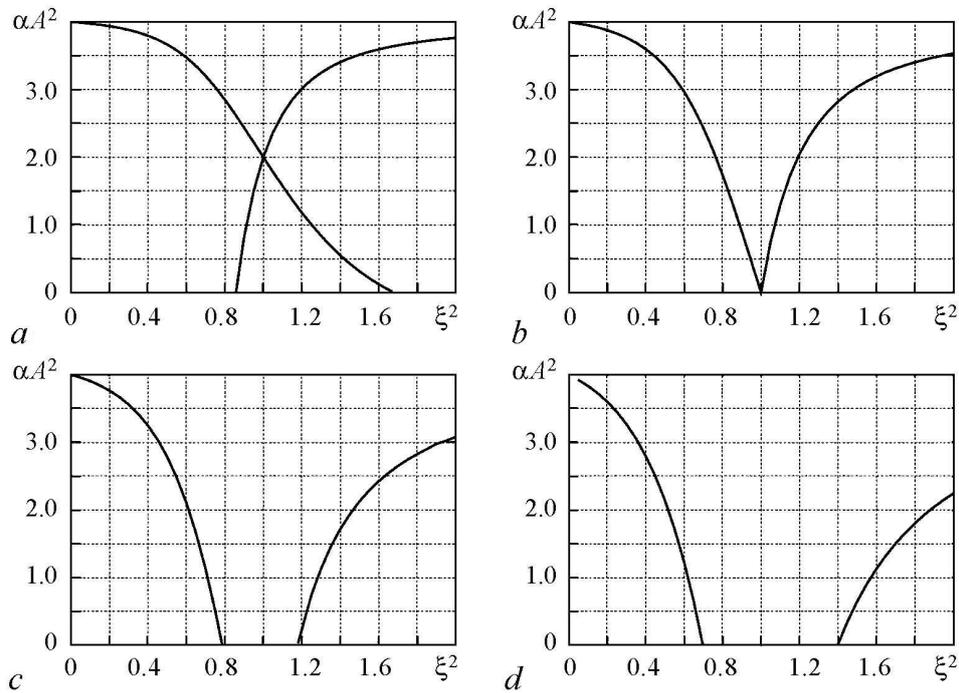


Рис. 8. Examples of the dependencies of oscillation amplitudes squared  $\alpha A_x^2$  on the frequency mismatch  $\xi$  for  $\mu_1 = 0.1$ ,  $m_1 m_2 = 0.1$  and the values of  $\varepsilon$  the same as in Fig. 7 ( $\varepsilon = \varepsilon_1$  (a),  $\varepsilon = \varepsilon_2$  (b),  $\varepsilon = \varepsilon_3$  (c) and  $\varepsilon = \varepsilon_4$  (d)) in the case of an oscillator with inductive coupling between circuits

**6.3. The triode generator with the capacitive coupling between circuits without regard for random forces.** A detailed consideration of the pulling phenomenon in oscillators with capacitive coupling between circuits was first pursued by Teodorchik [34]. In Fig. 9 the same schema of an oscillator that was analyzed by Teodorchik in [34] is shown. Setting  $dz/dt = (S_0 - S_1x^2) dx/dt$ , where  $z$  is the anode current, we obtain the following equations for the oscillations in this schema [34]:

$$\left(1 + \frac{C_1}{C_0}\right)x + (R_1C_1 - MS_0 + MS_1x^2)\frac{dx}{dt} + L_1C_1\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{C_2}{C_0}y, \quad (6.21)$$

$$\left(1 + \frac{C_2}{C_0}\right)y + R_2C_2\frac{dy}{dt} + L_2C_2\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{C_1}{C_0}x.$$

Equations (6.21) may be conveniently transformed to the following:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - \alpha x^2)\frac{dx}{dt} + \omega_1^2x = m_1y, \quad \frac{d^2y}{dt^2} + 2\epsilon\mu\frac{dy}{dt} + \omega_1^2\xi y = m_2x, \quad (6.22)$$

where

$$x = \sqrt{\frac{M_1S_1}{M_1S_0 - R_1C_1}}U_1, \quad y = \sqrt{\frac{M_1S_1}{M_1S_0 - R_1C_1}}U_2$$

are dimensionless voltage drops across the triode grid and the capacitor  $C_2$ , respectively,

$$\mu = \frac{M_1S_0 - R_1C_1}{L_1C_1}, \quad \alpha = \frac{MS_1}{MS_0 - R_1C_1}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_0}\right)},$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2}\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_0}\right)}, \quad m_1 = \frac{C_2}{L_1C_1C_0}, \quad m_2 = \frac{C_1}{L_2C_2C_0}, \quad \delta = \frac{R_2}{2L_2},$$

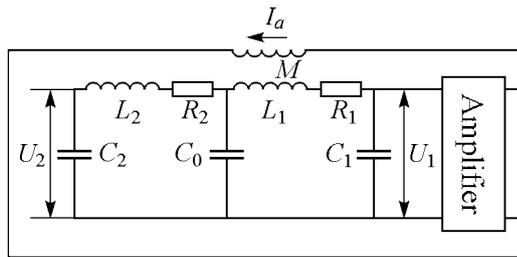


Рис. 9. Schematic image of an oscillator with capacitive coupling between circuits

between the circuits, we see that they differ from one another. The main difference consists in that in Eqs. (6.7) the coupling is realized via the second derivatives  $\ddot{x}$  and  $\ddot{y}$ , whereas in Eqs. (6.22) it is realized via the variables  $x$  and  $y$ . This distinction results in different equations for self-oscillatory frequencies and amplitudes.

As before, for approximate solution of Eqs. (6.22) we use the averaging method proposed by Bogolyubov [44] and developed by Mitropol'skii [45, 46]. We apply this

$m_{1,2} = M_{1,2}C_{2,1}/(L_{1,2}C_{1,2})$  are the coupling coefficients,  $M_{1,2}$  are the coefficients of mutual induction between the coils  $L_1$  and  $L_2$  and  $L_1$  and  $L_2$ , respectively; the dots mean the differentiation with respect to dimensionless time  $\tau = \omega t$ , where  $\omega$  is a supposed frequency of self-oscillations,  $\xi = \omega_2^2/\omega_1^2$  is the frequency mismatch squared.

Comparing Eqs. (6.22) with Eqs. (6.7) for oscillator with inductive coupling

method in the form set forth in [26]. For using this method let us rewrite Eqs. (6.22) introducing dimensionless time  $\tau = \omega t$ , where  $\omega$  is a complex self-oscillation frequency, and another conditional small parameter  $\varepsilon_1$  characterizing the difference between frequencies  $\omega$  and  $\omega_1$ :

$$\begin{aligned}\ddot{x} - \mu_1(1 - \alpha x^2)\dot{x} + x - \tilde{m}_1 y &= \varepsilon_1 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right) x, \\ \ddot{y} + \varepsilon \mu_1 \dot{y} + \xi y - \tilde{m}_2 x &= \varepsilon_1 \xi \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right) y,\end{aligned}\tag{6.23}$$

where dots mean differentiation with respect to  $\tau$ ,  $\mu_1 = \mu/\omega$ ,  $\tilde{m}_{1,2} = m_{1,2}/\omega^2$ . It should be noted that parameters  $\mu_1$  and  $\tilde{m}_{1,2}$  are dimensionless.

Further, as in the last section, we reject in these equations terms of order of  $\varepsilon_1$ . As a result, we obtain the following equations:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - \mu_1(1 - \alpha x^2)\dot{x} + x - \tilde{m}_1 y &= 0, \\ \ddot{y} + \varepsilon \mu_1 \dot{y} + \xi y - \tilde{m}_2 x &= 0.\end{aligned}\tag{6.24}$$

We will assume in Eqs. (6.24) that the coefficient of nonlinearity  $\alpha$  is small, so that the term  $(1 - \alpha x^2)\dot{x}$  can be linearized subject to that  $x$  and  $y$  change according to harmonic law with complex frequency  $\omega$ , i.e.

$$x = A_x \exp(i(\omega\tau + \varphi_x) + \text{c.c.}), \quad y = A_y \exp(i(\omega\tau + \varphi_y) + \text{c.c.}),\tag{6.25}$$

where  $A_x, A_y$  are amplitudes of variables  $x$  and  $y$ , and  $\varphi_x, \varphi_y$  are their phases.

Substituting (6.25) into (6.24) we obtain the following equations:

$$\begin{aligned}(1 - \omega^2 - i\omega\mu_1) \left(1 - \frac{\alpha A_x^2}{4}\right) A_x - \tilde{m}_1 A_y e^{-i\varphi} + \text{c.c.} &= 0, \\ (\xi - \omega^2 + i\omega\varepsilon\mu_1) A_y - \tilde{m}_2 A_x e^{i\varphi} + \text{c.c.} &= 0,\end{aligned}\tag{6.26}$$

where  $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$ .

The condition of the vanishing of the determinant of linear system (6.26) gives a complex equation coupling  $\omega^2$ ,  $\xi$  and  $\alpha A_x^2/4$ :

$$\left[1 - \omega^2 - i\omega\mu_1 \left(1 - \frac{\alpha A_x^2}{4}\right)\right] \left(\xi - \omega^2 + i\varepsilon\omega\mu_1\right) - \tilde{m}_1 \tilde{m}_2 = 0.\tag{6.27}$$

Real and imaginary parts of this equation are:

$$\begin{aligned}(1 - \omega^2)(\xi - \omega^2) + \varepsilon\omega^2\mu_1^2 \left(1 - \frac{\alpha A_x^2}{4}\right) - \tilde{m}_1 \tilde{m}_2 &= 0, \\ (1 - \omega^2)\varepsilon\omega\mu_1 - (\xi - \omega^2)\omega\mu_1 \left(1 - \frac{\alpha A_x^2}{4}\right) &= 0.\end{aligned}\tag{6.28}$$

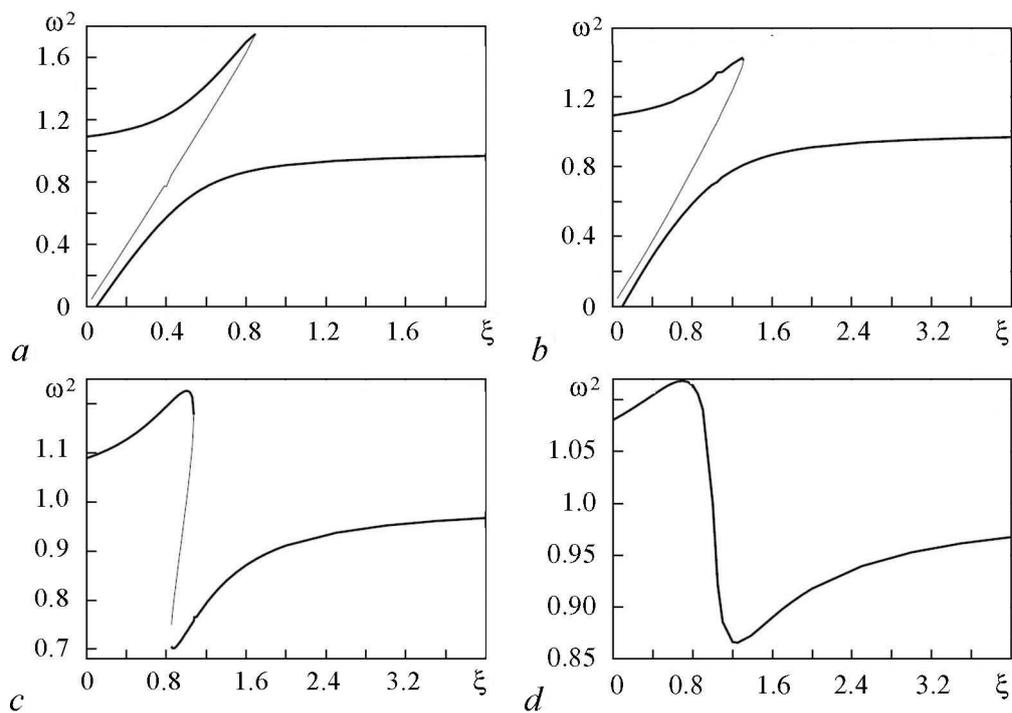


Рис. 10. Examples of the dependencies of  $\omega^2$  on  $\xi$  for  $\mu_1 = 0.1$ ,  $m_1 m_2 = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.5$  (a),  $\varepsilon = 1$  (b),  $\varepsilon = 2$  (c) and  $\varepsilon = 4$  (d) in the case of an oscillator with capacitive coupling between circuits

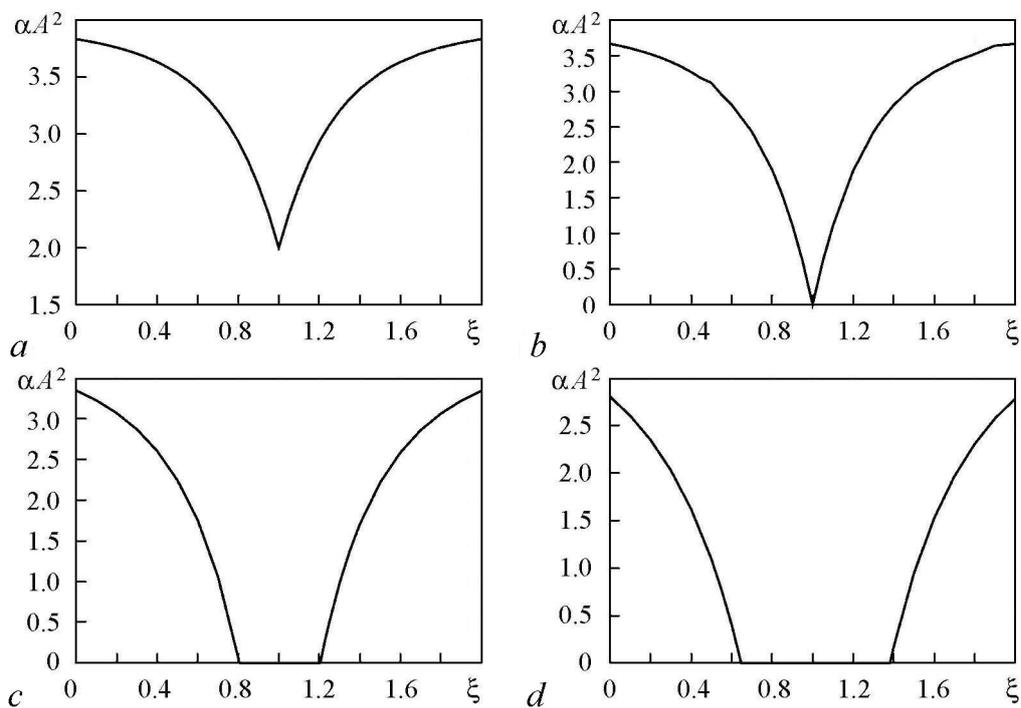


Рис. 11. Examples of the dependencies of oscillation amplitudes on the frequency mismatch  $\xi$  for  $\mu_1 = 0.1$ ,  $m_1 m_2 = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.5$  (a),  $\varepsilon = 1$  (b),  $\varepsilon = 2$  (c) and  $\varepsilon = 4$  (d) in the case of an oscillator with capacitive coupling between circuits

From Eqs. (6.28) we obtain equation for frequency  $\omega$ :

$$\omega^6 - (1 + 2\xi - \varepsilon^2 \mu_1^2) \omega^4 + (2\xi + \xi^2 - \varepsilon^2 \mu_1^2 - \tilde{m}_1 \tilde{m}_2) \omega^2 - \xi^2 + \tilde{m}_1 \tilde{m}_2 \xi = 0. \quad (6.29)$$

We see that Fig. 10 differs significantly from Figs. 7 for oscillator with inductively coupled circuits, whereas Figs. 11 and 8 are similar.

As for a generator with inductive coupling between the circuits, the dependencies shown in Fig. 10 and 11 are constructed without taking into account the stability of the solutions found. That is why they contain unstable pieces. Eqs. (6.23), (6.24) allow us to investigate the stability.

## 7. Model equations for stall flutter

As a model for stall flutter we have taken a generator with additional circuit coupled with the main by capacitor. In so doing for the vortex separation we have used model equations with a noise sources  $\eta_x(t)$ ,  $\eta_z(t)$  in equations for  $F_x$ ,  $F_z$  and model equations with a noise sources  $\zeta_x(t)$ ,  $\zeta_z(t)$  in equations for  $U_x$ ,  $U_z$ . These equations are

$$\begin{aligned} \ddot{U}_x + 2\alpha_x \dot{U}_x + \omega_x^2 U_x &= \frac{F_x}{m} + \eta_x(t), & \ddot{F}_x - \mu(1 - a_1 F_x^2) \dot{F}_x + \omega_{\text{stall}x}^2 F_x &= \\ & & &= m_1 U_x + \zeta_x(t), \end{aligned} \quad (7.30)$$

$$\begin{aligned} \ddot{U}_z + 2\alpha_z \dot{U}_z + \omega_z^2 U_z &= \frac{F_z}{m} + \eta_z(t), & \ddot{F}_z - \mu(1 - a_2 F_z^2) \dot{F}_z + \omega_{\text{stall}z}^2 F_z &= \\ & & &= m_2 U_z + \zeta_z(t), \end{aligned} \quad (7.31)$$

where  $U_x$  and  $U_z$  are displacements of the additional circuit in  $x$  and  $z$  directions,  $F_x$  and  $F_z$  are aerodynamical forces in  $x$  and  $z$  directions,  $\omega_x$  and  $\omega_z$  are the natural frequencies of the additional circuit in  $x$  and  $z$  directions,  $\omega_{\text{stall}x}$  and  $\omega_{\text{stall}z}$  are the vortex stall frequencies in  $x$  and  $z$  directions,  $\eta_x(t)$  and  $\eta_z(t)$  are white noises of intensity  $K_u$ ,  $\zeta_x(t)$  and  $\zeta_z(t)$  are white noises of intensity  $K_f$ .

Equations (7.30) and (7.31) describe two independent self-oscillatory systems each of which possess two degree of freedom. In terms of oscillation theory these systems can be considered as generators with additional oscillatory circuits connected with the main ones by capacitors. It should be noted that terms  $m_1 U(x)$  and  $m_2 U_z$  are responsible for the synchronization of vortex separation frequency by the additional circuits oscillations  $U_x(t)$  and  $U_z(t)$ .

For brevity we will consider a system described by Eqs. (7.30). This system describes the interaction between the self-oscillatory system defined by  $F_x(t)$  and a passive oscillatory system defined by  $U_x(t)$ . If natural frequencies of each of this systems ( $\omega_x$  and  $\omega_{\text{stall}x}$ ) differ essentially, then the system will be weakly interacting one, i.e. variables  $U_x$  and  $F_x$  will be practically independent. But if the frequencies are sufficiently close then synchronization may be appear. Similar equations we can obtain for the system described by Eqs. (7.31).

We will assume that  $\omega_x^2 U_x \ll \ddot{U}_x$  and  $\omega_z^2 U_z \ll \ddot{U}_z$ . In this case the first of Eqs. (7.30) can be rewritten approximately as

$$\dot{V}_x + 2\alpha_x V_x = \frac{F_x}{m} + \eta_x(t), \quad (7.32)$$

where  $V_x = \dot{U}_x$  is the velocity of the additional circuit in  $x$ -direction.

Equation for self-oscillations of force  $F_x$  can be solved approximately for small  $\mu$  in the absence of noise. In the case of immovable additional circuit, when  $U_x = 0$ , its approximate solution is:

$$F_x \approx A_x \cos(\omega_{\text{stall}x} t + \varphi_x), \quad (7.33)$$

where  $A_x$  is an oscillatory amplitude of force  $F_x$ ,  $\varphi_x$  is its phase. It should be noted that formula (7.33) is in the full accordance with the expression for lift force given in [37].

The first case was considered in two previous sections. Here we will consider the case, when the frequencies differ essentially, i.e. the variables  $U_x$  and  $F_x$  are practically independent. We will suppose that the oscillatory process in the additional circuit ( $U_x$ ) is incomparably more rapid than the vortex separation process ( $F_x$ ), i.e. that  $\omega_x \gg \omega_{\text{stall}x}$ . A solution of Eq. (7.32) may be conveniently found as sums of two constituents: fast constituent  $V_x$  and slow constituent defined by function  $F_x$ .

The following Fokker–Planck equation corresponds to Eq. (7.32) (see [26]):

$$\frac{\partial w(V_x, F_x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial V_x} \left[ \left( 2\alpha_x V_x - \frac{F_x}{m} \right) w(V_x, F_x, t) \right] + \frac{K_u}{2} \frac{\partial^2 w(V_x, F_x, t)}{\partial V_x^2}. \quad (7.34)$$

We will assume that solution Eq. (7.34) differs slightly from  $w_0(V_x)$ , i.e.

$$w(V_x, F_x, t) = w_0(V_x) + \varepsilon w_1(V_x) F_x(t), \quad (7.35)$$

where  $w_0(V_x)$  and  $w_1(V_x)$  are described by equations

$$2\alpha_x V_x w_0(V_x) + \frac{K_u}{2} \frac{\partial w_0(V_x)}{\partial V_x} = 0, \quad (7.36)$$

$$\begin{aligned} w_1(V_x) \frac{\partial F_x(t)}{\partial t} - F_x(t) \frac{\partial}{\partial V_x} \left[ 2\alpha_x V_x w_1(V_x) + \frac{K_u}{2} \frac{\partial w_1(V_x)}{\partial V_x} \right] = \\ = - \frac{\partial}{\partial V_x} \left( \frac{F_x(t)}{m} w_0(V_x) \right), \end{aligned} \quad (7.37)$$

$\varepsilon$  is a small parameter.

A solution of (Eq. 7.36) is

$$w_0(V_x) = C \exp \left( - \frac{2\alpha_x V_x^2}{K_u} \right), \quad (7.38)$$

where  $C$  is an arbitrary constant.

As followed from (7.33) and (7.37), functions  $F_x(t)$  and  $w_1(V_x)$  are periodic functions of time with period  $T = 2\pi/\omega_{\text{stall}x}$ . Amplitude of function  $w_1(V_x)$  is defined by the right-hand member of Eq. (7.37). The greater is the derivative of  $w_0(V_x)$  over velocity  $V_x$ , the greater is  $w_1(V_x)$ . It follows from here that the location of maximum of a wave and its value are defined by not the maximal value of the wave amplitude, but mainly by the derivative of  $w_0(V_x)$  over velocity  $V_x$ . It follows from here that the explanation of the freak and rogue waves given in work [9] is not right for all waves.

## 8. Conclusion

As followed from our results that for systems with two and more numbers of degree of freedom the small parameter methods can give wrong results even for rather small coupling between the degrees of freedom. However, Russian researcher Poznyak [48] has shown that using the method of harmonic linearization gives results more close to numerical and experimental.

Using of model equations for vortex separation from the surface of the oscillating body allow us to calculate amplitudes and frequencies of self-oscillations excited due to this vortex separation, i.e. to solve the problem on stalling flutter. In so doing the effect of synchronization of the vortex separation frequency by natural oscillations of the streamlined body was discovered. This effect requires experimental examination.

## References

1. *Panovko Ya.G., Gubanov I.I.* Stability and Oscillations of Elastic Systems. Moscow: Nauka, 1979 (in Russian).
2. *Landa P.S.* Universality of oscillation theory laws. Types and role of mathematical models // Discrete Dynamics in Nature and Society. 1997. Vol. 1. P. 99.
3. *Mandel'shtam L.I.* Lectures on Oscillations (1930–1932). Complete Works: Vol. 4. Moscow: Izd-vo AN SSSR, 1955. S. 241 (in Russian).
4. *Strelkov S.P.* Introduction in Theory of Oscillations. Moscow: Izd-vo «Lan'», 2005 (in Russian).
5. *Landa P.S., Ginevsky A.S.* Use of mathematical models for the solution of «unsolvable» problems. In «Nonlinear Problems of Oscillation Theory and Control Theory. Vibrational Mechanics» / Eds V.V. Beletskii, D.A. Indeytsev, A.L. Fradkov. Institute of Theoretical Engineering RAS. SPB: Nauka, 2009. P. 349.
6. *Landa P.S.* Stall flutter as one of mechanisms of excitation of self-oscillations of the electric power transmission line // Izv. VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2009. Vol. 17, № 2. S. 3 (in Russian).
7. *Annenkov S.Yu. and Badulin S.I.* Multi-Wave Resonances and Formation of High-Amplitude Waves in the Ocean // Rogue Wave – 2000. Brest, France, 2000 / Eds M.Olagnon, G.A. Athanassoulis. Ifremer, 2001. P. 205.
8. *Janssen P.A.E.M.* Nonlinear four-wave interactions and freak waves // J. Phys. Oceanogr. 2003. Vol. 33. P. 863.
9. *Kurkin A.A., Pelinovsky E.N.* Waves-Slayers. Nizhniy Novgorod, 2004 (in Russian).
10. *Richardson E.G.* Aeolian Tones // Proc. Phys. Soc. Lond., 1923. Vol. 36. P. 153.
11. *Landa P.S. and McClintock P.V.E.* Aeolian tones and stall flutter of lengthy objects in fluid flows // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. 2010. Vol. 43. 375101.
12. *Fedyaevskii K.K., Blyumina L.Kh.* Hydrodynamics of Body Separation Streamline. Moscow: Mashinostroenie, 1977 (in Russian).
13. *Belotserkovsky S.M. and Ginevsky A.S.* Modeling of turbulent jets and wakes by discrete vortices method. Moscow: Izd-vo «Phisiko-Matematicheskaya Literatura», 1995 (in Russian).
14. A Modern Course of Aeroelasticity / Ed. E.H. Dowell. Kluwer Acad. Publ., 2004.
15. *Goldenblat I.I.* Contemporary Problems of Vibration and Stability of Engineering

- Constructions. Moscow: Gosstroyizdat, 1947 (in Russian).
16. *Rocard Y.* Dynamique Générale des Vibrations / Masson et Cie Editeurs. Paris, 1949.
  17. *Rocard Y.* Mechanical Instability / Masson et Cie Editeurs. Paris, 1954.
  18. *Bisplinghoff R.L., Ashley H., Halfman R.L.* Aeroelasticity. Addison–Wesley Publ. Comp. Inc., Cambridge Mass., 1955
  19. *Fershing G.* Principles of Aeroelasticity. Moscow: Mashinostroenie, 1984 (in Russian).
  20. *Karman Th.* Über den Mechanismus des Flüssigkeitsund Luftwiderstands // Phys. Z. 1912. Bd. 13. S. 49.
  21. *Kazakevich M.I.* Aerodynamics of Bridges. Moscow: Transport, 1987 (in Russian).
  22. *Landa P.S., Trubetskov D.I. and Gusev V.A.* Delusions versus reality in some physics problems: Theory and experiment // Physics–Uspekhi. 2009. Vol. 52. P. 235.
  23. *Landa P.S.* Self-oscillations of wire heating by electric current with the strain-resistive effect // Izv. VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2008. Vol. 16, № 1. P. 19 (in Russian).
  24. *Halfman R.L., Johnson H.C., Haley S.M.* Evaluation of High-Angle-of-Attack Aerodynamic-Derivative Data and Stall-Flutter Prediction Techniques. N.A.C.A.T.N., 1951. P. 2533.
  25. *Landau L.D. and Lifshitz E.M.* Fluid Mechanics. Oxford: Butterworth and Heine- mann, 1987.
  26. *Landa P.S.* Self-Oscillatory Systems with a Finite Number of Degrees of Freedom. Moscow: URSS, 2009. PP. 54,130 (in Russian).
  27. *Neimark Yu.I.* Mathematical Models in Natural Science and Engineering. Berlin– Heidelberg: Springer–Verlag, 2003.
  28. *Neimark Yu.I.* Mathematical Modeling as a Science and Art. Nizhnii Novgorod: University Press, 2010 (in Russian).
  29. *Blekhman I.I., Myshkis A.D., Panovko Ya.G.* Applied Mathematics: Topic, Logic, Characteristics of Approach. With examples from mechanics. Moscow: LKI Press, 2007 (in Russian).
  30. *Strouhal V. von.* Über eine Besondere Art der Tonerregung // Ann. Phys. 1878. Vol. 5. P. 216.
  31. *Van der Pol B.* On oscillation hysteresis in a triode generator with two degrees of freedom // Phil. Mag. 1922. Ser. 6. Vol. 43, № 256.
  32. *Andronov A.A., Witt A.A.* On the mathematical theory of self-oscillatory systems with two degrees of freedom // ZhTF. 1934. Vol. 4. P. 122 (in Russian).
  33. *Strelkov S.P., Skibarko A.P.* Qualitative investigation of the processes in a complex circuit oscillator. On the Van der Pol pulling theory // ZhTF. 1934. Vol. 4. P.158 (in Russian).
  34. *Teodorchik K.F.* Self-Oscillatory Systems. Moscow: Gostekhizdat, 1952 (in Russian).
  35. *Landa P.S.* Regular and Chaotic Oscillations. Berlin–Heidelberg: Springer–Verlag, 2001.
  36. *Pavlikhina M.A., Smirnov L.P.* Vortex wake at the streamline of oscillated cylinders // Izv. AN SSSR. OTN. 1958. № 8. P. 124 (in Russian).
  37. *Bishop R.E.D., Hassan A.Y.* The lift and drag forces on a circular cylinder in a flowing fluid // Proc. Royal Soc. Lond. 1964. Vol. A277. PP. 32,51.

38. *Blyumina L.Kh., Fedyaevskii K.K.* Study of the effect of forced cylinder oscillations in air flow on the mechanism of vortex separation // *Izv. AN SSSR. MZhG.* 1969. № 8. P. 118 (in Russian).
39. *Landa P.S.* Nonlinear Oscillations and Waves. Moscow: URSS, 2010.
40. *Fyn Ya.Ts.* Introduction to the Aeroelasticity Theory. Moscow: Fizmatgiz, 1959 (in Russian).
41. *Roshko A.* Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number // *J. Fluid Mech.* 1961. Vol. 10. P. 345.
42. *Neimark Yu.I., Landa P.S.* Stochastic and Chaotic Oscillations. Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publishers, 1992.
43. *Landa P.S.* Self-Oscillations in Distributed Systems. Moscow: URSS, 2009 (in Russian)
44. *Bogolyubov N.N.* Perturbation theory in nonlinear mechanics // *Sb. Instituta stroit. mekhaniki AN SSSR.* Moscow, 1950. Vol. 14. P. 9 (in Russian).
45. *Bogolyubov N.N. and Mitropolsky Yu.A.* Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations. New York: Gordon and Breach, 1961.
46. *Mitropolsky Yu.A.* Averaging Method in Nonlinear Mechanics. Kiev: Naukova Dumka, 1971 (in Russian).
47. *Poincaré H.* Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Celeste. Paris: Gauthier–Villars. 1892, Vol. I; 1893, Vol. II; 1899, Vol. III.
48. *Poznyak E.L.* On the faults of the small parameter method, the problems of self-oscillations in systems with two degrees of freedom // *Proc. of V Int. Conf. on Nonlinear Oscillations.* Kiev: Izd-vo Instituta Matematiki Akademii Nauk USSR, 1970. Vol. 3. P. 618.

*Поступила в редакцию* 02.12.2014

*После доработки* 26.02.2015

УДК 532.59, 52

## **НЕЛИНЕЙНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВОЛНЫ В ЖИДКОСТИ И ОСНОВНОЙ МЕХАНИЗМ ИХ ВОЗБУЖДЕНИЯ**

*П. С. Ланда*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Чтобы описать явление случайных нелинейных волн в жидкости, мы должны знать точно или приблизительно, как происходит процесс срыва вихрей. Для этого удобно использовать модели, основанные на физических соображениях и некоторых экспериментальных данных. Основное внимание в этом обзоре будет уделено случайным волнам, возникающим, например, при срывном флаттере. Такие волны часто возбуждаются в жидкости, и они являются одной из основных причин катастроф в морях и океанах. Как правило, срывной флаттер связан с явлением затягивания, и наблюдается в системах с двумя и (или) более степенями свободы. В принципе, в таких системах возможны, как примерно одночастотный (синхронный) режим, так и мультичастотные (асинхронные) режимы (когда каждая мода колеблется с собственной частотой). Но в случае явления затягивания только режим с одной частотой,

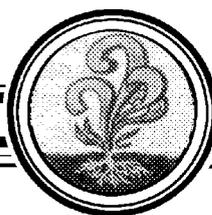
соответствующей собственной частоте (см [1]) является устойчивым. В отличие от обычной турбулентности срывной флаттер это автоколебательный процесс. Обратная связь в этом процессе возникает из-за взаимодействия между жидкостью и обтекаемым телом. Следует отметить, что волновые движения в жидкости могут иметь очень сложный характер. В последние годы большой интерес представляют волны аномально высокой амплитуды – так называемые **аномальные волны** и **волны-убийцы**. Мы полагаем, что основной причиной таких волн является срыв вихрей.

*Ключевые слова:* Нелинейные волны в жидкости, срыв вихрей, срывной флаттер, катастрофы в морях и океанах, явление затягивания, степени свободы, блуждающие волны, катастрофические волны, использование математической модели для приближенного решения задачи.



*Ланда Полина Соломоновна* – окончила физический факультет МГУ. Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в МГУ и доктора физико-математических наук в Горьковском университете в области теории колебаний и волн. Профессор, ведущий научный сотрудник МГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, радиофизика, применение методов нелинейной динамики в различных областях науки. Автор и соавтор десяти монографий по колебаниям и волнам, в том числе монографии «Стохастические и хаотические колебания», переведенной на английский язык, а также монографии «Нелинейные колебания и волны в динамических системах», вышедшей в издательстве «Kluwer», «Регулярные и хаотические колебания», вышедшей в издательстве «Springer» в 2001 году, и нескольких обзоров, в том числе в УФН и «Physics Reports», Член Национального комитета по механике (Россия). Опубликовала много научных статей по направлениям, указанным выше. Член редакционной коллегии журналов «Chaos, Solitons and Fractals» и «Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика».

119899 Москва, Ленинские горы, МГУ  
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
E-mail: planda@mail.ru



## ГЕНЕРАЦИЯ ВЫСШИХ ГАРМОНИК В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ\*

*С.А. Куркин<sup>1,2</sup>, А.А. Бадарин<sup>1,2</sup>, А.А. Короновский<sup>1,2</sup>,  
А.О. Рак<sup>3</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет

<sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет

<sup>3</sup>Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Изучены режимы СВЧ-генерации высших гармоник в высокомономном виркаторе с релятивистским электронным потоком с виртуальным катодом. Характеристики данных режимов, в частности, характерные спектры и их трансформация с изменением параметров системы (тока пучка, индукции внешнего магнитного поля), а также физические процессы, происходящие в системе, проанализированы с помощью трехмерного электромагнитного моделирования. Показано, что с увеличением тока пучка исследуемая система демонстрирует тенденцию к существенному росту амплитуд высших гармоник в спектре токовых осцилляций в области виртуального катода. Полученные результаты позволяют рассматривать генераторы на виртуальном катоде как перспективные высокомономные источники субтерагерцового и терагерцового излучения.

*Ключевые слова:* СВЧ-электроника высоких мощностей, виркатор, виртуальный катод, релятивистский электронный поток, высшие гармоники, ТГц излучение, электронные структуры, неустойчивости электронного потока, плазменная частота.

### Введение

Релятивистские пучково-пламенные системы, использующие для генерации электромагнитного излучения колебания виртуального катода (ВК) являются перспективными устройствами вакуумной и плазменной СВЧ-электроники больших мощностей [1–3]. Генераторы на виртуальном катоде (такие как виркаторы, редитроны, виртоды и др.) представляют особый класс СВЧ-генераторов на тормозном излучении, работа которых основана на формировании ВК в электронном потоке со сверхкритическим током [1, 3–5]. В настоящее время такие устройства активно исследуются и рассматриваются в качестве источников импульсного высоко-

\*Статья написана по материалам доклада, прочитанного на 24-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», Севастополь, Россия, 7–13 сентября 2014.

комощного СВЧ-излучения, а также систем для ускорения ионов и нагрева плазмы [1, 3, 6–10]. Основными преимуществами виркаторов являются высокая выходная мощность, простота конструкции (в частности, виркаторы могут работать без внешнего фокусирующего магнитного поля) и простота перестройки частоты и режима генерации (перестраиваемость) [3, 6, 11–14].

Основная частота генерации  $\omega_{VCO}$  известных виркаторных схем без внешней резонансной структуры определяется плазменной частотой невозмущенного электронного потока  $\omega_p^0$  (невозмущенной плазменной частотой), как  $\omega_{VCO} = k\omega_p^0$ , где  $k$  – коэффициент пропорциональности, лежащий в диапазоне [0.5, 2] и зависящий от конфигурации виркатора и режима его работы [3, 6, 15–17]. На практике  $\omega_{VCO}$  находится, как правило, в диапазоне [1, 20] ГГц. В то же самое время, создание эффективных высокоомощных генераторов в плохо освоенном суб-ТГц/ТГц диапазоне является актуальной задачей современной физики плазмы и электроники больших мощностей [18]. Такие устройства могут быть использованы для целей спектроскопии, томографии и рентгенографии, субмиллиметровой астрономии, коммуникации и т.д. [18–22].

Таким образом, увеличение частоты генерации и продвижение виркаторов в суб-ТГц диапазон при сохранении высокой выходной мощности является в настоящее время важной и актуальной задачей для практических целей [2, 3, 14]. Возможным направлением для улучшения характеристик виркаторов может быть разработка и создание новых модификаций виркаторов, использующих новые обнаруженные эффекты, происходящие в релятивистском и ультрарелятивистском электронных потоках со сверхкритическими токами [10, 16, 23, 24].

Перспективным направлением для увеличения частоты излучения виркаторных систем и продвижения их в суб-ТГц диапазон является использование высших гармоник основной частоты виркатора при его работе в сильно нелинейном режиме. В настоящее время высшие гармоники широко используются в гиротронах [25–28]. Также известно, что при определенных условиях пучково-плазменные системы с интенсивными потоками заряженных частиц демонстрируют режимы с развитыми высшими гармониками. Например, работа [29] посвящена исследованию процесса разряда в системе с полым катодом, а в работе [30] рассматриваются физические процессы в турботроне, высокоомощном импульсном источнике миллиметрового диапазона, состоящем из интенсивно осциллирующего турбулентного электронного потока, создаваемого между реальным и виртуальным катодами. Наши предварительные исследования показали, что спектры осцилляций ВК в релятивистских электронных потоках (РЭП) со сверхкритическими токами содержат интенсивные высшие гармоники основной частоты  $\omega_{VCO}$ . Таким образом, изучение и разработка схем виркаторов, работающих на высших гармониках основной частоты колебаний ВК, представляют значительный интерес. Данные исследования помогут в решении задачи продвижения виркаторов в миллиметровый и субмиллиметровый диапазоны длин волн при сохранении их типично высокой выходной мощности.

## 1. Исследуемая модель

При анализе релятивистских виркаторов необходимо учитывать эффекты, несущественные для слаборелятивистских систем, в частности, влияние собственных магнитных полей РЭП [10, 24]. По этой причине в работе для проведения точного численного моделирования процессов генерации в модели релятивистского вирка-

тора использовался трехмерный полностью электромагнитный самосогласованный код, реализованный в среде CST Particle Studio. В данной работе представлены результаты трехмерного численного исследования процессов генерации высших гармоник в модели релятивистского виркатора с кольцевым РЭП во внешнем однородном аксиальном магнитном поле.

Исследуемая система состоит из идеально проводящего цилиндрического волновода (камеры дрейфа) длины  $L$  и радиуса  $R$  с сеточным электродом на левой стороне и коаксиальным волноводным портом на правой. Аксиально симметричный моноскоростной кольцевой РЭП с током  $I_0$  и начальной энергией  $W_e$  (в данной работе 850 кэВ), с внешним радиусом  $R_b$  и толщиной  $d$  инжектируется в систему через левый электрод. Электроны могут покидать пространство дрейфа, оседая на боковых стенках волновода или на правой стенке камеры дрейфа (коллекторе). В данной работе геометрические параметры системы были выбраны следующими:  $L = 45$  мм,  $R = 10$  мм,  $R_b = 5$  мм,  $d = 1.5$  мм. Резонансные свойства системы слабо проявляются в силу значительного превышения физических размеров структуры длины волны, соответствующей основной частоте генерации виркатора. Внешнее однородное магнитное поле с индукцией  $B_z = B_0 \in [0, 2]$  Тл прикладывается вдоль оси волновода. Предполагается, что инжектируемый в систему РЭП формируется с помощью магнитоизолированного диода [31].

## 2. Обсуждение полученных результатов

**2.1. Анализ спектров осцилляций тока.** Был проведен анализ эволюции амплитудных спектров осцилляций тока, отраженного от ВК обратно к плоскости инжекции, в зависимости от тока пучка  $I_0$  и величины индукции внешнего магнитного поля  $B_0$ . Подобные токовые реализации демонстрируют пространственно-временное поведение ВК и, следовательно, их анализ позволяет выявить и изучить сложную динамику электронного потока и характеристики возможного излучения релятивистского виркатора при различных параметрах системы. Спектр, соответствующий докритическому режиму, когда ток пучка меньше критического тока  $I_{cr}(B_0)$  для заданного магнитного поля, является маломощным и шумоподобным. Заметим, что критический ток зависит от индукции внешнего магнитного поля  $B_0$  [24, 32, 33].

С ростом тока пучка релятивистская виркаторная система переключается в сверхкритический режим, и в спектре токовых осцилляций появляется ярко выраженная спектральная составляющая на частоте  $\omega_{VCO}$  ( $f_{VCO} \approx 21.7$  ГГц для случая, изображенного на рис. 1, *a*) с модуляционными сателлитами, сами же осцилляции тока характеризуются динамикой, близкой к хаотической. Частота основной гармоники определяется значением плазменной частоты возмущенного РЭП,  $\omega_p^d$ :  $\omega_{VCO} \approx \omega_p^d$ . Значение  $\omega_p^d$  (возмущенной плазменной частоты) пропорционально коэффициенту редукции плазменной частоты [31, 34] и плотности пространственного заряда в области ВК, которая определяется процессами фокусировки/дефокусировки электронного потока при его распространении в системе. Предположим, что коэффициент пропорциональности  $k$  связывает частоту невозмущенного и возмущенного электронных потоков:  $\omega_p^d = k\omega_p^0$ . Данный коэффициент учитывает как процессы фокусировки/дефокусировки электронного потока, так и эффект редукции плазменной частоты и равен 0.8 для случая, изображенного на рис. 1, *a*.

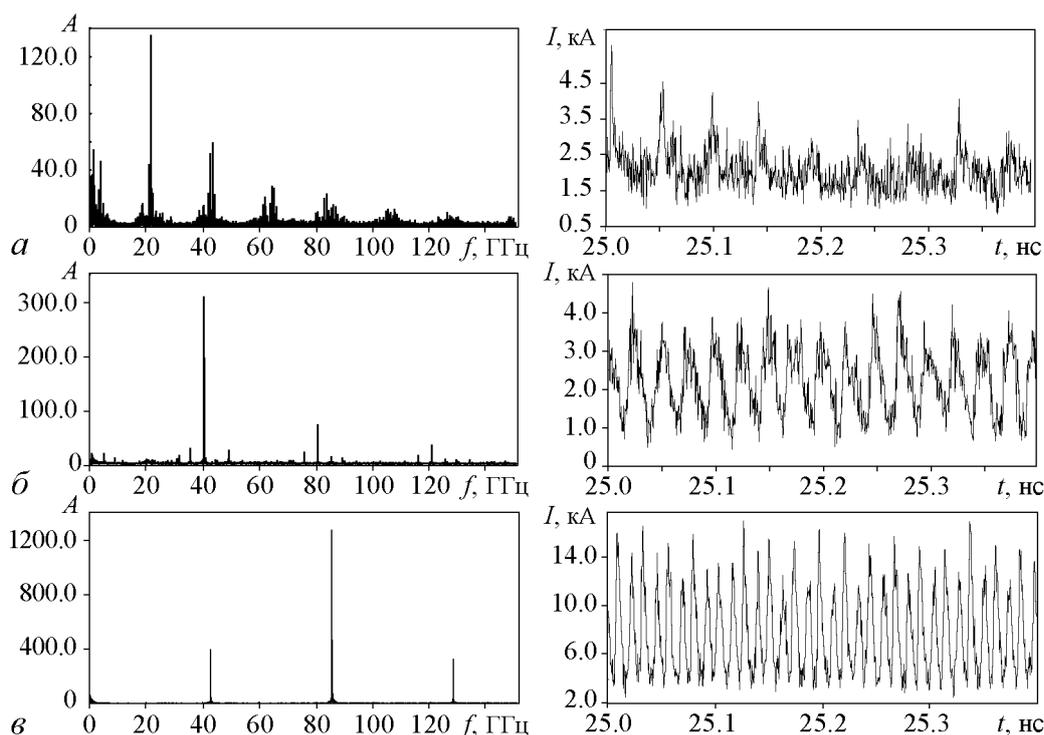


Рис. 1. Спектры и фрагменты токовых осцилляций, соответствующие характерным режимам работы исследуемой модели виркатора: *a* – сверхкритический режим, когда ВК колеблется на частоте  $\omega_{VCO} = \omega_p^d$ , и основная гармоника данной частоты (ориентировочно 21.7 ГГц) максимальна ( $I_0 = 16$  кА); *б* – режим виркатора, при котором ВК колеблется на частоте  $\omega_{VCO} = 2\omega_p^d$ , и основная гармоника данной частоты (ориентировочно 40.2 ГГц) максимальна ( $I_0 = 18$  кА); *в* – режим, при котором  $\omega_{VCO} = 2\omega_p^d$ , и вторая гармоника данной частоты (ориентировочно 85.3 ГГц) является максимальной ( $I_0 = 28$  кА). Магнитное поле  $B_0 = 1.2$  Тл

Спектр на рис. 1, *a* также демонстрирует наличие высших гармоник  $n\omega_p^d$  возмущенной плазменной частоты (до  $n = 7$ , где  $n$  – номер гармоники). Кроме того, количество сателлитов  $n$ -й гармоники увеличивается с ростом  $n$ . Это соответствует сложным колебаниям ВК релаксационного типа в системе с основной частотой, равной возмущенной плазменной частоте. Введем нормированный параметр надкритичности по току  $\delta I(B_0) = I_0/I_{cr}(B_0)$ , определяемый отношением тока пучка  $I_0$  к критическому (предельному вакуумному) току  $I_{cr}(B_0)$  [24,35]. Параметр надкритичности  $\delta I(B_0)$  характеризует степень развития осцилляций ВК в электронном потоке и зависит (в случае фиксированного тока пучка  $I_0$ ) от величины индукции магнитного поля  $B_0$ . В ходе исследования было обнаружено, что наблюдаемая динамика ВК на частоте  $\omega_p^d$  характерна для относительно низких значений параметра надкритичности: от  $\delta I(B_0) < 1.1$  для слабых магнитных полей  $B_0 < 0.1$  Тл до  $\delta I(B_0) < 2.5$  при  $B_0 > 0.5$  Тл.

Дальнейшее увеличение параметра надкритичности приводит к последовательному качественному изменению спектра токовых осцилляций в рассматриваемой виркаторной системе. Прежде всего, происходит переключение основной спектральной гармоники с  $\omega_p^d$  на  $2\omega_p^d$  ( $f_{VCO} \approx 40.2$  ГГц), при этом осцилляции тока становятся ближе к периодическим (рис. 1, *б*). Высшие гармоники и модуляционные сателлиты также присутствуют в спектре, причем амплитуды всех гармоник

вырастают по сравнению со случаем меньшей надкритичности по току. Диапазон параметра надкритичности, в котором наблюдается такая динамика системы, изменяется для различных величин внешнего магнитного поля от [1.1, 2.6] – для слабых магнитных полей ( $B_0 < 0.1$  Тл) до [2.5, 2.7] – для более сильных магнитных полей ( $B_0 > 0.5$  Тл). Это показывает, что ВК переключается в режим развитых колебаний, когда параметр  $\delta I(B_0)$  преодолевает определенное пороговое значение. Заметим, что коэффициент  $k$  равен 0.7 для случая, представленного на рис. 1, б, что свидетельствует об уменьшении степени фокусировки электронного потока в области ВК по сравнению со случаем меньшего значения тока (см. рис. 1, а). Коэффициент редукции плазменной частоты остается постоянным при изменении тока пучка, начальной энергии и внешнего магнитного поля, так как он определяется только геометрией системы.

С дальнейшим увеличением параметра надкритичности  $\delta I$  наблюдается тенденция к росту амплитуд высших гармоник (особенно второй гармоники) в спектре токовых осцилляций исследуемой релятивистской виркаторной модели. В частности, на рис. 1, в изображен спектр с максимальной второй гармоникой (частота основной гармоники в данном случае  $\omega_{VCO} = 2\omega_p^d = 43$  ГГц). В данном режиме форма токовых осцилляций также изменяется существенным образом, и на временных реализациях хорошо проявляются резкие пики (ср. фрагменты на рис. 1, б и в). Таким образом, исследуемая модель виркатора характеризуется режимом работы с интенсивными высшими гармониками основной частоты. В данном случае коэффициент  $k$  равен 0.6, то есть степень фокусировки электронного потока в области ВК становится еще меньше при увеличении тока пучка, что является следствием возрастания сил пространственного заряда.

**2.2. Особенности динамики РЭП с ВК.** На рис. 2 изображены зависимости коэффициента  $k$  и частоты основной гармоники  $\omega_{VCO}$  от тока пучка  $I_0$  при фиксированном магнитном поле  $B_0 = 1.2$  Тл. Хорошо видно, что зависимость  $k(I_0)$  демонстрирует монотонное падение с ростом тока, что связано с возрастанием дефокусирующих сил пространственного заряда [36]. Условно данную зависимость можно разделить на три характерных области I, II и III (см. рис. 2) с качественно различными спектрами токовых осцилляций, которые характеризуются различными соотношениями между максимальной спектральной компонентой и возмущенной плазменной частотой  $\omega_p^d$ . Когда ток пучка лежит в первом диапазоне (I:  $10 < I_0 < 18$  кА,  $0.7 < k < 1$ ), максимальной компонентой в спектре является основная гармоника с частотой  $\omega_p^d$ . В третьем диапазоне (III:  $I_0 > 20$  кА,  $k < 0.67$ ) основная гармоника соответствует частоте  $2\omega_p^d$ , причем вторая гармоника данной частоты оказывается максимальной в спектре вследствие

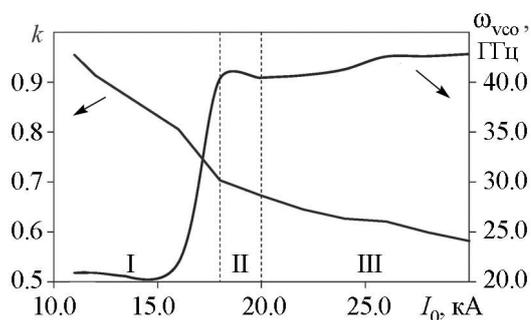


Рис. 2. Зависимости коэффициента  $k$  и частоты основной гармоники  $\omega_{VCO}$  в спектре токовых осцилляций от тока пучка  $I_0$  при фиксированном магнитном поле  $B_0 = 1.2$  Тл. Римские цифры обозначают области с качественно различной динамикой

сильной нелинейности в системе. Наконец, вторая узкая область (II:  $18 < I_0 < 20$  кА,  $0.67 < k < 0.7$ ) – это переходная область, в которой частота основной гармоники равняется  $2\omega_p^d$ , и она оказывается максимальной в спектре. Переключение частоты основной гармоники с  $\omega_p^d$  на  $2\omega_p^d$  демонстрирует зависимость  $\omega_{VCO}(I_0)$  на рис. 2. Также заметим, что до и после данного переключения  $\omega_{VCO}$  изменяется несущественно с ростом  $I_0$ , несмотря на то, что невозмущенная плазменная частота  $\omega_p^0$  пропорциональна току пучка. Это является следствием уменьшения возмущенной плазменной частоты  $\omega_p^d$ , определяющей положение основной гармоники в спектре, с ростом тока  $I_0$  из-за дефокусировки электронного потока.

Было выявлено, что переключение частоты основной гармоники с  $\omega_p^d$  на  $2\omega_p^d$  сопровождается качественным изменением динамики РЭП с ВК. Действительно, когда основная компонента имеет частоту  $\omega_p^d$  (область I), ВК характеризуется сильно неоднородным распределением в азимутальном направлении с одним сосредоточенным, вращающимся с течением времени, минимумом потенциала пространственного заряда (данный минимум соответствует области наиболее интенсивного отражения электронов от ВК). В случае удвоенной частоты основной гармоники (область II) структура ВК демонстрирует другую характерную форму с двумя вращающимися минимумами потенциала в азимутальном направлении. Появление второго минимума потенциала объясняет эффект удвоения основной частоты. Физические механизмы, ответственные за изменение структуры ВК связаны, прежде всего, с особенностями развития азимутальной неустойчивости и возбуждения азимутальных вращательных мод в РЭП [10, 24].

Также было обнаружено, что описываемое переключение частоты основной гармоники в спектре происходит, когда радиус пучка превосходит некоторое пороговое значение  $R_{th}$ , различное для разных магнитных полей. Это означает, что переключение частоты происходит в момент, когда граничные электроны, достигающие порогового радиуса, более не удерживаются фокусирующими силами внешнего магнитного поля. Это соответствует случаю, когда сумма дефокусирующих сил (кулоновских и центробежной) начинает превышать фокусирующую силу магнитного поля на радиусе  $R_{th}$ . Оценим аналитически при фиксированном магнитном поле  $B_0$  значение тока пучка, при котором происходит описанное изменение в балансе сил.

Будем считать внешнее магнитное поле достаточно сильным, что собственными магнитными полями пучка можно пренебречь. Пусть РЭП с током  $I_0$  имеет радиус  $R_b$  в области инжекции, а в области ВК – радиус  $R_{th} = bR_b$ . Пороговое значение  $R_{th}$  и соответствующий  $b > 1$  зависят от величины внешнего магнитного поля и определяются в процессе численного моделирования. Электроны при движении в постоянном магнитном поле между точками с радиусами  $R_b$  и  $R_{th}$  приобретают угловой момент, который пропорционален разности потоков индукции через сечения РЭП в точках с радиусами  $R_b$ ,  $R_{th}$  [31], и определяется соотношением

$$R_{th}^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{\eta B_0}{2\gamma_0} (R_{th}^2 - R_b^2), \quad (1)$$

где  $d\theta/dt$  – азимутальная скорость электронов. Движение электронов РЭП определяется действием центробежной силы  $F_c = \gamma_0 m_e r (d\theta/dt)^2$ , кулоновской силы отталкивания  $F_k = -eE_r$  и силы Лоренца  $F_L = -er(d\theta/dt)B_0$ , где  $e$  и  $m_e$  – заряд и масса электрона, соответственно;  $r$  – радиальная координата электрона;  $E_r$  – ра-

диальная компонента напряженности поля пространственного заряда. Учитывая вышесказанное, соотношение (1) и уравнение траектории электрона в пучке  $d^2r/dt^2 = (2\eta V_0/\gamma_0)d^2r/dz^2$ , можно записать уравнение движения для граничного электрона пучка

$$\frac{d^2r}{dz^2} + \frac{\eta B_0^2}{8V_0\gamma_0} b R_b [1 - b^{-4}] - \frac{I_0 \sqrt{\gamma_0}}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2\eta} V_0^{3/2} b R_b} = 0, \quad (2)$$

где  $V_0$  – ускоряющее напряжение.

Из уравнения (2) следует, что при фиксированном внешнем магнитном поле  $B_0$  существует характерное значение тока пучка  $I_{ch}$ , при котором РЭП сохраняет в системе постоянный радиус  $R_{th}$ . Действительно, если положить  $d^2r/dz^2 = 0$  в уравнении (2), что означает отсутствие ускорения в радиальном направлении, то легко можно получить значение характерного тока  $I_{ch}$  для фиксированной величины внешнего магнитного поля

$$I_{ch} = \frac{\pi\epsilon_0 B_0^2 \eta^{3/2} \sqrt{V_0} R_b^2}{\sqrt{2\gamma_0}} (b^2 - b^{-2}). \quad (3)$$

Когда ток пучка  $I_0$  превышает  $I_{ch}$ , дефокусирующие силы становятся больше, чем фокусирующие и, как следствие, большая часть электронов выходит за пределы порогового радиуса  $R_{th}$ . Таким образом, ток  $I_{ch}$  соответствует току, при котором происходит переключение основной спектральной гармоники с  $\omega_p^d$  на  $2\omega_p^d$ . Действительно, для рассмотренных параметров ( $B_0 = 1.2$  Тл;  $b = 1.47$ ) уравнение (3) дает  $I_{ch} \approx 18.8$  кА, что хорошо соотносится с результатами численного моделирования. В самом деле, значение тока, соответствующее середине переходной области II (см. рис. 2, где частота основной спектральной гармоники переключается с  $\omega_p^d$  на  $2\omega_p^d$ ), приблизительно равняется 19 кА.

**2.3. Характерные режимы работы виркатора.** Для детального анализа режимов работы модели релятивистского виркатора при изменении управляющих параметров системы была получена карта режимов на плоскости  $(I_0, B_0)$ . Рис. 3 демонстрирует три основных режима: докритический (область 1), сверхкритический с максимальной основной (первой) гармоникой в спектре токовых осцилляций (область 2) и сверхкритический с максимальной второй гармоникой основной компоненты (область 3). Основная тенденция здесь следующая: при увеличении тока пучка при любых внешних магнитных полях сначала наблюдается переключение с докритического на сверхкритический режим; затем – рост второй гармоники основной компоненты, что в итоге приводит к ее

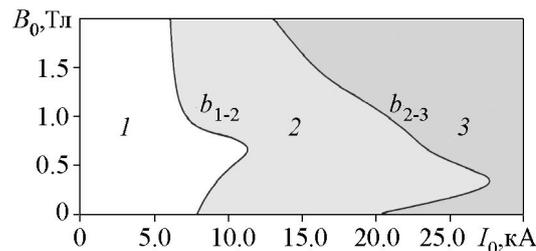


Рис. 3. Характерные режимы работы виркатора на плоскости «ток пучка  $I_0$ –внешнее магнитное поле  $B_0$ ». Область 1 соответствует докритическому режиму, когда ВК в системе не образуется (ток пучка  $I_0 < I_{cr}(B_0)$ ); область 2 соответствует сверхкритическому режиму, когда основная гармоника  $\omega_{VCO}$  максимальна в спектре токовых осцилляций; 3 – область максимального значения второй гармоники основной компоненты  $2\omega_{VCO}$ . Символы  $b_{1-2}$  и  $b_{2-3}$  обозначают границу между режимами (1→2) и (2→3), соответственно

преобладанию в спектре (см. область 3 на рис. 3). В то же время амплитуды высших гармоник с номерами  $n > 2$  также возрастают с ростом тока пучка.

Заметим, что границы между режимами  $b_{1-2}$  и  $b_{2-3}$  имеют схожую форму (см. рис. 3). Кривая  $b_{1-2}$  определяет критический ток пучка  $I_{cr}(B_0)$  в зависимости от величины внешнего магнитного поля. Форма данной кривой и наличие области роста критического тока определяются развитием азимутальной неустойчивости в РЭП (подробно этот эффект обсуждается в работе [24]). Развитие азимутальной неустойчивости приводит к уменьшению плотности пространственного заряда в области ВК и, как следствие, к увеличению критического тока.

Итак, схожие формы обеих границ показывают, что азимутальная неустойчивость также влияет и на условия переключения с режима 2 на режим 3, и данное переключение происходит, когда плотность пространственного заряда в области ВК превосходит некоторое характерное значение. Действительно, когда внешнее магнитное поле относительно мало ( $B_0 < 0.4$  Тл), его рост приводит к уменьшению плотности пространственного заряда в области ВК вследствие развития азимутальной неустойчивости [10, 24], поэтому граница  $b_{2-3}$  демонстрирует увеличение критического тока в данной области значений  $B_0$ . Более сильные внешние магнитные поля ( $B_0 > 0.4$  Тл) приводят к подавлению азимутальной неустойчивости [10, 24] и фокусировке электронного потока, вызывая увеличение плотности пространственного заряда. Как следствие, характерное значение тока пучка монотонно уменьшается вдоль границы  $b_{2-3}$  для  $B_0 > 0.4$  Тл.

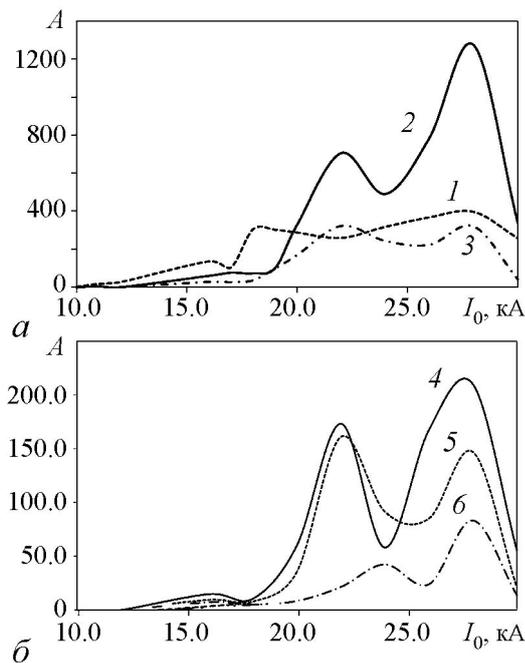


Рис. 4. Зависимость от тока пучка  $I_0$  амплитуд первой (кривая 1), второй (кривая 2), третьей (кривая 3), четвертой (кривая 4), пятой (кривая 5) и шестой (кривая 6) гармоник основной компоненты в спектре токовых осцилляций при фиксированном магнитном поле  $B_0 = 1.2$  Тл

На рис. 4 изображены зависимости амплитуд 1–6-й гармоник основной составляющей в спектре осцилляций тока, отраженного от ВК, в зависимости от тока пучка  $I_0$ . Анализ данных зависимостей позволяет определить условия (токи пучка), при которых большая часть энергии запасена в высших гармониках. Действительно, когда  $I_0 \approx 24$  кА или  $I_0 \approx 28$  кА, все шесть гармоник (за исключением шестой гармоники при  $I_0 \approx 24$  кА) демонстрируют ярко выраженные локальные максимумы при данном магнитном поле, причем вторая гармоника сильно превосходит остальные компоненты при этих значениях тока пучка. Заметим, что практически при всех значениях тока пучка, соответствующих развитому режиму работы виркатора ( $I_0 > 20$  кА), вторая гармоника оказывается максимальной (исключение составляет слабонадкритический режим ( $I_0 < 20$  кА), где максимальной является основная гармоника).

## Заключение

Таким образом, с помощью трехмерного численного моделирования было показано, что с ростом тока пучка исследуемая модель виркатора демонстрирует тенденцию к существенному росту амплитуд высших гармоник в спектре СВЧ-колебаний. Полученные результаты позволяют рассматривать генераторы на виртуальном катоде, как перспективные высокоомощные источники ТГц излучения.

*Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для молодых российских ученых-кандидатов наук (МК-5426.2015.2) и гранта РФФИ (№ 15-52-04018).*

## Библиографический список

1. *Sullivan D.J., Walsh J.E., and Coutsias E.A.* Virtual cathode oscillator (vircator) theory // High Power Microwave Sources. 1987. Vol. 13.
2. *Gold S.H. and Nusinovich G.S.* // Review of Scientific Instruments. 1997. Vol. 68. P. 3945.
3. *Benford J., Swegle J.A., and Schamiloğlu E.* High Power Microwaves. CRC Press, Taylor and Francis, 2007.
4. *Mahaffey R.A., Sprangle P.A., Golden J., and Kapetanakis C.A.* // Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 39. P. 843.
5. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., and Kurkin S.A.* // Phys. Lett. A. 2010. Vol. 374. P. 3057.
6. *Dubinov A.E. and Selemir V.D., Commun J.* // Technology & Electron. 2002. Vol. 47. P. 575.
7. *Dubinov A.E., Kornilova Yu.I., and Selemir V.D.* // Physics-Uspokhi. 2002. Vol. 45. P. 1109.
8. *Biswas D.* // Physics of Plasmas. 2009. Vol. 16. 063104.
9. *Filatov R.A., Hramov A.E., Bliokh Y.P., Koronovskii A.A., and Felsteiner J.* // Physics of Plasmas. 2009. Vol. 16. 033106.
10. *Kurkin S.A., Hramov A.E., and Koronovskii A.A.* // APL. 2013. Vol. 103.
11. *Burkhart S.C., Scarpetty R.D., and Lundberg R.L.* // J. Appl. Phys. 1985. Vol. 58. P. 28.
12. *Hoeberling R.F. and Fazio M.V.* // IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility. 1992. Vol. 34. P. 252.
13. *Hramov A.E., Koronovsky A.A., Kurkin S.A., and Rempen I.S.* // Int. J. of Electronics. 2011. Vol. 98. P. 1549.
14. *Clements K.R., Curry R.D., Druce R., Carter W., Kovac M., Benford J., and McDonald K.* // IEEE Trans. on Dielect. and El. Insul. 2013. Vol. 20. P. 1085.
15. *Dubinov A.E., Efimova I.A., Mikheev K.E., Selemir V.D., and Tarakanov V.P.* // Plasma Physics Reports. 2004. Vol. 30. P. 496.
16. *Singh G. and Shashank C.* // Physics of Plasmas. 2011. Vol. 18. 063104.
17. *Verma R., Shukla R., Sharma S.K., Banerjee P., Das R., Deb P., Prabakaran T., Das B., Mishra E., Adhikary B., Sagar K., Meena M., and Shyam A.* // IEEE Trans. Electron Devices. 2014. Vol. 61. P. 141.

18. *Booske J.H.* // Physics of Plasmas. 2008. Vol. 15. 055502.
19. *Siegel P.H.* // IEEE Trans. Microwave Theory Techniques. 2002. Vol. 50. P. 910.
20. *Kawase K., Ogawa Y., Watanabe Y., and Inoue H.* // Optics Express. 2003. Vol. 11. P. 2549.
21. *Ferguson B. and Zhang X.C.* // Nature Materials. 2002. Vol. 1. P. 26.
22. *Mann C.M.* Terahertz Sources and Systems. Kluwer, Dordrecht, 2001.
23. *Zhanfeng Yang, Guozhi Liu, Hao Shao, Jun Sun, Yuchuan Zhang, Hu Ye, and Meng Yang* // IEEE Trans. Plasma Science. 2013. Vol. 41. P. 3604.
24. *Hramov A.E., Kurkin S.A., Koronovskii A.A., and Filatova A.E.* // Physics of Plasmas. 2012. Vol. 19. 112101.
25. *Saito T., Yamada N., and Ikeuti S.* // Physics of Plasmas. 2012. Vol. 19. 063106.
26. *Hornstein M.K., Bajaj V.S., Griffin R.G., Kreischer K.E., Mastovsky I., Shapiro M.A., Sirigiri J.R., and Temkin R.J.* // IEEE Trans. Electron Devices. 2005. Vol. 52. P. 798.
27. *Bratman V.L., Fedotov A.E., Kalynov Y.K., Manuilov V.N., Ofitserov M.M., Samsonov S.V., and Saviolov A.V.* // IEEE Trans. Plasma Science. 1999. Vol. 27. P. 456.
28. *Notake T., Saito T., Tatematsu Y., Fujii A., Osagawara S., La Agusu, Ogawa I., Idehara T., and Manuilov V.N.* // PRL. 2009. Vol. 103. 225002.
29. *Vyalykh D.V., Dubinov A.E., Zhdanov V.S., L'vov I.L., Sadovoi S.A., and Selemir V.D.* // Technical Physics Letters. 2013. Vol. 39. P. 217.
30. *Brandt H.E.* // IEEE Trans. Plasma Science. 1985. Vol. 13. P. 513.
31. *Tsimring Shulim E.* // Electron beams and microwave vacuum electronics. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2007.
32. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Morozov M.Yu., and Mushtakov A.V.* // Phys. Lett. A. 2008. Vol. 372. P. 876.
33. *Kurkin S.A. and Hramov A.E.* // Technical Physics Letters. 2009. Vol. 35. P. 23.
34. *Lawson J.D.* The Physics of Charged-Particle Beams: Monographs on Physics. Oxford: University Press, 1977.
35. *Granatstein V.L. and Alexeeff I.* High Power Microwave Sources. Artech House Microwave Library, 1987.
36. *Kurkin S.A., Koronovskii A.A., and Hramov A.E.* // Technical Physics Letters. 2011. Vol. 37. P. 356.

*Поступила в редакцию 6.04.2015*

## **HIGHER HARMONICS GENERATION IN A RELATIVISTIC ELECTRON BEAM WITH VIRTUAL CATHODE**

*Semen A. Kurkin<sup>1,2</sup>, Artem A. Badarin<sup>1,2</sup>, Alexey A. Koronovskii<sup>1,2</sup>,  
Aleksey O. Rak<sup>3</sup>, Alexander E. Hramov<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Saratov State University

<sup>2</sup>Saratov State Technical University

<sup>3</sup>Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

The study of the microwave generation regimes with intense higher harmonics taking place in a high-power vircator consisting of a relativistic electron beam with a

*С.А. Куркин, А.А. Бадарин, А.А. Короновский, А.О. Рак, А.Е. Храмов  
Изв. вузов «ПНД», т. 23, № 1, 2015*

virtual cathode has been made. The characteristics of these regimes, in particular, the typical spectra and their variations with the change of the system parameters (beam current, the induction of external magnetic field) as well as physical processes occurring in the system have been analyzed by means of 3D electromagnetic simulation. It has been shown that the system under study demonstrates the tendency to the sufficient growth of the amplitudes of higher harmonics in the spectrum of current oscillations in the VC region with the increase of beam current. The obtained results allow us to consider virtual cathode oscillators as promising high power mmw-to-THz sources.

*Keywords:* High-power microwave electronics, vircator, virtual cathode, relativistic electron beam, higher harmonics, THz radiation, electron structures, instabilities of electron beam, plasma frequency.

*Куркин Семён Андреевич* родился в Саратове (1986). Окончил с отличием факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского по специальности «радиофизика и электроника» (2008), кандидат физико-математических наук (2011), доцент кафедры физики открытых систем СГУ. Автор ряда статей в центральных реферируемых журналах, участник Всероссийских и Международных конференций. Область научных интересов – исследование электронно-волновых систем с интенсивными пучками заряженных частиц, изучение нелинейной динамики релятивистских электронных потоков, а также генераторов, основанных на колебаниях виртуального катода (виркаторов).



410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
410054 Саратов, ул. Политехническая, 77  
Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина  
E-mail: KurkinSA@gmail.com

*Бадарин Артем Александрович* – студент 4 курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского. Область научных интересов – применение методов численного моделирования и анализа для исследования процессов, происходящих в интенсивных электронных потоках.



410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
410054 Саратов, ул. Политехническая, 77  
Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина  
E-mail: badarin.a.a@mail.ru

*Короновский Алексей Александрович* родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995), доктор физико-математических наук (2007), начальник управления научной деятельности СГУ, профессор кафедры физики открытых систем СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой деятельности, в том числе, нелинейная динамика социально-экономических процессов. Автор ряда статей в центральной печати, а также монографий (в соавторстве).



410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
410054 Саратов, ул. Политехническая, 77  
Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина  
E-mail: alexey.koronovskii@gmail.com



*Рак Алексей Олегович* родился в Минске (1984). Окончил с отличием факультет телекоммуникаций Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники по специальности «Сети телекоммуникаций» (2008), кандидат физико-математических наук (2013), доцент кафедры проектирования информационно-компьютерных систем БГУИР. Область научных интересов – исследование сверхмощных релятивистских черенковских СВЧ-генераторов, а также генераторов, основанных на колебаниях виртуального катода (виркаторов).

220013 Минск, ул. П. Бровки, 6

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

E-mail: Rak@bsuir.by



*Храмов Александр Евгеньевич* окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата (1999) и доктора (2006) физ.-мат. наук. Профессор кафедры электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов – радиофизика в той ее части, которая связана со взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями, нелинейная динамика распределенных активных сред, методы анализа и моделирования динамических систем. Автор ряда статей в центральной печати, а также монографий (в соавторстве).

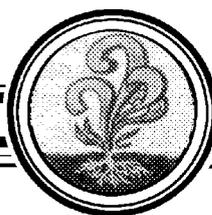
410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

410054 Саратов, ул. Политехническая, 77

Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина

E-mail: hramovae@gmail.com



## СУБМИЛЛИМЕТРОВЫЙ МАГНЕТРОН С УДЛИНЕННЫМ АНОДОМ: ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ\*

В. Д. Ерёмка<sup>1</sup>, О. П. Кулагин<sup>1</sup>, Ю. И. Ким<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины

<sup>2</sup>Korea Electrotechnology Research Institute

С применением аналитической модели, учитывающей нелинейную динамику движения электронов, проведена оценка оптимальных параметров субмиллиметрового генератора М-типа для генерирования электромагнитного излучения на частоте около 0.33 ТГц при анодном напряжении 13 кВ и магнитном поле 0.7 Тл. Определена геометрия пространства колебательной системы магнетрона, в котором обеспечивается эффективное взаимодействие электронов с высокочастотным полем (+1)-й пространственной гармоники электромагнитных колебаний  $\pi$ -вида в режиме дрейфово-орбитального резонанса.

С помощью вычислительного эксперимента на основе трехмерной модели, осуществлено тестирование геометрии колебательного контура магнетрона и подтверждена работоспособность предложенной системы на заданной частоте, а также указаны направления её оптимизации. Показана возможность создания магнетрона субмиллиметрового диапазона с холодным катодом, со сравнительно невысокими рабочими напряжением, магнитным полем при увеличенном сроке службы.

*Ключевые слова:* Субмиллиметровый диапазон волн, колебательный контур магнетрона с удлинённым анодом, дрейфово-орбитальный резонанс, нелинейная аналитическая модель, трёхмерная численная модель.

### Введение

Среди источников электромагнитного излучения терагерцового диапазона генераторы М-типа выделяются величиной отношения уровня мощности выходного сигнала и КПД к единице массы. При этом реализация конструкций традиционных («классических») М-приборов, функционирующих в существенно закритической области (вдали от Халловской параболы), достигла своего технологического предела

\*Статья написана по материалам доклада, прочитанного на 24-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», Севастополь, Россия, 7–13 сентября 2014.

на частоте 0.1 ТГц. В середине 1950-х годов в ИРЭ им. А.Я. Усикова НАН Украины (ИРЭ НАНУ, Харьков) предложены, исследованы и разработаны магнетроны с «харьковским режимом работы» на пространственных гармониках, конструкции которых созданы и без особых технологических затруднений реализованы в субтерагерцовом (суб-ТГц) диапазоне [1]. Рабочие точки таких магнетронных генераторов находятся вблизи параболы отсечки, то есть в зоне сравнительно невысоких значений рабочих напряжения и магнитного поля [1,2]. Импульсные магнетроны с «харьковским режимом работы» имеют компактную магнитную систему. Конструкция пакетированных с магнитной системой магнетронов суб-ТГц диапазона имеет сравнительно небольшую массу. Трудности укорочения рабочей длины волны суб-ТГц импульсных магнетронов обусловлены несоответствием представлений о физике процессов в пространстве взаимодействия электронов и электромагнитных волн таких генераторов методам решения задачи. Проект, в котором решение задачи о создании многорезонаторного импульсного магнетрона субмиллиметрового диапазона базировалось на применении современных нанотехнологий при изготовлении определяющих элементов и узлов генератора, а также на устоявшихся представлениях о физике процессов в «классических» многорезонаторных магнетронах, завершился созданием миниатюрного магнетрона, но генерирующего электромагнитное излучение в трёхмиллиметровом диапазоне [3].

Осевую длину анодного блока классических магнетронов разработчики выбирают, как правило, незначительно превышающей половину длины волны генерируемых колебаний:  $l_a \leq (0.6 \div 0,8)\lambda$  [4]. Создатели магнетронов миллиметрового диапазона «с харьковским режимом работы» (специалисты из саратовских НИИ и ОКБ, творчески способствовавшие внедрению разработок ИРЭ НАНУ в серийное производство, называют их «магнетронами поверхностной волны») отдали предпочтение осевой длине анодного блока не меньшей рабочей длины волны  $l_a \approx \lambda$ . Это обусловлено тем, что катод магнетрона с коротким эмиттером не обеспечивает получение требуемой величины рабочего тока. В работах [1,2,5] описаны результаты разработки в ИРЭ НАНУ экспериментальных образцов эффективных импульсных магнетронов с удлиненным анодом для создания источников миллиметровых волн с высокой импульсной и средней мощностью. Испытанные в лабораторных условиях экспериментальные образцы магнетронных генераторов имели длину анодных блоков равную сумме длин анодных блоков трех единичных магнетронов с «харьковским режимом работы». При этом каждый из трех анодных блоков имел свою щель связи с волноводом вывода энергии, поступающей в нагрузку. Размер широкой стенки прямоугольного выходного волновода, связывающего с нагрузкой удлиненный анод магнетрона, равен сумме длин трех анодов  $l_a \approx 3\lambda$ . Результаты лабораторных исследований экспериментальных образцов магнетронов с удлиненным анодом свидетельствуют о том, что при прочих равных условиях импульсная мощность их выходного сигнала была примерно в три раза больше мощности экспериментального образца магнетрона с длиной анода  $l_a \approx \lambda$ . Зондовые измерения распределения напряженности ВЧ-поля в выходном волноводе вывода энергии показали, что в нем возбуждается волна типа  $H_{10}$ , обеспечивающая канализацию в нагрузку мощности фазированных колебаний [1,2]. Очевидно, что освоение субмиллиметрового диапазона с помощью импульсных магнетронов «с харьковским режимом работы» потребует существенно увеличенной осевой протяженности пространства взаимодействия, по сравнению с рабочей длиной волны.

Ряд данных, полученных с помощью методов математического и физического моделирования, свидетельствует о правомерности описания физики процессов электронно-волнового взаимодействия в импульсных магнетронах терагерцового диапазона с удлиненным анодом с помощью дрейфово-орбитальной модели [6,7]. Упомянутая модель, учитывающая нелинейную динамику электронного движения, позволяет отказаться от применяющихся до настоящего времени эмпирических соотношений при определении параметров разрабатываемых магнетронов коротковолновых диапазонов и более корректно определять исходные данные для численного моделирования. Использование аналитической модели дрейфово-орбитальных резонансов для разработки новых магнетронных источников электромагнитного излучения терагерцового диапазона способствует созданию устройств с требуемыми характеристиками при существенном сокращении затрат времени и ресурсов.

Цель данной статьи – описать алгоритм нашего подхода к выбору оптимальных параметров колебательной системы многорезонаторного импульсного магнетрона на субмиллиметрового диапазона на основе аналитического учёта нелинейной динамики электронного потока в скрещенных полях в условиях дрейфово-орбитальных резонансов на рабочей частоте и тестирование его перспективности с помощью трёхмерного численного моделирования. Мы стремимся создать предпосылки для продвижения генераторов М-типа в новый, ранее недоступный для них диапазон.

## 1. Аналитическая модель

Имеем следующие требования к параметрам магнетрона: генерирование электромагнитных колебаний на частоте около 0.33 ТГц при рабочем напряжении  $U_a$  до 13 кВ и рабочем магнитном поле  $B$  около 0.7 Тл. Данная величина магнитного поля в зазоре магнита достижима при использовании современных магнитных материалов, при этом обеспечиваются приемлемые вес и габариты генератора пакетированного с постоянным магнитом.

При разработке импульсного магнетрона субмиллиметрового диапазона в качестве исходных условий задается уровень мощности выходного сигнала и повышенный срок службы генератора. Отсюда следует необходимость использования холодного катода, увеличение размеров пространства взаимодействия и уменьшение числа резонаторов анодного блока. Для определения рабочей точки и параметров устройства целесообразен выбор режима электронно-волнового взаимодействия в условиях дрейфово-орбитального резонанса [6]:

$$\omega = p\Omega_1 + n(\Omega_2 - \Omega_1), \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Здесь  $\omega = 2\pi c/\lambda$  – угловая частота колебаний в резонаторе;  $p$  – число вариаций ВЧ-поля по периметру пространства взаимодействия;  $\Omega_{1,2} = \Omega/2 \left( 1 \mp \sqrt{1 - 4C/\Omega^2} \right)$  (где  $\Omega = eB/m$  – циклотронная частота;  $e$ ,  $m$  – заряд и масса электрона;  $B$  – магнитная индукция;  $C = 2eU_a/m(r_2^2 - r_1^2)$ ,  $r_1$  и  $r_2$  – радиусы, соответственно, внутренней и внешней границ пространства взаимодействия).

В общем виде число вариаций ВЧ-поля описывается выражением

$$p = |\gamma + \mu N|, \quad (2)$$

где  $N$  – число резонаторов,  $\mu$  – номер пространственной гармоники,  $\gamma$  – мода колебаний.

Для импульсных магнетронов миллиметрового диапазона с «харьковским режимом работы» характерным является режим работы, обеспечивающий взаимодействие электронного потока с высокочастотным полем волны  $(-1)$ -й пространственной гармоники колебаний  $\pi/2$ -вида. В этом случае из формулы (2) получаем  $p = 3/4 N$ . В последние годы появились экспериментальные данные, подтверждающие эффективность магнетронов миллиметрового диапазона на пространственных гармониках, работающих в режиме взаимодействия электронов с волной  $(+1)$ -й пространственной гармоники электромагнитных колебаний  $\pi$ -вида [8]. В пространстве взаимодействия таких магнетронов число вариаций поля определяется выражением  $p = 3/2 N$ , то есть вариаций в два раза больше, чем при взаимодействии с колебаниями  $\pi/2$ -вида с аналогичным числом резонаторов. В таком случае обеспечивается возможность применения более низких рабочих напряжений. Создание условий для взаимодействия электронов с волной  $(+1)$ -й пространственной гармоники электромагнитных колебаний  $\pi$ -вида в режиме дрейфово-орбитальных резонансов, по нашему мнению, будет перспективным подходом при освоении магнетронами терагерцовой области спектра колебаний.

Предложенная аналитическая модель электронно-волнового взаимодействия в силу своей нелинейности учитывает фактор орбитального движения электронов и позволяет определить оптимальные рабочие статические электрическое и магнитное поля при прочих заданных условиях [2, 5–8]. Зависимость  $U_a(B)$  в решаемой задаче определяется выражением

$$U_a = U_1 \left( \frac{B}{B_1} \right)^2 - \left( \frac{1 - B/B_1}{1 - 2n/p} \right)^2, \quad (3)$$

где  $B_1 = 2 \frac{m \omega}{e p}$ ;  $U_1 = (1 - \sigma^2) \frac{m r_a^2 \omega^2}{e 2p^2}$ ,  $\sigma = r_c/r_a$ ,  $r_c$  и  $r_a$  – радиусы катода и анода, соответственно. Зависимость  $U_a(B)$  имеет вид, представленный на рис. 1.

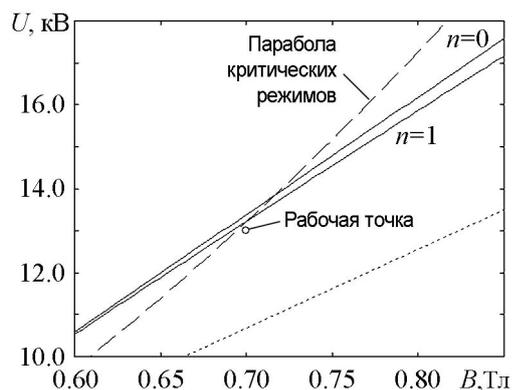


Рис. 1. Результаты аналитического моделирования оптимальных параметров рабочих режимов импульсных магнетронов субмиллиметрового диапазона: пунктирная линия показывает пороговое напряжение для первой гармоники ( $n = 1$ ) дрейфово-орбитального резонанса [6,10], при  $p = 54$

Выражения (1)–(3) позволяют определить число лопаточных резонаторов колебательного контура и геометрические размеры пространства взаимодействия терагерцового магнетрона на дрейфово-орбитальных резонансах.

Известные эмпирические соотношения, которые разработчики магнетронов длинноволновых диапазонов применяют для определения осевой длины их анодных блоков, не применимы в технологии проектирования конструкций магнетронов субмиллиметрового диапазона. При разработке конструкции колебательного контура импульсного магнетрона субмиллиметрового диапазона для работы в режиме дрейфово-орбитальных резонансов, мы

воспользовались результатами экспериментальных исследований и рекомендациями создателя магнетронов с «харьковским режимом работы» на пространственных гармониках – И.Д. Трутня, накопленными им при создании магнетронов миллиметрового диапазона с удлиненным анодом. Мы выбрали осевую длину пространства взаимодействия магнетрона субмиллиметрового диапазона равной нескольким длинам рабочей волны. Данный выбор обусловлен стремлением получить приемлемую для практических применений импульсную мощность выходного сигнала создаваемого магнетрона.

## 2. Численное моделирование

Моделирование терагерцового генератора М-типа с выбранными параметрами проведено с использованием программы CST Microwave Studio – достаточно мощной программы трехмерного моделирования электромагнитных полей. На начальном этапе решения задачи рассматривалась «холодная» колебательная система. Использование стандартного для выбранного диапазона частот волновода WR-2 обусловлено, в первую очередь, удобством при анализе системы. Результаты проведенного численного моделирования колебательной системы магнетрона субмиллиметрового диапазона представлены на рис. 2–3.

На рис. 3 видно, что вдоль оси пространства взаимодействия колебательной системы магнетрона субмиллиметрового диапазона укладывается три полных вариации поля. При этом коэффициент отражения  $S_{11}$  на рабочей частоте превышает –20 дБ, величина добротности колебательной системы превышает значение 700.

Полученные в результате аналитического и численного моделирования параметры импульсного магнетрона субмиллиметрового диапазона, для работы в режиме дрейфово-орбитальных резонансов, представлены в таблице.

Таким образом, результаты моделирования подтверждают возможность возбуждения электромагнитных колебаний в сконструированной системе на рабочей частоте 0.3259 ТГц. Однако канализация в нагрузку высокочастотной энергии из пространства взаимодействия электронов и электромагнитных волн колебательной системы магнетрона с удлиненным анодом с помощью стандартного волновода WR-2 может быть недостаточно эффективной. В связи с этим, для достижения оптимальных КПД и мощности выходного сигнала субмиллиметрового генератора М-типа целесообразно провести разработку оптимизированного волноводного вывода энергии на основе сверхразмерного волновода.

Таблица

Основные параметры магнетрона субмиллиметрового диапазона

Диаметр катода $d_c$ , мм	1.0
Диаметр анода, $d_a$ , мм	2.6
Длина катода, $l_c$ , мм	3.6
Рабочее напряж., $U_a$ , кВ	13
Рабоч. магн. поле, $B$ , Тл	0.7
Число резонаторов, $N$	36
Число вариаций поля, $p$	54 (36+18)
Тип волновода	WR-2
Размеры трансформатора	0.508x0.15

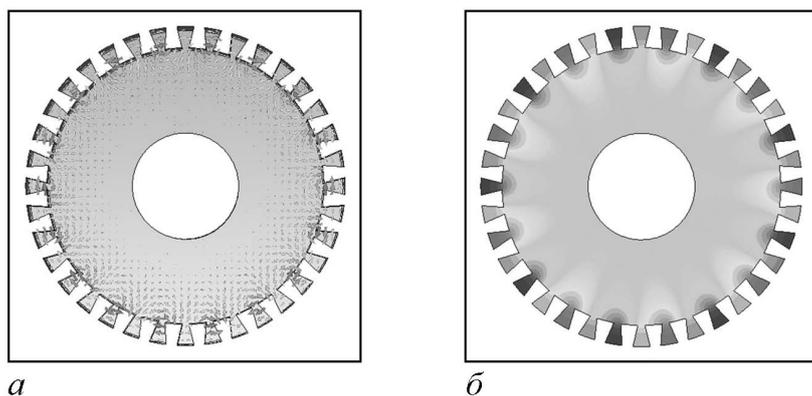


Рис. 2. Распределение в поперечном сечении пространства взаимодействия субмиллиметрового магнетрона высокочастотных электрического (а) и магнитного полей (б) при рабочей частоте 0.3259 ТГц и ненагруженной добротности  $Q_0 = 782$

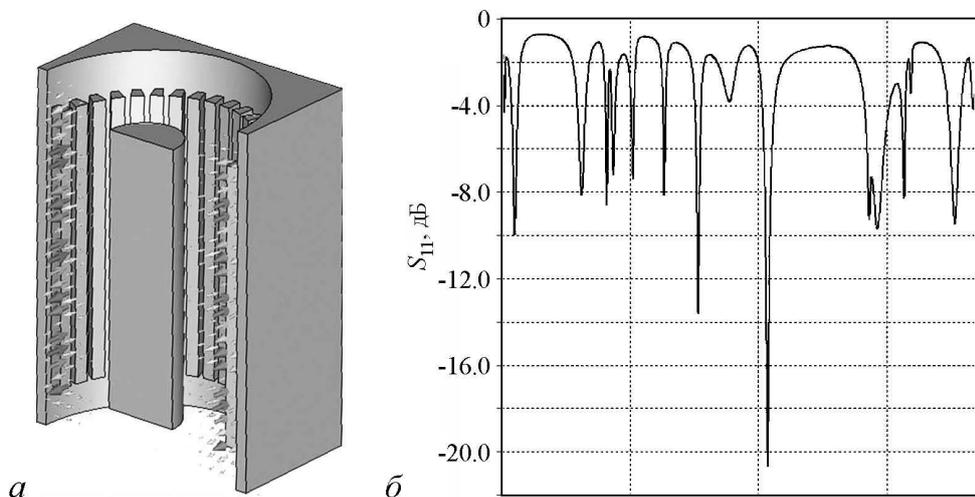


Рис. 3. а – распределение высокочастотного электрического поля в системе (результаты численного моделирования); б – коэффициент отражения  $S_{11}$  (результаты численного моделирования)

### Заключение

Применение аналитической модели электронно-волнового взаимодействия в режиме дрейфово-орбитальных резонансов, учитывающей нелинейную динамику движения электронов, позволяет выбрать геометрию колебательного контура и пространства взаимодействия генераторного магнетрона субмиллиметрового диапазона при заданных приемлемых параметрах рабочего магнитного поля и анодного напряжения. Численное 3D моделирование позволяет протестировать разработанную аналитическую модель и подтвердить способность колебательной системы прибора эффективно возбуждаться на заданной длине волны. Для обеспечения оптимальных значений КПД и мощности выходного сигнала импульсного магнетрона субмиллиметрового диапазона с удлиненным пространством взаимодействия необходимо провести оптимизацию конструкции сверхразмерного волновода вывода высокочастотной энергии из колебательного контура в нагрузку.

## Библиографический список

1. Электроника и радиопизика миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн / Под ред. А. Я. Усикова. Киев: Наукова думка, 1986. 386 с.
2. Ерёмка В.Д., Кулагин О.П., Науменко В.Д. Разработка и исследование магнетронов в Институте радиопизики и электроники им. А.Я. Усикова и Радиоастрономическом институте НАН Украины // Радиопизика и электроника: Сб. научн. тр. НАН Украины. Харьков: ИРЭ им. А.Я.Усикова. 2004. Т.9, спец. выпуск. С. 42.
3. *Velazco Jose E.* Miniature sub-millimeter wave magnetron oscillator // Final Report № МТІ 09-1-003, Microwave Technologies Incorporated. Project Number R-51449ELSB2061791. Army Contract № W911NF-06-C-0084. 2008. 15 p.
4. *Лебедев И.В.* Техника и приборы СВЧ. М.: «Высшая школа», 1972. Т. II. 376 с.
5. Ерёмка В.Д., Науменко В.Д. Исследование и разработка магнетронов миллиметрового диапазона в Харькове // Успехи современной радиоэлектроники. 2008, № 4. С. 23.
6. *Kulagin O.P., Yeryomka V.D.* Optimal conditions for drift-orbital resonance in M-type devices // IEEE Trans. on Plasma Science. 2004. Vol. 32, № 3. P. 1181.
7. Ерёмка В.Д., Копоть М.А., Кулагин О.П. Выбор оптимальных параметров низковольтного магнетрона К-диапазона с холодным вторично-эмиссионным катодом // Труды 19-й Международной Крымской конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо'2009). 14–18 сентября 2009. Севастополь: Вебер, 2009. Т. 1. С. 205.
8. *Kim J.-I., Jeon S.-G., Kim G.-J., Kim J., Yeryomka V.D., Kulagin O.P., Tishchenko A.S., and Naumenko V.D.* Investigation of millimeter-wavelength 20-Vane spatial-harmonic magnetron using three-dimensional particle-in-cell simulation // IEEE Trans. on Plasma Science. 2012. Vol. 40, № 8. P. 1966.
9. *Гурко А.А.* Магнетрон на высших пространственных гармониках  $\pi$ -вида колебаний // Радиопизика и радиоастрономия. 2000. Т. 5, № 2. С. 148.
10. Ерёмка В.Д., Кулагин О.П., Ким Ю.И. Терагерцовый генератор М-типа: Геометрия колебательного контура // Труды 24-й Международной Крымской конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо'2014). 7–13 сентября 2014. Севастополь: Вебер, 2014. Т. 1. С. 211.

## References

1. Electronics and Radiophysics of Millimeter and Submillimeter Radiowaves / Ed. A.Ya. Usikov. Kiev: Naukova Dumka, 1986. 386 p. (in Russian).
2. *Yeryomka V.D., Kulagin O.P., Naumenko V.D.* // Radiophysics and Electronics. 2004. Vol. 9, special issue. P. 42 (in Russian).
3. *Velazco Jose E.* // Final Report. № МТІ 09-1-003, Microwave Technologies Inc.

Project Number R-51449ELSB2061791. Army Contract № W911NF-06-C-0084. 2008. 15 p.

4. *Lebedev I.V.* Engineering and Microwave Devices: Vol. II. M.: «Vysshaya shkola», 1972. 376 p. (in Russian).
5. *Yeryomka V.D., Naumenko V.D.* // Progress of Modern Radioelectronics. 2008. № 4. P. 23 (in Russian).
6. *Kulagin O.P., Yeryomka V.D.* // IEEE Trans. on Plasma Science. 2004. Vol. 32, № 3. P.1181.
7. *Yeryomka V.D., Kopot' M.A., Kulagin O.P.* // Proc. 19 Int. Crimea Conf. «Microwave & Telecommunication Technology» (CriMiCo'2009). 14-18 September, 2009. Sevastopol: Weber Publishing Co. 2009. Vol. 1. P. 205.
8. *Kim J.-I., Jeon S.-G., Kim G.-J., Kim J., Yeryomka V.D., Kulagin O.P., Tishchenko A. S., and Naumenko V.D.* // IEEE Trans. on Plasma Science. 2012. Vol. 40, № 8. P.1966.
9. *Gurko A.A.* // Radiophysics and Raduoastronomy. 2000. Vol. 5, № 2. P.148 (in Russian).
10. *Yeryomka V.D., Kulagin O.P., Kim Yu. I.* // Proc. 24-th Int. Crimea Conf. «Microwave & Telecommunication Technology» (CriMiCo'2014). 7-13 September, 2014. Sevastopol: Weber Publishing Co. 2009. Vol.1. P. 211 (in Russian).

*Поступила в редакцию 20.02.2015*

## **SUBMILLIMETER-WAVE MAGNETRON WITH THE ELONGATED ANODE: OPTIMAL PARAMETERS OF OSCILLATORY CIRCUIT**

*V. D. Yeryomka<sup>1</sup>, O. P. Kulagin<sup>1</sup>, Jung-Il Kim<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>A.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the National Academy of Sciences of Ukraine

<sup>2</sup>Korea Electrotechnology Research Institute

The estimation of optimal parameters with the analytical model regarding nonlinear electron motion dynamics is fulfilled for the submillimeter-wave M-type oscillator tor operating on frequency about 0.33 THz with anode voltage 13 кV and magnetic field 0.7 T. Revealing from this model, the magnetron interaction space geometry providing the effective electron interaction with a high-frequency field on (+1) spatial harmonic of  $\pi$ -mode oscillations is proposed for the drift-orbital resonance regime.

Using three-dimensional numerical simulation, the selected oscillation circuit geometry is verified and the system suitability is confirmed on the operation frequency. Also directions of the system optimization are specified. The possibility to design magnetrons with rather low operating anode voltages, magnetic fields and with the increased service life is shown in the terahertz band.

*Keywords:* Submillimeter-wave range, oscillating circuit with an elongated anode magnetron, drift-orbital resonance, non-linear analytical model, three-dimensional numerical model.

*Ерёмка Виктор Данилович* – родился в Донецкой обл. Украины (1938), окончил Киевский политехнический институт (1961). После окончания КПИ работает в Институте радиофизики и электроники имени А.Я. Усикова Национальной Академии Наук Украины (ИРЭ НАНУ). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ХГУ (1974) в области физической электроники. Руководил Лабораторией вакуумной СВЧ электроники и микроэлектроники (1982–1996); Отделом вакуумной электроники (1996–2001). С 2001 года по настоящее время – старший научный сотрудник того же отдела. Соавтор монографий «Электровакуумные приборы диапазона миллиметровых волн» (2007), «Физические основы и радиоэлектронные средства контроля надводной обстановки и судоходства» (2012), «Особенности распространения радиоволн над морской поверхностью» (2013). Опубликовал более 130 научных статей по направлениям физической электроники и радиофизики. Автор 75 изобретений в области электроники СВЧ. Член редколлегии журнала «Техника и приборы СВЧ», член Программного комитета Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо), член Программного комитета Международной зимней школы-семинара по радиофизике и электронике сверхвысоких частот, член Украинского физического общества, Senior Member IEEE.



61085 Украина, Харьков, ул. Академика Проскуры, 12  
Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины  
E-mail: v.yerjomka@gmail.com

*Кулагин Олег Павлович* – родился в Харькове (1969), окончил физико-технический факультет Харьковского политехнического института (1994). После окончания ХПИ работает в Институте радиофизики и электроники имени А.Я. Усикова Национальной Академии Наук Украины (ИРЭ НАНУ), в отделе вакуумной электроники, в настоящее время занимает должность научного сотрудника. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ИРЭ НАНУ (2013) в области физической электроники. Научные интересы – электровакуумные приборы М-типа, нелинейная динамика электронных потоков в скрещенных полях. Опубликовал более 70 статей, патентов и докладов на международных конференциях по указанным выше направлениям.



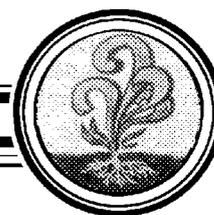
61085 Украина, Харьков, ул. Академика Проскуры, 12  
Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины  
E-mail: kulagin2008@mail.ru

*Юнг-Ил Ким* – получил степень бакалавра на кафедре физики Сеульского университета в Республике Корея (2000), степень магистра (2002) и доктора философии (2006) в школе физики Сеульского Национального университета. После защиты диссертации (2006) работает в Корейском электро-технологическом научно-исследовательском институте в Ансане, адъюнкт-профессор Университета науки и технологии в Тажоне, Республика Корея. Научные интересы включают разработку и создание с применением MEMS-технологии вакуумных электронных приборов миллиметрового и терагерцового диапазонов с холодными катодами, развитие двумерных и трехмерных систем визуализации терагерцового диапазона.



Ansan, 426-170, Korea  
Korea Electrotechnology Research Institute  
E-mail: gjkim@keri.re.kr





## ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОРЯДНОЙ ВСТРЕЧНО-ШТЫРЕВОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ\*

*И. А. Накрап, А. Н. Савин*

Саратовский государственный университет

Представлены результаты экспериментального исследования дисперсионных характеристик и распределения полей основного и высших типов волн многорядных встречно-штыревых замедляющих систем при изменении их размеров. Предложены способы увеличения частотного разделения основного и высших типов, а также рабочей полосы возбуждения основного типа. Исследование вынужденных колебаний многорядной встречно-штыревой системы с экспоненциальными  $H$ -волноводными выводами энергии показало возможность одномодового возбуждения в широкой полосе частот. Приведены результаты экспериментальных исследований сопротивления связи многорядных встречно-штыревых замедляющих систем с использованием реального распределения продольной составляющей напряжённости электрического поля поперечных (основного и высших) типов волн. Проведена оценка конкурентоспособности рабочего и паразитных типов волн многорядных систем при изменении положения поперечного волноводного экрана.

*Ключевые слова:* Многорядная встречно-штыревая замедляющая система, дисперсионная характеристика, интегральное сопротивление связи, распределение электрического поля.

### Введение

Пространственно-развитые волноведущие системы, в частности двумерно-периодические (так называемые фотонные кристаллы), используются для повышения мощности СВЧ-приборов за счёт увеличения эффективности электронно-волнового взаимодействия. К таким системам относятся многорядные периодические структуры, широко применяемые в электровакуумных СВЧ приборах О-типа. Первое применение структуры подобного типа: многорядной встречно-штыревой замедляющей системы было осуществлено при разработке ЛОВ миллиметрового диапазона длин

\*Статья написана по материалам докладов, прочитанных на 24-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», Севастополь, Россия, 7–13 сентября 2014.

волн [1]. В настоящее время многорядные периодические структуры используются в приборах терагерцового диапазона длин волн: в ЛОВ [2] и оротронах [3].

Закономерности распространения волн в двумерно-периодических структурах и их электродинамические характеристики, в том числе, свойства поверхности дисперсии бесконечных двумерно-периодических систем, обусловленные периодичностью структуры и связанные с наличием элементов симметрии, наиболее полно представлены в монографии [4].

Существенным недостатком приборов с двумерно-периодическими системами (с точки зрения устойчивости работы ламп) является возможность возбуждения на паразитных (поперечных) видах колебаний, на которых сдвиг фаз в поперечном направлении отличается от заданного. При выполнении определённых граничных условий (замкнутость системы или ограничение её проводящими плоскостями) число побочных спектральных частот становится конечным и равным числу видов колебаний, отличающихся вариациями поля вдоль поперечного направления системы. Как правило, в качестве рабочего выбирают основной тип – с наименьшим фазовым сдвигом, имеющий наибольшую одномодовую частотную область.

Одной из основных задач при использовании пространственно-развитых систем является разделение поперечных типов колебаний по частоте (разрежение спектра колебаний), а также повышение селективности основного (рабочего) типа [5].

В статье представлены результаты исследования дисперсионных характеристик (ДХ) и сопротивления связи многорядных встречно-штыревых замедляющих систем (ЗС), а также распределения полей на соответствующих видах колебаний в продольном и поперечном направлениях систем. Полевые характеристики исследовались как в режиме собственных колебаний, так и вынужденных. Последние возбуждались в ЗС конечной длины с волноводными выводами энергии. Значительное внимание было уделено экспериментальному исследованию дисперсионных характеристик, а также поперечных распределений электрических полей основного и высших типов волн многорядной встречно-штыревой ЗС с произвольным положением поперечных ограничивающих плоскостей.

## 1. Постановка эксперимента. Описание макетов

Расчёт полей многорядных ЗС со сложными граничными условиями представляет довольно трудоёмкую задачу. Поэтому при исследовании полевых характеристик подобных систем, в частности, сопротивления связи ( $R_{св}$ ), используют в основном экспериментальные методы.

В СВЧ приборах используются отрезки двумерно-периодических систем с конечным числом периодов. При этом в таких системах (в отличие от бесконечных систем) необходим учёт условий на их границах в обоих направлениях. В реальной структуре (тем более, многомодовой и многоступенчатой) потери, нарушения симметрии и неоднородности приводят к усилению влияния высших типов на основное колебание (распределение полей, эффективность возбуждения). Эти особенности должны быть учтены при выборе методов исследования.

Экспериментальные ДХ и распределение полей моделей ЗС десятисантиметрового диапазона измерялись методом малых резонансных возмущений [4, 6] с опре-

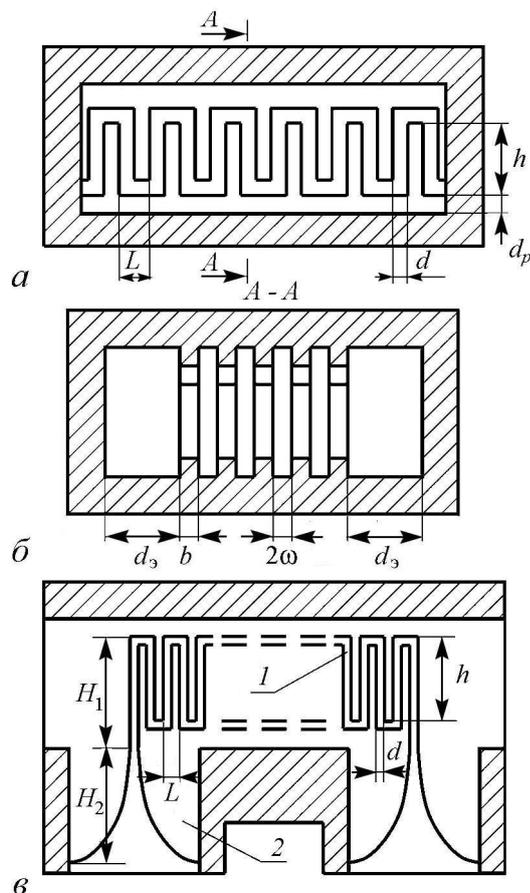


Рис. 1. Продольный (а) и поперечный (б) разрезы многорядной встречно-штыревой ЗС, замкнутой по плоскостям продольной симметрии; продольный разрез (в) ЗС с выводами энергии

ствами: плавными переходами (например, экспоненциальный многогребенчатый  $H$ -волновод) на стандартный прямоугольный волновод (рис. 1, в).

В реальных приборах с целью улучшения согласования с выводами энергии многорядную ЗС располагают в волноводе соответствующего диапазона длин волн. В данном случае волновод имел следующие поперечные размеры:  $86.7 \times 16.7$  мм. При этом ограничивающие стенки смещаются значительно от плоскостей симметрии, что приводит к существенному изменению распределения полей основного и высших типов нормальных волн.

## 2. Дисперсионные характеристики ЗС. Вынужденные и собственные колебания

Дисперсионные характеристики основного и высших типов волн исследуемой ЗС, отличающихся распределением поля в поперечном направлении, измерялись резонансным методом с определением продольного и поперечного фазовых сдвигов из соответствующих распределений электрического поля. Характеристики исследо-

делением номера вида колебаний по продольному распределению электрического поля. Измерение  $R_{св}$  проводилось модифицированным методом «бисерного зонда» [7] с учетом распределения поля в зазоре ячейки и влияния высших пространственных гармоник. Погрешность определения ДХ не превышала 0.02%,  $R_{св}$  – 10%. При чем в исследуемых многомодовых периодических системах при возможности возбуждения на одной частоте нескольких типов колебаний продольные фазовые сдвиги определялись также методом спектрального анализа распределения квадрата напряжённости электрического поля на оси системы.

Исследуемые модели многорядных встречно-штыревых ЗС, предложенные в различных патентах авторов [1] для использования в ЛОВ миллиметрового диапазона длин волн, представлены на рис. 1. Продольный и поперечный разрезы многорядной встречно-штыревой ЗС, замкнутой по плоскостям продольной симметрии, даны на рис. 1, а, б. Вынужденные колебания многорядной системы 1 исследовались с различными волноводными устрой-

вались при варьировании расстояния между рядами –  $2\omega$ , толщины пластин –  $b$  и расстояния от плоскости штырей до поперечной стенки –  $d_3$ .

Установлено, что при уменьшении толщины пластин ДХ всех типов волн смещаются в коротковолновую сторону при меньшем смещении основного типа. К большему смещению ДХ приводит изменение расстояния между рядами. С уменьшением  $2\omega$  дисперсия основного типа сдвигается незначительно в длинноволновую сторону, а дисперсия высших типов сдвигается в коротковолновую сторону и в значительно большей степени. При этом частотное разделение типов волн увеличивается с ростом продольного фазового сдвига.

Наибольшее влияние на частотное положение поперечных типов оказывает расстояние до экрана  $d_3$  и особенно смещение поперечной стенки в плоскость поперечной симметрии.

ДХ типов волн для составляющей с косинусным распределением потенциала по длине штырей ЗС с числом рядов  $N_r = 3$  и различным расстоянием до поперечного экрана приведены на рис. 2 в координатах  $(c/v_\phi, \lambda)$ .

При уменьшении величины  $d_3$  ДХ основного и высших типов смещаются в коротковолновую сторону. Величина смещения дисперсии высших типов значительно превышает смещение основного для систем с нечётным числом рядов  $N_r = 3, 5$ . При чётном числе рядов частотное смещение основного и высших типов при уменьшении  $d_3$  практически одинаково.

Вынужденные колебания многорядной системы 1 исследовались при условии возбуждения через входное согласующее устройство 2 (экспоненциальный многогребенчатый  $H$ -волновод) и короткозамыкающей нагрузке выходного (рис. 1, в).

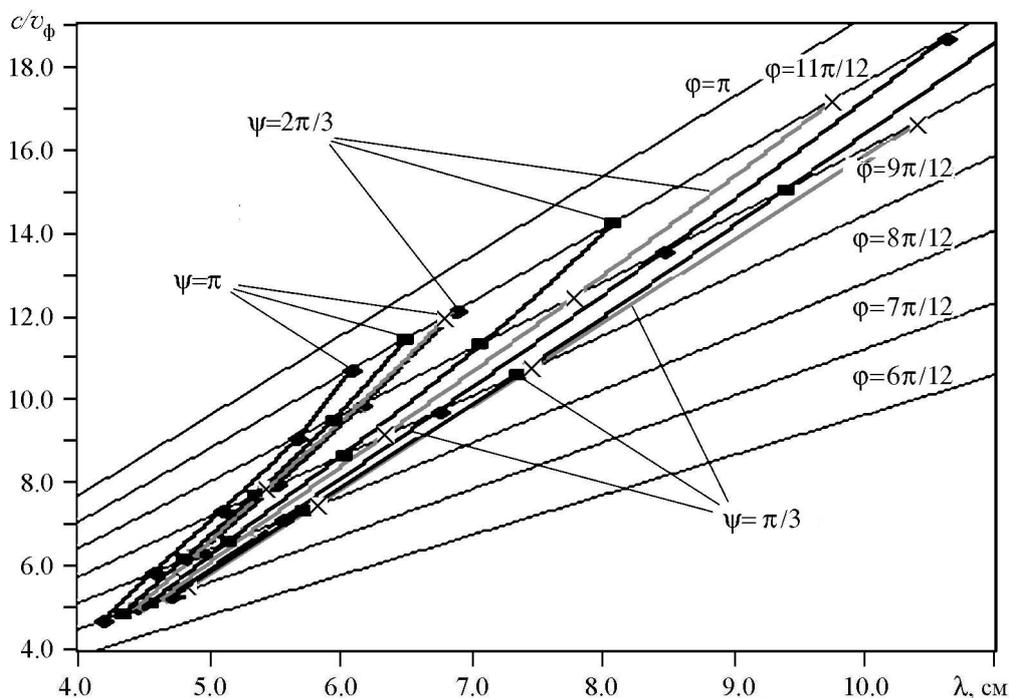


Рис. 2. Дисперсионные характеристики трёхрядной встречно-штыревой ЗС:  $h = 8.4$  мм,  $2\omega = 2.6$  мм,  $b = 1.3$  мм,  $\blacklozenge$  –  $d_3 = 1.3$  мм,  $\blacksquare$  –  $d_3 = 2.6$  мм,  $\times$  –  $d_3 = 12.5$  мм

При возможности возбуждения на одной частоте нескольких поперечных типов колебаний, продольные фазовые сдвиги определялись с помощью спектрального анализа квадрата напряжённости электрического поля на оси системы. Спектр типов колебаний в пятирядной встречно-штыревой ЗС с выводами энергии и значения продольного фазового сдвига, определенные методом спектрального анализа –  $\varphi_{\text{спектр}}$  и резонансным методом в короткозамкнутом макете с таким же числом периодов –  $\varphi_{\text{рез}}$  приведены в Таблице. Распределения полей на некоторых частотах приведены на рис. 3.

Таблица

Спектр типов колебаний  
в пятирядной встречно-штыревой ЗС с выводами энергии

Частота возбуждения $f_0$ , МГц	Тип волны	Продольный фазовый сдвиг на период ЗС $\varphi$ , рад	
		$\varphi_{\text{спектр}}/\pi$	$\varphi_{\text{рез}}/\pi$
2052	$H_{20}$	$0.930\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} = f_{\text{собст}}$ )	$0.923\pi$
2158	$H_{10}$	$0.871\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} \neq f_{\text{собст}}$ )	
2617	$H_{10}$	$0.833\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} \neq f_{\text{собст}}$ )	
2902	$H_{10}$	$0.813\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} = f_{\text{собст}}$ )	$0.808\pi$
2967	$H_{30}$	$0.950\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} = f_{\text{собст}}$ )	$0.960\pi$
3162	$H_{10}$	$0.795\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} \neq f_{\text{собст}}$ )	
3162	$H_{20}$	$0.834\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} = f_{\text{собст}}$ )	$0.840\pi$
3459	$H_{10}$	$0.777\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} = f_{\text{собст}}$ )	$0.770\pi$
3680	$H_{30}$	$0.853\pi$ ( $f_{\text{вынужд}} = f_{\text{собст}}$ )	$0.846\pi$

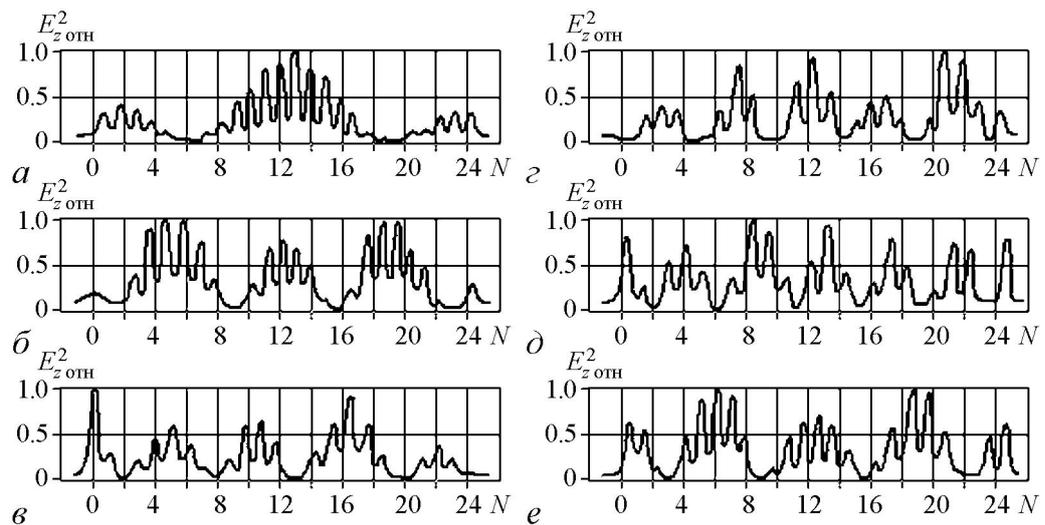


Рис. 3. Продольное распределение квадрата электрического поля в пятирядной встречно-штыревой ЗС с выводами энергии при  $L = 2.6$  мм,  $h = 9.3$  мм,  $2\omega = 3$  мм,  $b = 1$  мм для различных частот  $f_0$ , МГц: а – 2052, б – 2158, в – 2617, г – 3162, д – 3460, е – 3680

Анализ ДХ поперечных типов колебаний короткозамкнутого макета ЗС ( $N = 26$ ) и данных спектрального анализа распределения полей ЗС с выводами энергии позволяют сделать следующие выводы:

- при равенстве частоты возбуждения частоте собственного колебания ЗС всегда возбуждается вид, характеризующийся фазовым сдвигом и формой собственного колебания<sup>1</sup> соответствующего типа волны ЗС с согласующими устройствами в виде экспоненциальных  $H$ -волноводов; продольное распределение поля имеет периодический характер в соответствии с распределением поля собственных колебаний (рис. 3, *a, d, e*);
- вынужденные колебания на частоте, не равной собственной, имеют, как правило, дисперсию, соответствующую основному типу; при этом, если частота возбуждения совпадает с частотой собственного колебания высшего типа, то вынужденные колебания приобретают форму пространственных биений ортогональных типов ЗС (основного и соответствующего высшего) (см. рис. 3, *z*);
- продольные распределения поля ЗС с выводами энергии на частотах возбуждения, равных собственным частотам колебаний, с достаточной точностью соответствуют распределениям поля собственных колебаний разомкнутой системы (см. рис. 3, *a, d, e*), а виды с частотой, не равной собственной, имеют распределения поля, соответствующие короткозамкнутой системе (рис. 3, *б*).

Таким образом, в исследуемой системе так же, как в работе [10], установлено существование вынужденных и собственных волн в основной полосе пропускания при внешнем воздействии в начальной ячейке многорядной ЗС.

### 3. Сопротивление связи многорядной замедляющей системы. Поперечное распределение поля

В случае одномерно-периодических ЗС достаточно определить  $R_{св}$  в некоторой точке поперечного сечения пространства взаимодействия. В двумерно-периодических ЗС необходимо использовать интегральное сопротивление связи ( $\bar{R}_{св}$ ), которое может быть определено по известному в точке значению  $R_{св}$  с использованием закона распределения поля в поперечной плоскости.

Поперечное распределение полей многорядных встречно-штыревых ЗС с ограничивающими стенками в плоскостях поперечной симметрии рассчитывается по известным формулам [4]. Однако смещение ограничивающих стенок из плоскостей симметрии значительно усложняет расчёт полей в данных ЗС.

Рассмотрим многорядную штыревую ЗС (рис. 4) с прямоугольными элементарными ячейками, ограниченную в поперечном направлении (ось  $x$ ) идеально проводящими стенками, смещёнными от зеркальной плоскости симметрии бесконечной многорядной структуры ( $d_3 > \omega$ ).

<sup>1</sup>Нормальная (собственная) волна характеризуется постоянной фазовой скоростью и неизменностью формы распределения амплитуды волны (по её фронту) в ячейке [8]. При вынужденном процессе, порожденном внешним воздействием на участке волноведущей системы, нормальная волна возникнет только при совпадении формы внешней силы с одной из форм собственных колебаний ячейки, то есть на собственных частотах системы [9].

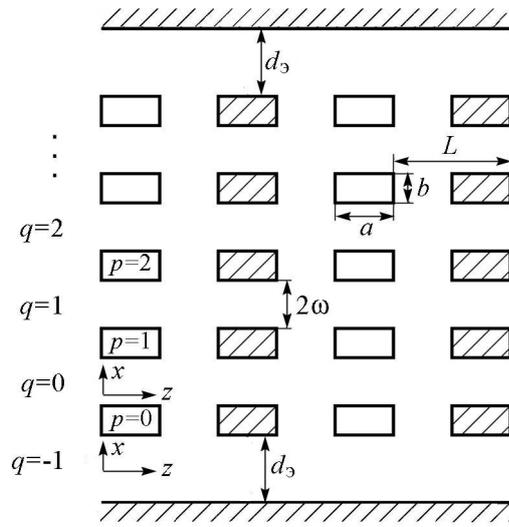


Рис. 4. Поперечное сечение пятирядной встречно-штыревой ЗС

Амплитуды  $A_q$  и  $B_q$  определяются из граничных условий на штырях. Полагаем, что распределение потенциала на штырях  $U_p$  также подчиняется синусоидальному закону (как и в случае ограничения системы по плоскостям симметрии), но с некоторым фазовым сдвигом  $\psi$  отличным на величину  $\delta$  от  $\psi_0 = (\pi m)/N_r$ ,  $1 \leq m \leq N_r$  ( $\psi_0$  – поперечный фазовый сдвиг для одноступенчатой системы, ограниченной по плоскостям симметрии).

Тогда для распределения потенциала на штырях получаем

$$U_p(x) = U_0 \sin(\psi p + \theta), \quad (2)$$

где  $p = 0, 1, \dots, (N_r - 1)$  – номер штыря;  $N_r$  – число рядов в системе;  $\psi = \psi_0 - \delta$ ;  $\theta = (\pi m - \psi(N_r - 1))/2$ ;  $m$  – номер нормального поперечного типа волны в многорядной системе.

С учётом (2) граничные условия для поля на штырях запишутся в виде:

$$E_{zq}(-\omega) = -A_q \operatorname{sh} \gamma \omega + B_q \operatorname{ch} \gamma \omega = E_0 \sin \left[ \frac{\pi m}{2} + \psi \left( q - \frac{N_r - 1}{2} \right) \right],$$

$$E_{zq}(\omega) = A_q \operatorname{sh} \gamma \omega + B_q \operatorname{ch} \gamma \omega = E_0 \sin \left[ \frac{\pi m}{2} + \psi \left( q - \frac{N_r - 3}{2} \right) \right]. \quad (3)$$

Используя (3) и (1), получим выражение для продольной составляющей напряжённости электрического поля в некотором  $q$ -ом пространстве взаимодействия  $q = 0, 1, \dots, (N_r - 2)$  между рядами штырей с номерами  $p = q$  и  $p = q + 1$ :

$$E_{zq}(x) = \frac{E_0}{2} \left\{ \frac{\operatorname{sh} \gamma x}{\operatorname{sh} \gamma \omega} \left[ \sin \left[ \frac{\pi m}{2} + \psi \left( q - \frac{N_r - 3}{2} \right) \right] - \sin \left[ \frac{\pi m}{2} + \psi \left( q - \frac{N_r - 1}{2} \right) \right] \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\operatorname{ch} \gamma x}{\operatorname{ch} \gamma \omega} \left[ \sin \left[ \frac{\pi m}{2} + \psi \left( q - \frac{N_r - 3}{2} \right) \right] + \sin \left[ \frac{\pi m}{2} + \psi \left( q - \frac{N_r - 1}{2} \right) \right] \right] \right\}. \quad (4)$$

Введём в центре каждого пространства взаимодействия свою систему координат. Ограничимся случаем, когда многорядную структуру можно рассматривать как многопроводную линию (то есть поле однородно в направлении оси  $y$ ). Тогда продольная составляющая поля  $E_{zq}$  каждой пространственной гармоники в  $q$ -ом пространстве взаимодействия может быть записана в виде [4]:

$$E_{zq}(x) = A_q \operatorname{sh} \gamma x + B_q \operatorname{ch} \gamma x, \quad (1)$$

где  $\gamma = -j\beta_x$  ( $\beta_x$  компонента волнового вектора по оси  $x$ ) является в данном случае мнимой величиной; индекс, указывающий номер гармоники всюду опущен.

Аналогичным образом можно получить выражение для поля в промежутке между крайним рядом штырей и экраном:

$$E_{z(-1)}(x) = E_0 \frac{\text{sh } \gamma (x + d_3/2)}{\text{sh } \gamma d_3} \sin \left[ \frac{\pi m}{2} - \psi \frac{N_r - 1}{2} \right]. \quad (5)$$

Используя выражение для поля (4), можно по двум значениям квадрата поля, измеренным в точках  $x_1$  и  $x_2$ , в которых знаки поля известны, определить величины  $\psi$  и  $\delta$ .

Из отношения полей в точках  $x_1$  и  $x_2$ :

$$E_{zq}(x_1)/E_{zq}(x_2) = f(x_1, \psi)/f(x_2, \psi)$$

получим уравнение для определения  $\psi$  в виде:

$$A_1 \sin \left[ \frac{\pi m}{2} + \psi \left( q - \frac{N_r - 1}{2} \right) \right] + A_2 \sin \left[ \frac{\pi m}{2} + \psi \left( q - \frac{N_r - 3}{2} \right) \right] = 0, \quad (6)$$

где  $A_{1,2} = \frac{E_{zq}(x_1)}{E_{zq}(x_2)} \text{sh } \gamma (\omega \mp x_2) - \text{sh } \gamma (\omega \mp x_1)$ .

В ряде случаев уравнение (6) можно упростить. Для нечётного числа рядов  $-N_r$  и нечётных типов волн  $-m$  при  $q = (N_r - 1)/2$  уравнение (6) приобретает вид:

$$\cos \psi = -A_1/A_2;$$

а при  $q = (N_r + 1)/2$  фазовый сдвиг  $\psi$  определяется из уравнения:

$$\cos \psi = A_1/(4A_2) \pm \sqrt{A_1^2/(16A_2^2) + 1/2};$$

для нормального типа волны с чётным номером  $m$  в промежутке  $q = (N_r + 1)/2$  имеем:

$$\cos \psi = -A_1/(2A_2).$$

В случае многорядной системы с чётным числом рядов  $-N_r$  и нечётном типе волны  $-m$ , при  $q = N_r/2$ :

$$\cos \frac{\psi}{2} = \pm \sqrt{(3A_2 - A_1)/(4A_2)};$$

а для чётного типа волны  $-m$ , в промежутке  $q = N_r/2$ :

$$\sin \frac{\psi}{2} = \pm \sqrt{(3A_2 + A_1)/(4A_2)}.$$

Полученное таким образом значение поперечного фазового сдвига  $\psi$  для данного нормального типа волны многорядной системы можно использовать для расчёта поперечного распределения поля по формулам (4) и (5).

При определении величины интегрального сопротивления связи:

$$\overline{R_{\text{св}}} = R_{\text{св}}(x) \sigma_x / [E_z(x)/E_0]^2 \quad (7)$$

по значению сопротивления связи  $R_{св}(x)$ , измеренному в некоторой точке пространства взаимодействия, необходимо знать коэффициент усреднения по  $x$  квадрата продольной составляющей поля –  $\sigma_x$ .

Он определяется как отношение усреднённого по оси  $x$  квадрата поля к квадрату амплитудного значения поля:

$$\sigma_x = \overline{E_z^2(x)}/E_0^2.$$

Усреднение квадрата поля проводится по внутренним пространствам взаимодействия ( $q = 0, 1, \dots, (N_r - 2)$ ) и в пространстве, прилегающем к крайним рядам штырей ( $q = -1, q = N_r - 1$ ). Полагаем также, что сплошной электронный пучок занимает внутренние промежутки и крайние шириной  $\omega$ . Усреднённый квадрат поля определяется формулой

$$\overline{E_z^2(x)} = \frac{1}{2\omega N_r} \left[ \sum_{q=0}^{N_r-2} \int_{-\omega}^{\omega} E_{zq}^2(x) dx + 2 \int_{-\omega+d_3/2}^{d_3/2} E_z^2(x) dx \right].$$

Окончательное выражение для коэффициента усреднения  $\sigma_x$  с учётом (4) и (5) имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_x = & \left(1 - \frac{1}{N_r}\right) \sigma_x^0(\psi) + \\ & + (-1)^{m+1} \frac{\sin[\psi(N_r - 1)] \operatorname{cosec} \psi}{4N_r} \left( \frac{\operatorname{ch} 2\gamma\omega - \cos \psi}{\operatorname{sh}^2 2\gamma\omega} + \frac{\cos \psi \operatorname{ch} 2\gamma\omega - 1}{2\gamma\omega \operatorname{sh} 2\gamma\omega} \right) + \\ & + \frac{\sin^2 \left[ \frac{\pi m}{2} - \psi \frac{N_r - 1}{2} \right]}{4N_r \gamma \omega \operatorname{sh}^2 2\gamma d_3} [\operatorname{sh} 2\gamma d_3 - \operatorname{sh} 2\gamma(d_3 - \omega) - \gamma\omega], \quad (8) \end{aligned}$$

где

$$\sigma_x^0(\psi) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\operatorname{ch} 2\gamma\omega - \cos \psi}{2\gamma\omega \operatorname{sh} 2\gamma\omega} + \frac{\cos \psi \operatorname{ch} 2\gamma\omega - 1}{\operatorname{sh}^2 2\gamma\omega} \right]. \quad (9)$$

В формуле (8) для определения коэффициента усреднения  $\sigma_x$  в первом слагаемом правой части  $\sigma_x^0(\psi)$  (9) совпадает с соответствующим выражением  $\sigma_x^0(\psi_0)$  для системы с ограничивающими экранами в плоскостях симметрии ( $d = \omega$ ) [4].

На основании предложенной методики с использованием (4) и (5) был проведён расчёт поперечного фазового сдвига  $\psi$ , распределения поля и величины  $\sigma_x$  для нормальных типов многорядной ЗС с различным числом рядов штырей. Измерение квадрата электрического поля и сопротивления связи проводились методом бисерного зонда [7] для нулевой гармоники косинусной составляющей электрического поля системы. Поля измерялись в точках вблизи ряда штырей с максимальным значением поля для данного поперечного типа.

В ЗС с удалением экранов от поперечной плоскости симметрии поля основного типа изменяются незначительно, а распределение полей высших типов видоизменяются существенно [11].

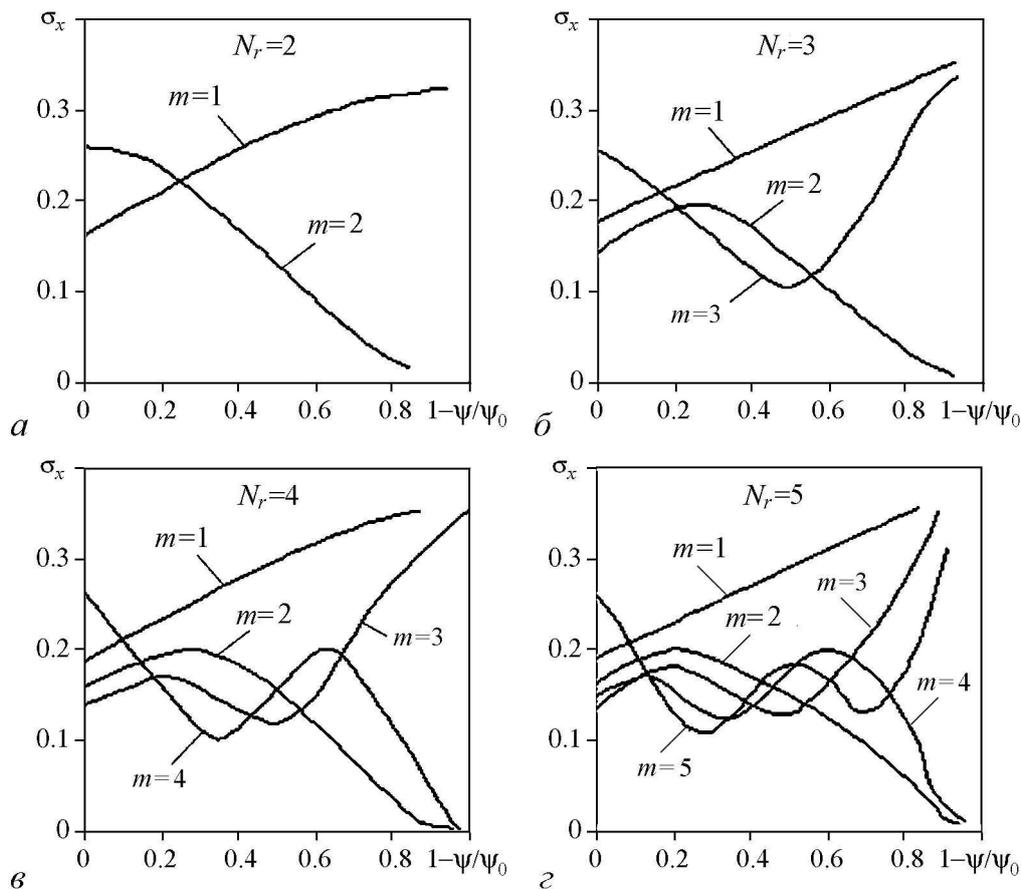


Рис. 5. Зависимость коэффициента усреднения от поперечного фазового сдвига многорядных ЗС

На рис. 5 для многорядных ЗС с различным числом рядов ( $N_r = 2, \dots, 5$ ) приведены зависимости коэффициента усреднения  $\sigma_x$  от величины  $(1 - \psi/\psi_0)$ , где  $\psi/\psi_0$  относительный поперечный фазовый сдвиг.

Для основного типа ( $m = 1$ ) характерен рост  $\sigma_x$  с увеличением смещения экранов. Характер изменения и величина  $\sigma_x$  высших типов зависит от номера типа  $m$  и числа рядов. Ближайший к основному высший тип ( $m = 2$ ) имеет характеристику  $\sigma_x$ , максимально спадающую до нуля с удалением экранов. Следующий высший тип ( $m = 3$ ) имеет минимум  $\sigma_x$  при некотором сдвиге  $\psi$  с последующим увеличением практически до значения  $\sigma_x$  поля основного типа.

Соответственно, в зависимости от заданного частотного диапазона и числа рядов  $N_r$  по поперечному распределению поля многорядной ЗС можно выбрать оптимальное положение экранов с целью подавления ближайших к основному высших типов.

Необходимость учёта поперечного распределения поля при расчёте сопротивления связи ( $R_{св}$  – для ленточного пучка и интегрального  $\overline{R_{св}}$  – для сплошного пучка) проиллюстрирована зависимостями  $R_{св}(\varphi)$  нулевой гармоники электрического поля поперечных типов волн многорядной ЗС ( $N_r = 3$ ) с удалёнными экранами и экранами в плоскостях поперечной симметрии (рис. 6). Так, удаление экрана от плоскости симметрии приводит к значительному уменьшению сопротивления связи основного

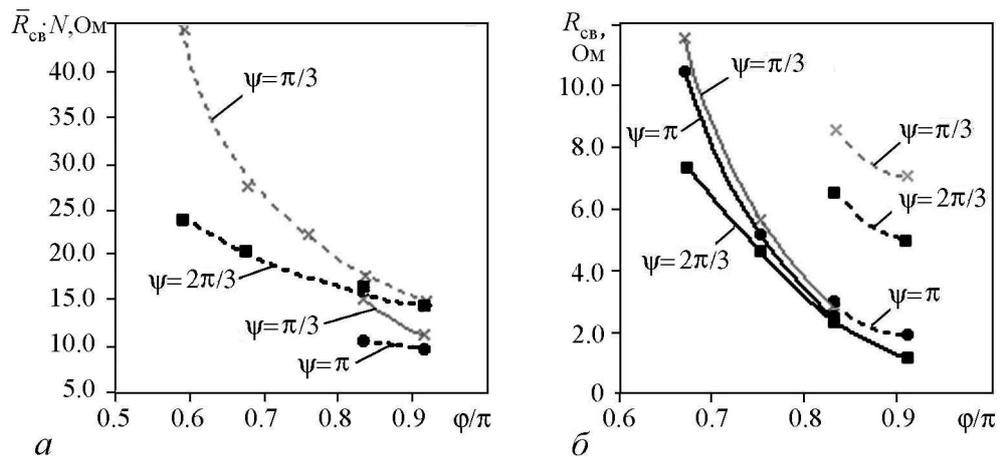


Рис. 6. Зависимость интегрального сопротивления связи  $\bar{R}_{св}$  (а) и  $R_{св}$  (б) нулевой гармоники электрического поля многорядной ЗС ( $N_r = 3$ ) от продольного  $\phi$  и поперечного  $\psi$  фазовых сдвигов (сплошные линии –  $d_s = 12.5$  мм, пунктирные линии –  $d_s = 1.3$  мм)

и ближайшего к нему ( $m = 2$ ) типов. Но так как при удалении экранов коэффициент усреднения  $\sigma_x$  основного типа увеличивается, то значение интегрального сопротивления связи  $\bar{R}_{св}$  в меньшей степени отличается от  $\bar{R}_{св}$  системы с экранами в плоскостях симметрии (см. рис. 6, а). При этом  $\sigma_x$  второго типа уменьшается с удалением экрана, что должно приводить к уменьшению его  $\bar{R}_{св}$ .

Таким образом, на основе предложенной методики расчета распределения полей многорядных ЗС и проведенных экспериментальных исследований получено выражение для коэффициента усреднения квадрата поля нормальных типов волн ЗС с различным числом рядов и произвольным расположением поперечных стенок. Проведен анализ соотношений, позволяющих определить положение ограничивающих поперечных стенок, при которых амплитуда поля высших типов волн значительно уменьшается по сравнению с полем основного.

### Заключение

В результате экспериментальных исследований многорядных встречно-штыревых систем (двухступенчатых в продольном направлении и одноступенчатых в поперечном) от размеров, влияющих на частотное разделение основного и высших типов, предложены способы подавления высших и увеличения рабочей полосы возбуждения основного типа.

Исследование вынужденных колебаний многорядной встречно-штыревой системы с экспоненциальными волноводными выводами энергии показало возможность одномодового возбуждения в широкой полосе частот.

Установлено, что распределение полей в многорядных ЗС штыревого типа с произвольным расположением поперечных ограничивающих стенок может быть определено по измеренным в разных точках пространства взаимодействия значениям квадрата поля. На основе предложенной методики был проведен расчёт поперечного фазового сдвига  $\psi$ , распределения поля и коэффициента усреднения  $\sigma_x$  для нормальных типов многорядной ЗС с различным числом рядов штырей.

Впервые с использованием проведенных расчетов распределения поля в поперечной плоскости и экспериментального исследования сопротивления связи мно-

горядных встречно-штыревых замедляющих систем получены характеристики интегрального сопротивления связи с учетом реального распределения продольной составляющей напряжённости электрического поля поперечных (основного и высших) типов волн.

Повышение сопротивления связи основного типа многорядной встречно-штыревой замедляющей системы за счёт смещения экрана в плоскость поперечной симметрии с одновременным увеличением частотной области одномодового возбуждения могут использоваться при оптимизации выходных характеристик СВЧ приборов с многорядными волноведущими системами.

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности № 3.1155.2014/К.*

### **Библиографический список**

1. Тагер А.С., Зюлина Е.А., Победоносцев А.С., Негирев А.А., Самородова Г.А., Солнцев В.А. Электронно-лучевая лампа малой мощности миллиметрового диапазона // А.с. SU 1 840 644 А1 с приоритетом № 4620947/09 от 04.09.1956. Опубликовано 10.08.2007. Бюллетень № 22.
2. Негирев А.А., Солнцев В.А. Изобретение и развитие мм и субмм ЛОВ с многорядными замедляющими системами // Материалы XIV Международной зимней школы-семинара по электронике сверхвысоких частот и радиофизике. Саратов, 3–8 февраля 2009. Саратов: Издательский центр «ПАТА», 2009. С. 107.
3. Братман В.Л., Гинцбург В.А., Гришин Ю.А., Думеш Б.С., Русин Ф.С., Федотов А.Е. Импульсные широкодиапазонные оротроны миллиметровых и субмиллиметровых волн // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. XLIX, № 11. С. 958.
4. Силин Р.А., Сазонов В.П. Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966. 632 с.
5. Накрап И.А., Негирев А.А., Шиндяпина Н.Б. СВЧ прибор О-типа // А.с. SU № 680525. Опубликовано 1993. Бюллетень № 45–46.
6. Гинзтон Э.Л. Измерения на сантиметровых волнах. М.: Иностранная литература, 1960. 620 с.
7. Шиндяпина Н.Б. Применение модифицированного метода бисерного зонда для анализа периодических структур резонаторного типа // Электронная техника, Сер. 1. Электроника СВЧ. 1992. Вып. 3. С. 35.
8. Краснушкин П.Е. Нормальные волны в цепочечных многополюсных фильтрах // ЖТФ. Т. XVII, вып. 6. 1947. С. 705.
9. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972. 470 с.
10. Накрап И.А., Савин А.Н., Шараевский Ю.П. Вынужденные и собственные волны периодической системы типа цепочки связанных резонаторов // Материалы 14-й Международной Крымской конференции СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо-2004), Севастополь, 13–17 сентября 2004. Севастополь: Изд-во «Вебер», 2004. С. 197.
11. Исследование поперечных видов колебаний многорядных встречно-штыревых систем / С.А. Казаков, И.А. Накрап, Н.Б. Шиндяпина // ДЭ-1811, сб. ВИМИ, «Рипорт», 1976. № 17.

## References

1. *Tager A.S., Zyulina E.A., Pobedonoscev A.S., Negirev A.A., Samorodova G.A., Solncev V.A.* Elektronno-luchevay lampa maloy moschnosti millimetrovogo diapazona// A.s. SU 1 840 644 A1 s priorotetom № 4620947/09 ot 04.09.1956. Opublikovano 10.08.2007. Byulleten № 22 (in Russian).
2. *Negirev A.A., Solncev V.A.* Izobretenie i razvitie mm i submm LOV s mnogoryadnymi zamedlyayuschimi sistemami // Materialy XIV Megdunarodnoy zimney shkoly-seminara po elektronike sverhvysokih chastot i radiofizike. Saratov, 3–8 fevralya 2009. Saratov: Izdatelskiy centr «RATA», 2009. S. 107 (in Russian).
3. *Bratman V.L., Gincburg V.A., Grishin Yu.A., Dumesh B.S., Rusin F.S., Fedotov A.E.* Impul'snye shirokodiapazonnye orotrony millimetrovyyh i submillimetrovyyh voln // Izv. vuzov. Radiofizika. 2006. T. XLIX, № 11. S. 958 (in Russian).
4. *Silin R.A., Sazonov V.P.* Zamedlyayuschie sistemy. Moskva: Sov. Radio, 1966. 632 s. (in Russian).
5. *Nakrap I.A., Negirev A.A., Shindyapina N.B.* SVCH pribor O-tipa // A.s. SU № 680525. Opublikovano 1993, byulleten № 45–46 (in Russian).
6. *Ginzton E.L.* Microwave Measurements. New York City: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1957.
7. *Shindyapina N.B.* Primenenie modifitsirovannogo metoda bisernogo zonda dlya analiza periodicheskikh struktur rezonatornogo tipa // Electronnaya tekhnika. Ser. 1. Elektronika SVCH. 1992. T. 3(138). S. 35 (in Russian).
8. *Krasnushkin P.E.* Normalnye volny v cepochechnyyh mnogopolusnyh filtrah // GTF. 1947. T. XVII, vyp. 6. S. 705 (in Russian).
9. *Mandel'shtam L.I.* Lekcii po teorii kolebaniy. M.: Nauka, 1972. 470 s. (in Russian).
10. *Nakrap I.A., Savin A.N., Sharaevsky Yu.P.* Forced and own waves of coupled cavity periodic structure // 14th Int. Crimean Conf. «Microwave & Telecommunication Technology» (CriMiCo'2004). Sevastopol, 2004. P. 197.
11. Issledovanie poperechnyyh vidov kolebaniy mnogoryadnyh vstrecno-shtyrevyyh sistem/ S.A. Kazakov, I.A. Nakrap, N.B. Shindyapina// DE-1811, sb. VIMI, «Report». 1976. № 17 (in Russian).

*Поступила в редакцию 13.02.2015*

## THE ELECTRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF MULTIROW INTERDIGITAL SLOW WAVE STRUCTURE

*I. A. Nakrap, A. N. Savin*

Saratov State University

The results of an experimental study the dispersion characteristics and field distribution of main and higher order modes of multirow interdigital slow wave structures with their resized are presented. The ways of increasing the frequency separation of main and higher order modes and the working excitation band of the main mode are offered.

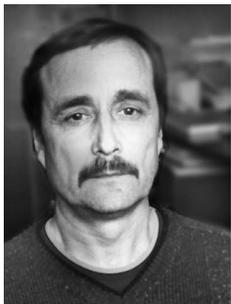
Investigation the forced oscillations of the multirow interdigital slow wave structure with exponential  $H$ -waveguide power ports has shown the possibility of a single-mode excitation in a wide bandwidth. The results of an experimental study of the coupling impedance multirow interdigital slow wave structures with the use of the actual distribution of the longitudinal component of the electric field transverse (basic and higher) types of waves are presented. The estimation of the competitiveness of the worker and the parasitic waves types of multirow systems carried out by changing the position of the transverse waveguide screen.

*Keywords:* Multirow interdigital slow wave structures, dispersion characteristic, integral coupling impedance, distribution of the electric field.



*Накрапа Ирина Александровна* – родилась в Саратове (1934), окончила Саратовский государственный университет (1957). После окончания работала на предприятии, с 1960 работает в Саратовском государственном университете, в настоящее время - доцент кафедры радиотехники и электродинамики СГУ, кандидат физико-математических наук. Область научных интересов: электродинамика СВЧ, радиофизика, физический эксперимент. Автор более 110 научных статей, обладатель 9 авторских свидетельств на изобретения, имеет награду «Изобретатель СССР».

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет  
E-mail: nakrapia@info.sgu.ru



*Савин Александр Николаевич* – родился (1963) в городе Палдиски Эстонской ССР. Окончил Физический факультет СГУ (1981). Кандидат физико-математических наук, доцент. В настоящее время - доцент кафедры дискретной математики и информационных технологий факультета Компьютерных наук и информационных технологий СГУ. Область научных интересов - радиофизика и электродинамика СВЧ, физический и вычислительный эксперимент. Автор 112 печатных работ, 1 изобретения, 5 учебных пособий.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет  
E-mail: savinan@info.sgu.ru



## МОДЕЛИРОВАНИЕ АНТЕНН ДЛЯ РАДИОЧАСТОТНЫХ ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ МЕТОК\*

*М. В. Давидович<sup>1</sup>, С. Г. Сучков<sup>1</sup>, Н. А. Бушуев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>ОАО «НПП «Алмаз»»

Предложены методы интегральных уравнений для моделирования радиочастотной идентификационной метки и построена приближенная модель для расчета входного импеданса и диаграммы направленности ее антенны. Рассмотрены различные планарные и непланарные конструкции и получены их параметры.

*Ключевые слова:* Интегральные уравнения, полосково-диэлектрическая антенна, радиочастотная идентификационная метка, диаграмма направленности, входной импеданс, сопротивление излучения, электродинамическое моделирование.

### Введение

Радиочастотные идентификационные метки (РИМ), позволяющие идентифицировать объекты по отклику от модулированного квазимонохроматического импульса, имеют большую перспективу в различных применениях [1]. Исходный импульс генерирует отклик от метки в виде определенного кода, что обусловлено возбуждением поверхностных акустических волн (ПАВ) в диэлектрическом пьезокристалле РИМ с полосковой структурой. Импульс возбуждает поле во встречно-штыревом преобразователе (ВШП) с полосковой структурой и, соответственно, два импульса ПАВ, распространяющиеся в разных направлениях. Задержанные отраженные от штрих-кодовых отражателей импульсы приходят в преобразователь и излучаются в пространство антенной. Обычно метку выполняют в виде кристалла с ВШП и планарного разомкнутого полуволнового кольца на подложке с малой диэлектрической проницаемостью. Такая РИМ имеет существенные габариты

\*Статья написана по материалам доклада на 24-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», Севастополь, Россия, 7–13 сентября 2014.

и невысокую направленность. Цель работы – предложить малогабаритные конфигурации РИМ с хорошей равномерностью направленности и метод их расчета. Для этого предполагается использовать диэлектрик с большой диэлектрической проницаемостью и расположением металлизации в разных плоскостях.

Полосково-диэлектрическая антенна может иметь планарную и непланарную структуру. В связи с этим встают следующие задачи моделирования антенны: необходимо рассчитать входной импеданс зазора, определяющий сопротивление излучения и согласованный с импедансом ВШП; необходимо получить достаточно изотропную диаграмму направленности. Известно, что интегральное определение сопротивления излучения через излученную мощность равно реальной части входного импеданса вибраторной антенны. Соответственно, импеданс определяет излучательную способность. Импеданс должен быть согласован с импедансом ВШП, а именно комплексно сопряжен с ним. Желательно уменьшить габариты метки, поэтому перспективны пьезокристаллы ниобата лития с большой диэлектрической проницаемостью – порядка 40. Особенно важным параметром является диаграмма направленности (ДН). Для метки она должна быть, по возможности, более симметричной. Поэтому полосково-диэлектрическую антенну целесообразно выполнять с переходами полосковой структуры антенны на другие грани кристалла, выполненного в виде прямоугольного параллелепипеда. Размеры такого кристалла порядка миллиметров, при этом габариты антенны уменьшаются примерно на порядок.

Трудности расчета заключаются в том, что полосковая структура имеет сложную конфигурацию и лежит на подложке с большой диэлектрической проницаемостью, снижающей импеданс. Высокая диэлектрическая проницаемость подложки приводит к тому, что возникают дипольные моменты поляризации, ориентированные по трем направлениям. Отчасти это улучшает равномерность диаграммы направленности, но приводит к усложнению моделирования: вместо интегрального уравнения типа Галлена или Поклингтона необходимо использовать объемно-поверхностные интегральные уравнения. Достаточно строгий расчет требует решения задач большой размерности. Ниже использован ряд ограничений и приближений, позволяющих понизить размерность алгоритма задачи.

## **1. Аппроксимация тока и поля в планарной полосково-диэлектрической антенне**

Поверхностные интегральные уравнения для микрополосковых (МПЛ) вибраторов и методы их решения рассмотрены, например, в работах [2–7]. Там же приведены примеры расчета диаграмм направленности. В нашем случае задача усложняется наличием диэлектрика конечных размеров. Рассмотрим диэлектрический параллелепипед с размерами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , соответственно, и большой диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . Считаем, что  $a > b > c$ . Будем также рассматривать случай  $a \gg b \gg c$ . На грани параллелепипеда в плоскости  $z = 0$  находится полосковая линия (ПЛ) сложной конфигурации (рис. 1) с зазором, в котором задано касательное электрическое поле  $\mathbf{E} = y_0 U/d$ . Здесь  $U$  – напряжение, создаваемое акустической волной на встречно-штыревых преобразователях,  $d$  – размер зазора, примерно равный длине преобразователей. Полосковая линия

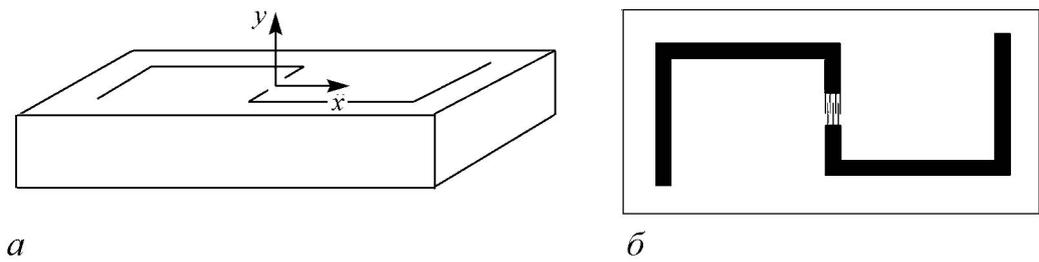


Рис. 1. Схематическая конфигурация планарного полоскового вибратора РИМ (а) и антенна со встречно-штыревым преобразователем (б)

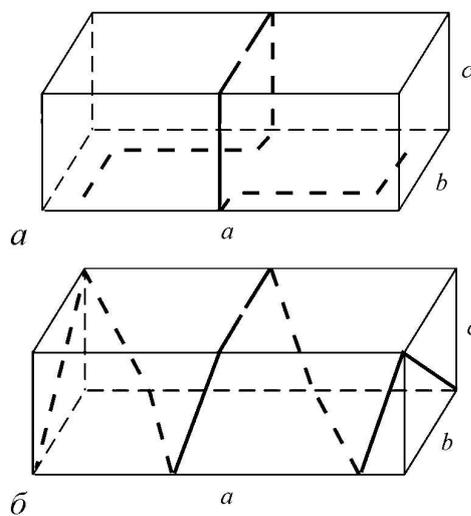


Рис. 2. Конфигурация РИМ с разомкнутой петлей с двумя плечами на четырех гранях диэлектрического параллелепипеда (а) и в виде косо намотанной спирали (б)

шириной  $w$  состоит из двух плеч, ориентированных вдоль оси  $x$ , и двух состыкованных и повернутых плеч, ориентированных вдоль оси  $y$ , с размерами  $L_{y1}$ ,  $L_{y2}$ ,  $L_x$ , при этом  $L_{y2} \approx 2L_{y1}$  с точностью до ширины зазора. В целом вся структура симметрична (рис. 1, 2), что обуславливает симметрию диаграммы направленности. Строгий учет влияния поверхностного тока полосковой линии весьма сложен и требует решения интегрального уравнения с сингулярным ядром. Сложность состоит в аппроксимации двумерной поверхностной плотности тока, которая должна быть непрерывной и удовлетворять условию на ребре. Поэтому в данной работе предлагаются следующие приближения.

- Поверхностный ток заменяется линейным  $\mathbf{I}(s)$ , текущим по центральной оси полосковой линии.
- Считаем, что указанный ток непрерывен и является функцией длины  $s$  ломаной осевой линии, отсчитываемой от центра зазора.
- Граничное условие налагается на двух ломаных линиях, смещенных на расстояния  $\pm w/2$  от оси полосковой линии, и усредняется.

Параллелепипед учитываем посредством плотности тока поляризации  $\mathbf{J}_p = j\omega\epsilon_0(\epsilon - 1)\mathbf{E}$ . Такой подход (без учета диэлектрика) характерен для интегрального уравнения Поклингтона. Эти приближения не вносят слишком больших отклонений от точного, но очень длительного расчета, так как диаграмма направленности и входной импеданс являются интегральными характеристиками. Так, диаграмма направленности определяется, в основном, расположением проводников, представляющих собой дипольные элементы антенны, и интегральным током через них.

В приближении осевого тока на полоске электрический вектор-потенциал имеет представление

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_L G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{I}(s') ds' + j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1) \int_V G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d^3r'. \quad (1)$$

Здесь использована обычная скалярная функция Грина  $G(\mathbf{r}) = (4\pi|\mathbf{r}|)^{-1} \exp(-jk_0|\mathbf{r}|)$ ; первый интеграл берется по осевой линии, а второй – по объему параллелепипеда. Мы считаем, что ток в зазоре является непрерывным, то есть совпадает с током по полоске. Тем самым ток смещения зазора заменен током проводимости. На самом деле строгое решение задачи требует учета стороннего электрического поля, характеризующего ток смещения, при этом нормальная поверхностная плотность тока исчезает на ребре. Указанный ток смещения является, вообще говоря, объемным. Такой анализ весьма сложен. Задавая касательное электрическое поле в зазоре как поверхностную плотность магнитного тока, можно также определять суммарное возбуждение от токов обоих типов, находя поверхностную плотность электрического тока на микрополосковой линии (МПЛ) из решения интегрального уравнения. Все три подхода при узком зазоре приводят к близким результатам. Упрощение состоит в переходе от поверхностной плотности тока к линейному току. Далее нам потребуется только электрическое поле, которое через потенциал (1) определяется как

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\text{grad}(\text{div}) + k_0^2}{j\omega\varepsilon_0} \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \hat{L} \mathbf{A}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

то есть путем воздействия дифференциального оператора  $\hat{L}$ . Наложение граничных условий на ребрах МПЛ недостаточно для определения поля (2). Для этого электрическое поле также должно быть непрерывным в объеме диэлектрика. Оба условия можно получить из условия экстремума функционала

$$\begin{aligned} \Lambda = & \int_L \mathbf{I}(s) \mathbf{E}(\tilde{\mathbf{r}}) ds + j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1) \int_V \mathbf{E}(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) d^3r - \\ & - \int_{L'} \int_L \mathbf{I}(s) \hat{L}(G(\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}') \mathbf{I}(s')) ds' ds - \\ & - j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1) \int_L \int_V \mathbf{I}(s) \hat{L}(G(\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}')) d^3r' ds - \\ & - j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1) \int_V \int_L \mathbf{E}(\mathbf{r}) \hat{L}(G(\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}') \mathbf{I}(s')) ds' d^3r + \\ & + [\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1)]^2 \int_V \int_V \mathbf{E}(\mathbf{r}') \hat{L}(G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}')) d^3r' d^3r. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $L'$  – осевая линия полосковой структуры,  $L$  – реберная ее линия (например, левая). В общем случае решение задачи следует искать для представления тока проводимости и тока смещения в виде разложения (строго говоря, бесконечного) по определенным базисным функциям

$$\mathbf{I}(s) = \sum I_n s_0(s) \varphi_n(s), \quad \mathbf{J}_p(\mathbf{r}) = j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1) \sum e_n \mathbf{e}_n(\mathbf{r}). \quad (4)$$

Поскольку размеры структуры малы по сравнению с длиной волны в вакууме, мы возьмем только одну функцию для представления тока  $\varphi_1(s) = \cos(\pi s/L)$  и по

одной функции для представления каждой компоненты электрического поля:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1(\mathbf{r}) &= \mathbf{x}_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \sin\left(\sqrt{k_0^2 \varepsilon - k_x^2 - k_y^2} z\right) = \mathbf{x}_0 f_1(x, y, z), \\ \mathbf{e}_2(\mathbf{r}) &= \mathbf{y}_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \sin\left(\sqrt{k_0^2 \varepsilon - k_x^2 - k_y^2} z\right) = \mathbf{y}_0 f_2(x, y, z), \\ \mathbf{e}_3(\mathbf{r}) &= \mathbf{z}_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos\left(\sqrt{k_0^2 \varepsilon - k_x^2 - k_y^2} z\right) = \mathbf{z}_0 f_3(x, y, z). \end{aligned}$$

Внутри диэлектрика эти функции удовлетворяют волновому уравнению. Нам надо задать две компоненты волнового вектора в диэлектрике  $k_x, k_y$  и определить четыре коэффициента. Простейшая аппроксимация – считать поле в диэлектрике постоянным. Тогда компоненты поля можно найти, например, методом коллокаций, полагая, что они совпадают со значениями в центре параллелепипеда. Для приведенных соотношений удобно положить  $k_x = \pi/a, k_y = \pi/b$ , что соответствует приближенному описанию поля первой модой диэлектрического резонатора [8] для очень большого значения  $\varepsilon$  и наличию электрической стенки при  $z = 0$ . Высшими модами диэлектрического резонатора можно пренебречь, поскольку рабочая частота лежит ниже частоты низшей моды [8,9]. В любом случае получается система четырех линейных алгебраических уравнений для неизвестных токов. Однако вычислить значение функционала (3) проблематично, поскольку при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$  имеет место особенность в ядре (что указывает на дефектность взятого приближения). Оператор, соответствующий уравнению (2) при представлении электрического поля через токи (в том числе и токи поляризации), часто называют псевдодифференциальным. Обращение такого оператора требует введения различных пространств решений (прообразов) и весовых функций (образов). Вычислить интеграл в (3) можно используя спектральное представление функции Грина [8,9] и проведя определенным образом обрезание интеграла (усреднение в окрестности особенности). Перенос дифференциального оператора  $\hat{L}$  на подынтегральные функции  $\mathbf{I}(s')$  и  $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$  с помощью векторных интегральных теорем приводит к поверхностно-объемным интегродифференциальным уравнениям с пониженной особенностью. При этом функционал (3) усложняется. Мы будем использовать стандартный прием вычисления интегралов с сильной (неинтегрируемой) особенностью, основанный на выделении шаровой  $\delta$ -окрестности точки  $\mathbf{r}$  и нахождении вторых производных объемного потенциала, при этом интеграл по шару для непрерывно дифференцируемых решений вычисляется аналитически [8,9]. В результате во внутренних точках диэлектрического тела имеем интегральное уравнение

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{3}{2 + \varepsilon} \int_{L'} \hat{L}(G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{I}(s')) ds' + \\ &+ j\omega\varepsilon_0 \frac{3(\varepsilon - 1)}{2 + \varepsilon} p.v. \int_V \hat{L}(G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}')) d^3r'. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь объемный интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, а радиус-вектор  $\tilde{\mathbf{r}}$  в (5) и (3) – как  $\mathbf{r} = (x, y, 0)$ , то есть лежащий на поверхности подложки  $z = 0$  и принадлежащий соответствующей линии. Для избежания вычислительных проблем удобно сместить полосковую линию вверх от диэлектрика на малую вели-

чину. На ее ребре и вне диэлектрика поле можно вычислить обычным образом:

$$\mathbf{E}(\tilde{\mathbf{r}}) = \int_{L'} \hat{L}(G(\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}') \mathbf{I}(s')) ds' + j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1) \int_V \hat{L}(G(\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}')) d^3r'. \quad (6)$$

Используя (5) и (6), модифицируем функционал (3). Естественно, второй интеграл в (6) соответствует объемному интегралу в правой части соотношения (5). В (5) входит диэлектрическая проницаемость, которая может быть функцией квадрата модуля электрического поля  $|\mathbf{E}^2|$  (например, вследствие эффекта Керра). Тогда соответствующий множитель в (5) следует внести под знак интеграла и дифференциального оператора  $\hat{L}$ , уравнение становится нелинейным и может также описывать отклик на второй гармонике при воздействии мощного импульса.

## 2. Приближенное решение интегрального уравнения

Уравнения (5), (6) являются интегральными, при этом касательное поле (6) равно нулю на полосковой линии и отлично от нуля в зазоре. Подставим в эти уравнения разложения токов. Затем умножим выражение для поля на ребре (6) на вектор  $\mathbf{s}_0(s) \varphi_1(s) = \mathbf{s}_0(s) \cos(\pi s/L)$  и проинтегрируем. В результате получим

$$U = I_1 \int_L \int_{L'} \cos(\pi s/L) \cos(\pi s'/L) \mathbf{s}_0(s) \hat{L}(\mathbf{s}_0(s') G(\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}')) ds' ds + \\ + j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1) \int_L \int_V \cos(\pi s/L) \mathbf{s}_0(s) \hat{L}(G(\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}') \times \\ \times [e_1 \mathbf{x}_0 \cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} x') + e_2 \mathbf{y}_0 \cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} y') + e_3 \mathbf{z}_0 \cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} z')]) d^3r' ds.$$

Указанное уравнение можно переписать так:

$$A_{11}I_1 + A_{12}e_1 + A_{13}e_2 + A_{14}e_3 = U, \quad (7)$$

Умножим теперь поле (5) внутри диэлектрика на функцию  $\mathbf{e}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  и проинтегрируем по объему. Получаем систему уравнений

$$A_{(i+1)1}I_1 + A_{(i+1)2}e_1 + A_{(i+1)3}e_2 + A_{(i+1)4}e_3 = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

В (7) и (8) интегралы обозначены как соответствующие матричные элементы:

$$A_{11} = \int_L \int_{L'} \cos(\pi s/(2L)) \cos(\pi s'/(2L)) \mathbf{s}_0(s) \hat{L}(G(\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}') \mathbf{s}_0(s')) ds' ds, \\ A_{1(i+1)} = j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1) \int_L \int_V \cos(\pi s/(2L)) \cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} x') \mathbf{s}_0(s) \hat{L}(G(\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}') \mathbf{x}_i) d^3r' ds, \\ A_{(i+1)1} = -\frac{3}{2 + \varepsilon} \int_V \int_{L'} \mathbf{e}_i(\mathbf{r}) \hat{L}(G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{s}_0(s')) ds' d^3r, \quad (9) \\ A_{(i+1)(i'+1)} = \int_V \mathbf{e}_i(\mathbf{r}) \mathbf{e}_{i'}(\mathbf{r}) d^3r - j\omega\varepsilon_0 \frac{3(\varepsilon - 1)}{2 + \varepsilon} \int_V p.v. \int_V \mathbf{e}_i(\mathbf{r}) \hat{L}(G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{e}_{i'}(\mathbf{r}')) d^3r' d^3r,$$

а  $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0$ ,  $\mathbf{x}_2 = \mathbf{y}_0$ ,  $\mathbf{x}_3 = \mathbf{z}_0$  – орты осей.

Уравнения (7), (8) можно компактно записать в матричной форме:  $\hat{A}I = u$ , где  $I = (I_1, I_2, I_3, I_4)$  – 4-вектор обобщенного тока,  $I_i = j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1)e_{i-1}$ ,  $i = 2, 3, 4$ ,  $u = (U, 0, 0, 0)$ , а матричные элементы новой матрицы четвертого порядка  $\hat{A}$  отличаются от элементов в (8) множителем  $[j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1)]^{-1}$  у компонент поля. Система линейных алгебраических уравнений (7), (8) позволяет определить токи и соответствующие поля излучения. В частности,  $I_1 = U\Delta_{11}/\Delta$ , где  $\Delta = \det(\hat{A})$ ,  $\Delta_{11}$  – соответствующее алгебраическое дополнение. По своему смыслу  $I_1$  равен току в зазоре при  $s = 0$ . Поэтому входной импеданс зазора есть  $Z_{in} = U/I_1 = \Delta/\Delta_{11}$ . Его реальная часть суть сопротивление излучения антенны, которое также можно получить, интегрируя вектор Пойнтинга по сфере большого радиуса, то есть вычисляя излученную мощность. Определяя также другие компоненты тока  $I_{i+1}$ , найдем диаграмму излучения антенны. Компоненты  $I_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, 3$  определяют диаграммы электрических диполей, расположенных, соответственно, вдоль  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Компонента  $I_1$  определяет электрический ток, направленный вдоль  $x$  и  $y$ , поэтому для вычисления диаграммы направленности следует произвести ряд интегрирований.

### 3. Представление тока и ядра в планарных и непланарных конфигурациях

В качестве планарных структур рассматривались антенны в виде меандра (см. рис. 1) и разомкнутого полоскового кольца. Непланарные конструкции, обладающие более однородными диаграммами направленности, приведены на рис. 2. Построим выражение для тока в конфигурации рис. 1. В качестве его направления возьмем движение слева направо, если смотреть со стороны оси  $z$ . Двигаясь от центра зазора в положительном направлении  $s$ , вначале имеем:  $s_0 = -y_0$ ,  $0 < s < d/2$ ,  $-d/2 < y < 0$ , и  $-d/2 - L_{y1} < y < -d/2$  при  $x = 0$ ,  $z = 0$ . Далее движение идет вдоль оси  $x$ :  $s_0 = x_0$ ,  $d/2 + L_{y1} < s < d/2 + L_x + L_{y1}$ ,  $0 < x < L_x$ ,  $y = d/2 + L_{y1}$ ,  $z = 0$ . После этого ток поворачивает в направлении оси  $y$ :  $s_0 = y_0$ ,  $d/2 + L_x + L_{y1} < s < d/2 + L_x + L_{y1} + L_{y2}$ ,  $-d/2 < y < -d/2 + L_y$ ,  $x = L_x$ ,  $z = 0$ . При отрицательных  $s$  форма полосковой линии симметрична:  $s_0(-s) = s_0(s)$ . Полная длина осевой линии  $L = d + 2L_x + 2L_{y1} + 2L_{y2}$ . Реберную линию  $L'$  определим следующим образом. Значение  $s = 0$  соответствует точке  $(-w/2, 0, 0)$ . Далее движемся на расстояние  $d/2 + L_1 + w$  в отрицательном направлении  $y$ , затем в направлении  $x$  на расстояние  $L_x + w/2$ , а затем вдоль  $y$  на расстояние  $L_y + w/2$ . Таким образом,  $s'_0(s')$  немного отличается от  $s_0(s)$ , при этом  $-L' < s' < L'$ ,  $L' = d + 4w + 2L_x + 2L_{y1} + 2L_{y2} = L + 4w$ . При отрицательных  $s$  линия проходит через точку  $(w/2, 0, 0)$ , то есть симметрично относительно начала координат, и имеет разрыв. Аналогично  $s'_0(-s') = s'_0(s')$ . Встречно-штыревая структура в зазоре, в которой возникает напряжение, достаточно сложна для анализа. Полное напряжение на структуре в некотором роде эквивалентно обычному зазору полоскового вибратора, развернутому на 90 градусов. Такую структуру анализировать значительно проще. На рис. 1, б представлен вид сверху металлизации антенны, а в ее электродинамическом аналоге встречные штыри отсутствуют.

Рассмотрим представление ядер в матричных элементах. Вектор  $s_0(s)$  совпадает либо с  $x_0$ , либо (с точностью до знака) с  $y_0$ . Учитывая представления векто-

ров  $\mathbf{e}_i$ , следует рассматривать тензорные конструкции

$$K_{ii'} = \mathbf{x}_i \hat{L} (G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{x}_{i'}) = (j\omega\varepsilon_0(\varepsilon - 1))^{-1} \left[ \frac{\partial^2 G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\partial x_i \partial x_{i'}} + \delta_{ii'} k_0^2 G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \right]. \quad (10)$$

Обозначив  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , находим

$$\frac{\partial^2 G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\partial x_i \partial x_{i'}} = \frac{\exp(-jk_0 R)}{4\pi R^2} \left\{ (x_i - x'_i)(x_{i'} - x'_{i'}) \left[ \frac{3}{R^3} + \frac{3jk_0}{R^3} - \frac{k_0^2}{R} \right] - \delta_{ii'} \left( \frac{1}{R} + jk_0 \right) \right\}. \quad (11)$$

Аналитически интегралы в матричных элементах не берутся, поэтому следует использовать квадратурные формулы. Для совпадающих узлов сетки, когда  $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ , достаточно положить величину (11) равной нулю. В этом случае удобно также положить  $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = 0$ , что изменяет матричные элементы на малую величину – порядка погрешности интегрирования, но позволяет не рассматривать слабые особенности.

С целью минимизации размеров и улучшения ДН метки рассмотрим другие конфигурации (см. рис. 2), в которых антенна выполнена на четырех гранях диэлектрического кристалла в виде параллелепипеда. Для нее характерно то, что имеют место дипольные моменты всех направлений. Разомкнутое прямоугольное полукольцо (рис. 2, *a*) приближенно описывает магнитный диполь, хорошо излучающий в плоскости  $yz$ , тогда как два плеча являются электрическими диполями, направленными по оси  $x$  и  $y$ . Реально антенна состоит из отрезков электрических диполей, направленных по всем направлениям, при этом токи в отрезках разные, что и обеспечивает хорошую равномерность диаграммы направленности. Еще одно достоинство конфигурации рис. 2, *a* в том, что ток полосковой структуры эффективно возбуждает все три компоненты электрического поля в диэлектрике, то есть токи поляризации в дальней зоне суть три взаимно перпендикулярных диполя.

Удобно взять следующие соотношения для размеров кристалла:  $a = 2b$ ,  $b = c$ . Для частоты 2.45 ГГц длина волны составляет 12.24 см, а длина полуволнового дипольного вибратора в вакууме равна 6.12 см. Эффективную диэлектрическую проницаемость для полосковой линии можно оценить по формуле

$$\varepsilon_{ef} = \frac{1 + \varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon - 1}{2\sqrt{1 + 10h/w}}.$$

Приведенная формула является хорошим приближением, поскольку направления токов на противоположных гранях противоположны, что эквивалентно наличию электрической стенки при  $y = 0$  и (приближенно) при  $z = -c/2$ . В формуле для эффективной диэлектрической проницаемости можно положить  $h = b/2$ . В любом случае второй член в  $\varepsilon_{ef}$  дает несколько завышенный, но малый вклад. Приближенно находим  $\varepsilon'_{ef} \approx (1 + \varepsilon)/2 = 20.5$ , что соответствует длине полуволнового вибратора 1.35 см. Если выполнить вибратор предельного размера вдоль граней, то его длина будет  $a + 3b + 2c$ , откуда находим  $b = c = 0.193$  см,  $a = 0.386$  см. Удобно взять  $a = 0.4$ ,  $b = c = 0.2$ . Размер  $a$  целесообразно увеличить, если нужна высокая информативность кода. В рассмотренной структуре поверхностная акустическая волна

распространяется вдоль одной грани, тогда как ток антенны течет по другим граням кристалла. Целесообразно выполнить длину вибратора  $l = 1.2$  с целью обеспечить его емкостный входной импеданс. Дальнейшая корректировка реактивной части импеданса возможна путем изменения длины последних плеч вибратора.

Рассмотрим аппроксимацию тока для конфигурации рис. 2, *a*. Ее, как и ранее, возьмем в виде одной полуволновой гармоники  $\mathbf{I}(s) = I\mathbf{s}_0(s) \cos(s\pi/l)$ , где длина дуги отсчитывается от середины зазора,  $\mathbf{s}_0$  – единичный вектор, направленный вдоль тока, то есть по всем трем осям координат. Здесь мы не приводим явные выражения для длины дуги в декартовых координатах. Соответственно, диаграмму направленности вычисляем для каждого отрезка тока, который, согласно введенной аппроксимации, зависит от длины дуги. Поскольку зависимость слабая и отрезки тока линейные, хорошим приближением является дипольный отрезок с током в его центре.

Другая возможная конфигурация РИМ, позволяющая получить улучшенную диаграмму направленности, представляет собой косо намотанную спираль на прямоугольном параллелепипеде (рис. 2, *b*). Ее ДН близка к ДН спиральной антенны, рассмотренной в работе [10]. Поскольку шаг большой, имеется два неполных витка и два плеча вдоль диагоналей граней параллелепипеда, ДН такой РИМ достаточно равномерна. Для антенн в виде спиралей были проведены измерения в безэховой камере, показавшие их хорошие параметры.

Для уменьшения габаритов можно также использовать плоские спирали на гранях, но их расчет довольно сложен, поскольку требует учета взаимного влияния участков витков (большого числа гармоник), а ДН для спиралей на одной из граней не изотропны.

#### 4. Представление полей в дальней зоне и диаграммы направленности

Рассмотрим потенциал (1) в дальней зоне при больших  $r$ . Интеграл (1) удобно представить в виде

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\exp(-jk_0\sqrt{\varepsilon}r)}{4\pi r} \mathbf{a}(\theta, \varphi). \quad (12)$$

Здесь введена вектор-функция

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta, \varphi) = I_1 \int_{-L/2}^{L/2} \mathbf{s}(s') \cos(\pi s'/L) \exp(jk_0 r' \cos(\psi)) ds' + \\ + \sum_{i=1}^3 I_{i+1} \mathbf{x}_i \int_V \exp(jk_0 r' \cos(\psi)) f_i(\mathbf{r}') d^3 r', \end{aligned} \quad (13)$$

в которой  $\cos(\psi) = \cos(\theta) \cos(\theta') + \sin(\theta) \sin(\theta') \cos(\varphi - \varphi')$  и все координаты точки истока помечены штрихом. В первом интеграле в (13)  $\theta' = \pi/2$ , так как полосковая линия находится в плоскости  $z = 0$ . Соответственно,  $\cos(\psi) = \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi')$ . Основная задача здесь состоит в построении функций  $\cos(\varphi') = x'(s)/r'_{\perp} = x'(s)/\sqrt{x'^2(s) + y'^2(s)}$ ,  $\sin(\varphi') = y'(s)/r'_{\perp}$ .

Для любых антенн в свободном пространстве без магнитных токов поля в дальней зоне определяются через потенциал (1) в виде

$$E_{\varphi} = -\frac{jZ_0k_0a_{\varphi}(\varphi, \theta)}{4\pi r} \exp(-jk_0r), \quad E_{\theta} = -\frac{jZ_0k_0a_{\theta}(\varphi, \theta)}{4\pi r} \exp(-jk_0r), \quad (14)$$

$$H_{\varphi} = E_{\theta}/Z_0, \quad H_{\theta} = -E_{\varphi}/Z_0. \quad (15)$$

Фиксируя большое  $r$  и вычисляя среднюю за период мощность излучения  $P_{\Sigma}$  через соответствующую сферу, определяем, как обычно, диаграмму направленности по мощности  $\Phi(\varphi, \theta)$

$$P_{\Sigma} = \int \Phi(\varphi, \theta) d\Omega.$$

В нашем случае

$$\Phi(\varphi, \theta) = \frac{Z_0k_0^2 \left( |a_{\varphi}(\varphi, \theta)|^2 + |a_{\theta}(\varphi, \theta)|^2 \right)}{32\pi^2}. \quad (16)$$

Очевидно, сопротивление излучения теперь можно записать так:  $R_{\Sigma} = 2P_{\Sigma}/|\mathbf{I}(0)|^2$ . В нашем случае  $|\mathbf{I}(0)|^2 = |I_1|^2$ . Используя входной импеданс зазора, получим  $R_{\Sigma} = 2P_{\Sigma}|Z_{inp}|^2/|U|^2$ . Представляет также интерес векторная диаграмма направленности по электрическому полю  $\mathbf{F}(\varphi, \theta) = (\text{Re}(E_{\varphi}(\varphi, \theta)), \text{Re}(E_{\theta}(\varphi, \theta)))$ , определяемая согласно (12). Если  $\varphi_0$  и  $\theta_0$  – углы максимума  $\mathbf{F}^2(\varphi, \theta)$ , то можно ввести нормированную величину  $\mathbf{f}(\varphi, \theta) = \mathbf{F}(\varphi, \theta)/|\mathbf{F}(\varphi_0, \theta_0)|$ .

## 5. Численные результаты

На основе изложенного алгоритма сначала получены численные результаты для подложки  $\varepsilon = 40$ ,  $a = 1.2$ ,  $b = 0.4$ ,  $c = 0.2$  и размерами плеч антенны, составляющими 80% от соответствующих размеров  $a/2$  и  $b/2$  (все размеры в сантиметрах). Соответственно,  $w = d = 0.01$ . Результаты моделирования РИМ рис. 1 даны на рис. 3, 4 и показывают достаточно хорошую равномерность диаграммы направленности. Направленность слабо зависит от ширины полоски. Однако от  $w$  и  $d$  сильно зависит входной импеданс  $Z_{in}$  (рис. 5). Поскольку импеданс ВШП  $Z$  примерно равен  $50 + j150$  Ом, следует добиваться того, чтобы входной импеданс был ему комплексно сопряжен. В этом случае ВШП отдает в антенну и получает из нее максимальную мощность. Представленные на рис. 5 импедансы построены для случая  $w = d$ . При этом импеданс на частоте 2.45 ГГц индуктивный. Для увеличения модуля импеданса зазора следует увеличивать отношение  $d/w$ , а для сдвига вниз резонансной частоты (частоты, для которой  $\text{Im}(Z_{in}) = 0$ ) следует уменьшать размеры подложки или общую длину вибратора. После проведения выборочной оптимизации получены следующие размеры:  $a = 0.55$ ,  $b = 0.357$ ,  $c = 0.2$ ,  $d = 0.0833$ ,  $w = 0.01$ , при этом импеданс составил значение  $Z_{in} = 48.86 - j145.84$ . Для представленных на рис. 5 результатов было  $Z_{in} = 29.49 + j204.07$ . Улучшение равномерности диаграммы направленности достигается увеличением размера  $c$ . Он создает дипольный момент тока поляризации вдоль оси  $z$ , что улучшает азимутальные характеристики. Получена нормированная диаграмма направленности по мощности в зависимости от двух углов для скорректированной конфигурации РИМ. Ее минимальные значения (порядка 0.35)

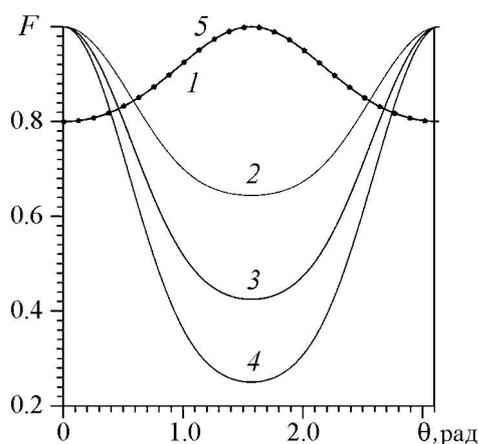


Рис. 3. Нормированная диаграмма направленности по мощности  $F$  для структуры рис. 1 в зависимости от меридионального угла  $\theta$  (в радианах) при азимутальных углах  $\phi = 0$  (кривая 1) и  $\phi = 45^\circ$  (2),  $\phi = 60^\circ$  (3),  $\phi = 90^\circ$  (4) и  $\phi = 180^\circ$  (звездочки 5),  $f = 2.45$  ГГц

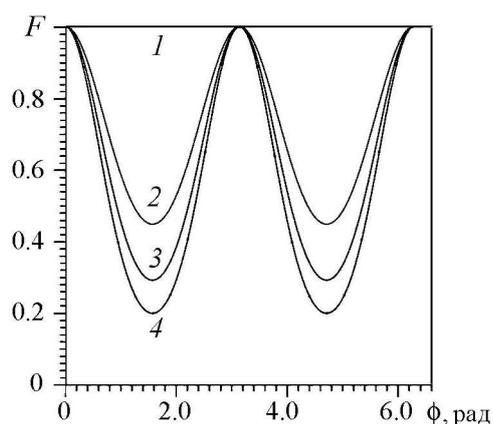


Рис. 4. Нормированная диаграмма направленности по мощности  $F$  для структуры рис. 1 в зависимости от азимутального угла  $\phi$  (в радианах) при значениях меридионального угла  $\theta = 0$  (кривая 1) и  $\theta = 45^\circ$  (2),  $\theta = 60^\circ$  (3) и  $\theta = 90^\circ$  (4) на частоте  $f = 2.45$  ГГц

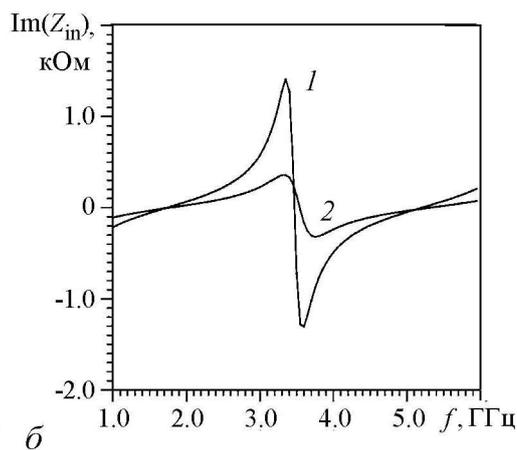
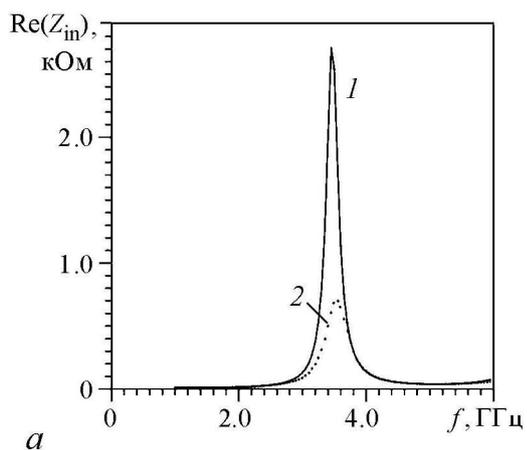


Рис. 5. Реальная часть (а) и мнимая часть (б) входного импеданса зазора структуры рис. 1 для  $w = 0.01$  (кривая 1) и  $w = 0.05$  см (кривая 2)

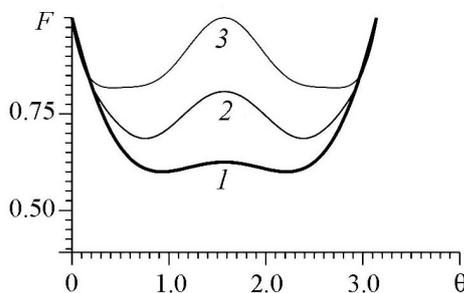


Рис. 6. Зависимость нормированной диаграммы направленности по мощности от угла  $\theta$  при  $\phi = 0$  (кривая 1),  $\phi = \pi/4$  (кривая 2), и  $\phi = \pi/2$  (кривая 3)

имеют место при  $\theta = \pi/2$  для углов, близких к  $\phi = \pi/4$  и  $\phi = 3\pi/4$ , поскольку при указанном меридиональном угле часть полоски не излучает. Преодолеть такую неравномерность на планарной структуре весьма сложно.

Для структуры РИМ, приведенной на рис. 2, также была рассчитана диаграмма направленности по мощности (рис. 6) при полной длине 1.2 см и был оценен входной импеданс. Для

$w = 0.025$  см имеем  $Z_{in} = 48 - j143$ . Для длины  $l = 1.1$  будет  $Z_{in} = 41 - j162$  (параметры зазора те же). Диаграмма направленности здесь более равномерная.

Наиболее часто РИМ имеет конфигурацию разомкнутого кольца (рамки) на подложке [1]. Зададим ток в виде распределения по косинусу  $\mathbf{I}(s) = \phi_0 \cos(s\pi/L)$ . Здесь ток направлен по азимутальной координате. Длина дуги равна  $L = (2\pi - \varphi_0)R$ , где  $R$  – радиус кольца метки. Расположим источник напряжения в центре при  $s = 0$ . Кольцо имеет радиус  $R = 0.115$  см, и при  $\varphi_0 = \pi/4$  имеем  $L = 5.5$  см. С учетом замедления  $n = \sqrt{\varepsilon_{ef}} \approx 1.11$  антенна настроена примерно на частоту 2.45 ГГц. Расчет разомкнутой кольцевой антенны весьма сложен. В общем случае ток аппроксимируем так:

$$\mathbf{J} = \phi_0 \delta(\rho - R) \delta(z) \sum_{n=1}^N I_n \cos((2n-1)\pi s/L), \quad (17)$$

где  $s = R\varphi$ . В цилиндрической системе в соответствии с формулой (2.64) работы [11] имеется только две компоненты электрического вектор-потенциала, имеющие вид

$$A_\rho = \sum_{n=1}^N I_n R \frac{G(\mathbf{r}, R, n\varphi, 0) - G(\mathbf{r}, R, -n\varphi, 0)}{2j}, \quad (18)$$

$$A_\varphi = \sum_{n=1}^N I_n R \frac{G(\mathbf{r}, R, n\varphi, 0) + G(\mathbf{r}, R, -n\varphi, 0)}{2}. \quad (19)$$

Здесь  $G(\mathbf{r}, R, n\varphi, 0)$  – скалярная функция Грина в цилиндрической системе.

Для получения интегрального уравнения нам потребуется только одна компонента электрического поля:

$$E_\varphi(\rho, \varphi, z) = (j\omega\varepsilon_0\varepsilon)^{-1} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\rho \partial \rho} + \frac{\partial A_\varphi}{\rho \partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\rho \partial \varphi} \left( \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\rho \partial \rho} + \frac{\partial A_\varphi}{\rho \partial \varphi} \right) + k_0^2 \varepsilon A_\varphi \right]. \quad (20)$$

Интегральное уравнение получается наложением условия  $E_\varphi(R + w/2, \varphi, 0) = U_0 \delta(s)$ , где  $U_0$  – напряжение в зазоре. Сопротивление излучения антенны примерно такое, как и полуволнового диполя. Получим ДН в отсутствие подложки. В сферической системе координат имеем все три компоненты вектор-потенциала, определяемые формулами (2.94) из [11]:

$$a_\rho(\theta, \varphi) = a_\theta(\theta, \varphi) =$$

$$= I_1 R \sin(\theta) \int_{-(\pi-\varphi_0)}^{(\pi-\varphi_0)} \cos(\pi R \varphi' / L) \exp(jk_0 R \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi')) \sin(\varphi - \varphi') d\varphi', \quad (21)$$

$$a_\theta(\theta, \varphi) = I_1 R \cos(\theta) \int_{-(\pi-\varphi_0)}^{(\pi-\varphi_0)} \cos(\pi R \varphi' / L) \exp(jk_0 R \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi')) \sin(\varphi - \varphi') d\varphi', \quad (22)$$

$$a_\varphi(\theta, \varphi) = I_1 R \sin(\theta) \int_{-(\pi-\varphi_0)}^{(\pi-\varphi_0)} \cos(\pi R \varphi' / L) \exp(jk_0 R \sin(\theta) \cos(\varphi - \varphi')) \cos(\varphi - \varphi') d\varphi'. \quad (23)$$

Результаты расчета по этим соотношениям ДН по мощности для угла разрыва антенны 45 град. приведены на рис. 7. Они показывают провал в ДН при  $\varphi = n\pi$  и  $\theta = n\pi$ , а также при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\varphi = 3\pi/2$  и  $\theta = \pi/2$ . Физически это объясняется тем, что токи в плечах антенны при ее изгибе в разомкнутое кольцо противоположно направлены, и в дальней зоне в перпендикулярном направлении при  $\varphi = \pm\pi/2$ , то есть вдоль оси основного диполя, излучения нет. Диаграмма направленности для угла разрыва антенны 90 град. примерно такая же, как для угла разрыва 45 град. Можно приближенно указанную антенну заменить на прямоугольное «разомкнутое кольцо». У него основная ветвь расположена вдоль оси  $y$ , две одинаковые – вдоль оси  $x$ . Эти две одинаковые ветви имеют одинаковые и противоположно направленные токи, то есть представляют собой элементарные диполи, которые не излучают в перпендикулярных направлениях, то есть при  $\varphi \approx \pi/2$ . Отрезок, направленный вдоль оси  $y$ , также не излучает в этом направлении. При этом такая РИМ почти не излучает в перпендикулярном направлении при  $\varphi = 0, \pi$ . Зависимость ДН от угла разрыва весьма слабая. Заметим, что соотношения (21)–(23) позволяют рассчитать все компоненты полей в дальней зоне. В этом смысле РИМ в виде разомкнутого кольца на металлизированной подложке является более перспективной. Управлять ДН можно, изменяя угол разрыва кольца. Целесообразно увеличить его примерно до 90–100°.

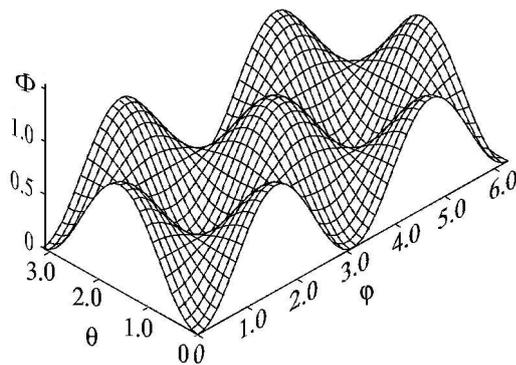


Рис. 7. Диаграмма направленности излучения по мощности для РИМ в виде разомкнутого кольца с  $R = 0.115$  и углом разрыва 45°

Диаграммы направленности РИМ с микрополосковыми структурами приближенно определяются как совокупность диаграмм направленности элементарных линейных излучателей. ДН прямолинейных излучателей приведены в [5, с. 45] как функции  $\theta$  для  $\varphi = 0$  (вдоль диполя) и  $\varphi = \pi/2$  (перпендикулярно диполю). Результаты для полоски также имеются в работах [6,7]. ДН пространственных волн слабо зависит от  $\epsilon$ , и раскрыв по уровню 0.5 примерно равен 90° в продольном и 110° в поперечном направлениях.

### Заключение

На основе электродинамического подхода сформулированы объемно-поверхностные интегральные уравнения для полосковой структуры сложной конфигурации на диэлектрической подложке (параллелепипеде) и получены приближенные уравнения для модели РИМ, на основе чего определены ее приближенные электродинамические характеристики. Взято приближение линейного центрального тока в виде полуволновой гармоники, а также использованы приближенные распределения трех компонент электрического поля в кристалле, что позволило оценить основные параметры метки. Показано, что традиционная РИМ в виде разомкнутого полуволнового кольца имеет изрезанную ДН, а улучшение равномерности достигается на непланных конструкциях. При этом металлические плечи антенны РИМ желательно

выполнять на всех гранях параллелепипеда. Полученные уравнения применимы для сложных полосковых антенн на нелинейном диэлектрике. Учет большего количества гармоник в расчетах приведет к изрезанности ДН, появлению боковых лепестков, но не сильно скажется на параметрах.

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности № 3.1155.2014/К.*

## **Библиографический список**

1. *Попов А.Л., Вендик О.Г., Зубова Н.А.* Напряженность магнитного поля в ближней зоне рамочной антенны для систем радиочастотной идентификации // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 19. С. 16.
2. *Неганов В.А., Табаков Д.П.* Электродинамический анализ плоских цилиндрических спиральных антенн // Доклады РАН. 2010. Сер. физика. Т. 430. № 6. С. 751.
3. *Давидович М.В.* Определение параметров эквивалентной схемы открытого конца микрополосковой линии на основе электродинамического анализа микрополоскового резонатора // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1984. Вып. 6 (366). С. 28.
4. *Давидович М.В.* Импедансные характеристики микрополоскового вибратора // Радиотехника. 1990. № 6. С. 68.
5. *Панченко Б.А., Нефедов Е.И.* Микрополосковые антенны. М.: Сов. Радио, 1986. 144 с.
6. *Давидович М.В.* Расчет диаграмм направленности микрополосковых антенн с использованием разложения ядра по Е- и Н-модам // Электродинамические устройства и линии передачи СВЧ: Межвузовский научный сборник. Саратов. госуд. техн. ун-т. Саратов, 2000. С. 91.
7. *Давидович М.В.* Диаграммы направленности микрополосковых антенн: расчет с использованием разложений по Е- и Н-модам // Радиолокация, навигация и связь. VII Международная н-т конф., Воронеж, 2001. Т.3. С. 572.
8. *Давидович М.В., Стефюк Ю.В.* Итерационные методы и алгоритмы для интегральных уравнений диэлектрических резонаторов // Известия вузов. Радиофизика. 2010. Т. LIII. № 4. С. 1.
9. *Давидович М.В.* Диэлектрические резонаторы: метод интегральных и интегродифференциальных уравнений // Известия Саратовского университета. Новая серия. 2008. Серия Физика. Т. 8. Вып. 1. С. 3.
10. *Альтишулер Е.Ю., Бушуев Н.А., Давидович М.В.* Электродинамическое моделирование спиральных антенн бегущей волны // Антенны. 2011. Вып. 11(174). С. 14.
11. *Марков Г.Т., Чаплин и А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1083. 295 с.

## References

1. *Popov A.L., Vendik O.G., Zubova N.A.* Magnetic field intensity in near field zone of loop antenna for RFID systems // *Technical Physics Letters*. 2010. Vol. 36. P. 882.
2. *Neganov V. A., Tabakov D.P.* Electrodynamic analysis of flat cylindrical helical antennas // *Doklady RAS*. 2010. Ser. Physics. T. 430. № 6. S. 751 (in Russian).
3. *Davidovich M.V.* Determination of parameters of equivalent circuit of the open end of the microstrip line on the basis of the electrodynamic analysis of microstrip resonator // *Electronnaya Tekhnika*. Ser. 1. Microwave Electronics. 1984. Iss. 6 (366). P. 28 (in Russian).
4. *Davidovich M.V.* Impedance characteristics of microstrip vibrator // *Radiotekhnika*. 1990. № 6. P. 68 (in Russian).
5. *Panchenko B.A., Nefedov E.I.* *Microstrip Antenna*. Moscow: Sovetskoe Radio, 1986. 144 s. (in Russian).
6. *Davidovich M.V.* Calculation of radiation patterns of microstrip antennas using the decomposition of the kernel E- and H-modes // *Microwave Electrodynamic Device and Transmission Line: Interuniversity Scientific Collection*. Saratov State Tech. Univ. Saratov. 2000. S. 91 (in Russian).
7. *Davidovich M.V.* The radiation patterns of microstrip antennas: The calculation of expansions in E- and H-modes // *Radiolocation, Navigation and Communication*. VII International Conf. Voronezh. 2001. T. 3. S. 572 (in Russian).
8. *Davidovich M.V., Stefyuk Yu.V.* Iteration methods and algorithms for dielectric-resonator integral equations of the field // *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2010. Vol. 53, № 4. P. 268.
9. *Davidovich M.V.* Dielectric resonators: The method of integral and integrodifferential equations // *Izvestiya of Saratov University*. Novaya Seriya. 2008. Series Physics. T. 8, № 1. S. 3 (in Russian).
10. *Altshuler E.Yu., Bushuev N.A., Davidovich M.V.* Electrodynamic simulation of spiral antennas // *Antenny*. 2011. T. 11 (174). S. 14 (in Russian).
11. *Markov G.T., Chaplin A.F.* *Vozbuzhdenie Elektromagnitnykh Voln [Excitation of electromagnetic waves]*. Moscow: Radio i Svyaz, 1983. 295 s. (in Russian).

*Поступила в редакцию 16.02.2015*

## MODELING OF RADIO FREQUENCY IDENTIFICATION TAGS ANTENNAS

*M. V. Davidovich<sup>1</sup>, S. G. Souchkov<sup>1</sup>, N. A. Bushuev<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Saratov State University

<sup>2</sup>JSC «RPE «Almaz»»

The method of combined volume and surface integral equations has been proposed for simulation of radio frequency identification tags. Their approximate models have been built to calculate the input impedance and the radiation pattern. Various planar and nonplanar tag's structures have been considered and their parameters have been obtained.

*Keywords:* Integral equations, strip-dielectric antenna, radio frequency tag, radiation pattern, input impedance, impedance of radiation, electrodynamic modeling.

*Давидович Михаил Владимирович* – родился в Саратове (1950), окончил Саратовский государственный университет (1972). После окончания СГУ служил в СА, работал в Саратове на ряде предприятий МЭП и в СГТУ. С 2000 г. профессор кафедры радиотехники и электродинамики в СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1992) в области радиофизики и доктора физико-математических наук в СГТУ (2000) в области моделирования в электродинамике и радиофизике, применения электродинамических моделей и алгоритмов для исследования колебаний и волн в различных структурах. Автор четырех монографий в области электродинамики (издательство LAMBERT, Saarbrücken и издательство СГУ, Саратов) и коллективной монографии «Сверхширокополосные микроволновые устройства» (издательство «Радио и связь», Москва). Опубликовал более 250 научных статей по направлениям, указанным выше. Senior Member, IEEE, Соросовский доцент (2000), Соросовский профессор (2001). Член редакционной коллегии журнала «Известия Саратовского университета. Новая Серия. Серия физика».



10012 Саратов, Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru

*Сучков Сергей Германович* – родился в Саратове (1950), окончил Саратовский государственный университет (1972) году. После окончания СГУ работал в НИИ «Волна», НПО «Алмаз», ЦНИИИИА начальником отдела, затем в СГУ профессором, начальником Научно-исследовательской части. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1980) и доктора физико-математических наук (1998) в области теории колебаний и волн СВЧ диапазона в твердотельных структурах. Опубликовал более 70 научных статей по направлениям, указанным выше.



10012 Саратов, Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: suchkov.s.g@mail.ru

*Бушуев Николай Александрович* – окончил Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского по специальности «Физика» (1973), кандидат физико-математических наук (2001), доктор экономических наук (2008). Является автором более 100 научных работ, посвященных проблемам распространения электромагнитных волн в волноведущих системах СВЧ, автоэлектронной эмиссии, а также разработке усилителей субтерагерцового диапазона частот. Награжден знаком «Почетный работник электронной промышленности» (1989), медалью имени министра электронной промышленности СССР А.И. Шокина (2007). В 2008 году удостоен почетного звания «Заслуженный машиностроитель Российской Федерации». В 2012 году стал Лауреатом Премии имени А.Н.Косыгина. В настоящее время является генеральным директором ОАО «НПП «Алмаз»».



410033, Россия, г. Саратов, ул. Панфилова, 1  
ОАО «НПП «Алмаз»»  
E-mail: almaz-rpe@overta.ru



КрымМуКо 2014 СиМиСо

**24-я Международная конференция  
«СВЧ-ТЕХНИКА  
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ»**

**Севастополь, Крым, Россия  
7– 3 сентября 2014**

**Организаторы и спонсоры**

- Севастопольский национальный технический университет
- Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск
- Институт телекоммуникационных систем НТУУ «КПИ», Киев
- НИУ «Московский авиационный институт»
- ОАО «Сатурн», Киев
- НП ОАО «Фаза», Ростов-на-Дону
- ОАО «НПП “Исток” им. Шокина», Фрязино
- ЗАО «Микроволновые системы», Москва
- НПП «Системные ресурсы», Москва
- Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
- НПФ «Микран», Томск
- ООО «Радиокомп», Москва
- Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург
- Maury Microwave, USA
- Лайнтест, Москва
- ПЛИМ Урал–Делкам-Урал, Екатеринбург
- Keysight Technologies, Москва
- SD Solutions, Санкт-Петербург
- Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь
- НИИ «Крымская астрофизическая обсерватория», Кацивели
- Крымский научно-технологический центр им. А.С. Попова, Севастополь

**Техническая и информационная поддержка**

- IEEE Electron Devices Society
- Central Ukraine IEEE joint ED/MTT/CPMT/ComSoc Chapter
- IEEE AP Chapter, Russia Section

**Организационный комитет**

*Россия, Севастополь, СевНТУ:* Ермолов П.П., председатель, к.т.н., КНТЦ им. Попова; Крамарь В.А., заместитель председателя, проф.; Афонин И.Л., проф.; Ветров И.Л., к.т.н.; Гимпилевич Ю.Б., проф.; Михайлюк Ю.П., к.т.н.; Редькина Е.А., к.т.н.; Ржевцева Н.Л., директор НБ СевНТУ

*Украина, Киев:* Ильченко М.Е., акад. НАНУ, проф., НТУУ «КПИ»  
*Украина, Харьков:* Слипченко Н.И., проф., ХНУРЭ; Шульга В.М., акад. НАНУ, проф., РИ НАНУ  
*Беларусь, Минск:* Батура М.П., проф., БГУИР  
*Россия, Фрязино, ОАО «НПП “Исток” им. Шокина»:* Борисов А.А., д.т.н.; Галдецкий А.В., к.ф.-м.н.  
*Россия, Москва:* Базин Д.П., Keysight Technologies; Кириленко Е.Г., Maury Microwave; Кишинский А.А., к.т.н., ЗАО «Микроволновые системы»; Кочемасов В.Н., к.т.н., ООО «Радиокомп»; Обухов И.А., к.ф.-м.н., НПП «Системные ресурсы»; Овчинникова Е.В., к.т.н., НИУ «МАИ»; Филягин Е.В., ООО «Лайнтест»  
*Россия, Екатеринбург:* Буторов Е.А., ГК «ПЛМ Урал-Делкам-Урал»; Иванов В.Э., проф., УрФУ  
*Россия, Томск:* Доценко В.В., ЗАО НПФ «Микран»; Малютин Н.Д., проф., ТУСУР  
*Россия, Симферополь:* Старостенко В.В., д. ф.-м. н., ТНУ им. В.И. Вернадского  
*Россия, Кацивели:* Вольвач А.Е., д. ф.-м. н., НИИ «КрАО»  
*Россия, Таганрог:* Обуховец В.А., проф., ТТУ ЮФУ  
*Россия, Ростов-на-Дону:* Чечетин А.В., НП ОАО «Фаза»

### **Программный комитет**

*Беларусь, Минск, БГУИР:* Батура М.П., сопредседатель, д. т. н., проф.; Кураев А.А., зам. сопредседателя, д. ф.-м. н., проф.  
*Украина, Киев:* Ильченко М.Е., сопредседатель, д.т.н., акад. НАНУ, НТУУ «КПИ»  
*Россия, Москва:* Шевцов В.А., сопредседатель, д.т.н., проф., ТУ «МАИ»  
*Россия, Севастополь, СевНТУ:* Гимпилевич Ю.Б., зам. сопредседателя, д.т.н., проф.; Ермолов П.П., координатор, к.т.н., КНТЦ им. Попова; Широков И.Б., к.т.н.  
*Беларусь, Минск:* Абрамов И.И., д. ф.-м. н., проф., БГУИР; Богатырёв Ю.В., д.т.н., НПЦ НАНБ по материаловедению; Демченко А.И., проф., БНТУ  
*Украина, Днепрпетровск:* Плаксин С.В., д.ф.-м.н., ИТСТ «Трансмаг» НАНУ  
*Украина, Киев, НТУУ «КПИ»:* Глоба Л.С., д.т.н., проф., ИТС; Кравчук С.А., д.т.н., проф., НИИ телекоммуникаций; Липатов А.А., к.т.н., проф.; Нарытник Т.Н., к.т.н., проф., НИИ телекоммуникаций; Поплавко Ю.М., д.ф.-м.н., проф.; Шелковников Б.Н., к.т.н.; Яненко А.Ф., д.т.н., проф.; Сундучков К.С., д.т.н., проф., ИТС  
*Украина, Киев:* Карушкин Н.Ф., к.т.н., НИИ «Орион»  
*Украина, Харьков:* Слипченко Н.И., д.ф.-м.н., проф., ХНУРЭ; Ерёмка В.Д., к.ф.-м.н., ИРЭ НАНУ; Магда И.И., д.ф.-м.н., проф., ННЦ «ХФТИ»  
*Украина, Житомир:* Манойлов В.Ф., д.т.н., проф., ЖГТУ  
*The Netherlands:* Ir. MSc. Kees van 't Klooster, European Space Agency  
*Россия, Москва:* Алыбин В.Г., д.т.н., ОАО «Российские космические системы»; Воскресенский Д.И., д.т.н., проф., ТУ «МАИ»; Громов Д.В., д.т.н., проф., ОАО «СПЭЛС»; Кишинский А.А., к.т.н., ЗАО «Микроволновые системы»; Нечаев Е.Е., д.т.н., проф., МГТУГА; Обухов И.А., к.ф.-м.н., НПП «Системные ресурсы»; Сазонов Д.М., д.т.н., проф., ТУ «МЭИ»; Смольский С.М., д.т.н., проф., ТУ «МЭИ»; Совлуков А.С., д.т.н., проф., Институт проблем управления РАН  
*Россия, Севастополь:* Пустовойтенко В.В., к.ф.-м.н., Морской гидрофизический институт  
*Россия, Фрязино:* Галдецкий А.В., к.ф.-м.н., ОАО «НПП “Исток” им. Шокина»  
*Россия, Екатеринбург:* Иванов В.Э., проф., УрФУ  
*Россия, Саратов:* Храмов А.Е., д.ф.-м.н., проф., СГУ  
*Россия, Ростов-на-Дону:* Касьянов А.О., д.т.н., проф., НИИ радиосвязи  
*Россия, Санкт-Петербург:* Пестриков В.М., д.т.н., проф., СПбГЭУ  
*Россия, Кацивели:* Вольвач А.Е., д.ф.-м.н., НИИ «КрАО»

### **Административная группа**

*КНТЦ им. Попова:* Байбарина Т.Г.; Войченко В.Г.; Свиридова Е.И.; Миняйло С.Н.  
*СевНТУ:* Иськив В.М.; Савочкин А.А., к.т.н.; Трушкин А.Н., к.т.н.; Тыщук Ю.Н.

### *Рабочие секции*

- 1.1. Полупроводниковые приборы и интегральные схемы СВЧ; 1.2. Устройства генерации, усиления и обработки сигналов СВЧ; 1а. Моделирование и автоматизированное проектирование твердотельных СВЧ-приборов;
- 2.1. Общие вопросы электроники СВЧ; 2.2. Приборы О-типа: ЛБВ, ЛОВ, клистроны; 2.3. Приборы О-типа мм и субмм диапазона; 2.4. Гиросприборы и приборы М-типа;
- 3.1. Общие вопросы систем и сетей связи; 3.2. Технологии беспроводных телекоммуникационных систем; 3.3. Системы локализации, навигации и пеленгации; 3.4. Средства и элементы систем связи и навигации; 3а.1. Инфокоммуникационные технологии предоставления услуг; 3а.2. Проектирование и планирование телекоммуникационных систем; 3а.3. Обработка и защита информации; 3а.4. Инфокоммуникационные технологии в машиностроении;
- 4.1. Многоэлементные антенные решетки; 4.2. Антенные решетки с обработкой сигнала; 4.3. Апертурные антенны; 4.4. Антенные элементы;
- 5.1. Волноводы и резонаторы; 5.2. СВЧ-фильтры, направленные ответвители и делители; 5.3. Диэлектрическая элементная база КВЧ; 5.4. Расчет и проектирование пассивных компонентов; 5а.1. Полупроводниковые гетероструктуры; 5а.2. Технология гибридных интегральных схем; 5а.3. СВЧ-материалы; 5б.1. Нанотехнологии; 5б.2. Наноматериалы; 5б.3. Наноэлектроника;
6. СВЧ-электроника сверхбольших мощностей и эффекты; 6а. Электромагнитная и радиационная стойкость материалов и ЭКБ;
- 7.1. Измерение параметров цепей и сигналов; 7.2. Измерение параметров материалов и технологических процессов; 7.3. Антенные измерения и другие приложения;
- 8.1. СВЧ-термообработка и измерительные преобразователи; 8.2. Системы RFID и ближней радиолокации; 8.3. Теория и практика автодинных измерений; 8а.1. Микроволновые технологии в биологии; 8а.2. Микроволновая техника в медицине;
- 9.1. Радиоастрономия, методы и средства изучения атмосферы Земли; 9.2. Радиолокация и радионавигация; 9.3, 9.4, 9.5. Методы и средства ДЗЗ (3 заседания);
- Н. История развития радиотехнологий и телекоммуникаций; Круглый стол.

**25-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии»  
6-12 сентября 2015г., Севастополь, Россия**

**КрыМиКо 2015 CriMiCo**

**September 6-12, 2015, Sevastopol, Russia  
25<sup>th</sup> International Crimean Conference «Microwave & Telecommunication Technology»**

Для получения детальной информации:

Tel: +7-978-745-2751

Fax: +380-692-435258

e-mail: [crimico.org@gmail.com](mailto:crimico.org@gmail.com)

<http://www.crimico.com>