

СО Д Е Р Ж А Н И Е

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН <i>Подлазов А.В.</i> Исследование масштабнo-инвариантной динамики переключений в иерархической модели дефектообразования	3
ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС <i>Маляев В.С., Семенов В.В., Вадивасова Т.Е.</i> Экспериментальная оценка неизвест- ного параметра нелинейной системы в присутствии динамического шума	17
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И НЕЙРОНАУКА <i>Гордлеева С.Ю., Матросов В.В., Казанцев В.Б.</i> Кальциевые колебания в астро- цитах. Часть 1. Астроцит как генератор кальциевых колебаний	29
<i>Матросов В.В., Гордлеева С.Ю., Казанцев В.Б.</i> Кальциевые колебания в астро- цитах. Часть 2. Динамика взаимодействующих кальциевых генераторов .	40
АВТОВОЛНЫ. САМООРГАНИЗАЦИЯ <i>Ермолаев И.А., Шаповалов А.С.</i> Исследование особенностей формирования пространственно-периодических диссипативных структур многовихревой изотермической электроконвекции	51
Материалы XV Зимней школы-семинара по СВЧ-электронике и радиофизике Саратов, Россия, 6–11 февраля, 2012	
КОНФЕРЕНЦИИ. СЕМИНАРЫ. СИМПОЗИУМЫ. ШКОЛЫ XV Международная зимняя школа-семинар по СВЧ-электронике и радиофизике, Саратов, Россия, 6–11 февраля, 2012	62
ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН <i>Завольский Н.А., Запелов В.Е., Моисеев М.А., Седов А.С.</i> Исследование субтера- герцовых гиротронов для ДПЯ спектроскопии в ИПФ РАН	70
НОВОЕ В ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКЕ <i>Мясин Е.А., Евдокимов В.В., Ильин А.Ю.</i> Методы повышения генерируемой мощности в оротроне с двухрядной периодической структурой коротко- волновой части миллиметрового диапазона волн	81
<i>Соминский Г.Г., Сезонов В.Е., Светлов И.А., Тумарева Т.А., Тарадаев Е.П.</i> Разработка в СПбГУ полевых эмиттеров для электронных устройств, работающих в техническом вакууме	94
<i>Тарасов Е.А., Синицын Н.И., Григорьев Ю.А., Бурцев А.А.</i> Получение углеродных нанотрубок методом CVD на подложках из молибдена с тонкопленочными и жидкими катализаторами	108
<i>Назарова М.В., Солнцев В.А., Колтунов Р.П., Шабанов Д.С.</i> Исследование дискрет- ного электронно-волнового взаимодействия в полосах пропускания и запи- рания замедляющих систем	118
<i>Титов А.В.</i> Приближенная нелинейная теория двухпучковой неустойчивости . . .	132
<i>Филатов Р.А., Короновский А.А., Храмов А.Е.</i> Нелинейная динамика и хаос во взаимодействующих встречных электронных потоках с виртуальными катодами в виркаторе без внешнего магнитного поля	140
<i>Фролов Н.С.</i> Динамика электронного потока с виртуальным катодом в низко- вольтном виркаторе под внешним гармоническим воздействием	152

C O N T E N T S

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY <i>Podlazov A.V.</i> Studies of scale invariant change-over dynamics in the hierarchical model of defects development.....	3
DETERMINISTIC CHAOS <i>Malyaev V.S., Semenov V.V., Vadivasova T.E.</i> Estimation of the main parameter values of nonlinear dynamic system with noise in experiment.....	17
NONLINEAR DYNAMICS AND NEUROSCIENCE <i>Gordleeva S.Yu., Matrosov V.V., Kazantsev V.B.</i> Calcium oscillations in astrocytes. Part 1. Astrocyte as generator of calcium oscillations.....	29
<i>Matrosov V.V., Gordleeva S.Yu., Kazantsev V.B.</i> Calcium oscillations in astrocytes. Part 2. Dynamics of interacting calcium oscillators.....	40
AUTOWAVES. SELF-ORGANIZATION <i>Ermolaev I.A., Shapovalov A.S.</i> Investigation of particularities formation spatially periodic structures of multieddy isothermal electroconvection.....	51
<i>Transactions of the XV International winter school on microwave electronics and radiophysics Saratov, Russia, February 6–11, 2012</i>	
CONFERENCES. MEETINGS. SYMPOSIA. SCIENTIFIC SCHOOLS XV International winter school on microwave electronics and radiophysics, Saratov, Russia, February 6–11, 2012.....	62
APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY <i>Zavolsky N.A., Zapevalov V.E., Moiseev M.A., Sedov A.S.</i> The investigation of subterahertz gyrotron for DNP spectroscopy in the IAP RAS.....	70
INNOVATIONS IN APPLIED PHYSICS <i>Myasin Ye.A., Evdokimov V.V., Il'iyu A.Yu.</i> Methods of output power increasing in orotron with double-row periodic structure in the short-wavelength part of millimeter-wave range.....	81
<i>Sominski G.G., Sezonov V.E., Svetlov I.A., Tumareva T.A., Taradaev E.P.</i> Development in SPbSPU of field emitters for electron devices operating at technical vacuum conditions.....	94
<i>Tarasov E.A., Sinitsyn N.I., Grigoriev Y.A., Bourtsev A.A.</i> The carbon nanotubes grown on molybdenum substrates by CVD-method using thin metal films of iron and water solutions of ferriferous substances as catalysts.....	108
<i>Nazarova M.V., Solntsev V.A., Koltunov R.P., Shabanov D.S.</i> Study of discrete electron-wave interaction in the passband and stopband of slow-wave systems.....	118
<i>Titov A.V.</i> An approximate nonlinear theory of double-stream instability.....	132
<i>Filatov R.A., Koronovskii A.A., Hramov A.E.</i> Nonlinear dynamics and chaos in the counterstreaming electron beams with virtual cathodes in vircator without external magnetic field.....	140
<i>Phrolov N.S.</i> Dynamics of electron flow with virtual cathode in low-voltage vircator under external force.....	152



ИССЛЕДОВАНИЕ МАСШТАБНО-ИНВАРИАНТНОЙ ДИНАМИКИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ В ИЕРАРХИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЕФЕКТООБРАЗОВАНИЯ

А.В. Подлазов

Иерархическая модель дефектообразования позволяет с единых позиций рассматривать как обычную, так и самоорганизованную критичность. Масштабно-инвариантное критическое состояние в этой модели представлено неподвижными точками перенормировочного преобразования, связанного с подъемом на следующий уровень иерархии. Устойчивые неподвижные точки этого преобразования соответствуют самоорганизованной критичности, а неустойчивые – обычной.

В работе перенормировочный подход к критическому состоянию дополнен динамическим, более традиционным для теории самоорганизованной критичности. Показано, что единичные возмущения на нижнем уровне иерархической системы вызывают отклик, распределенный по размеру степенным образом. Исследована зависимость показателей распределения от параметров модели.

Ключевые слова: Самоорганизованная критичность, масштабная инвариантность, перенормировка, степенные распределения.

Введение

Вопрос о природе масштабно-инвариантного состояния, в котором происходящие в системе процессы протекают одинаково на всех уровнях ее организации, является одним из ключевых вопросов для третьей парадигмы нелинейной динамики – парадигмы сложности.

Масштабная инвариантность характерна для критических явлений [1], которые могут происходить в некоторых нелинейных системах при тонкой подстройке управляющих параметров. Появление теории самоорганизованной критичности [2,3] дало объяснение возникновению масштабно-инвариантного состояния и в ситуациях общего положения. Однако существует методологический разрыв между исследованием традиционных критических систем, которое основывается на пространственной перенормировке [1], и исследованием самоорганизованно критических систем, существенным образом опирающимся на особенности той динамики, которая и приводит их в критическое состояние [4–7].

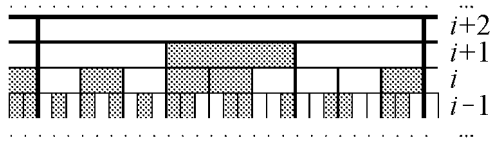


Рис. 1. Фрагмент иерархической системы модели дефектообразования. Каждый элемент i -го уровня состоит из $n = 3$ элементов $(i - 1)$ -го уровня. Элементы системы могут быть исправны или дефектны (показаны заливкой). Состояние каждого элемента определяется состоянием образующих его элементов предыдущего уровня, а также его собственной восприимчивостью к дефектам. Рисунок соответствует ситуации $s_2 = 1, s_1 = s_3 = 0$, то есть все элементы имеют одинаковую восприимчивость и становятся дефектными, когда дефектно более половины образующих их элементов

Рассмотрим иерархическую систему, фрагмент которой изображен на рис. 1. Система разбита на *уровни*, которые можно интерпретировать как степени детализации описания системы – чем ниже уровень, тем детальнее.

Элементы системы могут быть *исправны* или *дефектны*. На нижнем уровне $i = 0$ состояние элементов положим полностью случайным с концентрацией дефектов p_0 .

Каждый элемент уровня $i > 0$ состоит из фиксированного числа n элементов предыдущего уровня $(i - 1)$. Элементы нижележащих уровней, объединяющиеся в элемент следующего уровня, передают ему свое состояние в соответствии с его *восприимчивостью к дефектам*, под которой понимается минимальное число дефектных составляющих, необходимых, чтобы и он стал дефектным. Иными словами, элемент с восприимчивостью $k = 1, 2, \dots, n$ будет дефектным, если дефектны не менее k его составляющих.

Предметом исследования является изменение концентрации дефектных элементов при подъеме по уровням, а также реакция системы на изменение состояния одного элемента нижнего уровня.

Обозначим доли элементов типа k в системе через s_k . При этом, очевидно,

$$\sum_{k=1}^n s_k = 1. \quad (1)$$

Доли s_k будем считать одинаковыми для всех уровней системы.

Величины s_k не очень удобны с точки зрения проведения выкладок. Поэтому далее при первой же возможности мы будем переходить от них к отмасштабированным величинам $\sigma_k = ns_k - 1$.

Для них нормировка (1) запишется как

$$\sum_{k=1}^n \sigma_k = 0. \quad (2)$$

Устранить этот разрыв позволяет рассматриваемая далее модификация иерархической модели дефектообразования, предложенной в работах [8–14]. Эта модель дает возможность с единых позиций взглянуть на обычную и самоорганизованную критичность при пространственной перенормировке. Благодаря наличию у модели критического состояния, ее правила могут быть дополнены динамикой, демонстрирующей его масштабную инвариантность, что и составляет основное содержание данной работы.

1. Свойства модели в простейшем случае

1.1. Фазовое пространство системы. Простейшим нетривиальным является случай $n = 3$ (см. пример на рис. 1), при котором элементы могут быть только трех типов:

- *пессимисты* ($k = 1$), становящиеся дефектными при наличии хотя бы одной дефектной составляющей;
- *демократы* ($k = 2$), состояние которых определяется большинством составляющих;
- *оптимисты* ($k = 3$), становящиеся исправными при наличии хотя бы одной исправной составляющей.

Изменение концентрации дефектных элементов p при подъеме на один уровень описывается отображением

$$p \rightarrow F(p) \quad (3)$$

с передаточной функцией

$$F(p) = s_1 \cdot (1 - q^3) + s_2 \cdot (p^3 + 3p^2q) + s_3 \cdot p^3, \quad (4)$$

где $q = 1 - p$ – концентрация исправных элементов.

Критическое состояние *масштабно-инвариантно*, то есть пребывающие в нем системы устроены одинаково на всех уровнях. Соответственно, интерес представляют неподвижные точки отображения (3), (4). Они находятся как корни уравнения

$$p = F(p), \quad (5)$$

которое с учетом нормировки (1) принимает вид

$$3(s_1 + ps_2) \cdot pq = (1 + p) \cdot pq.$$

Отображение всегда имеет две тривиальные неподвижные точки $p = 0$ и $q = 0$, соответствующие полностью бездефектному и полностью дефектному состояниям, и критическую

$$p_c = -\frac{3s_1 - 1}{3s_2 - 1} = -\frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \quad (6)$$

которая, чтобы иметь физический смысл, должна удовлетворять ограничению

$$0 \leq p_c \leq 1. \quad (7)$$

Устойчивость неподвижных точек отображения (3) определяется абсолютной величиной производной передаточной функции (4). Если она меньше единицы, то неподвижная точка устойчива, если больше – неустойчива, а равенство

$$|F'(p)| = 1 \quad (8)$$

соответствует бифуркации, происходящей, когда встречаются две неподвижные точки отображения.

В случае отображения (3), (4) тривиальные неподвижные точки ограничивают диапазон физически осмысленных значений (7) критической неподвижной точки (6).

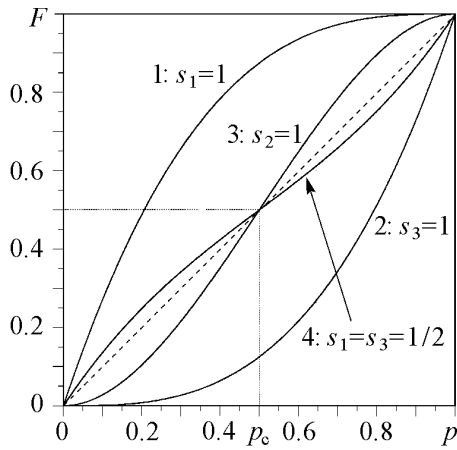


Рис. 2. Изменение концентрации дефектных элементов при подъеме на следующий уровень. Графики приведены для четырех случаев, разбираемых в тексте. Точка $p = 0$ устойчива в случаях 2 и 3, точка $p = 1$ – в случаях 1 и 3. Критическая неподвижная точка $p_c = 1/2$ существует в случаях 3 и 4, причем она неустойчива в случае 3 и устойчива в случае 4

и положение точки p_c , нет необходимости проводить выкладки, а достаточно рассмотреть по одному удобному примеру из уже известных областей пространства параметров. На рис. 2 приведены графики передаточной функции (4) для таких удобных случаев.

1. При $s_1 = 1, s_2 = s_3 = 0$ ($\sigma_1 = 2, \sigma_2 = \sigma_3 = -1$) для возникновения дефектного элемента достаточно, чтобы хотя бы одна из его составляющих была дефектной. Соответственно, единственная устойчивая неподвижная точка отображения $p = 1$, и любая ненулевая концентрация дефектов на нижнем уровне приводит к дефектности всей системы.

2. При $s_3 = 1, s_1 = s_2 = 0$ ($\sigma_3 = 2, \sigma_1 = \sigma_2 = -1$) для возникновения дефектного элемента необходимо, чтобы все его составляющие были дефектными. Соответственно, единственная устойчивая неподвижная точка отображения $p = 0$, и любая ненулевая концентрация исправных элементов на нижнем уровне гарантирует исправность всей системы.

3. Если $s_2 = 1, s_3 = s_1 = 0$ ($\sigma_2 = 2, \sigma_3 = \sigma_1 = -1$), то дефектный элемент возникает, если более половины из его составляющих дефектны. При этом оба крайних значения $p = 0$ и $p = 1$ устойчивы и состояние системы в целом определяется концентрацией дефектов на нижнем уровне. Если $p_0 < p_c = 1/2$, то система будет исправна (что сводится к варианту 2), а если $p_0 > p_c$ – дефектна (вариант 1). И лишь в случае $p_0 = p_c$ критическая концентрация дефектов будет сохраняться от уровня к уровню.

4. Если $s_2 = 0, s_3 = s_1 = 1/2$ ($\sigma_2 = -1, \sigma_3 = \sigma_1 = 1/2$), то система представляет собой рацемическую (в равных долях) смесь элементов двух разных типов: одни ведут себя по правилу 1, усиливая дефекты, а другие – по правилу 2, подавляя их. При этом критическая точка устойчива, и вероятность дефектности системы в целом p_c не зависит от концентрации дефектов на нижнем уровне, коль скоро $p_0 \neq 0; 1$.

Следовательно, изменение устойчивости тривиальных неподвижных точек совпадает с ее появлением в интервале (7) или с исчезновением из него.

При производной передаточной функции

$$F'(p) = 3(s_1 \cdot q^2 + 2s_2 \cdot pq + s_3 \cdot p^2) = 1 + (\sigma_1 \cdot q^2 + 2\sigma_2 \cdot pq + \sigma_3 \cdot p^2)$$

уравнение (8) дает для неподвижных точек $p = 0$ и $p = 1$, соответственно, многообразия $s_1 = 1/3$ ($\sigma_1 = 0$) и $s_3 = 1/3$ ($\sigma_3 = 0$), которые делят пространство параметров системы на четыре области, внутри которых устойчивость неподвижных точек отображения (3), (4) и их взаимное расположение неизменны. То есть, чтобы определить устойчивость и

На рис. 3 приведена фазовая диаграмма для рассматриваемой системы (она двухмерна, поскольку величины s_k связаны между собой условием нормировки (1)) [10,13,14]. Пространство параметров распадается на четыре области (фазы): две, в которых одна тривиальная неподвижная точка устойчива, вторая – неустойчива, а критической точки нет вовсе, и две, в которых критическая точка есть (на рис. 3 залиты оттенками серого).

Свойства систем, рассмотренных в примерах 1 и 2, где нет критической точки, вполне предсказуемы и, следовательно, эти системы не таят никакой опасности. Однако в критическом состоянии система может с ненулевой вероятностью оказаться как исправной, так и дефектной. При этом единичные изменения на нижнем уровне могут приводить к катастрофам – переключению состояния элементов высоких уровней или даже системы в целом.

И если в примере 3 критическое состояние возникает лишь при специальном значении $p_0 = p_c$, то в примере 4 – уже при любом $p_0 \neq 0; 1$. Вариант 3, таким образом, соответствует обычному критическому поведению, когда для появления у системы целостных свойств требуется специальная подстройка, а вариант 4 – самоорганизованной критичности, возникающей за счет действия отрицательной обратной связи, которая уменьшает отклонение p_i от p_c при подъеме по уровням.

1.2. Динамическое расширение модели. Модель дефектообразования позволяет продемонстрировать не только свойства критического состояния при пространственной перенормировке, но и соответствующую масштабно-инвариантную динамику.

В качестве возмущающего фактора здесь выступает изменение состояния случайно выбранных элементов некоторого уровня на противоположное, то есть появление или выправление единичных дефектов. В качестве уровня, где это происходит, выберем тот, на котором уже установилась критическая концентрация дефектов p_c . Это избавит нас от необходимости рассматривать переходные процессы. Далее для простоты полагаем, что $p_0 = p_c$, и, соответственно, изменениям, инициирующим динамику системы, подвергаются элементы нулевого уровня.

Изменение состояния некоторого элемента может сказаться на элементе следующего уровня, в который первый входит как составляющая, а изменения того, в свою очередь, – на более крупном, и т.д. Если изменения, вызванные появлением или выправлением единичного дефекта на нижнем уровне, дошли до слоя m и

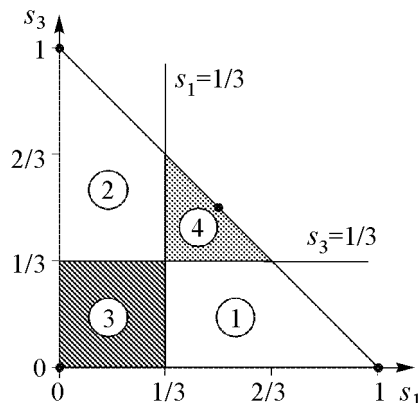


Рис. 3. Фазовая диаграмма для иерархической системы в проекции на оси $s_1 - s_3$. В случае $s_1 < 1/3$ (области 2 и 3) устойчиво бездефектное состояние $p = 0$. В случае $s_3 < 1/3$ (области 1 и 3) устойчиво полностью дефектное состояние $p = 1$. При одновременном выполнении этих условий (область 3) между устойчивыми неподвижными точками $p = 0$ и $p = 1$ отображения (3)–(4) лежит его неустойчивая неподвижная точка p_c , что соответствует обычному критическому поведению. Если же оба условия нарушаются (область 4), то между двумя неустойчивыми состояниями оказывается устойчивое, что соответствует самоорганизованной критичности. Жирными точечками отмечены случаи, использовавшиеся для определения взаимного расположения и устойчивости неподвижных точек отображения. Его графики для этих случаев приведены на рис. 2

затронули элемент линейного размера $x = n^m$, то величину x будем называть *размером* происшедшего катастрофического события, а ее логарифмическую меру m — его *магнитудой*.

Найдем распределение событий по магнитуде и размеру, для простоты полагая число уровней в системе бесконечным. Если передача изменения на следующий уровень происходит с постоянной вероятностью P , то события распределены по магнитуде экспоненциальным образом

$$u(m) = (1 - P) P^m \sim n^{-\alpha m}, \quad (9)$$

где

$$\alpha = -\log_n P. \quad (10)$$

Соответственно, распределение событий по размеру будет даваться степенной формулой

$$u(x) \sim x^{-(1+\alpha)}. \quad (11)$$

Величина показателя α имеет принципиальное значение с точки зрения задач управления риском [14]. Чем меньше показатель, тем опаснее поведение системы. События, описываемые распределением (11) с $\alpha < 1$, уместно трактовать как *катастрофы*, поскольку сумма выборочных значений по порядку величины совпадает с крупнейшим из них. Если же $\alpha > 1$, то следует говорить об *авариях*, для которых уже не имеет места ситуация доминирования в сумме одного крупнейшего события.

Определим зависимость P от s_k . Появление дефектной составляющей у элемента восприимчивости k делает его дефектным в том и только в том случае, если до того у него была дефектна ровно $(k - 1)$ составляющая. Таким образом, вероятность передачи возникшего дефекта на следующий уровень есть

$$P = s_1 \cdot q^2 + s_2 \cdot 2pq + s_3 \cdot p^2 = (1 + (\sigma_1 \cdot q^2 + \sigma_2 \cdot 2pq + \sigma_3 \cdot p^2)) / 3.$$

Вероятность передачи выправленного дефекта, очевидно, такая же.

При $p_0 = p_c$ с учетом соотношений (2) и (6) получаем

$$P = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \right) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{(3s_1 - 1) \cdot (3s_3 - 1)}{(3s_1 - 1) + (3s_3 - 1)} \right). \quad (12)$$

В области параметров 4, соответствующей самоорганизованно критическому поведению, $s_1, s_3 > 1/3$ ($\sigma_1, \sigma_3 > 0$). Поэтому вероятность передачи изменений ограничена сверху значением $P_{\max} = 1/3$, которое соответствует случаю $s_1 = 1/3$ ($\sigma_1 = 0$) или $s_3 = 1/3$ ($\sigma_3 = 0$).

Как нетрудно понять, в случае фиксированной доли s_2 (и, соответственно, фиксированной суммы $s_1 + s_3$) минимального значения вероятность P достигает, если $s_1 = s_3$. При этом формула (12) с учетом нормировки (1) упрощается до вида

$$P = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{\sigma_2}{4} \right) = \frac{1 + s_2}{4},$$

что позволяет определить и наименьшее значение $P_{\min} = 1/4$, соответствующее точке фазового пространства $s_2 = 0, s_3 = s_1 = 1/2$ ($\sigma_2 = -1, \sigma_3 = \sigma_1 = 1/2$), рассмотренной в примере 4.

Таким образом, согласно формуле (10), в случае самоорганизованной критичности показатель распределения событий по размеру лежит в диапазоне

$$1 \leq \alpha_s \leq \log_3 4 \approx 1.262 \dots$$

Заметим, что формулы (10) и (12) не утрачивают применимости и в случае обычной критичности. Однако, поскольку здесь критическая точка неустойчива, выполнение условия $p_0 = p_c$ возможно только при искусственной установке необходимой концентрации дефектов на нижнем уровне. Тем не менее, если это сделано, то отклик системы на возмущение по-прежнему распределен степенным образом. Легко убедиться, что в этом случае вероятность передачи дефекта $P \in [1/3; 1/2]$, а показатель распределения для области 3 (см. рис. 3) лежит в диапазоне $1 \geq \alpha_u \geq \log_3 2 \approx 0.631 \dots$. Его минимальное значение соответствует точке $s_2 = 1, s_3 = s_1 = 0$ ($\sigma_2 = 2, \sigma_3 = \sigma_1 = -1$), рассмотренной в примере 3.

На рис. 4 показаны распределения переключений, вызванных единичным изменением на нижнем уровне, для случаев, доставляющих экстремумы показателю α . Область самоорганизованной критичности характеризуется аварийными значениями показателя распределения, а область обычной – катастрофическими.

1.3. Динамика переключений в окрестности неустойчивой критической точки. Если для неустойчивой критической точки $p_0 \neq p_c$, то при подъеме по уровням *отстройка* $\delta p = p - p_c$ в окрестности точки p_c увеличивается по формуле $\delta p \rightarrow \Lambda \delta p$, где обозначено $\Lambda = F'(p_c)$. Соответственно, $\delta p_i = \Lambda^i \delta p_0$.

Уход концентрации дефектов от критического значения, в свою очередь, приводит к нарушению степенного вида распределения. Формула (11) заменяется на более общую запись

$$u(x) = x^{-(1+\alpha)} \cdot f(x/x^*), \quad (13)$$

где функция $f(y)$ примерно постоянна при $y \sim 1$ и быстро убывает при $y \rightarrow \infty$, а величина x^* определяет характерный размер крупных событий, которые еще могут происходить при заданной стартовой отстройке δp_0 .

Максимально возможному событию соответствует отстройка $\delta p^* \sim 1$, то есть полный уход концентрации дефектов от p_c . Для этого необходимо пройти $m^* = \log_\Lambda \delta p^* / \delta p_0$ уровней. Соответственно,

$$x^* \sim \delta p_0^{-v}, \quad (14)$$

где

$$v = \log_\Lambda n. \quad (15)$$

В магнитудном представлении плотность распределения (13) принимает вид

$$u(m) \sim n^{-am} \cdot f(n^{m-m^*}). \quad (16)$$

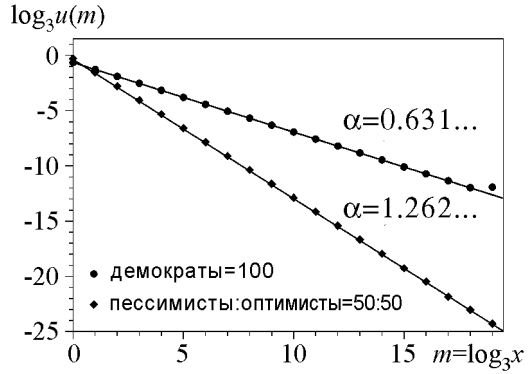


Рис. 4. Примеры распределения переключений по магнитуде. Значками показаны результаты компьютерного моделирования. Сплошные линии соответствуют зависимости (9)

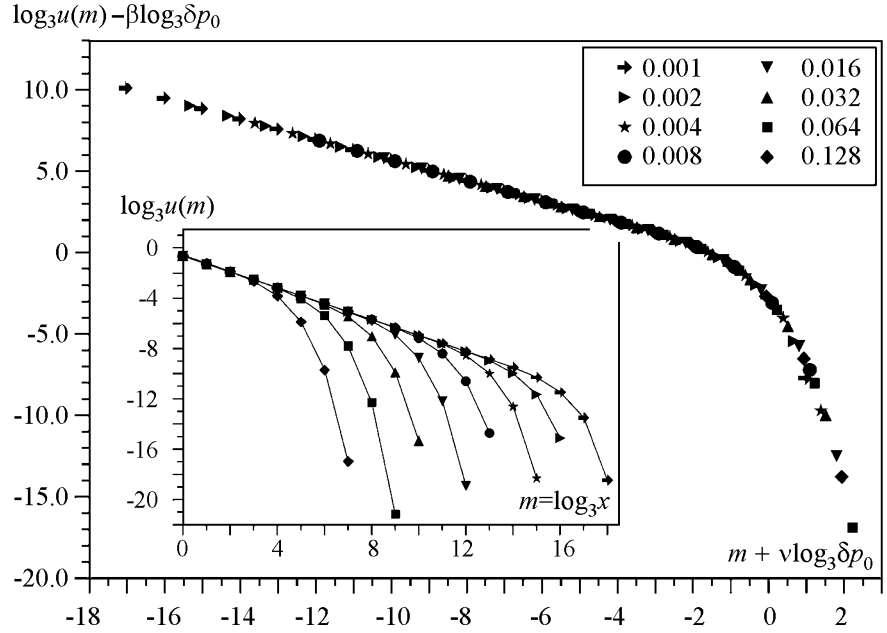


Рис. 5. Распределения переключений по magnitude при различных значениях стартовой отстройки δp_0 . Рассмотрен случай неустойчивой критической точки из примера 3 ($s_2 = 1$). Графики совпадают при скейлинговых показателях $\nu = \log_{3/2} 3 \approx 2.710\dots$ и $\beta = \log_{3/2} 2 \approx 1.710\dots$, дающих показатель распределения $\alpha = \log_3 2 \approx 0.631\dots$. На врезке приведены те же графики, но без скейлинга

Альтернативную запись плотности дает метод *конечно-размерного скейлинга*:

$$u(m) = \delta p_0^\beta \cdot g(n^m \cdot \delta p_0^\nu). \quad (17)$$

Эквивалентность записей (16) и (17) предполагает степенное поведение функции g при малых значениях аргумента и выполнение скейлингового соотношения $\beta = \nu\alpha$. Оно позволяет легко определять показатель α по экспериментальным данным. При правильном подборе скейлинговых показателей β и ν графики распределения, построенные для различных значений δp_0 и отмасштабированные в соответствие с формулой (17), должны совпасть. На рис. 5 приведен пример конечно-размерного скейлинга для распределения переключений по magnitude, демонстрирующий эту процедуру в действии.

2. Свойства модели в общем случае

2.1. Расположение и устойчивость неподвижных точек. В случае произвольного n передаточная функция отображения (3) дается выражением

$$F(p) = \sum_{i=1}^n C_n^i p^i q^{n-i} \cdot \sum_{k=1}^i s_k,$$

которое после замены s_k на σ_k принимает вид

$$F(p) = p + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_n^i p^i q^{n-i} \cdot \sum_{k=1}^i \sigma_k. \quad (18)$$

Для определения неподвижных точек отображения (3), (18) подставим формулу (18) в уравнение (5), исключив из диапазона суммирования значение $i = n$ (в силу нормировки (2) соответствующее слагаемое входит в сумму с нулевым коэффициентом). После отбрасывания тривиальных решений $p = 0$ и $q = 0$ остается уравнение на нетривиальные неподвижные точки

$$\sum_{i=1}^{n-1} C_n^i p^{i-1} q^{n-1-i} \sum_{k=1}^i \sigma_k = 0, \quad (19)$$

решения которого по-прежнему должны удовлетворять ограничению (7).

Производная передаточной функции отображения, необходимая для определения устойчивости неподвижных точек, находится дифференцированием формулы (18)

$$F'(p) = 1 + \sum_{i=1}^n (C_{n-1}^{i-1} p^{i-1} q^{n-i} - C_{n-1}^i p^i q^{n-1-i}) \cdot \sum_{k=1}^i \sigma_k.$$

Сменив порядок суммирования, имеем

$$F'(p) = 1 + \sum_{k=1}^n \sigma_k \cdot \sum_{i=k}^n (C_{n-1}^{i-1} p^{i-1} q^{n-i} - C_{n-1}^i p^i q^{n-1-i}).$$

Легко видеть, что внутренняя сумма упрощается до одного члена, что окончательно дает

$$F'(p) = 1 + \sum_{k=1}^n \sigma_k C_{n-1}^{k-1} p^{k-1} q^{n-k}. \quad (20)$$

Откуда, в частности,

$$F'(0) = 1 + \sigma_1 = n s_1,$$

$$F'(1) = 1 + \sigma_n = n s_n,$$

что определяет устойчивость тривиальных неподвижных точек $p = 0$ и $p = 1$ условиями $s_1 < 1/n$ ($\sigma_1 < 0$) и $s_n < 1/n$ ($\sigma_n < 0$), соответственно.

Вероятность передачи возникшего дефекта на следующий уровень есть

$$P = \sum_{k=1}^n s_k C_{n-1}^{k-1} p^{k-1} q^{n-k} = \frac{1}{n} \left(1 + \sum_{k=1}^n \sigma_k C_{n-1}^{k-1} p^{k-1} q^{n-k} \right). \quad (21)$$

Сопоставление формул (20) и (21) позволяет установить связь между производной передаточной функции и вероятностью передачи дефекта

$$P = F'(p)/n. \quad (22)$$

Подставив это соотношение в формулу (10), приходим к выражению для показателя распределения

$$\alpha = 1 - \log_n F'(p), \quad (23)$$

из которого вытекает ограничение на диапазон показателей для устойчивых и неустойчивых неподвижных точек отображения (3). В области самоорганизованной критичности, где выполнено условие устойчивости $F'(p) < 1$, возможны только значения

показателя $\alpha_s > 1$, соответствующие авариям, а в области обычной критичности, где $F'(p) > 1$, будет наблюдаться уже катастрофическая статистика с $\alpha_u < 1$.

Заметим, что соотношение (22) может быть получено и непосредственно. Изменение концентрации дефектов на величину Δp влечет на следующем слое изменение их концентрации на $\Delta F(p) = F'(p) \cdot \Delta p$. А переключение состояния одного элемента из n входящих в блок как раз и дает изменение концентрации $\Delta p = 1/n$, входящее как коэффициент в формулу (22).

2.2. Экстремальные значения показателя. Как было показано выше, в области самоорганизованной критичности выполнено ограничение $\alpha_s > 1$, а в области обычной – $\alpha_u < 1$. Найдем для произвольного n вторые концы диапазонов, ограничивающих значения показателя α .

Как показывает численное изучение решений уравнения (19), изменение экстремальных значений показателя с ростом n существенно различается в случаях обычной и самоорганизованной критичности.

Для области самоорганизованной критичности наибольшее значение α_s достигается при $s_1 = s_n = 1/2$ (то есть для рацемической смеси крайних пессимистов и крайних оптимистов). Легко убедиться, что очевидное значение $p_c = 1/2$ будет в этом случае неподвижной точкой отображения (3), (18). По формуле (21) находим экстремальную вероятность передачи дефекта

$$P_{\min} = 2^{-(n-1)},$$

что, согласно выражению (10), дает максимальный показатель распределения событий $\alpha_s = (n - 1)/\log_2 n$.

Таким образом, показатель α_s неограниченно возрастает при увеличении n . Соответствующий график приведен на врезке рис. 6.

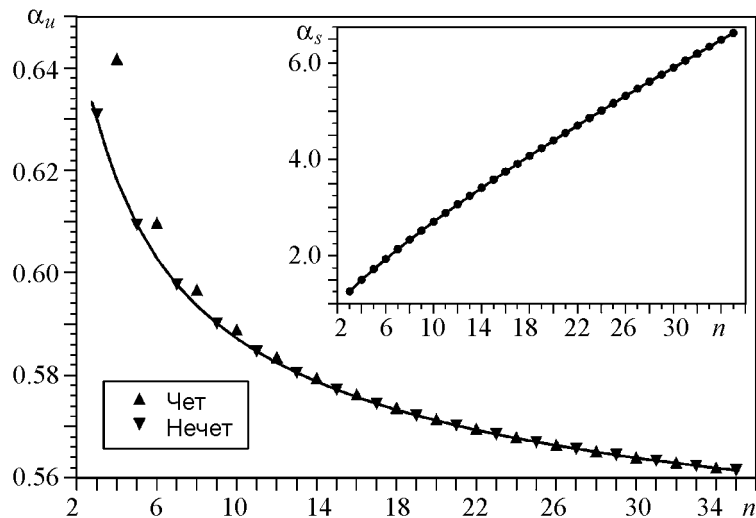


Рис. 6. Экстремальные показатели распределения переключений. Значками показаны реальные значения показателя, линией – расчетная зависимость (в случае неустойчивой критической точки соответствует нечетным n). Для неустойчивой критической точки минимальный показатель убывает до $1/2$ при возрастании n . Для устойчивой критической точки (врезка) максимальный показатель неограниченно возрастает

Для области обычной критичности поведение показателя оказывается более сложным, поскольку здесь свойства модели зависят от четности n .

В случае нечетного $n = 2l + 1$ экстремум достигается при $s_{l+1} = 1$, то есть когда вся система состоит из идеальных демократов. Вновь, как и в случае самоорганизованной критичности, здесь имеется очевидная критическая точка $p_c = 1/2$, что можно проверить непосредственной подстановкой в формулу (18).

В соответствии с формулой (21), вероятность передачи дефекта $P_{\max} = 2^{-2l} C_{2l}^l$. Воспользовавшись для нахождения числа сочетаний формулой Стирлинга

$$x! \cong \sqrt{2\pi} \cdot x^{x+1/2} e^{-x+1/12x},$$

получаем выражение

$$P_{\max} \cong \frac{\exp(-1/8l)}{\sqrt{\pi l}},$$

определяющее в соответствии с формулой (10) минимальный показатель

$$\alpha_u \cong \frac{1/8l + \ln \sqrt{\pi l}}{\ln(2l + 1)}.$$

Таким образом, $\alpha_u \rightarrow 1/2$ сверху при $n \rightarrow \infty$.

В случае четного $n = 2l$ вопреки интуитивным ожиданиям экстремум достигается не при $s_l = s_{l+1} = 1/2$ (рацемическая смесь *недодемократов* пессимистического и оптимистического толка), а как при $s_l = 1$, так и при $s_{l+1} = 1$ (тотальное присутствие недодемократов только одного из двух толков). Из-за этого симметрия, позволяющая провести в общем случае аналитические выкладки, исчезает. Однако, как видно из рис. 6, по мере роста n разница между его четным и нечетным значениями нивелируется.

Наиболее узким диапазон возможных значений показателя для обычной критичности оказывается при $n = 4$. Можно показать, что в этом случае значение показателя не опускается ниже значения

$$\alpha_u = \log_4 \frac{11 + \sqrt{13}}{6} \approx 0.642 \dots$$

достигаемого при $s_2 = 1$ или $s_3 = 1$. А в случае $s_2 = s_3 = 1/2$ получается несколько большее значение $\alpha_u = 2 - \log_4 6 \approx 0.708 \dots$

3. Суперуниверсальные показатели

Рассмотрим средний размер переключения, происходящего в системе бесконечного размера при изменении состояния единичного элемента нижнего уровня

$$\langle x \rangle = \int x \cdot u(x) dx. \quad (24)$$

В случае обычной критичности $\alpha < 1$ при чисто степенном виде плотности $u(x)$, то есть при $p_0 = p_c$, интеграл (24) расходится. Соответственно, величина $\langle x \rangle$ определяется отстройкой δp_0 . На основе формул (13) и (14) находим

$$\langle x \rangle = \int x^{-\alpha} \cdot f(x \cdot \delta p_0^v) dx \sim \delta p_0^{-v(1-\alpha)}.$$

Сопоставление формул (15) и (23) приводит к нетривиальному скейлинговому соотношению

$$\nu(1 - \alpha) = 1, \quad (25)$$

из которого вытекает суперуниверсальная зависимость

$$\langle x \rangle \sim \delta p_0^{-1}. \quad (26)$$

Таким образом, средний размер переключения для обычной критичности оказывается независимым от каких-либо параметров системы, кроме отстройки стартовой концентрации дефектов от критического значения. Для сравнения: в случае самоорганизованной критичности интеграл (24) сходится и, как непосредственно следует из формулы (9),

$$\langle x \rangle = \frac{1 - P}{1 - nP} = \frac{n^\alpha - 1}{n^\alpha - n},$$

то есть здесь средний размер переключения зависит от величины показателя α .

Кроме суперуниверсального показателя в зависимости (26) иерархическая модель дефектообразования имеет еще один суперуниверсальный показатель. Наряду с переключениями, инициируемыми изменением состояния одного элемента нижнего уровня при фиксированной концентрации дефектов на нем, можно рассматривать процесс ее последовательного нарастания от 0 до 1, связанный с постепенным накоплением дефектов.

В этом случае вне зависимости как от величин n и s_k , так и от порядка, в котором вносятся дефекты, распределение переключений по размеру характеризуется показателем $\alpha = 1$. В самом деле, поскольку каждый из элементов системы должен рано или поздно сменить свое состояние с исправного на дефектное, каждое n -е изменение состояния элемента, происшедшее на некотором уровне иерархии, будет передаваться на следующий ее уровень, а остальные – завершаться на этом уровне. Тем самым, доля событий магнитуды m в точности равна $(n - 1)/n^{m+1}$, что, в силу формулы (9), и обеспечивает указанное значение показателя.

Выводы

Размер переключения, вызванного изменением состояния единичного элемента на нижнем уровне иерархической системы, распределен степенным образом.

Для самоорганизованной критичности показатель распределения всегда больше единицы (аварии). Наибольшее его значение, достигаемое для систем, состоящих из рацемической смеси крайних пессимистов и оптимистов, неограниченно возрастает по мере увеличения n . Поскольку самоорганизованная критичность соответствует устойчивой неподвижной точке отображения, описывающего изменение концентрации дефектов при подъеме по уровням, ее конкретное значение на нижнем уровне несущественно.

Для обычной критичности показатель распределения всегда меньше единицы (катастрофы). Наименьшее его значение, достигаемое для систем, полностью состоящих из идеальных демократов (в случае нечетных n) или из одного типа недемократов (в случае четных n), стремится к $1/2$ сверху по мере увеличения n . Поскольку обычная критичность соответствует неустойчивой неподвижной точке отображения,

описывающего изменение концентрации дефектов при подъеме по уровням, ее значение на нижнем уровне должно совпадать с критическим. При отстройке стартовой концентрации дефектов от критической область степенного вида распределения переключений ограничена значением, которое убывает как степень отстройки. А средний размер переключения оказывается обратно пропорциональным отстройке вне зависимости от параметров системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 10-01-00786-а и 11-01-00887-а).

Библиографический список

1. *Ма Ш.* Современная теория критических явлений. М.: Мир, 1980. 298 с.
2. *Bak P., Tang C., Wiesenfeld K.* Self-organized criticality// *Phys. Rev. A.* 1988. Vol. 38, № 1. P. 364.
3. *Bak P.* How nature works: The science of self-organized criticality. Springer-Verlag, New York, Inc. 1996.
4. *Dhar D., Ramaswamy R.* Exactly solved model of self-organized critical phenomena// *Phys. Rev. Lett.* 1989. Vol. 63, № 16. P. 1659.
5. *Paczuski M, Maslov S., Bak P.* Avalanche dynamics in evolution, growth, and depinning models// *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 53, № 1. P. 414.
6. *Подлазов А.В., Осокин А.Р.* Самоорганизованная критичность эруптивных процессов в солнечной плазме// *Математическое моделирование.* 2002. Т. 14, № 2. С. 118.
7. *Подлазов А.В.* Теория самоорганизованной критичности – наука о сложности// *Будущее прикладной математики. Лекции для молодых исследователей/* Под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: Эдиториал УРСС, 2005. С. 404.
8. *Наркунская Г.С., Шнирман М.Г.* Иерархическая модель дефектообразования и сейсмичность// *Теория и алгоритмы интерпретации геофизических данных.* М.: Наука, 1989; *Выч. сейсмология: Вып. 22.* С. 56.
9. *Narkunskaya G.S., Shnirman M.G.* Hierarchical model of defect development and seismicity// *Phys. Earth Planet. Inter.* 1990. Vol. 61. P. 29.
10. *Shnirman M.G., Blanter E.M.* Mixed hierarchical model of seismicity: Scaling and prediction// *Phys. Earth Planet. Inter.* 1999. Vol. 111. P. 295.
11. *Blanter E.M., Shnirman M.G.* Self-organized in a hierarchical model of defects development// *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 53, № 4. P. 3408.
12. *Blanter E.M., Shnirman M.G.* Simple hierarchical systems: Stability, self-organized criticality, and catastrophic behavior // *Phys. Rev. E.* 1997. Vol. 55, № 6. P. 6397.
13. *Shnirman M.G., Blanter E.M.* Scale invariance and invariant scaling in a mixed hierarchical system// *Phys. Rev. E.* 1999. Vol. 60, № 5. P. 5111.
14. *Владимиров В.А., Воробьев Ю.Л. и др.* Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика. М.: Наука, 2000. 432 с.

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Поступила в редакцию 24.10.2011

STUDIES OF SCALE INVARIANT CHANGE-OVER DYNAMICS IN THE HIERARCHICAL MODEL OF DEFECTS DEVELOPMENT

A.V. Podlazov

Hierarchical model of defect development makes possible the consideration of both ordinary and self-organized criticality from the common viewpoint. Scale invariant critical state in this model is presented by fixed points of a renormalization transformation, connected with lifting to the next level of hierarchy. So stable fixed points of the transformation correspond to the self-organized criticality and unstable points correspond to the ordinary one.

We supplement the renormalizational approach to the critical state with the dynamical one, which is more usual to the theory of self-organized criticality. We show that individual disturbances at the lowest level of hierarchical system result in the power-law distributed response. We investigate the dependence of distribution indices on the model parameters.

Keywords: Self-organized criticality, scale invariance, renormalization, power laws.



Подлазов Андрей Викторович – родился в Москве (1973), окончил Московский физико-технический институт (1996). После окончания МФТИ работает в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН старшим научным сотрудником. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (2001) в области теории самоорганизованной критичности и теории масштабно-инвариантных процессов. Автор монографий «Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика» [М.: Наука, 2000. 432 с.] (в соавторстве с В.А. Владимировым, Ю.Л. Воробьевым, Г.Г. Малинецким и др.) и «Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды» [Изд.3/ Синергетика: от прошлого к будущему. М.: ЛИБРОКОМ, 2011. 280 с.] (в соавторстве с Г.Г. Малинецким и А.Б. Потаповым). Опубликовал 60 научных статей по направлениям, указанным выше, а также по демографии, математической истории и вопросам развития системы образования.

125047 Москва, Миусская пл., 4
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
E-mail: Tiger@Keldysh.ru



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА НЕИЗВЕСТНОГО ПАРАМЕТРА НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ В ПРИСУТСТВИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ШУМА

В.С. Маляев, В.В. Семенов, Т.Е. Вадивасова

В работе предлагается метод оценки управляющего параметра зашумленной хаотической системы по измеряемым данным с точки зрения возможности применения данной схемы для скрытой передачи информации. Рассматриваются задачи по созданию экспериментальной установки (генератор Ресслера), сравнению динамики математической модели и генератора Ресслера. Проводится анализ влияния шумов на динамику осциллятора и ошибку оценки параметра. Исследуется возможность оценки постоянного и изменяющегося во времени параметра системы, модулируемого сигналами различной формы. Дополнительно вводится окно усреднения и рассматривается выбор его оптимальной ширины для оценки параметра с минимальной ошибкой. Устанавливаются границы применимости используемых методов для натурной системы.

Ключевые слова: Скрытая передача информации, оценка параметра, модуляция, зашумленная система, анализ шумов.

Введение

Оценка неизвестных параметров динамической системы (ДС) по измеряемым данным является важным элементом математического моделирования и представляет собой самостоятельную и не всегда простую задачу, даже если уравнения системы известны [1–3]. Сложность возникает в связи с присутствием шума, как измерительного, связанного с погрешностями измерительных приборов, так и динамического, присутствующего в самой системе. Кроме того, нередко присутствие шума, связанного с различного рода помехами и наводками в системе питания радиоэлектронного устройства. Задача определения параметров с достаточной точностью связана с одним из предлагаемых методов скрытой передачи информации, основанным на модуляции некоторого параметра известной (как правило, хаотической) системы [4]. В этом случае шум, имеющийся в любой реальной системе, может оказаться существенным препятствием в работе предлагаемой схемы.

Рассмотрим общую постановку задачи. Пусть известна математическая модель системы

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = F(\mathbf{X}, \alpha) + \xi(\mathbf{X}, t), \quad (1)$$

где $\mathbf{X}(t)$ – вектор динамических переменных, α – вектор параметров, $\xi(\mathbf{X}, t)$ – случайный вектор, характеризующий динамический шум. В результате измерений в некоторые моменты времени определяется величина

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{X}(t) + \chi(t), \quad (2)$$

где $\chi(t)$ – измерительный шум. На основании измеряемых значений $\mathbf{Y}(t)$ требуется определить вектор α или некоторые компоненты этого вектора. В литературе имеется достаточно много работ, посвященных решению данной задачи. Большинство предлагаемых алгоритмов имеют в основе метод максимального правдоподобия и сводятся к отысканию условного экстремума некоторой оценочной функции [5–13]. К сожалению, несмотря на высокую точность, такие методы слишком сложны и применительно к задаче передачи информации могут оказаться неэффективными. Кроме того, точность подобных алгоритмов может сильно ухудшиться в режиме хаотической динамики системы [12]. Методы оценки параметров, использующие полную или обобщенную синхронизацию [14–15], также представляются слишком сложными. Кроме того, они не особенно надежны в присутствии сильного шума и требуют создания второй ДС – полного аналога исследуемой системы (те параметры двух систем, которые полагаются известными, должны строго совпадать). В связи с задачей передачи информации имеет смысл рассмотреть возможности применения самого простого алгоритма оценки параметров, который состоит в следующем: по измеряемым данным определяются значения динамических переменных и их производных, и решается система алгебраических уравнений относительно неизвестных параметров. Решение имеет вид

$$a_i = f_i(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}, a_{m+1}, \dots, a_M), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

где m – число неизвестных параметров. Параметры $a_j, j = m + 1, \dots, M$ полагаются заданными, функции f_i определяются на основании уравнений (1). Если число неизвестных параметров превышает число установленных переменных и производных, то можно определить и использовать производные высших порядков.

Соотношения (3) выводятся без учета источников шума. Если шум отсутствует, то значения параметров восстанавливаются с точностью ошибки определения производных по конечным разностям. При малом шаге по времени можно получить очень высокую точность, при этом достаточно знать значения переменных и производных в один-единственный момент времени. Однако в результате присутствия шума равенства (3) оказываются неточными, и параметры определяются с ошибкой, меняющейся во времени случайным образом. Распределение этой ошибки зависит от распределения источников шума, от нелинейности уравнений системы (1) и заранее не известно. Проведенные в [16] численные эксперименты на различных моделях ДС с динамическим аддитивным гауссовым шумом показывают, что ансамбль значений для одного неизвестного параметра, вычисленных по формуле типа (3) в разные моменты времени, позволяет оценить истинное значение с достаточно высокой

точностью. В качестве оценки используется либо среднее значение, либо максимум плотности распределения по полученному статистическому ансамблю. Было также показано, что такой простой метод оценки дает хорошие результаты как в регулярных, так и в хаотических режимах ДС, не чувствителен к бифуркациям и может использоваться при динамическом шуме большой интенсивности. Поскольку данный способ оценки не требует сложных схем обработки измеряемых данных, он может быть использован в целях скрытой передачи информации.

В настоящей работе исследуется возможность оценки одного из параметров осциллятора Ресслера при численном моделировании и в натурном эксперименте с точки зрения возможности применения такой оценки в схеме скрытой передачи информации. Следует учесть, что в реальном устройстве присутствуют источники динамического шума, характеристики которых нам не известны. Это могут быть не только слабые естественные источники шума с малым временем корреляции (как, например, тепловой шум), но и паразитные наводки, и помехи в сети питания, и т.д. Все это осложняет задачу и ограничивает применение уже имеющихся методов. В работе рассматриваются задачи по созданию экспериментальной установки (генератор Ресслера), производится сравнение динамики математической модели и генератора Ресслера, устанавливаются границы применимости используемых методов для натурной системы.

1. Оценка управляющего параметра осциллятора Ресслера с аддитивным гауссовым шумом при численном моделировании. Настройка параметров алгоритма оценки

Рассмотрим классическую модель генератора Ресслера, добавив в нее источник шума

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z + \sqrt{2D}n(t), \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= b + z(x - m),\end{aligned}\tag{4}$$

где a, b, m – управляющие параметры. Источник шума $\xi(t) = \sqrt{2D}n(t)$ в первом уравнении представляет собой аддитивный гауссов белый шум, $n(t)$ – нормированный источник шума, спектральная плотность которого $W_n(\omega) \equiv 1$. Константу D , которая определяет спектральную плотность процесса $\xi(t)$ ($W_\xi(\omega) \equiv 2D$), мы называем интенсивностью белого гауссова шума $\xi(t)$.

Установим параметры $a = b = 0.2$ и оценим управляющий параметр m . Пренебрегая шумом, для значения m в момент времени t_i легко получить

$$m_i = x_i - \frac{\dot{z}_i - b}{z_i},\tag{5}$$

где $x_i = x(t_i)$ и $z_i = z(t_i)$. При численном моделировании ограничимся рассмотрением только динамического шума, считая, что значения переменных $x_i = x(t_i)$ и $z_i = z(t_i)$ нам известны совершенно точно.

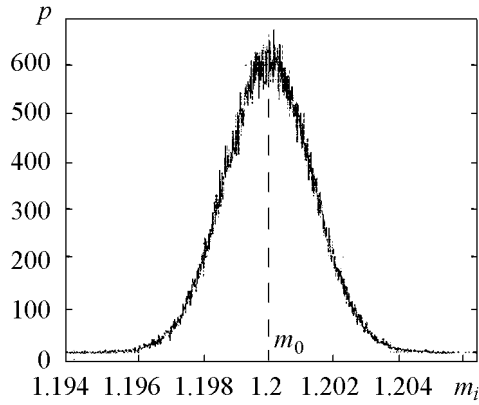


Рис. 1. Распределение значений m_i для системы (4) при $D = 5 \cdot 10$ и истинном значении параметра $m = 1.19$ в режиме зашумленных периодических колебаний (численное моделирование). Пунктирная линия соответствует наивероятнейшему значению, которое принимается за оценку m_0

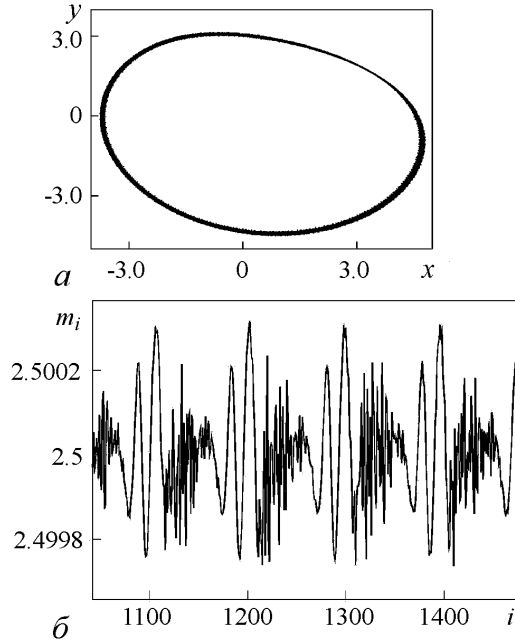


Рис. 2. Результаты численного моделирования системы (4) при $D = 2 \cdot 10^{-4}$, $m = 2.5$ в режиме зашумленных периодических колебаний: a – фазовый портрет; b – последовательность значений m_i

графике зависимости m_i от номера шага выборки i получаем не прямую линию, которая соответствовала бы константе m , а сложную по форме кривую, осциллирующую вблизи истинного значения m (рис. 2, b).

Фрагмент графика плотности распределения вероятности значений m_i приведен на рис. 3. Полученное при $m = 2.5$ распределение не является гауссовым и имеет несколько максимумов, однако это не препятствует получению достаточно точной оценки параметра. В качестве оценки m_0 значения параметра m может

Следует упомянуть, что в осцилляторе Ресслера переменная z , на которую производится деление в (5), всегда положительна и вероятность очень малых значений z_i пренебрежимо мала. Данное свойство сохраняется при включении шума в первое уравнение системы. Таким образом, можно обойтись без фильтра малых значений, который применялся в [16]. Распределение значений m_i , полученное в режиме периодических (квазигармонических) колебаний, оказывается близким к гауссову (рис. 1).

Исходя из выражения (5) для оценки управляющего параметра m необходимо получить временные ряды для двух динамических переменных $x(t)$ и $z(t)$. Система (4) интегрировалась методом Гюна с учетом случайного возмущения с шагом $h = 10^{-6}$. Для оценки значения параметра m проводилась выборка полученных в результате интегрирования значений x_i и z_i . Шаг выборки $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ был задан в соответствии с наилучшей получаемой оценкой параметра. Он составил $\Delta t = 10^{-3}$ (то есть 1000 шагов интегрирования). Производная \dot{z}_i аппроксимировалась выражением

$$\dot{z}_i = \frac{1}{12h}(z_{i-2} - 8z_{i-1} + 8z_{i+1} - z_{i+2}). \quad (6)$$

На рис. 2, a показан численно полученный фазовый портрет колебаний модели (4) в присутствии шума интенсивности $D = 2 \cdot 10^{-4}$ в периодическом режиме при $m = 2.5$. Так как в системе присутствует динамический шум, не учитываемый в формуле (5), на графике

быть принято наиболее вероятное значение, соответствующее главному максимуму распределения m_i , или среднее значение $\langle m_i \rangle$, которые практически совпадают и находятся очень близко к истинному значению m . Относительная ошибка $\Delta = (m_0 - m)/m$ составляет примерно 0.001%.

Рассмотрим более сложный случай, когда расчет оценок проводится с использованием лишь одной измеряемой переменной. Пусть нам известны значения только динамической переменной $y(t)$. Тогда выражение (5) примет вид

$$m_i = \dot{y}_i - \alpha y_i - \frac{\alpha \ddot{y}_i - \dot{y}_i - \ddot{y}_i - b}{\alpha \dot{y}_i - \ddot{y}_i - y_i}. \quad (7)$$

Таким образом, для оценки m необходимо знать производные с первого по третий порядок, которые последовательно рассчитываются по формулам, аналогичным (6). На рис. 4 представлены зависимости m от i для случая без шума (рис. 4, а) и в присутствии шума (рис. 4, б). Можно видеть, что разброс оценок m_i в присутствии шума на два порядка больше, чем в отсутствие. Соответствующие графики плотности вероятности значений m_i приведены на рис. 5. Они являются более изрезанными, чем график на рис. 3, поэтому о наличии нескольких экстремумов по ним трудно судить. Если на систему не действует шум (детерминированный случай), то оценка параметра m_0 , как по наиболее вероятному значению, так и по среднему значению, получается приемлемой. Относительная ошибка не превышает 1%. Ситуация меняется коренным образом, если подать шум даже небольшой интенсивности. Так как производные рассчитываются последовательно: для последующей производной используются результаты предыдущей, то и возникающая при подсчетах ошибка многократно возрастает из-за влияющего на систему шума. Относительная ошибка становится более 30% и перестает быть приемлемой. Таким образом, можно сделать предварительный

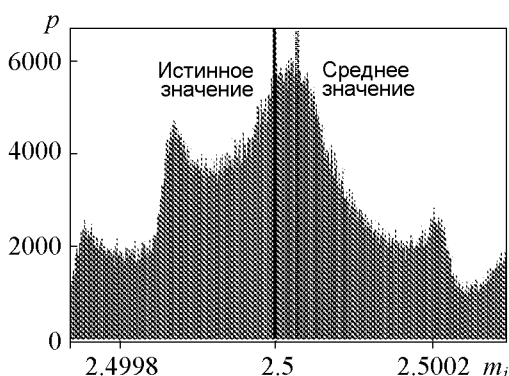
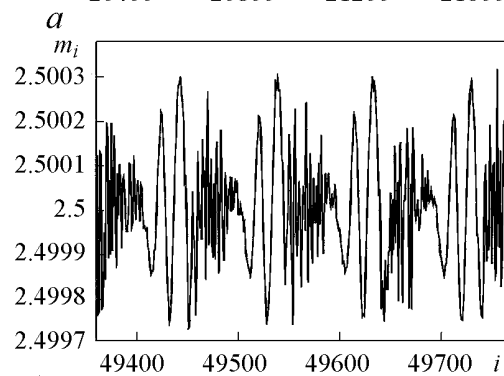
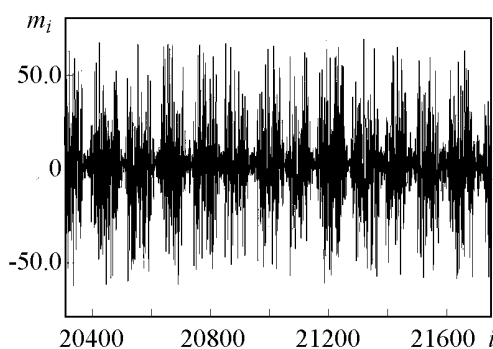


Рис. 3. Распределение значений m_i в режиме зашумленных периодических колебаний при $D = 2 \cdot 10^{-4}$, полученное по значениям одной наблюдаемой переменной y_i (численное моделирование). Среднее значение $\langle m_i \rangle \approx 2.50003$ и истинное значение $m = 2.5$ отмечены вертикальными линиями



б

Рис. 4. Оценка параметра по одной динамической переменной $y(t)$ при $m = 2.50$: а – последовательность значений m_i при отсутствии шума; б – последовательность значений m_i в присутствии динамического шума интенсивностью $D = 0.0001$

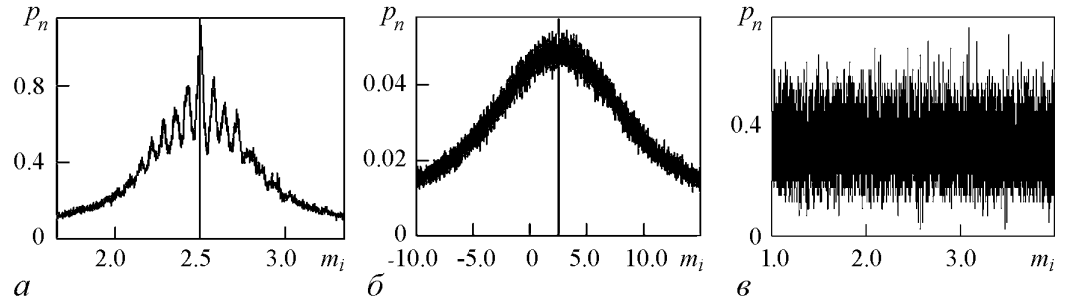


Рис. 5. Оценка параметра по одной динамической переменной $y(t)$ при $m = 2.50$: распределение значений m_i без шума (а); распределение значений m_i в присутствии шума интенсивностью $D = 0.0001$ (б) и 0.01 (в)

вывод о том, что во многих случаях (это зависит от вида уравнений) наличие в системе динамического шума делает невозможной оценку параметров рассматриваемым методом по реализации только одной динамической переменной.

2. Оценка управляющего параметра осциллятора Ресслера в натурном эксперименте

Для выяснения возможности практической реализации скрытой передачи информации с помощью модуляции параметров системы были проведены эксперименты по оценке одного неизвестного параметра в присутствии шума. В этих целях создана экспериментальная установка, представляющая собой аналоговую модель осциллятора Ресслера. Экспериментальная установка, как любая физическая система, подвержена действию внутренних и внешних шумов, характеристики которых заранее не известны. Кроме того, была предусмотрена возможность подключения специального генератора шума в любой из каналов, а также подключение одновременно нескольких генераторов шума на разные каналы. В эксперименте присутствовал также измерительный шум, однако в соответствии с характеристиками АЦП он был незначителен. Принципиальная схема установки представлена на рис. 6 и описывается системой

$$\begin{aligned}
 R_0 C \dot{x} &= -y - z + \xi_1(x, y, z, t) + \chi_1(t), \\
 R_0 C \dot{y} &= x + ay + \xi_2(x, y, z, t) + \chi_2(t), \\
 R_0 C \dot{z} &= b + z(x - m) + \xi_3(x, y, z, t) + \chi_3(t),
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

где $a = R_0/R_1$; $b = U_1/5$; $m = U_2$; $R_0 = R_2, R_5 \dots R_{10}$; U_1, U_2 – напряжение в вольтах. При обработке экспериментальных данных система (8) нормировалась по времени для того, чтобы привести ее к виду (4). Проводился переход от времени t к времени $\tau = R_0 C t$. Случайные источники $\xi_j(x, y, z, t)$, $j = 1, 2, 3$, представляют собой шум, создаваемый в совокупности внутренними шумами и внешними неучтенными случайными воздействиями. Характеристики источников $\xi_j(x, y, z, t)$ не известны. Это могут быть как аддитивные случайные воздействия, так и параметрические шумы, интенсивность которых зависит от состояния системы. Кроме того, эти источники могут включать компоненты и белого шума и цветного шума. Аддитивные шумы

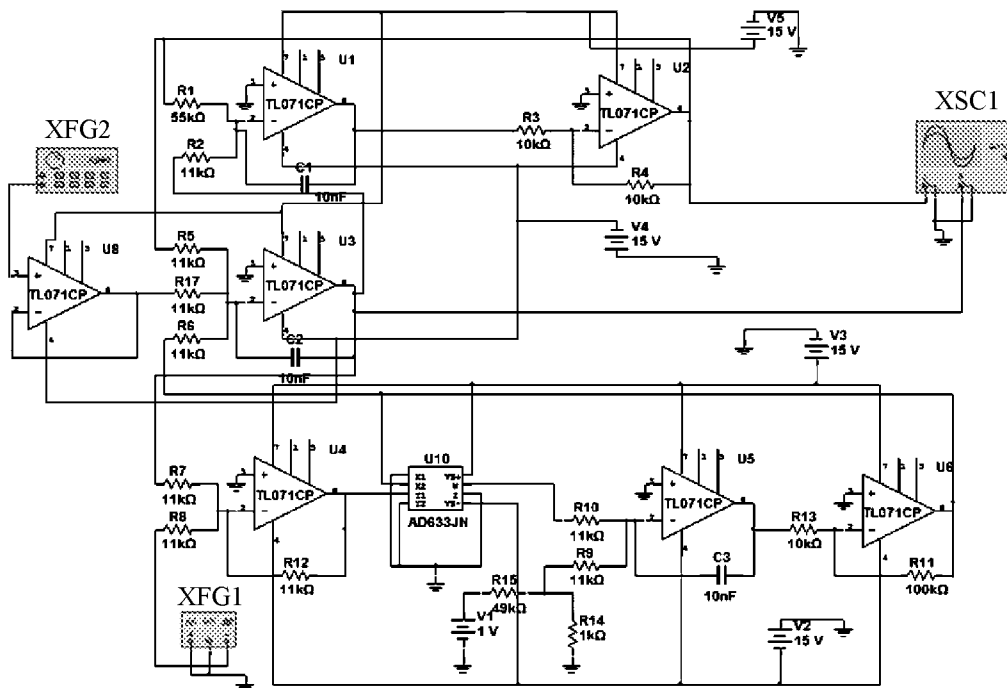


Рис. 6. Принципиальная схема экспериментальной установки. XSC1 – осциллограф, XFG1 – источник питания, XFG2 – генератор шума

$\chi_j(t), j = 1, 2, 3$, представляют собой сигналы специально подключенных генераторов шума с известными управляемыми характеристиками. Используемые генераторы Agilent 33250A имеют функциональный режим широкополосного шумового источника (полоса 0...50 МГц) с гауссовым распределением, позволяющий менять интенсивность шума. Интенсивность шума, создаваемого генератором шума, изменялась с помощью регулируемой характеристики G , представляющей собой среднеквадратическое выходное напряжение генератора. Можно связать интенсивность белого шума D в математической модели и величину G в эксперименте, предположив равенство интегральной шумовой мощности в полосе частот генератора шума в эксперименте и в модели с учетом нормировки времени. Однако в проведенных исследованиях мы не стремились добиться количественного соответствия источников шума в эксперименте и в математической модели, поскольку кроме шумового сигнала, создаваемого внешним генератором, в экспериментальной установке присутствуют и другие источники шума с неизвестными нам характеристиками.

Карты режимов колебаний, полученные в численном и натурном экспериментах (рис. 7), свидетельствуют о том, что экспериментальная установка с

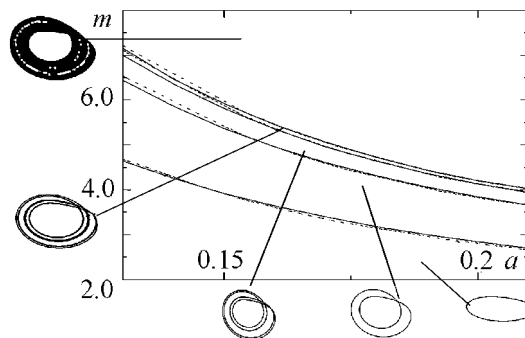


Рис. 7. Карты режимов на плоскости параметров a, m при фиксированном $b = 0.2$. Пунктирные линии обозначают бифуркации, происходящие в экспериментальной установке, сплошные линии – в математической модели (8)

высокой точностью повторяет динамику математической модели в широком диапазоне значений управляющих параметров. Расхождения эксперимента с численным расчетом, объясняющиеся небольшими потерями энергии на активных элементах и не учтенными в уравнениях (8), являются весьма незначительными. Соответственно, ошибка в оценке параметра, связанная с неполным соответствием математической модели реальной системе, будет небольшой и модель (8) может быть использована для оценки параметров экспериментальной системы по измеряемым данным.

Эксперимент проводился следующим образом: осциллятор Ресслера подключался к измерительному оборудованию, настраивался на нужный режим работы, затем с помощью АЦП NI PCI-6133 (12-битная разрядность, частота дискретизации 200 КГц) и компьютера производилась запись в файлы в реальном времени. По полученным данным x_i и z_i с помощью уравнений (8) осуществлялся расчет оценки управляющего параметра m аналогично случаю численного моделирования, рассмотренному ранее. Исследовался режим периодических (квазигармонических) колебаний без воздействия генераторов шума, режим колебаний удвоенного периода без воздействия генераторов шума и режим колебаний удвоенного периода с подключением в систему внешнего генератора шума. Шум вводился в первый канал (что соответствует первому уравнению системы) и имел интенсивность $G_1 = 0.75B$. Строились распределения значений m_i и подсчитывалась относительная ошибка для каждого рассматриваемого режима.

Результаты обработки экспериментальных данных в трех исследованных режимах представлены на рис. 8. Все полученные плотности вероятности $p(m_i)$ далеки от гауссова распределения и не являются унимодальными. Однако оценка па-

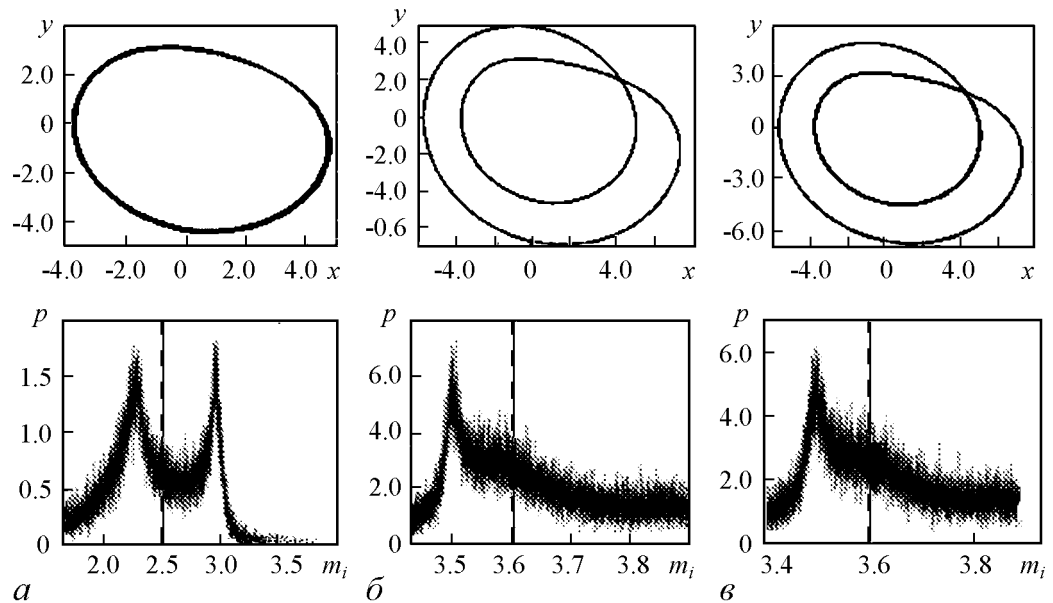


Рис. 8. Результаты обработки экспериментальных данных: *a* – в режиме квазигармонических колебаний при $m = 2.5$ без использования генератора шума; *б* – в режиме колебаний удвоенного периода при $m = 3.6$ без генератора шума; *в* – при $m = 3.6$ с генератором шума в первом канале с интенсивностью $G_1 = 0.75B$. В верхнем ряду приводятся проекции фазовых портретов колебаний, в нижнем – распределения значений m_i . Вертикальными линиями отмечены средние значения $\langle m_i \rangle$ (пунктир), принимаемые в качестве оценки параметра m и истинные значения параметра m (сплошные линии)

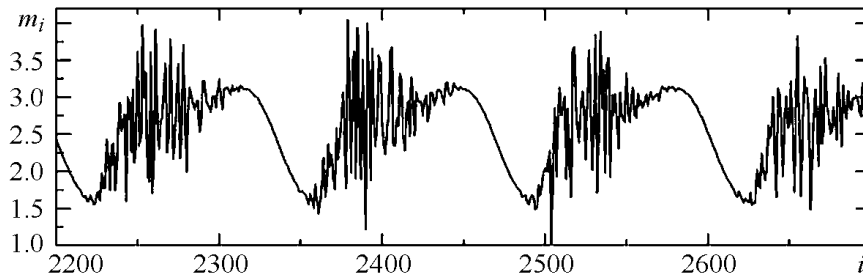


Рис. 9. Зависимость m_i от номера шага измерения i в режиме квазигармонических колебаний при $m = 2.5$ без подключения генераторов шума

параметра m по среднему значению дает приемлемый результат. И это – несмотря на присутствие в системе значительного динамического шума, на шум измерения и на неполное соответствие экспериментальной системы и математической модели (8). В режиме квазигармонических колебаний без воздействия генераторов шума относительная ошибка оценки составляет $\Delta = 0.83\%$ (рис. 8, *a*), в режиме колебаний удвоенного периода без воздействия генераторов шума – $\Delta = 1.03\%$ (рис. 8, *b*), а при подключении в систему внешнего генератора шума она становится даже немного меньше – $\Delta = 0.87\%$ (рис. 8, *в*).

Характер получаемых в эксперименте распределений $p(m_i)$ может быть объяснен присутствием в системе узкополосного параметрического шума и/или регулярных изменений параметров. Особенно это отразилось на распределении, представленном на рис. 8, *a*. Наличие двух наивероятнейших значений параметра m (двух максимумов распределения), по-видимому, есть результат паразитных наводок, приводящих к модуляции параметра. Это предположение подкрепляется видом зависимости m_i от номера шага измерения i (рис. 9).

Заключение

Проведенные численные и экспериментальные исследования подтвердили возможность получения достаточно точной оценки управляющего параметра динамической системы, содержащей источника динамического шума, при использовании простого и быстрого метода оценки, на основании известных уравнений системы и ряда значений динамических переменных. Оценки с хорошей точностью были получены даже при большой интенсивности шума, как при численном моделировании, так и для экспериментально измеряемых данных в различных режимах колебаний системы.

В случае расчета оценок для численной модели Ресслера без шума возможно использование временной реализации лишь одной динамической переменной (в исследованном случае $y(t)$). Введение шума делает невозможным получение приемлемой оценки управляющего параметра из-за чувствительности расчета производных к флуктуациям. Поэтому для получения оценок параметра как в случае численной модели Ресслера с шумом так и в случае эксперимента необходимо использовать временные реализации двух динамических переменных ($x(t)$ и $z(t)$). Однако, возможность или невозможность использования значений только одной динамической

переменной связана с конкретным видом системы и тем, какой управляющий параметр нас интересует.

Сравнительно хорошая точность оценки параметра в физическом эксперименте, несмотря на наличие различного рода шумов и помех и неточности математической модели, свидетельствует о возможности применения исследованного метода в задаче скрытой передачи сигнала с помощью модуляции параметра реальной динамической системы. Однако при этом требуется решить еще ряд задач. Одной из таких задач является установление оптимального частотного диапазона работы системы при заданном спектре сигнала и определение минимального интервала времени, на котором измерение и обработка реализаций динамических переменных дает приемлемые оценки мгновенных значений изменяющегося во времени параметра. Важно также более детально изучить возможное влияние на оценку параметра низкочастотных и узкополосных источников параметрического шума динамической системы. Решение этих задач требует проведения дальнейших численных и экспериментальных исследований.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (гос. контракт № 14.740.11.0074).

Библиографический список

1. *Безручко Б.П., Смирнов Д.А.* Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2005.
2. *Павлов А.Н., Янсон Н.Б., Анищенко В.С.* Реконструкция динамических систем // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44, № 9. С. 1075.
3. *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // Успехи физических наук. 2009. Т. 179, № 12. С. 1282.
4. *Анищенко В.С., Павлов А.Н., Янсон Н.Б.* Реконструкция динамических систем в приложении к решению задачи защиты информации // Журнал технической физики. 1998. Т. 68, № 2. С. 1.
5. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М: Радио и связь, 1991.
6. *McSharry P.E., Smith L.A.* Better nonlinear models from noisy data: Attractors with maximum likelihood // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83, № 21. P. 4285.
7. *Timmer J.* Parameter estimation in nonlinear stochastic differential equations // Chaos, Solitons & Fractals. 2000. Vol. 11. P. 2571.
8. *Sitz A., Schwarz U., Kurths J., Voss H.U.* Estimation of parameters and unobserved components for nonlinear systems from noisy time series // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. P. 016210.
9. *Smirnov D.A., Vlaskin V.S., Ponomarenko V.I.* Estimation of parameters in one-dimensional maps from noisy chaotic time series // Physics Letters A. 2005. Vol. 336. P. 448.
10. *Mariño I.P., Míguez J.* On a recursive method for the estimation of unknown parameters of partially observed chaotic systems // Physica D. 2006. Vol. 220. P. 175.

11. *Mariño I.P., Zambrano S., Sanjuán V.F.F., Salvadori F., Meucci R., Arecchi F.T.* Adaptive procedure for the parameter estimation of a model of a CO₂ chaotic laser // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2007. Vol. 17, № 10. P. 3639.
12. *Mariño I.P., Míguez J., Meucci R.* A Monte Carlo method for adaptively estimating the unknown parameters and the dynamic state of chaotic systems // *Phys. Rev. E*. 2009. Vol. 79. 056219 (1–12).
13. *Peng H., Li L., Yang Y., Wang C.* Parameter estimation of nonlinear dynamical systems based on integrator theory // *Chaos*. 2009. Vol. 19. 033130 (1–11).
14. *Parlitz U.* Estimating model parameters from time series by autosynchronization // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 6. P. 1232.
15. *Parlitz U., Junge L., Kocarev L.* Synchronization-based parameter estimation from time series // *Phys. Rev. E*. 1996. Vol. 54, № 6. P.6253.
16. *Маляев В.С., Вадивасова Т.Е.* Оценка параметров зашумленных динамических систем // *Нелинейная динамика*. 2010. Т. 6, № 2. С. 267.

*Саратовский госуниверситет
им. Н.Г. Чернышевского*

*Поступила в редакцию 12.12.2011
После доработки 26.03.2012*

ESTIMATION OF THE MAIN PARAMETER VALUES OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEM WITH NOISE IN EXPERIMENT

V.S. Malyaev, V.V. Semenov, T.E. Vadivasova

We consider the method of parameter values estimation of dynamical system with noise in application to secure communication. We solve the problem of creating experimental radiophysical generator (Ressler generator) and comparison dynamics of numerical model with radiophysical experiment data. We analyse the influence of noise on the oscillator dynamics and parameter estimation error. We research the possibility of estimation of constant parameter and time-variable parameter, which can be modulated by different form signals. We determine the limits of applicability of the method to experimental generator.

Keywords: Secure communication, parameter estimation, modulation, nonlinear dynamic system with noise, noise analyzing.



Маляев Владимир Сергеевич – родился в ноябре 1980 года в Саратове. Окончил Саратовский государственный университет по специальности радиофизика (2002) и аспирантуру. Является инженером кафедры радиофизики и нелинейной динамики физического факультета СГУ. Основные научные интересы – стохастические процессы. Автор нескольких научных публикаций.

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: val@chaos.ssu.runnet.ru



Семенов Владимир Викторович – родился в Саратове (1990). Студент пятого курса физического факультета СГУ кафедры радиофизики и нелинейной динамики. Область научных интересов – применение методов нелинейной динамики к задаче о скрытой передаче информации, исследование различных явлений в натурном радиофизическом эксперименте. Автор нескольких научных публикаций.

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: vsemenov90@mail.ru



Вадивасова Татьяна Евгеньевна – родилась в 1958 году. Окончила физический факультет Саратовского государственного университета (1981), доктор физико-математических наук. В настоящее время – профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики физического факультета СГУ. Научные интересы сосредоточены в области нелинейной динамики: эффекты синхронизации в ансамблях хаотических осцилляторов, явление фазовой мультистабильности взаимодействующих хаотических систем, свойства различных типов нерегулярных аттракторов, статистические характеристики динамического хаоса, роль флуктуаций в нелинейных системах и др. Автор более 60 публикаций в отечественной и зарубежной печати, включая 3 монографии.

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: vadivasovate@yandex.ru



КАЛЬЦИЕВЫЕ КОЛЕБАНИЯ В АСТРОЦИТАХ

Часть 1

Астроцит как генератор кальциевых колебаний

С.Ю. Гордлеева, В.В. Матросов, В.Б. Казанцев

В статье исследуются бифуркационные механизмы генерации колебаний в биофизической модели химически возбудимых клеток мозга – астроцитов. Такие клетки, в отличие от широко изучаемых в нелинейной динамике нейронных генераторов, не обладают собственной электрической активностью, однако способны генерировать химические сигналы, влияющие на динамику нейронов. Динамика кальциевого генератора описывается нелинейной системой третьего порядка, полученной на основе уравнений кинетики ключевых биохимических преобразований в астроците. Исследованы динамические механизмы возникновения автоколебаний в изолированных клетках, изучены особенности генерации вынужденных колебаний при воздействии на астроцит импульсными сигналами, моделирующими химическую стимуляцию астроцитов при возбуждении нейронов.

Ключевые слова: Кальциевый генератор, бифуркация, синхронизация, астроцит.

Введение

Исследование динамических систем, описывающих колебательно-волновые процессы в нервных клетках мозга (нейронах) и в нейронных сетях, является в настоящее время одним из признанных направлений современной нелинейной динамики [1, 2]. Процессы генерации, передачи и преобразования электрических импульсов в нейронных системах являются основой обработки информации в мозге, принципы которой до конца не ясны и составляют одну из приоритетных междисциплинарных задач современной науки. Наряду с основными сигнальными клетками – нейронами – в мозге существуют так называемые глиальные клетки, играющие, как традиционно считалось в нейробиологии, поддерживающую роль, обеспечивая нейроны питательными веществами [3]. Один из самых распространенных типов глиальных клеток в мозге – астроциты. Астроциты взаимодействуют, с одной стороны, с нейронами, с другой – с клетками кровеносных капилляров. Как показывают исследования

нейробиологов последних лет, астроциты, кроме поддерживающей (метаболической) функции, способны воздействовать и на сигнальные функции нейронов, регулируя возбудимость нейронной мембраны и эффективность синаптической передачи [4–6]. Механизм этой регуляции опосредован сложными молекулярными каскадами. Как считается, он связан с генерацией кальциевых сигналов в астроцитах в ответ на прохождение высокочастотного сигнала через синаптическую связь между соседними нейронами. В свою очередь, кальциевый сигнал приводит к выбросу нейроактивных веществ, изменяющих эффективность синапса [6]. Астроциты, в отличие от нейронов, являются химически возбудимыми клетками и способны генерировать кальциевые импульсы при превышении некоторого порога возбуждения. Кроме того, подобно нейронам, астроциты также формируют сети за счет так называемых щелевых контактов, обеспечивающих диффузию активных химических веществ между клетками.

Уравнения кинетики биохимических преобразований в астроцитах известны и могут быть формализованы в виде систем нелинейных дифференциальных уравнений [7–9]. С точки зрения нелинейной динамики, такие системы, в отличие от нейронных моделей, изучались сравнительно мало. В одиночном астроците основным бифуркационным механизмом, переводящим клетку из возбудимого режима в автоколебательный, является бифуркация Андронова–Хопфа, связанная с потерей устойчивости (мягкой или жесткой в зависимости от параметров) равновесного значения кальциевой концентрации. Учет более тонких механизмов молекулярных преобразований, а также влияния межклеточных взаимодействий может привести к более сложным механизмам возникновения колебаний и генерации сигналов сложной (в том числе и хаотической) формы [10, 11].

В этой работе исследуются особенности автономной динамики астроцита при изменении контрольных параметров и динамические механизмы генерации вынужденных колебаний при воздействии на астроцит импульсными сигналами. Показано, в частности, что в зависимости от параметров в системе реализуются мультистабильные режимы, связанные с сосуществованием в фазовом пространстве устойчивых предельных циклов, инвариантных торов и хаотических аттракторов различной структуры, соответствующих в исходной модели различным режимам кальциевых колебаний в астроцитах.

1. Модель

1.1. Динамическая система. Динамика астроцита описывается следующей динамической системой [11, 12]:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= (p^* - p)/\tau_{IP3} + J_{PLC} + J_{glu}, \\ \dot{q} &= J_{channel} - J_{pump} + J_{leak} + J_{in} - J_{out}, \\ \dot{z} &= a_2 \left(d_2 \frac{p + d_1}{p + d_3} (1 - z) - zq \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$J_{\text{channel}} = c_1 v_1 p^3 z^3 q^3 \left(\frac{c_0}{c_1} - \left(1 + \frac{1}{c_1} \right) q \right) / [(p + d_1)(q + d_5)]^3,$$

$$J_{\text{PLC}} = v_4 (q + (1 - \alpha)k_4) / (q + k_4),$$

$$J_{\text{leak}} = c_1 v_2 \left(\frac{c_0}{c_1} - \left(1 + \frac{1}{c_1} \right) q \right),$$

$$J_{\text{pump}} = v_3 q^2 / (k_3^2 + q^2),$$

$$J_{\text{in}} = v_5 + v_6 p^2 / (k_2^2 + p^2), \quad J_{\text{out}} = k_1 q,$$

p – концентрация инозитол-1,4,5-трифосфата (ИТФ, англ. IP3), z ($0 < z < 1$) – доля неинактивированных кальциевых каналов эндоплазматического ретикулума (ЭР), q – внутриклеточная концентрации кальция, J_{glu} – функция внешнего воздействия, описывающая поток вещества (например, глутамата), инжектируемого во внешнюю среду. Биофизический смысл констант и параметров можно найти в работах [7–9]. В соответствии с экспериментальными данными параметры (1) имеют следующие фиксированные значения: $c_0 = 2.0$ мкмоль, $c_1 = 0.185$, $v_1 = 6 \text{ с}^{-1}$, $v_2 = 0.11 \text{ с}^{-1}$, $v_3 = 2.2 \text{ мкмоль} \cdot \text{с}^{-1}$, $v_5 = 0.025 \text{ мкмоль} \cdot \text{с}^{-1}$, $v_6 = 0.2 \text{ мкмоль} \cdot \text{с}^{-1}$, $k_1 = 0.5 \text{ с}^{-1}$, $k_2 = 1.0 \text{ мкмоль}$, $k_3 = 0.1 \text{ мкмоль}$, $k_4 = 1.1 \text{ мкмоль}$, $a_2 = 0.14 \text{ мкмоль} \cdot \text{с}^{-1}$, $d_1 = 0.13 \text{ мкмоль}$, $d_2 = 1.049 \text{ мкмоль}$, $d_3 = 0.9434 \text{ мкмоль}$, $d_5 = 0.082 \text{ мкмоль}$, $\alpha = 0.8$, $\tau_{\text{IP3}} = 7.143 \text{ с}^{-1}$. В качестве контрольных параметров мы выбираем $v_4 \sim 0.3 \dots 2.0 \text{ мкмоль} \cdot \text{с}^{-1}$ и $p^* \sim 0 \dots 6.0 \text{ мкмоль}$.

1.2. Принцип работы кальциевого генератора. Рассмотрим кратко основные принципы генерации кальциевых сигналов в астроцитах на основе схемы изменения концентраций основных химических веществ, представленной на рис. 1. Из биофизики известно, что динамические процессы в клетке определяются изменениями концентрации двух основных веществ: ИТФ и свободного внутриклеточного кальция. Эти изменения описываются функциями «потока» вещества J . Основным источником кальция в астроците является ЭР [3]. Кальций хранится внутри ЭР и может проходить через каналы мембраны ЭР в цитоплазму, что соответствует повышению внутриклеточной концентрации кальция. Поток кальция из ЭР в цитоплазму, J_{channel} , является нелинейной функцией концентрации кальция и управляется концентрацией ИТФ. Скорость этого потока определяется долей каналов на мембране ЭР, находящихся в открытом (в неинактивированном) состоянии $0 < z < 1$. Обратный поток кальция J_{pump} из цитоплазмы в ЭР является активным транспортом, закачи-

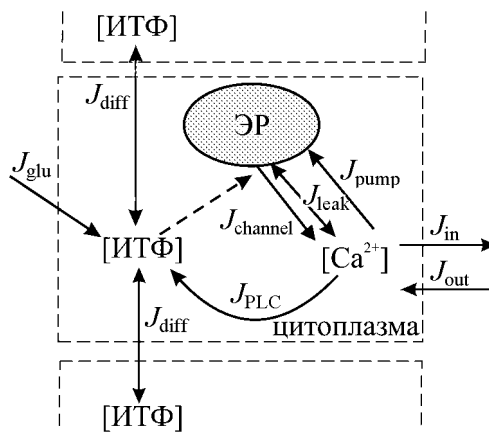


Рис. 1. Принцип генерации кальциевых сигналов в астроците. Схематическое изображение основных путей изменения концентрации кальция и ИТФ в клетке

вающим кальций обратно в ЭР и направленным против градиента концентраций. Кроме того, имеется пассивный поток J_{leak} , соответствующий градиентному переносу кальция через нейтральные каналы мембраны ЭР. Пренебрегая пассивными процессами обмена кальция с внешней средой J_{in} и J_{out} , а также влиянием кальция на концентрацию ИТФ, которая при отсутствии входного сигнала J_{glu} стремится к своему равновесному значению $p = p^*$, получим следующее уравнение баланса потоков кальция:

$$J_{\text{channel}} - J_{\text{pump}} + J_{\text{leak}} = 0 \quad (2)$$

и соответствующей доли неактивированных каналов

$$a_2 \left(d_2 \frac{p^* + d_1}{p^* + d_3} (1 - z) - zq \right) = 0. \quad (3)$$

В рамках сделанных приближений модель динамики одиночного астроцита принимает вид [8]

$$\dot{q} = J_{\text{channel}} - J_{\text{pump}} + J_{\text{leak}}, \quad (4)$$

$$\dot{z} = a_2 \left(d_2 \frac{p + d_1}{p + d_3} (1 - z) - zq \right).$$

Фазовый портрет модели (4) изображен на рис. 2. Пунктирными линиями отмечены зависимости $z = z_1(q)$ и $z = z_2(q)$, полученные из уравнений (2) и (3), которые являются главными изоклинами. Видно, что функция $z = z_1(q)$ имеет падающий участок. По аналогии с классическими автогенераторными системами в радиотехнике наличие такого участка можно трактовать как отрицательное «сопротивление». При этом концентрация кальция является аналогом «напряжения», переменная z – аналогом «тока», которая по своему биофизическому смыслу регулирует выход (ток) кальция из ЭР, а изоклина $z = z_1(q)$ является характеристикой кальциевого генератора. Другими словами, повышение концентрации кальция выше некоторого критического значения (максимум характеристики $z = z_1(q)$) приводит к проявлению положительной обратной связи в замкнутой цепочке потоков концентраций J_{channel} , J_{pump} , J_{leak} (см. рис. 1). В биофизической трактовке на этом участке повышается доля открытых ИТФ-зависимых каналов, что увеличивает

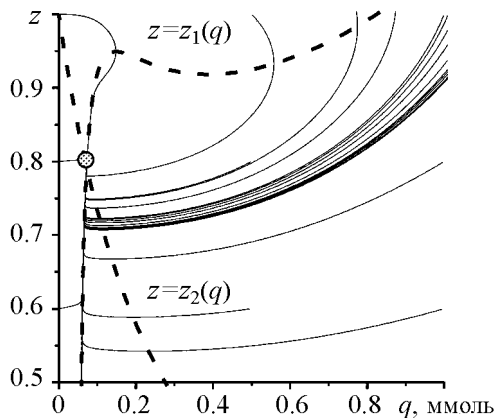


Рис. 2. Фазовый портрет модели (4)

выход кальция из ЭР и его повышение в цитоплазме. Дальнейшее повышение кальция приводит к «насыщению», когда ИТФ-зависимые каналы инактивируются (уменьшение z) и выход кальция компенсируется его обратной закачкой в ЭР. При этом равновесная концентрация ИТФ играет роль постоянного «источника энергии» и фактически определяет положение «рабочей точки» генератора. При достаточно высокой концентрации ИТФ состояние равновесия попадает на падающий участок характеристики $z = z_1(q)$, и можно ожидать возникновения автоколебательного режима

(см. рис. 2). Отметим, что параметры обратной связи в данной постановке задаются кинетикой работы ИТФ-зависимого кальциевого канала и не регулируются.

Второй каскад динамического изменения концентраций в клетке включает поток J_{PLC} , изменяющий концентрацию ИТФ в зависимости от концентрации кальция. Это положительная обратная связь, управляющая «источником энергии» при повышении концентрации кальция. Величина этой обратной связи определяется контрольным параметром v_4 . Токи J_{in} и J_{out} описывают обмен кальцием с внешней средой и существенного влияния на механизм возникновения кальциевых колебаний не оказывают, изменяя лишь параметры этих колебаний (амплитуду, форму, длительность).

2. Динамика одиночного генератора

Рассмотрим основные механизмы возникновения кальциевых колебаний в изолированном астроците, описываемым полной динамической системой (1). Рис. 3, *а* иллюстрирует механизм возникновения колебаний при изменении p^* равновесной концентрации ИТФ. При увеличении p^* колебания возникают мягко через бифуркацию Андронова–Хопфа. Эти колебания исчезают при высоких концентрациях p^* через бифуркацию двукратного предельного цикла. При изменении p^* в обратную сторону колебания возникают жестко в результате бифуркации Андронова–Хопфа с положительной первой ляпуновской величиной L_1 . Таким образом, химическая динамика астроцитов обладает свойствами классических автогенераторных систем с мягким и жестким режимами возбуждения колебаний. Структура плоскости параметров (p^*, v_4) модели (1) приведена на рис. 3, *б*.

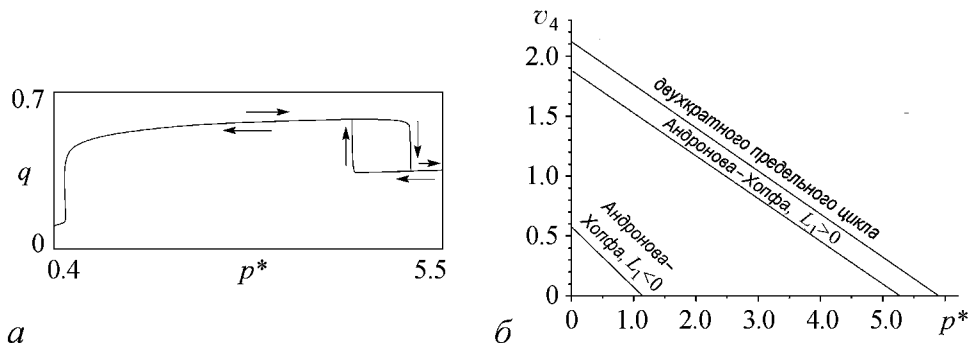


Рис. 3. Зависимость внутриклеточной концентрации кальция от концентрации p^* при $v_4 = 0.3$ мкмоль·с⁻¹ (*а*); Границы бифуркационных переходов одиночного астроцита (*б*) в плоскости параметров (p^*, v_4)

3. Динамика астроцита под действием прямоугольного импульса

Из экспериментальных данных [13] известно, что при резком изменении концентрации глутамата (вещество, выделяемое нейронами при активации синаптических связей) наблюдается повышение внутриклеточной концентрации ИТФ в астроците.

В качестве возбуждающего воздействия J_{glu} будем использовать одиночный прямоугольный импульс с амплитудой A и длительностью τ . Пусть при отсутствии

внешних воздействий астроцит находится в возбудимом режиме, эволюционируя в окрестности устойчивого стационарного состояния. При импульсном воздействии переменная p начинает увеличиваться на интервале длительности импульса, затем медленно релаксирует к равновесному значению. На рис. 4 представлены фазовые траектории и временные реализации, соответствующие откликам астроцита на прямоугольный импульс различной амплитуды и фиксированной длительности. Отметим, что при увеличении амплитуды воздействия происходит резкое нарастание амплитуды кальциевого импульса.

Для определения пороговых (возбудимых) свойств модели рассмотрим зависимости характеристик кальциевого сигнала от амплитуды внешнего воздействия. Амплитудные характеристики сигнала представлены на рис. 5, *a*. Отметим резкое нарастание амплитуды ответного импульса при превышении входным сигналом некоторого порога. Рис. 5, *б* характеризует зависимость времени задержки возникновения импульса от амплитуды воздействия. Кривые имеют выраженный пик, соответствующий максимуму производной на амплитудных характеристиках рис. 5, *a*. Поскольку

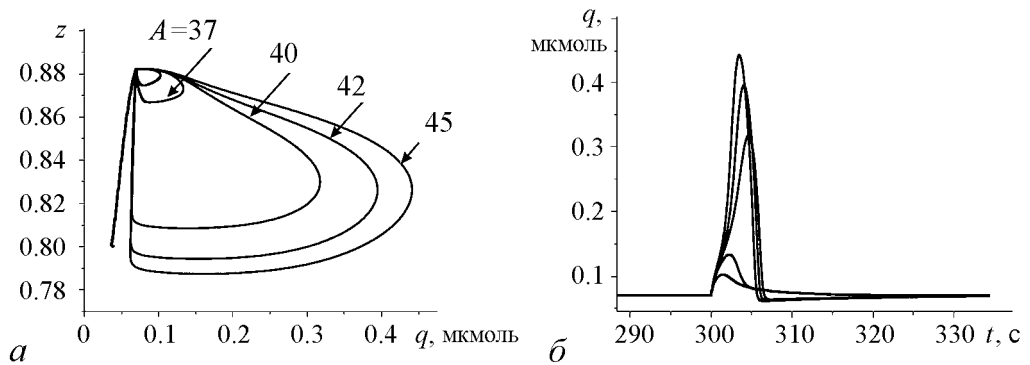


Рис. 4. Проекция фазовых траекторий системы на фазовую плоскость (q, z) при воздействии прямоугольного импульса с амплитудой A , мкмоль (*a*); временные реализации концентрации кальция $q(t)$ также при различных амплитудах A внешнего стимула (*б*). Значения параметров для рис. *a* и *б*: $\tau = 5$ мс; $p^* = 0.16$ мкмоль, $v_4 = 0.3$ мкмоль·с⁻¹

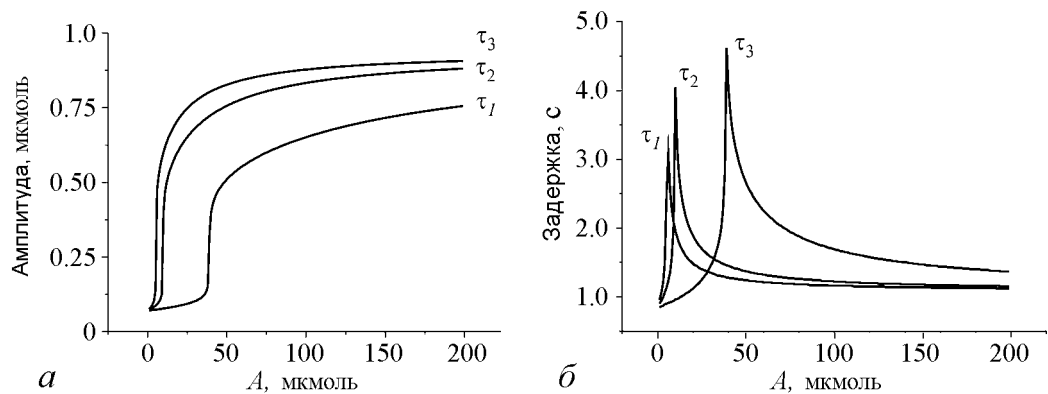


Рис. 5. Характеристики кальциевого генератора в возбудимом режиме при стимуляции коротким одиночным импульсом. Амплитуда кальциевого импульса в зависимости от амплитуды A воздействия (*a*). Задержка возникновения импульса (*б*). Кривые построены для трёх различных значений длительности внешнего стимула: $\tau_1=5.0$, $\tau_2=25.0$, $\tau_3=50.0$ мс; значения параметров: $p^* = 0.16$ мкмоль, $v_4 = 0.3$ мкмоль·с⁻¹

автономная система при выбранных параметрах имеет единственное состояние равновесия, такие свойства можно классифицировать как возбудимость с «пороговым множеством» [14].

Характер зависимостей амплитуды, длительности кальциевого импульса и времени задержки от длительности стимулирующего импульса при фиксированной амплитуде подобен графикам на рис. 5. Отметим, что характеристики сгенерированного сигнала на импульсный стимул определяются как амплитудой A , так и длительностью внешнего воздействия τ .

4. Динамика астроцита под действием последовательности импульсов

Рассмотрим теперь эффект воздействия на астроцит периодической последовательностью прямоугольных импульсов амплитудой A , длительностью τ , с интервалом следования T . Очевидно, что при периоде следования импульсов, превышающем время релаксации переменной p , отклик астроцита представляет собой последовательность одинаковых импульсов одной и той же амплитуды и длительности (рис. 6, *a*). При значениях интервала следования, близких к характерным временам

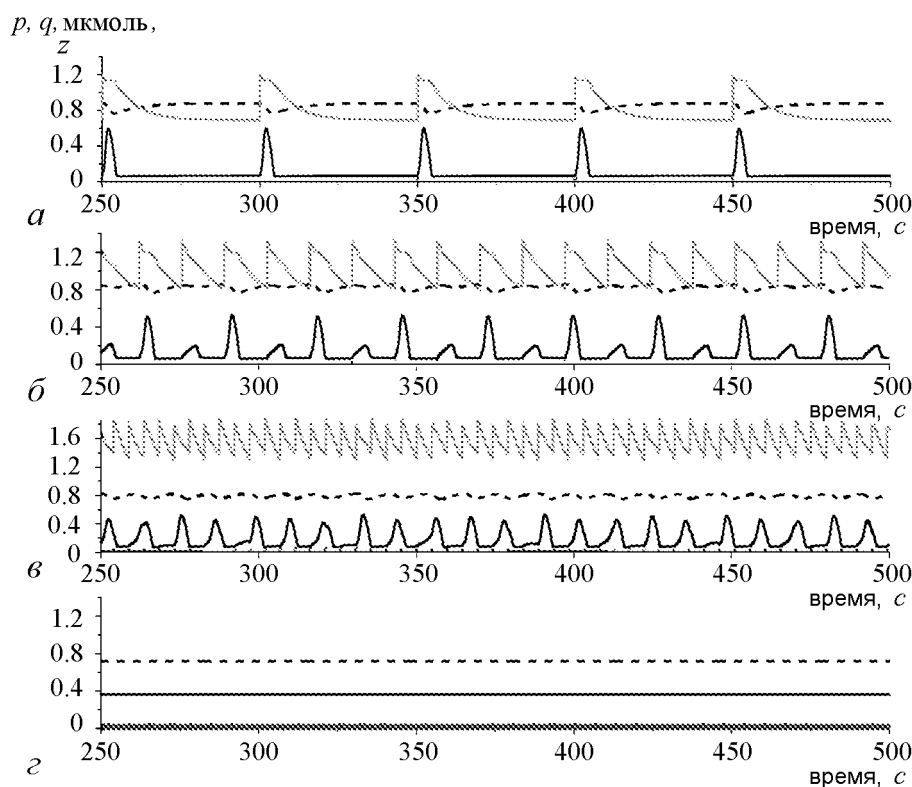


Рис. 6. Осциллограммы изменения концентрации кальция при стимуляции астроцита периодическим сигналом с амплитудой $A = 50$ мкмоль, длительностью $\tau = 100$ мс и с различным периодом T следования стимулов. Переменные p , q и z показаны серой, черной и пунктирной кривыми, соответственно. *a* – интервал следования импульсов больше времени релаксации ($T = 50$ с); *b* – отклик на половинной частоте, чередование импульсов большой и малой амплитуды ($T = 13.5$ с); *v* – нерегулярный отклик, период следования стимулов порядка длительности одиночного кальциевого импульса ($T = 4.8$ с); *z* – концентрация кальция квазистационарна ($T = 0.5$ с)

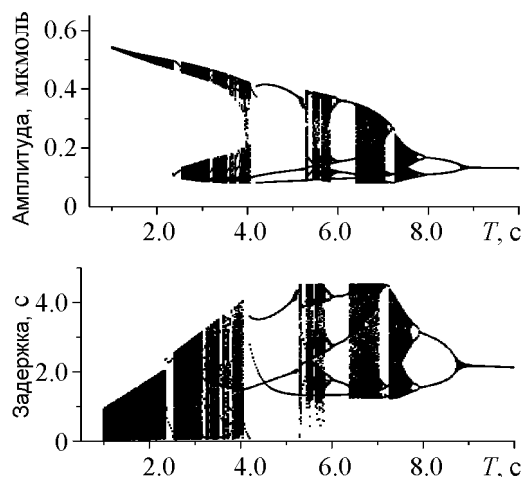


Рис. 7. Однопараметрические бифуркационные диаграммы отклика астроцита на периодический стимул с периодом следования импульсов T при $A = 25$ мкмоль, $\tau = 10$ мс, $p^* = 0.16$ мкмоль, $v_4 = 0.3$ мкмоль·с⁻¹: *a* – эволюция максимальной амплитуды кальциевого импульса при вариации T ; *б* – распределение времен задержки кальциевых импульсов в ответ на стимул в виде периодической последовательности импульсов с интервалом следования T

сложного отклика, при котором значения амплитуд кальциевых сигналов заполняют некоторый интервал. Наблюдаются также «окна периодичности», когда ответные импульсы характеризуются одним или несколькими фиксированными значениями амплитуд. Наряду с изменением амплитуды сигналов, изменяется также и время задержки возникновения отклика относительно стимула. Время задержки определялось как разница между моментом прихода стимула и временем, соответствующим максимуму последующего кальциевого импульса. Распределение этих времен иллюстрирует бифуркационная диаграмма на рис. 7, б.

Структура диаграммы подобна предыдущему случаю. Значения задержки на рис. 7, б, близкие к нулю, отвечают ситуации, когда очередной стимул не вызывает отклика и внутриклеточная концентрация кальция продолжает монотонно спадать до прихода следующего импульса.

Для иллюстрации механизмов возникновения сложной динамики рассмотрим проекции (q, z) отображения Пуанкаре, порождаемого фазовыми траекториями неавтономной модели. Неподвижные точки этого отображения будут соответствовать режимам вынужденной синхронизации кальциевого генератора, замкнутые инвариантные кривые – периодическим или квазипериодическим режимам отклика, хаотические аттракторы – сложным нерегулярным сигналам.

Существование в отображении устойчивой замкнутой инвариантной кривой (рис. 8, а) свидетельствует о том, что в расширенном фазовом пространстве существует устойчивый инвариантный тор. Движения по инвариантной кривой представляют собой квазипериодические движения, которые формируют непрерывное распределение точек на кривой при $t \rightarrow \infty$. При увеличении периода следования стимула (рис. 8, з) происходит разрушение инвариантного тора, что приводит к воз-

релаксации системы, сигнал отклика становится более сложным и в некоторых случаях нерегулярным (рис. 6, б, в). Отметим, что дальнейшее уменьшение периода стимуляции приводит к тому, что концентрация кальция становится квазистационарной (рис. 6, з). Медленные внутриклеточные процессы, фактически, усредняют высокочастотное импульсное воздействие и установившаяся концентрация характеризуется некоторой средней интенсивностью стимула, определяющей квазиравновесную концентрацию ИТФ.

Для характеристик основных бифуркационных переходов используем однопараметрическую бифуркационную диаграмму (рис. 7, а) распределения пиковых значений концентрации кальция. При уменьшении T происходит удвоение периода колебаний, затем при $T \approx 7$ с система переходит в режим

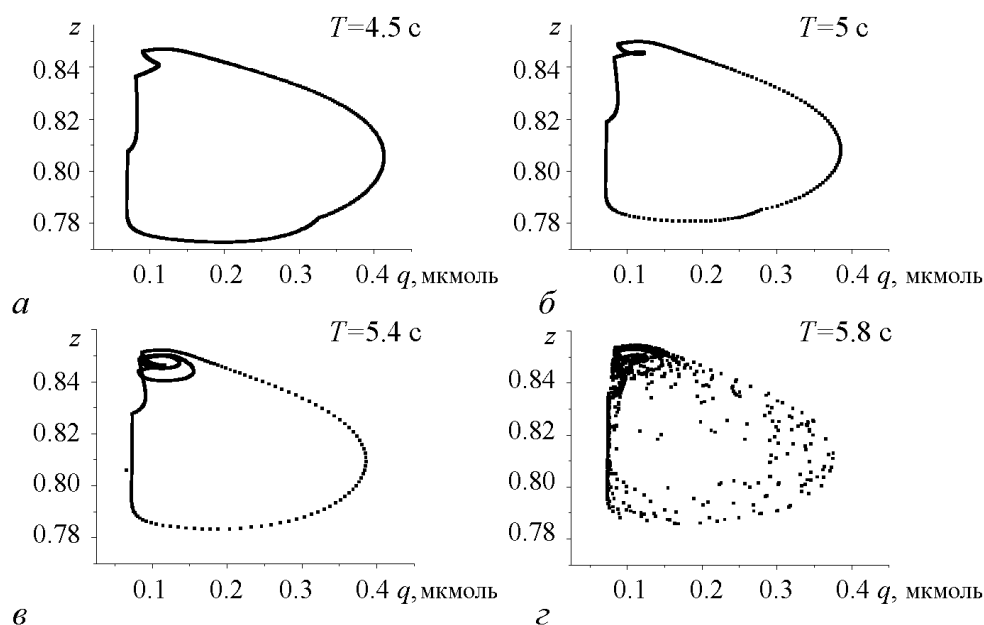


Рис. 8. Картины отображений Пуанкаре, порождаемых решениями модели (1) в случае $A = 25$ мкмоль, $\tau = 10$ мс, $p^* = 0.16$ мкмоль, $v_4 = 0.3$ мкмоль·с⁻¹ при различных интервалах T следования импульсов стимула

никновению хаотических движений. Отметим также, что изменение формы инвариантной кривой (рис. 8, а–в) связано с возникновением подпороговых колебаний в интервалах между импульсами отклика.

Заключение

Отметим характерные черты динамики кальциевой динамики астроцитов, выявленные в результате бифуркационного анализа.

Механизм генерации сигналов в изолированных клетках обладает пороговыми свойствами. При превышении порогового значения внешними химическими воздействиями (инъекция глутамата) происходит возбуждение одиночного кальциевого импульса, после чего система возвращается в устойчивое состояние равновесия. В отличие от динамических характеристик нейронных генераторов, амплитуда кальциевых импульсов монотонно возрастает при увеличении интенсивности воздействия. При увеличении концентрации внутриклеточного фермента ИТФ астроцит переходит в автоколебательный режим, связанный с мягким рождением устойчивого предельного цикла. При высоких концентрациях предельный цикл исчезает через бифуркацию двухкратного цикла. Воздействие на астроцит периодической последовательностью импульсов приводит к возникновению сложной динамики, механизмы которой связаны с возникновением и разрушением (или потерей устойчивости) инвариантных торов в расширенном фазовом пространстве.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МД-5096.2011.2, Программы МКБ РАН, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Библиографический список

1. *Rabinovich M.I., Varona P., Selverston A.I., Abarbanel H.D.I.* Dynamical principles in neuroscience // *Reviews of Modern Physics*. 2006. Vol. 78, № 4. P. 1213.
2. *Некоркин В.И.* Нелинейные колебания и волны в нейродинамике // *УФН*. 2008. Т. 178, № 3. С. 313.
3. *Verkhatsky A., Butt A.* *Glial Neurobiology*, Wiley, 2007.
4. *Nadkarni S., Jung P.* Spontaneous oscillations of dressed neurons: a new mechanism for epilepsy? // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 91. 268101.
5. *Volman V., Ben-Jacob E., Levine H.* The astrocyte as a gatekeeper of synaptic information transfer // *Neural Comp.* 2007. Vol. 19. P. 303.
6. *De Pitta M., Volman V., Berry H., Ben-Jacob E.* A tale of two stories: Astrocyte regulation of synaptic depression and facilitation // *PLoS Comput. Biol.* 2011. Vol. 7, № 12. P. e1002293. doi:10.1371/journal.pcbi.1002293.
7. *De Young G.W., Keizer J.* A single-pool inositol 1,4,5-trisphosphate-receptor-based model for agonist-stimulated oscillations in Ca^{2+} concentration // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 1992. Vol. 89. P. 9895.
8. *Li Y., Rinzel J.* Equations for IP_3 receptor-mediated Ca^{2+} oscillations derived from a detailed kinetic model: A Hodgkin-Huxley-like formalism // *J. Theor. Biol.* 1994. Vol. 166. P. 461.
9. *Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A.H.* Anti-phase calcium oscillations in astrocytes via inositol (1,4,5)-trisphosphate regeneration // *Cell Calcium*. 2006. Vol. 39. P. 197.
10. *Schuster S., Marhl M., Hofer T.* Modelling of simple and complex calcium oscillations. From single-cell responses to intercellular signalling // *Eur. J. Biochem.* 2002. Vol. 269. P. 1333.
11. *Matrosov V.V., Kazantsev V.B.* Bifurcation mechanisms of regular and chaotic network signaling in brain astrocytes // *Chaos*. 2011. Vol. 21, № 2. P. 023103.
12. *Kazantsev V.B.* Spontaneous calcium signals induced by gap junctions in a network model of astrocytes // *Phys. Rev. E*. 2009. Vol. 79. 010901(R).
13. *Cuthbertson K.S.R., Chay T.R.* Modeling receptor-controlled intracellular calcium oscillators // *Cell Calcium*. 1991. Vol. 12. P. 97.
14. *Izhikevich E.M.* Neural excitability, spiking, and bursting // *Int. J. Bifurc. Chaos*. 2000. Vol. 10, № 6. P. 1171.

ННГУ им. Н.И. Лобачевского
Институт прикладной физики РАН

Поступила в редакцию 29.03.2012
После доработки 27.06.2012

CALCIUM OSCILLATIONS IN ASTROCYTES

Part 1

Astrocyte as generator of calcium oscillations

S.Yu. Gordleeva, V.V. Matrosov, V.B. Kazantsev

Bifurcation mechanisms of oscillatory dynamics in a biophysical model of chemically excitable brain cells (astrocytes) were analyzed. In contrast to neuronal oscillators widely studied in nonlinear dynamics the astrocytes do not possess electrical excitability

but capable to generate chemical oscillations which modulate neuronal signaling. Astrocyte dynamics is described by third-order system of ordinary differential equations derived from biophysical kinetics. We investigated bifurcation mechanisms of calcium oscillations in a single cell and stimulus-evoked dynamics of astrocytes under external pulse stimulation modeling neuron-astrocyte interaction.

Keywords: Calcium oscillator, bifurcation, synchronization, astrocyte.



Гордлеева Сусанна Юрьевна – родилась в 1987 году. С 2004 по 2010 год обучалась в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского на радиофизическом факультете. В настоящее время аспирантка 2 года обучения в Институте прикладной физики РАН по специальности радиофизика. Автор более 10 научных публикаций, в том числе статьи в высокоимпактном международном журнале. Активно участвует во всероссийских и международных конференциях.

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
E-mail: gordleeva@neuro.nnov.ru



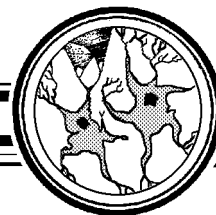
Матросов Валерий Владимирович – родился в 1960 году, окончил Горьковский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (1982) по специальности «прикладная математика». Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1994), доктора физико-математических наук (2007). С 1999 года работает на радиофизическом факультете ННГУ, в настоящее время профессор кафедры теории колебаний и автоматического регулирования. Область научных интересов – динамика нелинейных систем, динамический хаос, синхронизация и управление хаосом, математическое моделирование. Имеет более 100 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях, является соавтором двух монографий и трех учебных пособий.

603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
E-mail: matrosov@rf.unn.ru



Казанцев Виктор Борисович – родился в Дзержинске, Горьковской области (1973), окончил радиофизический факультет ННГУ (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1999), доктора физико-математических наук (2006). В настоящее время является заведующим лабораторией «Нелинейных процессов в живых системах» Института прикладной физики РАН и заведующим кафедрой нейродинамики и нейробиологии на биологическом факультете ННГУ им. Н.И. Лобачевского в Нижнем Новгороде. Область научных интересов – теория колебаний и волн, структуры и волны в многоэлементных сетевых системах, нейродинамика. Имеет более 70 научных публикаций.

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
E-mail: vkazan@neuron.appl.sci-nnov.ru



КАЛЬЦИЕВЫЕ КОЛЕБАНИЯ В АСТРОЦИТАХ

Часть 2

Динамика взаимодействующих кальциевых генераторов

В.В. Матросов, С.Ю. Гордлеева, В.Б. Казанцев

В статье рассматриваются бифуркационные механизмы возникновения колебаний в биофизической модели ансамбля химически возбудимых клеток мозга – ансамбля астроцитов. В системе трех взаимодействующих клеток исследуются бифуркационные переходы, приводящие к генерации кальциевых колебаний за счет диффузии, изучаются основные механизмы разрушения соответствующих им предельных циклов и перехода системы в режим генерации хаотических кальциевых колебаний.

Ключевые слова: Кальциевый генератор, бифуркация, синхронизация, астроцит.

Введение

Данная статья продолжает исследования, связанные с изучением колебаний в глиальных клетках мозга – астроцитах. В [1] представлены результаты анализа механизмов возникновения колебаний в модели парциального элемента при отсутствии внешних возмущений, а также отклика астроцита на импульсные воздействия. Показано, что потеря устойчивости равновесного значения кальциевой концентрации может происходить как мягко, так и жестко. При увеличении концентрации внутриклеточного фермента инозитолтрифосфата (ИТФ; англ. IP3) переход астроцита в автоколебательный режим осуществляется мягко, через надкритическую бифуркацию Андронова–Хопфа. При высоких концентрациях ИТФ автоколебания исчезают в результате бифуркации двухкратного предельного цикла, значение кальциевой концентрации стабилизируется на повышенном уровне. Снижение концентрации кальция возможно за счет снижения высоких концентраций ИТФ, однако этот процесс на определенном уровне прерывается жестким возбуждением автоколебаний через субкритическую бифуркацию Андронова–Хопфа.

Анализ вынужденных колебаний астроцита при импульсной химической стимуляции свидетельствует, что, в отличие от динамических характеристик нейронных

генераторов, амплитуда кальциевых импульсов монотонно возрастает при увеличении интенсивности воздействия. Воздействие на астроцит периодической последовательностью импульсов приводит к возникновению сложной динамики, механизмы которой связаны с возникновением и разрушением в расширенном фазовом пространстве инвариантных торов.

Подобно нейронам, астроциты в мозге также формируют сети [2]. Согласно исследованиям нейрофизиологов, связь между клетками осуществляется преимущественно локально (с ближайшими соседями) через щелевые контакты (в англ. gap junctions) [3]. Эти контакты формируются специфическими белками – коннексинами CX43, проницаемыми избирательно для молекул ИТФ [4]. Поток ИТФ между соседними клетками пропорционален градиенту концентраций. Таким образом, взаимодействие между астроцитами имеет диффузионный характер и описывается моделями типа «реакция–диффузия».

В настоящей работе детально изучаются механизмы возникновения кальциевых колебаний в ансамбле связанных астроцитов, а также свойства этих колебаний, обусловленные параметрами связей. В моделях сетей взаимодействующих клеток установлено, что увеличение коэффициента связи между клетками может привести к потере устойчивости однородного состояния и возникновению спонтанных квазисинусоидальных колебаний [5, 6]. Возможность синхронизации колебаний астроцитов показана как экспериментально, так и теоретически [4, 7]. Показано, в частности, что в зависимости от значений контрольных параметров в системе реализуются мультистабильные режимы, связанные с сосуществованием в фазовом пространстве устойчивых предельных циклов, инвариантных торов и хаотических аттракторов различной структуры, соответствующих в исходной модели различным режимам синхронизации между кальциевыми колебаниями в астроцитах.

1. Модель

1.1. Динамическая система. Динамика ансамбля астроцитов с учетом диффузионной связи при отсутствии внешних возмущений описывается следующей системой уравнений [5, 7]:

$$\begin{aligned} \dot{p}_j &= (p^* - p_j)/\tau_{IP3} + J_{PLC} + k_{IP3}(p_{j-1} - 2p_j + p_{j+1}), \\ \dot{q}_j &= J_{channel} - J_{pump} + J_{leak} + J_{in} - J_{out}, \\ \dot{z}_j &= a_2 \left(d_2 \frac{p_j + d_1}{p_j + d_3} (1 - z_j) - z_j q_j \right), \end{aligned} \quad (*)$$

где

$$\begin{aligned} J_{channel} &= c_1 v_1 p_j^3 z_j^3 q_j^3 \left(\frac{c_0}{c_1} - \left(1 + \frac{1}{c_1} \right) q_j \right) / [(p_j + d_1)(q_j + d_5)]^3, \\ J_{PLC} &= v_4 (q_j + (1 - \alpha)k_4) / (q_j + k_4), \\ J_{leak} &= c_1 v_2 \left(\frac{c_0}{c_1} - \left(1 + \frac{1}{c_1} \right) q_j \right), \\ J_{pump} &= v_3 q_j^2 / (k_3^2 + q_j^2) \\ J_{in} &= v_5 + v_6 p^2 / (k_2^2 + p_j^2), \quad J_{out} = k_1 q_j, \end{aligned}$$

$j = 1, 2, \dots, N$ – номер клетки, p_j – концентрация ИТФ, z_j – доля неактивированных каналов ($0 < z_j < 1$), q_j – внутриклеточная концентрации кальция, k_{IP3} – скорость диффузии ИТФ между клетками. Биофизический смысл констант и параметров можно найти в работах [4, 8, 9]. В соответствии с экспериментальными данными параметры (*) имеют следующие фиксированные значения: $c_0 = 2.0$ мкмоль, $c_1 = 0.185$, $v_1 = 6.0 \text{ с}^{-1}$, $v_2 = 0.11 \text{ с}^{-1}$, $v_3 = 2.2$ мкмоль $\cdot \text{с}^{-1}$, $v_5 = 0.025$ мкмоль $\cdot \text{с}^{-1}$, $v_6 = 0.2$ мкмоль $\cdot \text{с}^{-1}$, $k_1 = 0.5 \text{ с}^{-1}$, $k_2 = 1.0$ мкмоль, $k_3 = 0.1$ мкмоль, $k_4 = 1.1$ мкмоль, $a_2 = 0.14$ мкмоль $\cdot \text{с}^{-1}$, $d_1 = 0.13$ мкмоль, $d_2 = 1.049$ мкмоль, $d_3 = 0.9434$ мкмоль, $d_5 = 0.082$ мкмоль, $\alpha = 0.8$, $\tau_{IP3} = 7.143 \text{ с}^{-1}$, $p^* = 0.16$ мкмоль. В качестве контрольных параметров выбраны $v_4 \sim 0.3 \dots 2.0$ мкмоль $\cdot \text{с}^{-1}$ и коэффициент диффузии ИТФ $k_{IP3} \sim 0.01 \dots 1.00 \text{ с}^{-1}$. Согласно экспериментальным данным [3], связь между астроцитами осуществляется преимущественно локально. Предполагаем, что каждый астроцит взаимодействует только с двумя ближайшими соседями, за исключением граничных элементов, имеющих одного соседа, $p_0 = p_1$, $p_{N+1} = p_N$.

2. Эффекты диффузионного взаимодействия кальциевых генераторов

Рассмотрим динамику связанных кальциевых генераторов (*) при $k_{IP3} > 0$. Отметим, что, как следует из анализа динамики одиночного генератора, изменения концентрации ИТФ могут привести к возбуждению генератора и возникновению кальциевых импульсов. Диффузия ИТФ, с одной стороны, приводит к выравниванию концентраций в соседних клетках и, как следствие, может привести к синхронизации соседних генераторов. С другой стороны, этот механизм, как показано в работах [5, 6], может привести к неустойчивости и возникновению спонтанных кальциевых колебаний в сети генераторов, не обладающих собственной колебательной активностью (находящихся в возбужденном режиме). Рассмотрим бифуркационные сценарии возникновения таких колебаний.

2.1. Структура пространства параметров и некоторые свойства автоколебательных режимов. На рис. 1 представлено разбиение плоскости параметров (k_{IP3}, v_4) модели (*) на области с различным динамическим поведением. Оно получено путем численного моделирования, основанного на методах качественной теории динамических систем [10, 11] с использованием программного комплекса

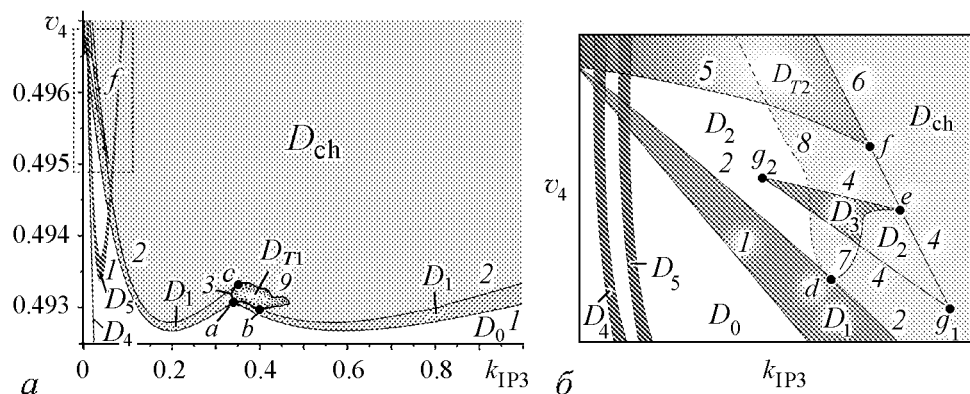


Рис. 1. *a* – структура плоскости параметров (k_{IP3}, v_4) модели (*) в случае $N=3$, *b* – качественное изображение фрагмента, ограниченного на рис. 1, *a* пунктирной линией

ДНС [12]. Границами выделенных областей являются бифуркационные кривые аттракторов.

В области D_0 единственным аттрактором модели является состояние равновесия O_1 с координатами $p_j^*, q_j^*, z_j^*, j = \overline{1, N}$, которые определяют концентрации ИТФ, кальция и долю открытых кальциево-зависимых каналов эндоплазматического ретикулума, соответственно. В ансамбле идентичных элементов значения p_j^*, q_j^*, z_j^* , не зависят от k_{IP3} , поэтому они не меняются при вариациях j . Границей области D_0 служит кривая $v_4 = v_4^h(k_{IP3})$, соответствующая смене устойчивости O_1 через бифуркацию Андронова–Хопфа (линия 1). Первая ляпуновская величина на кривой v_4^h отрицательна, поэтому граница области D_0 является безопасной [13]. Заметим, что состояние равновесия O_1 меняет свою устойчивость три раза. Первый раз это происходит при пересечении линии 1, здесь состояние равновесия O_1 типа¹ $\{9,0\}$ – устойчивый фокус – становится седло-фокусом типа $\{7,2\}$. Эта смена устойчивости сопровождается мягким рождением устойчивого предельного цикла L_0 . Вторая смена устойчивости O_1 меняет тип состояния равновесия $\{7,2\}$ на $\{5,4\}$, третья – $\{5,4\}$ на $\{3,6\}$. Вторая и третья бифуркации Андронова–Хопфа приводят к рождению седловых предельных циклов, которые принципиального влияния на динамику ансамбля не оказывают. Бифуркационные кривые второй и третьей смены устойчивости O_1 на рис. 1, а не приведены, здесь лишь отмечена точка а, где состояние равновесия O_1 имеет две пары чисто мнимых корней, динамические перестройки окрестности этой точки более сложные, чем в окрестности бифуркационной кривой с одной парой чисто мнимых корней.

Отметим, что цикл L_0 (как и другие устойчивые предельные циклы модели ансамбля) определяет режим регулярных периодических колебаний элементов ансамбля, в котором все элементы ансамбля колеблются на одной частоте – частоте предельного цикла. Что касается амплитуд и фаз колебаний элементов ансамбля, то они для различных элементов могут существенно отличаться друг от друга, поскольку эти характеристики определяются проекциями предельного цикла на соответствующие локальные подпространства фазовых переменных элементов ансамбля. Эти проекции для отдельных элементов ансамбля могут практически вырождаться в точку, что соответствует вырождению колебаний в отдельных элементах ансамбля.

Область D_1 существования аттрактора L_0 ограничена бифуркационными кривыми: $v_4 = v_4^h(k_{IP3})$ – Андронова–Хопфа; $v_4 = v_4^{c1}(k_{IP3})$ и $v_4 = v_4^{c2}(k_{IP3})$ – двухкратного и трехкратного предельных циклов (линия 2); $v_4 = v_4^n(k_{IP3})$ – Неймарка–Сакера (линия 3). Кривая v_4^h по k_{IP3} не всегда определена однозначно. Из рис. 1, а видно, что существует такой интервал по параметру v_4 , на котором при увеличении коэффициента диффузии k_{IP3} колебания сначала появляются, потом пропадают, далее вновь появляются и опять пропадают. Несмотря на то, что механизм возникновения автоколебаний в обоих случаях одинаков (бифуркация Андронова–Хопфа), свойства возникающих колебаний различны и зависят от участка бифуркационной кривой v_4^h на котором происходит смена устойчивости O_1 . В малой окрестности бифуркационной кривой v_4^h слева от точки а в автоколебательном режиме переменные p_1 и p_3 колеблются синфазно, а p_2 по отношению к p_1 (p_3) колеблется в противофазе, справа

¹Состояние равновесия n -мерного фазового пространства имеет тип $\{p, q=n-p\}$, если соответствующее ему характеристическое уравнение имеет p корней в левой полуплоскости и q корней в правой полуплоскости, то есть значения p и q определяют размерности устойчивого и неустойчивого многообразий [14].

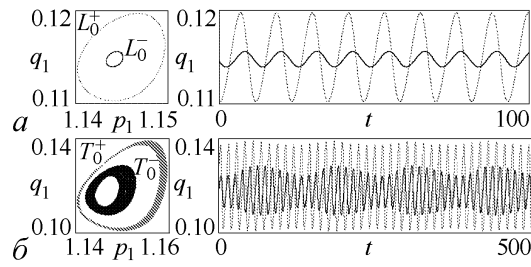


Рис. 2. Проекция предельных циклов L_0^+ и L_0^- (а), инвариантных торов T_0^+ и T_0^- (б)

от точки a в автоколебательном режиме переменные p_1 и p_3 колеблются в противофазе, а рассогласование фаз колебаний переменных p_2 и p_1 (p_3) не кратно π . По мере удаления от *линии 1* амплитуда цикла L_0 растет, при этом слева от точки a синхронность колебаний p_1 и p_3 сохраняется, а справа от точки a противофазная синхронизация p_2 и p_1 (p_3) нарушается.

В точках b и c цикл L_0 имеет два мультипликатора, равных единице. Эти точки являются концевыми для бифуркационных кривых v_4^n , v_4^{c1} и v_4^{c2} . В точке d бифуркация двукратного предельного цикла (касательная бифуркация) трансформируется в бифуркацию трехкратного предельного цикла (бифуркацию типа «вилка»). В этой же точке берет начало кривая $v_4 = v_4^{n1}(k_{IP3})$, отвечающая бифуркации Неймарка–Сакера (*линия 7*).

При выходе из области D_1 через *линию 2* между точками c и d , а также правее точки b цикл L_0 исчезает, при этом в фазовом пространстве модели (*) появляется хаотический аттрактор. Если выходить из области D_1 через *линию 2* слева от точки d , цикл L_0 теряет устойчивость, порождая пару устойчивых предельных циклов L_0^+ и L_0^- (рис. 2, а). Синхронность колебаний переменных x_1, y_1, z_1 и x_3, y_3, z_3 , свойственная предельному циклу L_0 , на циклах L_0^+ и L_0^- отсутствует. Предельные циклы $L_0^-(x_1^-, y_1^-, z_1^-, x_2, y_2, z_2, x_3^-, y_3^-, z_3^-)$ и $L_0^+(x_1^+, y_1^+, z_1^+, x_2, y_2, z_2, x_3^+, y_3^+, z_3^+)$ инвариантны относительно замены $\Pi_1 : (x_1^-, y_1^-, z_1^-, x_3^-, y_3^-, z_3^-) \leftrightarrow (x_3^+, y_3^+, z_3^+, x_1^+, y_1^+, z_1^+)$. Из рис. 2, а видно, что в проекции на плоскость (x_1, y_1) размер предельного цикла L_0^+ больше, чем размер L_0^- , однако в силу преобразования Π_1 этот эффект меняется на противоположный при проецировании циклов на плоскость (x_3, y_3) , в этой проекции размер предельного цикла L_0^- больше, чем размер L_0^+ .

При выходе из области D_1 через *линию 3* (см. рис. 1, а) цикл L_0 теряет устойчивость, порождая устойчивый тор T_0 (рис. 3). Тор T_0 существует при значениях параметров из области D_{T1} на рис. 1, а. Разрушение тора T_0 происходит при пересечении *линии 9*, оно сопровождается возникновением хаотического аттрактора с амплитудой колебаний, в несколько раз превышающей амплитуду колебаний на торе T_0 , то есть в ансамбле возникают колебания, характеризующие высокую концентрацию ИТФ и, следовательно, кальция.

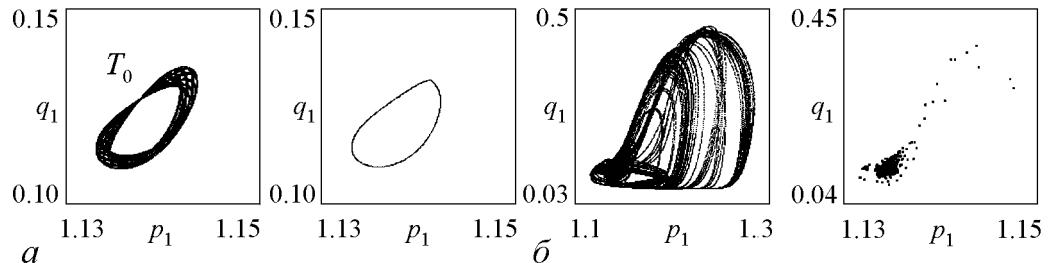


Рис. 3. Проекция фазового портрета и отображения Пуанкаре инвариантного тора T_0 при значениях параметров $v_4 = 0.4931$, $k_{IP3} = 0.450$ (а) и хаотического аттрактора, возникшего в результате разрушения тора T_0 при значениях параметров $v_4 = 0.4931$, $k_{IP3} = 0.454$ (б)

Циклы L_0^+ и L_0^- существуют при значениях параметров из области D_2 , ограниченной бифуркационными кривыми: v_4^{c2} – трехкратного предельного цикла (линия 2 левее точки d на рис. 1, б); $v_4 = v_4^{c3}(k_{IP3})$ – двухкратных предельных циклов (линия 4); $v_4 = v_4^{n1}(k_{IP3}), v_4 = v_4^{n2}(k_{IP3})$ – Неймарка–Сакера (линии 5,7). Кривая v_4^{c3} располагается между точками e и f , где выполняются условия нейтральности, при этом она содержит точки g_1 и g_2 , отвечающие бифуркации сборки. В результате бифуркаций сборки на плоскости параметров появляется область D_3 , где система (*) имеет четыре предельных цикла: L_0^+, L_0^-, L_1^+ и L_1^- . Циклы L_1^+ и L_1^- инвариантны относительно преобразования Π_1 , по сравнению с циклами L_0^+ и L_0^- их размеры меньше.

При выходе из области D_2 через линию 4 циклы L_0^+ и L_0^- исчезают, фазовые траектории из их окрестности устремляются к одному из аттракторов, которые появляются в фазовом пространстве системы (*) при значениях параметров на штрихпунктирной линии 8 еще до кризиса аттракторов L_0^+ и L_0^- . Таким образом, при выходе из области D_2 через линию 4 смена динамического режима осуществляется жестко, при этом могут возникать как хаотические колебания, синхронизированные по фазовым переменным первого и третьего элементов ($p_1=p_3, q_1=q_3, z_1=z_3$), так и асинхронные колебания. В последнем случае колебания могут быть как регулярными, так и хаотическими. На рис. 4 приведены проекции фазовых портретов и осциллограммы автоколебательных режимов, которые определяют мультистабильное поведение ансамбля. Колебания на аттракторах L_0^-, L_0^+, SA_{13} инвариантны относительно преобразования Π_1 , а движения по циклу L_4 – неинвариантны.

При выходе из области D_2 через линии 5, 7 циклы L_0^+ и L_0^- теряют устойчивость, в результате возникают устойчивые торы T_0^+ и T_0^- инвариантны относительно преобразования Π_1 (см. рис. 2, б). Линия 7 соединяет точки d и e , линия 5 начинается в точке, разделяющей автоколебательный и возбудимый режимы парциального элемента (бифуркация Анронова–Хопфа модели (*) при $k_{IP3} = 0$), и оканчивается в точке f . Торы T_0^+ и T_0^- существуют при значениях параметров из областей D_{T2} . Область D_{T2} , примыкающая к линии 7, мала, поэтому на рис. 1 она не отмечена. Исчезновение торов T_0^+ и T_0^- происходит либо в результате слияния с неустойчивыми торами (на линии 6), либо в результате потери гладкости, при этом модель (*) переключается на регулярный или хаотический аттракторы.

Область D_{ch} существования аттракторов с большой амплитудой на рис. 1 выделена серым цветом, она ограничена линиями 2,8,9. Установлено, что область D_{ch} является областью мультистабильного поведения. Здесь одновременно можно наблюдать как хаотические аттракторы с различной топологией, так и регулярные

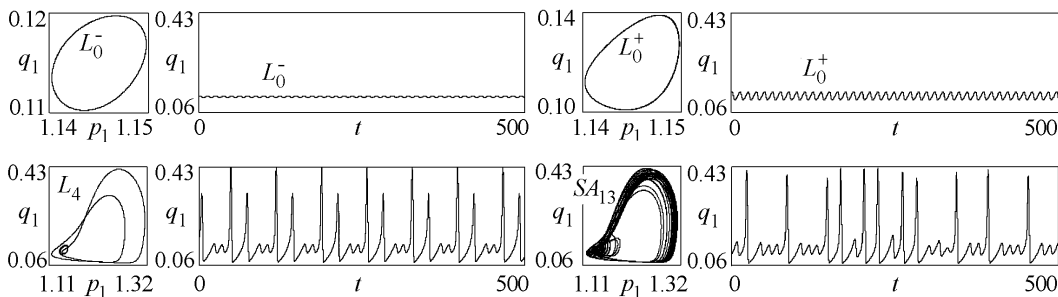


Рис. 4. Осциллограммы автоколебательных режимов модели (*) при $v_4 = 0.4954, k_{IP3} = 0.046$

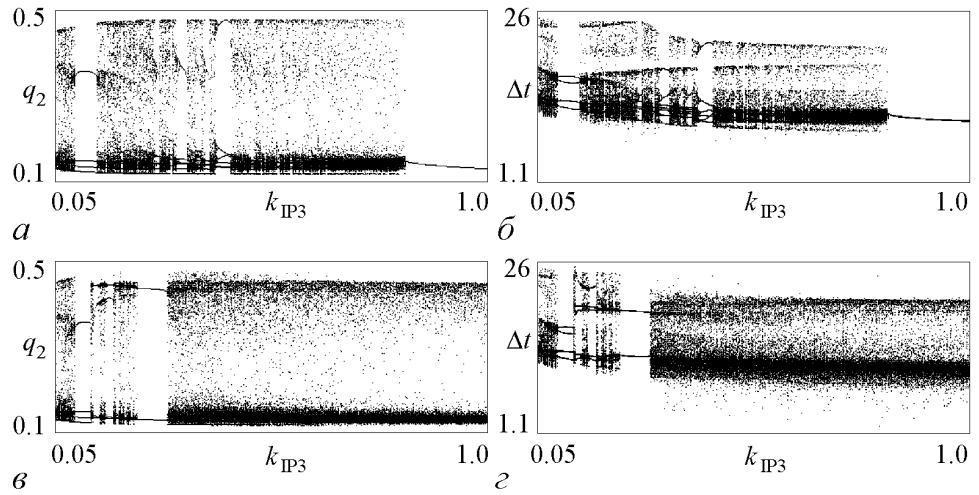


Рис. 5. Эволюция максимумов переменной q_2 и межимпульсных интервалов Δt при увеличении (а, б) и уменьшении (в, г) параметра связи k_{IP3} в случае $v_4=0.495$

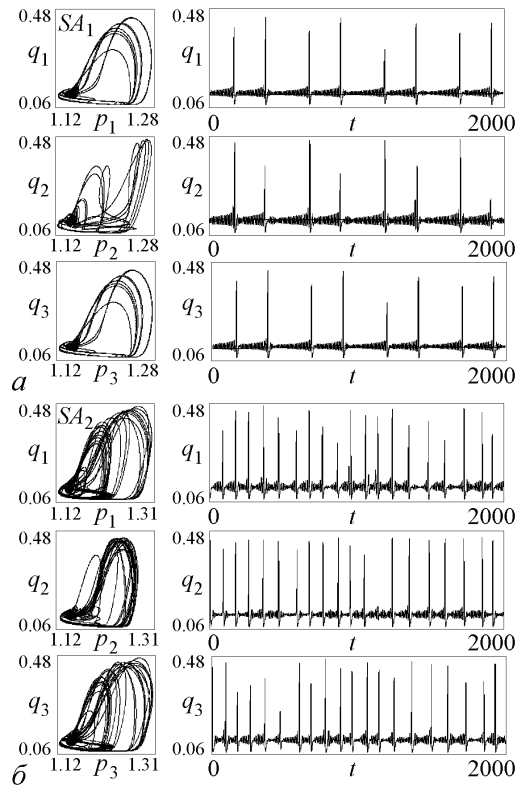


Рис. 6. Примеры хаотических аттракторов модели (*) при значения параметров из области D_{ch}

регулярные колебания также принадлежат многообразию W_{S13} . Диаграммы на рис. 5 в, г построены при уменьшении k_{IP3} . Здесь в качестве начального состояния системы (*) использовался «асимметричный» хаотический аттрактор SA_2 (рис. 6, б), который при $k_{IP3} = 1$ существует совместно с регулярным симметричным аттрактором. В интервале $k_{IP3} \in (0.05; 0.13)$ движения на рис. 6, б принадлежат многообразию W_{S13} .

движения. Структуру области D_{ch} характеризуют однопараметрические бифуркационные диаграммы, приведенные на рис. 5. Диаграммы на рис. 5 а, в отражают эволюцию распределения концентрации кальция при изменении силы связи k_{IP3} , диаграммы на рис. 5 б, г – распределение межимпульсных интервалов. При построении диаграмм на рис. 5 а, б исходное состояние определял предельный цикл L_0 . При увеличении k_{IP3} этот предельный цикл исчезает, порождая «симметричный» хаотический аттрактор SA_1 (рис. 6, а). Этот аттрактор располагается на инвариантном многообразии синхронизации, $W_{S13} = \{p_1=p_3, q_1=q_3, z_1=z_3\}$. С ростом k_{IP3} движения модели (*) становятся регулярными, а синхронное поведение нарушается, однако при дальнейшем увеличении силы связи синхронные хаотические колебания появляются вновь и сохраняются вплоть до регуляризации колебаний. Появляющиеся

При значениях параметров из области D_4 в фазовом пространстве модели (*) существует устойчивый предельный цикл L_4 (рис. 7, а). Область D_5 отвечает существованию устойчивого цикла L_5 инвариантного относительно Π_1 (рис. 7, б). Циклы L_4 и L_5 появляются в результате касательной бифуркации, они могут трансформироваться в хаотические аттракторы по сценарию Фейгенбаума, а также терять устойчивость через бифуркацию Неймарка–Сакера. Характерной особенностью циклов L_4 и L_5 , а также сформированных на их основе хаотических аттракторов, является то, что они имеют большие размеры, то есть определяют импульсы с высокими (надпороговыми) значениями концентрации кальция.

Примечательно, что циклы L_4 и L_5 могут появляться в фазовом пространстве модели (*) до бифуркации Андронова–Хопфа, то есть в ансамбле автоколебательные режимы могут существовать совместно со стационарным режимом, определяемым состоянием равновесия O_1 .

Из представленного выше бифуркационного анализа следует, что плоскость параметров (k_{IP3}, v_4) модели (*) содержит две большие области: область D_0 , где концентрации ИТФ и кальция с течением времени не меняются, и область D_{ch} , в которой наблюдается кальциевая активность, то есть концентрация кальция не стационарна, на определенных интервалах времени она может достигать достаточно больших значений; эти изменения, как правило, имеют хаотический характер. Области D_0 и D_{ch} разделены узкой полосой существования регулярных и квазирегулярных колебаний малой амплитуды. В этой полосе допускается неоднозначное поведение модели (*), обусловленное одновременным существованием нескольких устойчивых регулярных (квазирегулярных) движений. Неоднозначность поведения модели (*) в разделяющей полосе объясняет возможность существования различных сценариев возникновения кальциевой активности. Обратим внимание еще на один факт, выявленный в результате бифуркационного анализа модели (*), – это наличие областей D_4 и D_5 , где автоколебательные режимы являются жесткими, то есть их реализация возможна только при определенных начальных условиях. Жесткие автоколебательные режимы могут быть как регулярными, так и хаотическими.

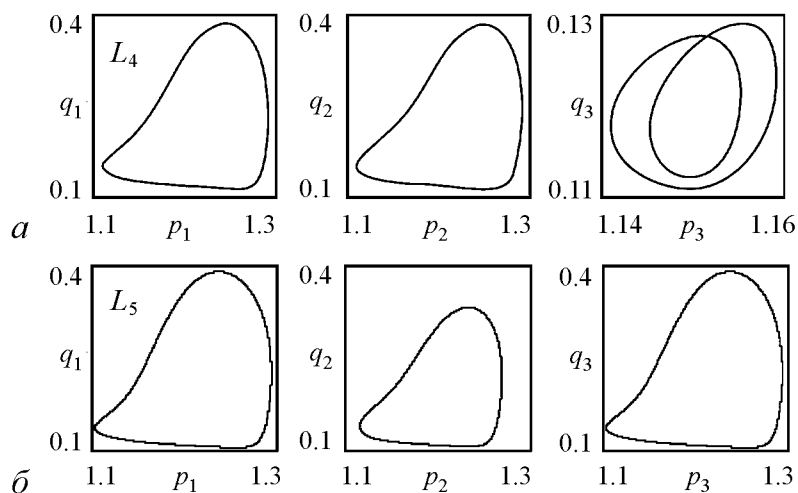


Рис. 7. Проекция аттракторов из областей D_4 при $k_{IP3} = 0.0069, v_4 = 0.4965$ (а) и D_5 при $k_{IP3} = 0.01107, v_4 = 0.4960$ (б)

2.2. Механизмы возникновения спонтанных кальциевых колебаний.

Из анализа движений модели (*) следует, что колебания кальциевой активности (большой амплитуды), как правило, являются хаотическими. Они возникают при увеличении параметра связи k_{IP3} , а механизмы их возникновения могут быть как мягкими (обратимыми), так и жесткими (с явлениями гистерезиса на границе возникновения).

Мягкий переход имеет место в интервале $v_4 \in (0.4927; 4.955)$ и осуществляется либо через перемежаемость I типа, либо в результате разрушения инвариантного тора. В обоих случаях колебаниям кальциевой активности предшествуют автоколебания малой амплитуды, которые возникают в результате потери устойчивости режима стационарной концентрации. Дальнейшее увеличение k_{IP3} влечет за собой монотонное нарастание амплитуды колебаний, при этом регулярные колебания могут трансформироваться в квазирегулярные колебания, но этот переход не нарушает плавности нарастания амплитуды. Рост амплитуды регулярных (квазирегулярных) колебаний ограничивает хаотизация колебаний, которая проявляется в виде коротких временных интервалов хаотических блужданий фазовых переменных. На рис. 8, а представлена осциллограмма хаотического процесса, возникшего через перемежаемость I типа. Для этого процесса характерны длинные зоны «регулярных» колебаний, прерываемые короткими нерегулярными всплесками, при этом амплитуда

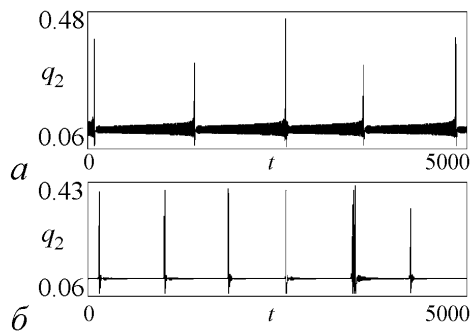


Рис. 8. Осциллограммы хаотических процессов модели (*) при $v_4=0.493$, $k_{IP3}=0.14368$

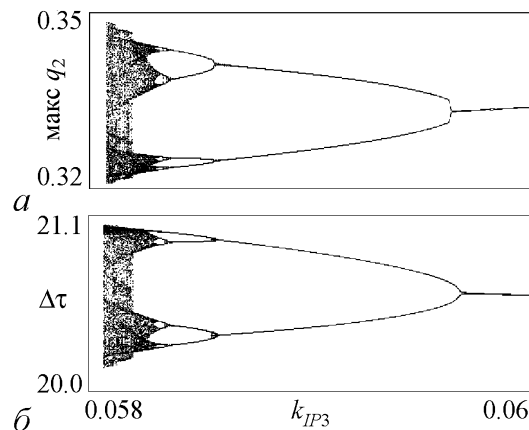


Рис. 9. Жесткий автоколебательный режим. Эволюция максимумов переменной q_2 и межимпульсных интервалов при вариациях k_{IP3} в области D_5 на уровне $v_4 = 0.4947$

колебаний в зоне всплеска может в несколько раз превышать амплитуду «регулярных» колебаний. По мере удаления от границы возникновения хаоса длина зон регулярных колебаний уменьшается. На рис. 8, б представлена осциллограмма хаотического процесса типа тор-хаос, который появляется в результате разрушения квазирегулярных колебаний (инвариантного тора). Этот переход к хаотическим колебаниям является мягким, от перемежаемости I типа он отличается лишь тем, что зона «регулярных» колебаний здесь является зоной «квазирегулярных» колебаний.

При $v_4 > 0.4955$ колебания кальциевой активности возникают жестко, через следующие бифуркационные механизмы: седло-узловая бифуркация предельного цикла, разрушение инвариантного тора (квазипериодического движения) как целого, в результате слияния его с неустойчивым тором, наконец, через потерю гладкости тора. При жестком режиме возбуждения характеристики аттрактора, характеризующего кальциевую активность, не зависят от характеристик предшествующих колебаний.

Жесткие регулярные автоколебания, сосуществующие с режимами стационарной концентрации, возникают в результате «уплотнения» фазовых траекторий, через касательную бифуркацию. Выход на эти колебания возможен либо в результате кризиса других аттракторов, либо в результате внешних воздействий, изменяющих состояния системы. При вариациях параметров регулярные колебания могут трансформироваться в хаотические через каскад бифуркаций удвоения периода. Области существования жестких хаотических колебаний малы, а хаотическая последовательность импульсов кальциевой активности мало отличается от порождающей ее регулярной последовательности (рис. 9).

Заключение

Отметим в заключении характерные черты динамики кальциевой динамики связанных астроцитов, выявленных в результате бифуркационного анализа.

Учет диффузионной связи по ИТФ между соседними астроцитами приводит к возможности генерации колебаний за счет межклеточного взаимодействия. Обнаружены следующие бифуркационные сценарии. Колебания могут возникать мягко в результате бифуркации Андронова–Хопфа или жестко через бифуркацию двухкратного цикла. Дальнейшее увеличение связи ведет к бифуркациям предельных циклов, возникновению и последующему разрушению (или потери устойчивости) инвариантных торов и переходу модели в режим хаотической генерации импульсов. Предельные циклы, движения на торе и хаотические аттракторы обладают определенными свойствами симметрии, что соответствует различным режимам синхронизации колебаний парциальных элементов. Отметим также, что хаотические колебания, возникающие по сценарию перемежаемости, имеют форму сравнительно редких кальциевых импульсов на фоне длительных подпороговых флуктуаций, что качественно соответствует экспериментальным данным по спонтанной динамике астроцитов в мозге (см., например, [15]).

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МД-5096.2011.2, Программы МКБ РАН, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Библиографический список

1. Гордлеева С.Ю., Казанцев В.Б., Матросов В.В. Кальциевые колебания в астроцитах. Часть 1. Астроцит как генератор кальциевых колебаний // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 3. С. 15.
2. Verkhratsky A., Butt A. *Glia Neurobiology*, Wiley, 2007.
3. Halassa M.M., Fellin T., Takano H., Dong J.-H., Haydon P.G. Synaptic islands defined by the territory of a single astrocyte // *J. Neurosci.* 2007. Vol. 27, № 24. P. 6473.
4. Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A.H. Anti-phase calcium oscillations in astrocytes via inositol (1,4,5)-trisphosphate regeneration // *Cell Calcium*. 2006. Vol. 39. P. 197.
5. Kazantsev V.B. Spontaneous calcium signals induced by gap junctions in a network model of astrocytes // *Phys. Rev. E* 2009. Vol. 79. 010901(R).
6. Казанцев В.Б., Воробьев А.В. Осцилляторная неустойчивость и спонтанные

- подпороговые колебания в сети диффузионно связанных кальциевых осцилляторов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2009. Т. 17, № 2. С. 123.
7. *Matrosov V.V., Kazantsev V.B.* Bifurcation mechanisms of regular and chaotic network signaling in brain astrocytes // *Chaos*. 2011. Vol. 21, № 2. P. 023103.
 8. *De Young G.W., Keizer J.* A single-pool inositol 1,4,5-trisphosphate-receptor-based model for agonist-stimulated oscillations in Ca^{2+} concentration // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 1992. Vol. 89, P. 9895.
 9. *Li Y., Rinzel J.* Equations for IP_3 receptor-mediated Ca^{2+} oscillations derived from a detailed kinetic model: a Hodgkin–Huxley-like formalism // *J. Theor. Biol.* 1994. Vol. 166. P. 461.
 10. *Шильников Л.П., Шильников А.Л., Тураев Д.В., Чуа Л.* Методы качественной теории в нелинейной динамике. Часть 1. Москва;Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.
 11. *Шильников Л.П., Шильников А.Л., Тураев Д.В., Чуа Л.* Методы качественной теории в нелинейной динамике. Часть 2. Москва;Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2009.
 12. *Матросов В.В.* Динамика нелинейных систем. Программный комплекс для исследования нелинейных динамических систем с непрерывным временем. Н.Новгород: ННГУ, 2002.
 13. *Баутин Н.Н.* Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука, 1984.
 14. *Афраймович В.С., Лукьянов В.И., Шильников Л.П.* Грубые состояния равновесия и периодические движения многомерных динамических систем. Часть 1. Методическое пособие по качественной теории дифференциальных уравнений: Горький: Изд-во ГГУ, 1985.
 15. *Nett W.J., Oloff S.H., McCarthy K.D.* Hippocampal astrocytes in situ exhibit calcium oscillations that occur independent of neuronal activity // *J. Neurophysiol.* 2002. Vol. 87. P. 528.

ННГУ им. Н.И. Лобачевского
Институт прикладной физики РАН

Поступила в редакцию 29.03.2012

CALCIUM OSCILLATIONS IN ASTROCYTES

Part 2

Dynamics of interacting calcium oscillators

V.V. Matrosov, S.Yu. Gordleeva, V.B. Kazantsev

We investigated bifurcation mechanisms of oscillatory dynamics of interacting chemically excitable cells (astrocytes). In model of three interacting astrocytes we studied bifurcation transitions leading to generation of calcium oscillations induced by the intercellular diffusion. We analyzed basic mechanisms of limit cycle instabilities and destructions, typical transitions to chaotic oscillations and basic properties of intercellular synchronization.

Ключевые слова: Calcium oscillator, bifurcation, synchronization, astrocyte.



ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУР МНГОВИХРЕВОЙ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ

И.А. Ермолаев, А.С. Шаповалов

Численно моделируется электроконвективное течение в плоскопараллельном слое жидкого диэлектрика, возникающее вследствие кризиса потери устойчивости равновесия в однородном электрическом поле. Изучается влияние боковых границ и относительного размера конвективной ячейки на волновое число формирующихся пространственно-периодических диссипативных вихревых структур течения. Показана возможность управления формированием структур варьированием начального состояния слоя.

Ключевые слова: Пространственно-периодические диссипативные структуры, электроконвекция, численное моделирование.

Введение

В процессах стохастизации (турбулизации) нелинейных распределенных систем различной физической природы формирование и взаимодействие разных типов пространственных диссипативных образований играет основополагающую роль. Ярким примером таких диссипативных образований являются пространственно-периодические вихревые структуры течений жидкостей и газов. Наиболее известны пространственно-периодические вихри (стационарные и нестационарные) термогравитационной конвекции Рэлея–Бенара в плоских слоях, подогреваемых снизу [1]. Однако подобные течения, возникающие кризисным образом вследствие потери устойчивости равновесия плоского слоя, могут быть вызваны также однородным электрическим полем в диэлектрической (слабопроводящей) жидкости при изотермических условиях [2].

В этом случае основной причиной, вызывающей конвективное течение в плоском конденсаторе, является униполярная инжекция зарядов с катода [3], то есть электризация вследствие локального нарушения равновесия реакции диссоциации-рекомбинации молекул жидкости в примыкающих к электродам областях. Вследствие чего около электрода образуется одноименный электрический заряд, который

или успевает релаксировать за счет омического тока и взаимодействия с противоположными ионами жидкости, либо провоцирует электроконвективное движение в виде пространственно-периодических двухмерных вихрей, подобных структурам конвекции Рэлея–Бенара.

Течение возникает кризисным образом, порог его возникновения зависит от проводимости, вязкости, химического состава жидкости и в большинстве технических слабопроводящих диэлектриков составляет от 0.5 до 5 кВ/см [4]. В надкритической области формируются устойчивые двухмерные пространственно-периодические стационарные вихревые структуры (валы), соответствующие некоторому диапазону волновых чисел. В бесконечном слое волновое число структур зависит, как и в рэлеявской конвекции, в общем случае от начальных условий [1].

Теоретический интерес к подобным задачам обусловлен тем, что кроме неустойчивости гидродинамического характера, динамика пространственных ансамблей структур электроконвективных (ЭК) течений осложняется существованием механизмов неустойчивости, связанных со способом электризации среды в электрическом поле [5]. Этим, по-видимому, объясняется ряд специфических явлений, сопровождающих электроконвекцию, таких как возможность спада тока со временем, немонотонные изменения напряженности поля вблизи электродов с ростом разности потенциалов, затухание течения в переменных полях высокой частоты, немонотонная зависимость интенсивности течения от проводимости жидкости, возникновение ионных волн и др. При этом важным параметром эволюции ЭК-структур является их волновое число. Более точная информация о ЭК-течениях в предпробойной стадии необходима также при конструировании электро-гидродинамических (ЭГД) преобразователей энергии (ЭГД-генераторов, ЭГД-насосов, ЭГД-устройств автоматики), при исследовании возможности использования ЭГД-взаимодействий для управления гидродинамическими потоками, тепло- и массообменном, вязкостью [6–8] и др.

В большинстве экспериментальных исследований как термоконвекции, так и электроконвекции начальные условия не контролируются, то есть периодичность течения в поперечном сечении слоя не фиксируется в той или иной форме в начальный момент времени. Соответственно волновое число формирующихся вихревых структур определяется малыми неоднородностями слоя, а также, возможно, гидродинамическими флуктуациями [9]. Для ограниченных слоев с отношением длины к толщине в поперечном сечении порядка 10...20 и менее на пространственную периодичность течения оказывают существенное влияние боковые стенки [10]. Значительное увеличение протяженности слоя в поперечном сечении приводит к слабой нестационарности конвективных структур [1]. Так, в слое с относительным горизонтальным размером 57 [11] наблюдалось непрекращающееся нестационарное термоконвективное движение при сравнительно небольших значениях критериальных чисел.

Существует значительное количество работ, посвященных численному исследованию многовихревых термоконвективных течений в протяженных слоях (см. обзоры в [1,12,13]). Однако исследования электроконвекции ограничивались либо слоями с небольшими отношениями длины к толщине (например, [14]), либо замкнутыми областями различной формы (например, [15,16]).

При прямом численном моделировании конвективных пространственно-периодических течений расчетная область представляет собой элементарную конвективную ячейку, бесконечность слоя интерпретируется граничными условиями периодичности или симметрии на боковых границах [13]. Обычно в начальный момент

времени задается вихревое течение, периодичность которого характеризуется некоторым волновым числом. При этом интервал волновых чисел устойчивых структур становится дискретным и определяется размерами конвективной ячейки. Таким образом, аналогия между натурным и численным экспериментом становится неполной, поскольку волновое число возмущений задается, а не определяется малыми случайными неоднородностями слоя. Аналогом случайных возмущений физической природы при численном моделировании может являться пространственное распределение погрешности аппроксимации, зависящее от многочисленных факторов алгоритмического характера.

В настоящей работе исследуется влияние конечности размеров слоя и боковых границ на волновое число устанавливающихся пространственно-периодических вихревых структур электроконвекции. Также изучается зависимость формирующихся структур течения от начального состояния слоя диэлектрической жидкости.

1. Математическая модель и метод решения

Математическая модель, используемая для решения, выделяется из общей системы уравнений электрогидродинамики гомогенной сплошной среды [17] при следующих условиях: плотность заряженной компоненты много меньше общей плотности, процессы считаются квазиэлектростатическими, джоулев нагрев пренебрежимо мал, внешние условия изотермические. Тем самым исключается электрокондуктивный механизм образования объемного заряда, электрострикционные силы и силы, связанные с градиентом диэлектрической проницаемости. Жидкость полагается несжимаемой, вязкой, ее свойства постоянны, электропроводность и диффузия ионов малы.

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + q \mathbf{E}, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{V} = 0, \quad (2)$$

$$\varepsilon \nabla \mathbf{E} = q, \quad (3)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla(\sigma_0 \mathbf{E} + q \mathbf{V}) = 0. \quad (5)$$

Здесь ρ – плотность, \mathbf{V} – вектор скорости, p – давление, \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля, t – время, μ – динамическая вязкость, q – объёмная плотность зарядов, ε – абсолютная диэлектрическая проницаемость, φ – электрический потенциал, σ_0 – начальная удельная проводимость (измеренная по линейному участку вольт-амперной характеристики).

В дальнейшем течение будет считаться двухмерным, приложенное электрическое поле однородно, фоновая проводимость среды постоянна. В уравнении (4) пренебрегаем нелинейностью зависимости $\mathbf{j} \sim qb\mathbf{E}$, где \mathbf{j} – плотность тока, b – подвижность инжектированных ионов. Для рассматриваемых диэлектрических жидкостей при $\sigma_0 \sim 10^{-13} \dots 10^{-8} \text{ (Ом}\cdot\text{см)}^{-1}$ в плоскопараллельных системах электродов электрические поля можно считать однородными до средних напряженностей 10...12 кВ/см [18].

Плоскопараллельный бесконечный слой слабопроводящей жидкости моделировался двумерной прямоугольной ячейкой шириной L , высотой H , с условиями симметрии на боковых границах. Верхний и нижний электрод считались твердыми, непроницаемыми стенками. Для описания течения и поля объёмной плотности зарядов использовалась декартова система координат, начало которой совпадало с левым нижним углом расчетной области. Ось x была направлена горизонтально, ось y – вертикально.

В качестве масштабов расстояния, времени, скорости, заряда и напряженности поля были выбраны: H , H^2/ν , ν/H , $\varepsilon E_0/(4\pi H)$, E_0 , тогда безразмерные переменные: $X = x/H$, $Y = y/H$, $\tau = \nu t/H^2$, $U = uH/\nu$, $V = vH/\nu$, $Q = q(4\pi H)/\varepsilon E_0$, $e_x = E_x/E_0$, $e_y = E_y/E_0$. Таким образом, $x = XH$, $y = YH$, $t = H^2\tau/\nu$, $u = \nu U/H$, $v = \nu V/H$, $q = Q\varepsilon E_0/(4\pi H)$, $E_x = e_x E_0$, $E_y = e_y E_0$. Здесь x , y – координаты; t – время; ν – коэффициент кинематической вязкости; u , v – составляющие скорости в проекции на оси x , y , соответственно. Безразмерные уравнения изотермической электроконвекции были записаны в переменных «вихрь скорости ω », «функция тока ψ », «объёмная плотность зарядов Q » следующим образом:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \Delta \omega + Gr_e e_x \frac{\partial Q}{\partial Y} - Gr_e e_y \frac{\partial Q}{\partial X},$$

$$\Delta \psi = \omega,$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial Q}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial Q}{\partial Y} = -\frac{1}{Pr_e} Q,$$

где $Gr_e = \varepsilon E_0^2 H^2 / (4\pi \rho \nu^2)$ – электрический аналог числа Грасгофа, показывающий отношение кулоновских и вязких сил; $Pr_e = \varepsilon \nu / (\sigma_0 H^2)$ – электрический аналог числа Прандтля, являющий собой соотношение токов смещения и проводимости (отношение времени релаксации электрического заряда к характерному времени развития гидродинамических возмущений).

При исследовании пространственно-периодических течений бесконечность слоя моделируется, как правило, условиями периодичности или условиями симметрии на боковых границах элементарной конвективной ячейки. Однако граничные условия периодичности исключают существование квазипериодических и нерегулярных структур течения, а также исключают возможность формирования нечетного числа вихрей. Поэтому были выбраны условия симметрии:

$$\psi(0, Y, \tau) = 0, \quad \omega(0, Y, \tau) = 0, \quad \frac{\partial Q(0, Y, \tau)}{\partial X} = 0, \quad \text{при } X = 0,$$

$$\psi(L, Y, \tau) = 0, \quad \omega(L, Y, \tau) = 0, \quad \frac{\partial Q(L, Y, \tau)}{\partial X} = 0, \quad \text{при } X = L.$$

Следует отметить, что элементарная конвективная ячейка с граничными условиями симметрии тем не менее недостаточно полно интерпретирует пространственно-периодическое течение в бесконечном слое, поскольку спектр волновых чисел при этом становится дискретным $k_n = \pi n H / L$ и ограничивается взаимодействием вихрей. Кроме того, симметрия течения не обязательно должна выполняться на этапе установления. Такая формулировка задачи исключает процессы конкуренции мод, связанные с различной скоростью изменения конвективных структур во времени. Переход же к многовихревым течениям при увеличении отношения L/H ослабляет

эти ограничения, что позволяет предположить существование некоторого минимального значения L/H , при котором слой можно считать бесконечным, а начальные условия неконтролируемыми.

На твердых непроницаемых границах (электродах) обеспечивались условия «прилипания»:

$$\begin{aligned} \psi(X, 0, \tau) = 0, \quad \frac{\partial \psi(X, 0, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad \text{при } Y = 0 \\ \psi(X, H, \tau) = 0, \quad \frac{\partial \psi(X, H, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad \text{при } Y = H. \end{aligned}$$

Значения вихря скорости $\omega(X, Y, \tau)$ на электродах определялись по формуле Вудса [19], разрядка ионов на аноде считалась мгновенной $Q(X, H, \tau) = 0$, на катоде была задана линейная инжекция зарядов $Q(X, 0, \tau) = (4\pi H\eta/\varepsilon)e_n$, где η – коэффициент инжекции [20].

Начальные условия в большинстве расчетов имели вид

$$\psi(X, Y, 0) = 0, \quad \omega(X, Y, 0) = 0, \quad Q(X, Y, 0) = 0.$$

Задача решалась методом конечных элементов Галеркина (слабая формулировка), при этом объемная плотность зарядов, вихрь скорости и функция тока аппроксимировались линейной комбинацией не зависящих от времени функций формы на линейных треугольных конечных элементах. Для временной аппроксимации использовалась полностью неявная двухслойная схема.

Уравнения решались последовательно. Каждый временной шаг начинался с вычисления объемной плотности зарядов, затем определялись граничные условия и решалось уравнение для вихря скорости, далее поле вихря скорости корректировалось и определялось поле функции тока. Все результаты получены на равномерных конечно-элементных сетках с шагом по времени 10^{-3} .

Стационарные решения были получены методом установления, как результат временной эволюции различных начальных распределений объемного заряда. Критерием установления являлось неравенство

$$\left| Q_m^{k+1} - Q_m^k \right| + \left| \omega_m^{k+1} - \omega_m^k \right| + \left| \psi_m^{k+1} - \psi_m^k \right| < \text{eps},$$

где Q_m , ω_m , ψ_m – экстремальные значения объемной плотности зарядов, вихря скорости и функции тока. Индекс k – номер шага по времени, величина eps изменялась в интервале $10^{-5} \dots 10^{-6}$.

2. Обсуждение результатов

2.1. Влияние боковых границ и протяженности слоя. Вычислительный эксперимент проводился для слабопроводящей жидкости, характеризуемой значением критерия $Pr_e = 0.14$ и безразмерной инжекцией зарядов с катода 7.85. Эти величины соответствуют раствору молекулярного йода в трансформаторном масле. Данная жидкость образует униполярную инжекционную проводимость в широком диапазоне напряженности поля [3] и используется во многих экспериментальных работах.

Значение электрического аналога числа Грасгофа $Gr_e = 4 \cdot 10^2$ соответствует напряженности электрического поля в 10 кВ/см для данной жидкости, что позволяет считать течение двумерным и ламинарным, согласно [2,18]. Такая величина критерия соответствует значению надкритичности $4.5...4.8Gr_m^*$, где Gr_m^* – минимальное критическое число Грасгофа, достигаемое при волновом числе $k_m^* = 4.8$. Нейтральная кривая устойчивости равновесия получена в [21]. Нейтральные кривые, ограничивающие область устойчивости ЭК-валов [23], обеспечивают наиболее широкий интервал при $Gr_e = 4 \cdot 10^2$. Он составляет $0.4 \leq l \leq 2.5$ ($2.5 \leq k \leq 15.7$), где l – длина волны возмущения (пространственный период, горизонтальный масштаб), $k = 2\pi/l$ – волновое число. Начальный размер конвективной ячейки L/H был равен наиболее «опасной» длине волны $l^* = 1.3$ [21], соответствующей $k_m^* = 4.8$.

В слое с горизонтальным размером L и толщиной H возможно устойчивое существование двумерных стационарных пространственно-периодических структур течения (валов) с длинами волн $l \leq 2L/nH$ в пределах области устойчивости [23], где n – число вихрей. Для определения влияния боковых границ и протяженности слоя на волновое число формирующихся структур многовихревого течения горизонтальный размер конвективной ячейки изменялся с шагом 1.3 в пределах 1.3...22.1.

Погрешность аппроксимации существенно зависит от шага сетки и шага по времени. Поэтому, чтобы исключить влияние изменений погрешности аппроксимации на волновое число, все расчеты проводились на одинаковой равномерной сетке, с одинаковым шагом по времени. В частности, для области с размером $L/H = 22.1$ использовалась конечно-элементная сетка 221×10 .

Во всех расчетах нижняя граница – катод, верхняя – анод. В качестве начальных условий использовалось гидростатическое равновесие плоского слоя слабопроводящей диэлектрической жидкости, в котором в начальный момент времени «мгновенно» возникла разность потенциалов. На рис. 1 показаны стационарные пространственно-периодические двумерные вихри с волновым числом $k = 2.3$ ($l = 2.7$), формирующиеся из равновесного состояния слоя при $L/H = 9.3$.

В первые моменты времени конвективные возмущения зарождаются вблизи углов расчетной области, что обусловлено особенностями распределения погрешности аппроксимации вследствие особенностей конечно-элементного алгоритма. Рост этих возмущений вблизи боковых границ и определяет волновое число структур устанавливающегося течения для конвективных ячеек небольшой протяженности. Для более протяженных слоев конвективные возмущения чуть позже возникают также в центре слоя. Скорости роста возмущений вблизи боковых границ и в центре слоя, а также их взаимодействие определяет волновое число формирующихся стационарных пространственно-периодических вихрей.

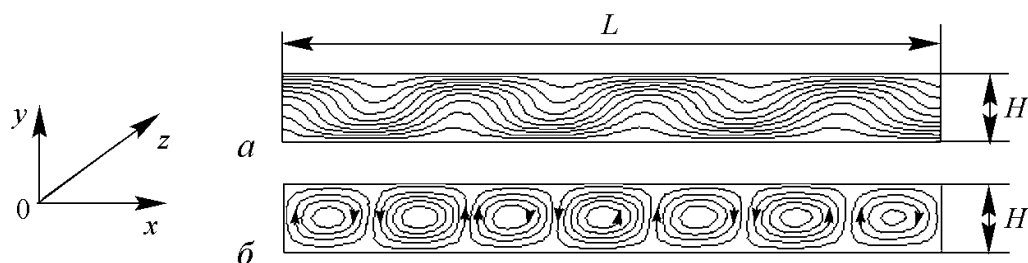


Рис. 1. Изолинии поля объемной плотности зарядов (а) и линии тока (б)

На рис. 2 представлены результаты расчета зависимости длины волны стационарных пространственно-периодических структур изотермической электроконвекции от протяженности слоя. Для слоев с относительным горизонтальным размером, меньшим 6,0, волновое число структур зависит от величины L/H , вследствие доминирующего влияния боковых границ. При горизонтальных размерах, больших 6,0, формируются структуры течения, характеризуемые волновым числом, приближенно равным π ($l \approx 2$). Отклонения от этой величины, по-видимому, обусловлены выбранным шагом изменения относительного размера слоя.

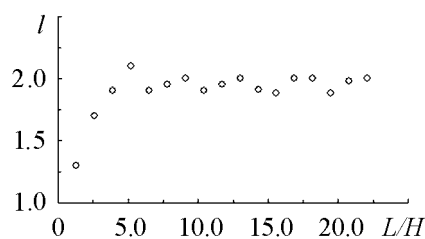


Рис. 2. Изменение длины волны пространственно-периодических двумерных вихрей с ростом относительного размера конвективной ячейки

Значение L/H в пределах 6...7 очевидно может трактоваться как минимальный относительный размер плоскопараллельного бесконечного в продольном направлении пространственно-периодического слоя, при котором в ЭК-течении в достаточной мере проявляются процессы конкуренции мод, то есть это минимальный относительный размер слоя, позволяющий считать начальные условия неконтролируемыми. В натуральных экспериментах с термоконвекцией Рэлея–Бенара разброс этой величины весьма значителен и составляет 10...20 толщин слоя [1].

Важно также, что с ростом критерия Грасгофа, по-видимому, происходит уменьшение волнового числа структур, формирующихся из равновесного слоя естественным образом, при «мгновенном» включении поля. Это совпадает с результатами для конвекции Рэлея–Бенара [1] и объясняется для термоконвекции двумерной неустойчивостью Экхауса, либо неустойчивостью типа косых расширений. Следует отметить также, что конвективные структуры с волновым числом равным π (цилиндрические вихри) наиболее часто реализуются в экспериментальных исследованиях конвекции Рэлея–Бенара. Очевидно, что легче всего формируются цилиндрические вихри, поскольку они требуют наименьшей упругой энергии вследствие равномерной кривизны поверхности. Однако, по-видимому, при других значениях критерия Грасгофа минимальное значение L/H и волновое число формирующихся структур могут быть иными.

2.2. Управление формированием структур течения вариацией начальных условий. ЭК-процессы могут существенно изменять электрическую прочность изолирующих жидкостей и газов, используемых в высоковольтных устройствах, что весьма актуально при создании как обычных высоковольтных, так и гиперпроводящих и сверхпроводящих кабелей с прочными жидкими диэлектриками [24]. Ток через слой и особенности распределения объемной плотности зарядов зависят, в том числе и от волнового числа ЭК-структур. От волнового числа зависит также временная эволюция конвективной системы.

Таким образом, представляет интерес возможность формирования в плоскопараллельной системе электродов конвективных структур течения, характеризуемых разными волновыми числами, при одинаковых внешних условиях, с помощью вари-

аций начальных состояниях слоя. В численных и натуральных лабораторных экспериментах существуют способы формирования конвективного течения заданной периодичности. Однако практический интерес представляет возможность формирования пространственно-периодических ЭК-течений, возникающих из «естественных» начальных состояний и состояний, близких к ним.

В численном эксперименте использовались следующие начальные условия:

- 1) электрически нейтральный слой, что соответствует мгновенному «включению» поля;
- 2) линейное распределение объемной плотности зарядов по толщине слоя, что соответствует стратификации объемной плотности зарядов при докритических напряженностях поля;
- 3) симметричное распределение объемной плотности зарядов по границам в начальный момент времени;
- 4) несимметричное распределение объемной плотности зарядов по границам в начальный момент времени.

На рис. 3, 4 представлены структуры электроконвективного течения, формирующиеся в плоском слое $L/H = 3.5$ при одинаковых внешних условиях и различных начальных распределениях объемной плотности зарядов.

Структуры с волновым числом $k = 3.6$ (рис. 3) устанавливались из большинства начальных состояний. Структуры с волновым числом $k = 1.8$ удалось сформировать лишь из начального симметричного распределения объемной плотности зарядов по границам слоя.

Следует отметить, что более вероятными и практически реализуемыми являются начальные состояния слоя, соответствующие «мгновенному» и «постепенному» включению поля. При этом эволюция конвективных структур с волновым числом $k = 3.6$ из стратифицированного по объемной плотности зарядов начального состояния слоя была наиболее длительной. Формирование этих же структур из начального несимметричного распределения объемной плотности зарядов по границам происходило через промежуточное метастабильное течение с волновым числом $k = 2.7$, которое существовало в течение длительного промежутка времени, затем разрушалось.

Изменения безразмерной объемной плотности зарядов в восходящих и нисходящих конвективных потоках показаны на рис. 5.

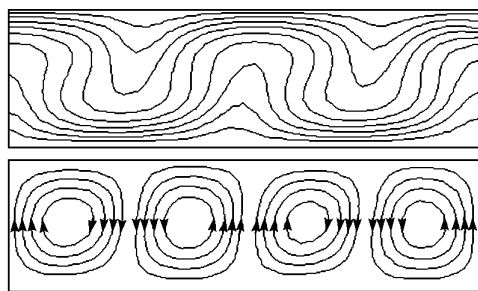


Рис. 3. Изолинии поля объемной плотности зарядов (сверху) и линии тока (снизу): $Gr_e = 4 \cdot 10^2$, $l = 1.7$, $k = 3.6$

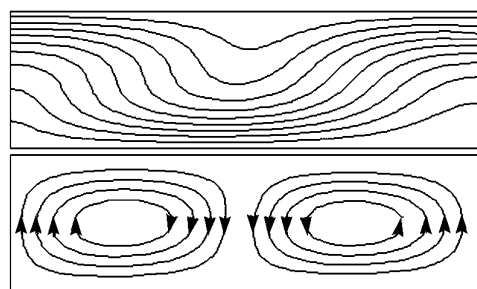


Рис. 4. Изолинии поля объемной плотности зарядов (сверху) и линии тока (снизу): $Gr_e = 4 \cdot 10^2$, $l = 3.5$, $k = 1.8$

Из сравнения кривых 1 и 2 видно, что только примерно 2/3 всех зарядов, переносимых восходящим конвективным потоком в единицу времени, разряжается на аноде. Остальные заряды возвращаются нисходящим конвективным потоком к нижнему электроду. Следует отметить также существенную разницу между объемной плотностью зарядов в восходящих и нисходящих потоках, максимальную в центре межэлектродного промежутка. Можно предположить также, что вышесказанное справедливо для ЭК-структур всех волновых чисел.

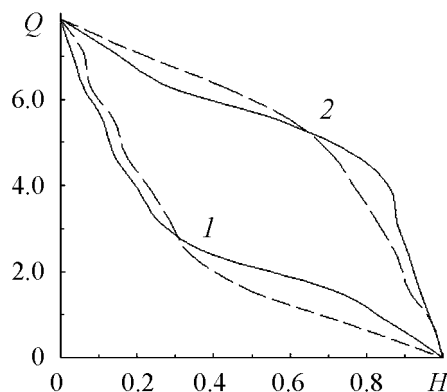


Рис. 5. Распределение объемной плотности зарядов по межэлектродному промежутку в нисходящих (1) и восходящих (2) конвективных потоках для структур $k = 3.6$ (штриховые линии) и структур $k = 1.8$ (сплошные линии)

Из анализа кривых, приведенных рис. 5, следует, что структуры с волновым числом $k = 3.6$ осуществляют более эффективный перенос зарядов через слой, поскольку обеспечивают бóльшую объемную плотность зарядов вблизи катода и более эффективную разрядку на аноде. Это следует также из сравнения угла наклона кривых. Если же речь идет об изолирующих свойствах слоя слабопроводящей жидкости, то более эффективны структуры течения с волновым числом $k = 1.8$.

Заключение

Таким образом, методом вычислительного эксперимента изучено влияние боковых границ и протяженности слоя на волновое число формирующихся двумерных стационарных диссипативных пространственно-периодических вихревых структур ЭК-течения жидкого диэлектрика с униполярной инжекционной проводимостью в плоскопараллельной системе электродов. Показано что, при относительных размерах слоя, меньших 6, волновое число ЭК-структур, формирующихся из равновесного состояния при «мгновенном» включении поля, определяется влиянием боковых границ и отношением L/H . При размерах слоя, бóльших 6.0, зависимость от отношения L/H отсутствует. Вследствие взаимодействия и конкуренции возмущений формируются структуры с волновым числом, приблизительно равным π (цилиндрические вихри). Аналогично конвекции Рэлея–Бенара отмечается уменьшение величины волнового числа с ростом числа Грасгофа. Показана теоретическая возможность управления режимами изотермической электроконвекции варьированием начальных состояний слоя. При одинаковых внешних условиях получено некоторое семейство устойчивых стационарных пространственно-периодических течений.

Библиографический список

1. Буссе Ф.Г. Переход к турбулентности в конвекции Рэлея–Бенара // Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности. Пер. с англ./ Под ред. Х. Суинни, Дж. Голлаб. М.: Мир, 1984. С. 124.
2. Стишков Ю.К. Наблюдение изотермической конвекции в электрическом поле плоского конденсатора // Электронная обработка материалов. 1972. № 1. С. 61.

3. Федоненко А.И., Жакин А.И. Экспериментальные исследования электроконвективного движения в трансформаторном масле // Магнитная гидродинамика. 1982. № 3. С. 74.
4. Стишков Ю.К. Электрогидродинамические течения и механизмы электризации «технических» жидких диэлектриков // Электронная обработка материалов. 1977. № 6. С. 29.
5. Мелчер Дж. Электрогидродинамика // Магнитная гидродинамика. 1974. № 2. С. 3.
6. Рубашов И.Б., Бортников Ю.С. Электрогазодинамика. М.: Атомиздат, 1971. 167 с.
7. Болога М.К., Гроссу Ф.П., Кожухарь И.А. Электроконвекция и теплообмен. Кишинев, 1977. 198 с.
8. Боришанский В.М. Достижения в области теплообмена. М.: Мир, 1970. 211 с.
9. Зайцев В.М., Шлиомис М.И. Гидродинамические флуктуации вблизи порога конвекции // ЖЭТФ. 1970. Т. 59, № 5(11). С. 1583.
10. Busse F.H., Whitehead J.A. Instabilities of convection rolls in a high Prandtl number // J. Fluid Mech. 1971. Vol. 47. P. 305.
11. Ahlers G., Behringer R.P. Evolution of turbulence from Rayleigh–Benard instability // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 40, № 712. P. 66.
12. Гетлинг А.В. Конвекция Рэлея–Бенара. Структуры и динамика. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 247 с.
13. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
14. McCluskey F.M.J., Atten P. Heat transfer enhancement by electroconvection resulting from an injected space charge between parallel plates // Int. J. Heat Mass Transfer. 1991. Vol. 34, № 9. P. 2237.
15. Воробьев В.С., Малышенко С.П., Петрин А.Б. Влияние электрически индуцированной конвекции в диэлектрических жидкостях на конвективный теплоперенос // Теплофизика высоких температур. 2006. Т. 44, № 6. С. 892.
16. Тарунин Е.Л., Ямишина Ю.А. Ветвление стационарных решений системы уравнений электрогидродинамики при униполярной инжекции // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994, № 3. С. 23.
17. Остроумов Г.А. Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. Физические основы электрогидродинамики. М., 1979. 320 с.
18. Жакин А.И., Тарапов И.Е., Федоненко А.И. Экспериментальное изучение механизма проводимости полярных жидких диэлектриков // Электронная обработка материалов. 1983. № 5. С. 37.
19. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркутск. ун-та, 1990. 225 с.
20. Ермолаев И.А., Жбанов А.И. Численное исследование униполярной инжекции при электроконвективном движении в плоском слое трансформаторного масла // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2003. № 6. С. 3.
21. Жакин А.И., Тарапов И.Е. Неустойчивость и течение слабопроводящей жидкости при окислительно-восстановительных реакциях на электродах и рекомбинации // Изв. АН. Механика жидкости и газа. 1981. № 4. С. 20.
22. Ermolaev I.A., Zhanov A.I. Investigation of the electroconvective flow of a weakly conducting liquid with unipolar injection conductivity by the finite element method // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2002. Vol. 75, № 5. P. 1125.

23. Ермолаев И.А., Шаповалов А.С. Численное исследование устойчивости пространственно-периодических вихревых структур изотермической электроконвекции жидких диэлектриков в плоскопараллельной системе электродов // Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Т. 4, № 1. С. 91.
24. Веников В.А., Зуев Э.Н., Околотин В.С. Сверхпроводники в энергетике. М.: Энергия, 1972. 169 с.

Саратовский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского

Поступила в редакцию
После доработки

23.01.2012
17.04.2012

INVESTIGATION OF PARTICULARITIES FORMATION SPATIALLY PERIODIC STRUCTURES OF MULTIEDDY ISOTHERMAL ELECTROCONVECTION

I.A. Ermolaev, A.S. Shapovalov

Electroconvective flow in plane horizontal layer of dielectric liquid due to the crisis of the equilibrium layer stability loss in homogeneous electric field are numerically modeled.

Keywords: Spatially-periodic structures, electroconvection, numerical modeling.



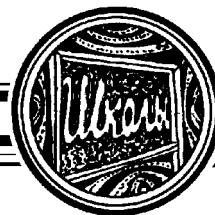
Ермолаев Игорь Анатольевич – родился в Саратове (1961), окончил Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (1983). После окончания СГУ работал в НИИМФ м.н.с., н.с. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГТУ (2002) в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ теплофизики и гидромеханики. В настоящее время доцент кафедры прикладной физики СГУ. Опубликовал 45 научных статей по направлениям, указанным выше.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
E-mail: iermolaev@rambler.ru



Шаповалов Александр Степанович – родился в городе Энгельсе Саратовской области (1939), окончил Саратовский государственный университет (1962). После окончания университета работает в СГУ заведующим кафедрой прикладной физики. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1967) и доктора физико-математических наук (2002) в области радиофизики и физической электроники. Автор монографий «Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров» (в соавторстве с А.Ф. Голубенцевым, Ю.И. Денисовым) и «Шумовые свойства ламп обратной волны со скрещенными полями» (в соавторстве с А.А. Игнатьевым, М.И. Куликовым, В.С. Стальмаховым). Опубликовал 130 научных статей по направлениям, указанным выше. Заместитель ответственного редактора Межвузовского научного сборника «Вопросы прикладной физики» Саратовского государственного университета.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
E-mail: shapovalovast@mail.ru



Изв. вузов «ПНД», т. 20, № 3, 2012



**XV МЕЖДУНАРОДНАЯ
ЗИМНЯЯ ШКОЛА-СЕМИНАР
ПО СВЧ-ЭЛЕКТРОНИКЕ
И РАДИОФИЗИКЕ**

Саратов, Россия, 6–11 февраля 2012

Рабочая программа

6 февраля 2012

Регистрация участников

Открытие школы-семинара

Пленарное заседание. Общие вопросы вакуумной СВЧ-электроники

Трубецков Д.И., СГУ, Саратов. Магнетрон 90 лет: Созвездие магнетронных дат (2 лекции)

Гинзбург Н.С., ИПФ РАН, Н. Новгород. Электроника СВЧ как искусство управления потоками энергии

7 февраля 2012

Пленарное заседание. Общие вопросы вакуумной СВЧ-электроники. Ведущий секции Запезалов В.Е.

Соминский Г.Г., Сезонов В.Е., Тумарева Т.А., Тарадаев Е.П., СПбГПУ, Санкт-Петербург. Разработка в СПбГПУ полевых эмиттеров для электронных устройств, работающих в техническом вакууме

Дармаев А.Н., Комаров Д.А., Макеев А.Э., Морев С.П., Торий, Москва. Проблемы обеспечения транспортировки интенсивных электронных потоков в пространственно-периодических магнитных полях вблизи их «зон непропускания» при движении в миллиметровый диапазон и пути их решения

Комаров Д.А., Морев С.П., Торий, Москва. Проблемы усиления электромагнитных колебаний в диспергирующих средах вблизи границ полос пропускания для систем типа черенковских излучателей «активная среда – цепочка связанных резонаторов» и пути их решения (на примере многосекционных ЛБВ с замедляющими системами в виде цепочки связанных резонаторов)

Мясин Е.А., Евдокимов В.В., Ильин А.Ю., ФИРЭ РАН, Фрязино. Методы увеличения генерируемой мощности в оротронах терагерцового диапазона с двухрядной периодической структурой

Устные доклады

Секция 1а. Нелинейная динамика и задачи СВЧ-электроники и радиофизики. Ведущий секции Егоров Е.Н.

Мясин Е.А., ФИРЭ РАН, Фрязино. Механизм генерации хаотических колебаний в автогенераторе на лавинно-пролётном диоде

Садовников А.В., Рожнев А.Г., СГУ, Саратов. Генерация щелевых солитонов в наклонной брэгговской решетке

Moskalenko O.I., Hramov A.E., Koronovskii A.A., Maximenko V.A., Alexeev K.N., Balanov A.G., SSU, Saratov. Influence of titled magnetic field on synchronization of domains of charge in semiconductor superlattices

Сытова С.Н., БГУ, Минск. Различные модели нелинейной динамики пучков заряженных частиц в пространственно-периодических средах

Усачева С.А., СГУ, Саратов. Нелинейная динамика автоколебательной системы с запаздыванием при воздействии внешнего гармонического сигнала

Фролов Н.С., СГУ, Саратов. Влияние предварительной модуляции электронного потока на выходную мощность СВЧ-генерации виркатора

Арсеньян Т.И., Сухарева Н.А., Сухоруков А.П., МГУ, Москва. Системный нелинейный время-частотный анализ нестационарных сигналов

Сельский А.О., Короновский А.А., Баланов А.Г., Храмов А.Е., СГУ, Саратов. Нелинейная динамика электронных доменов в полупроводниковой сверхрешетке

Секция 1б. Нелинейная динамика и задачи СВЧ-электроники и радиофизики. Ведущий секции Корниенко В.Н.

Давидович М.В., Шиловский П.А., СГУ, Саратов. Свойства металлических проволочных фотонных кристаллов

Бушуев Н.А., Давидович М.В., СГУ, Саратов. Линейная электродинамическая модель спиральной ЛБВ в цилиндрическом резонаторе в приближении заданного линейного тока пучка

Макаров В.В., Короновский А.А., Куркин С.А., Храмов А.Е., Balanov A.G., Alekseev K.N., Gaifullin M.B., Alexeeva N., Kusmartsev F.V., Greenaway M.T., Patan'e A., Fromhold T.M., SSU, Saratov; Loughborough University; University of Nottingham. Исследование возникновения хаотических режимов колебаний пространственного заряда в полупроводниковой сверхрешетке во внешнем резонаторе

Filatov R.A., Hramov A.E., Koronovskii A.A., SSU, Saratov. Nonlinear dynamics and chaotic oscillations in the two-stream vircator

Kurkin S.A., Magda I.I., Melezhik O.G., Koronovskii A.A., Hramov A.E., SSU, Saratov; KIPT, Kharkov. 3D electromagnetic simulation of virtual cathode oscillator with resonators and external feedback

Титов А.В., СГУ, Саратов. Приближённая нелинейная теория двухлучевой лампы Данилов Д.И., Короновский А.А., СГУ, Саратов. Синхронизация спектральных компонент связанных диодов Пирса в области границы фазовой синхронизации

Баланов А.Г., Короновский А.А., Максименко В.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е., СГУ, Саратов. Расчет спектра показателей Ляпунова и анализ динамических режимов в полупроводниковой сверхрешетке

8 февраля 2012

Пленарное заседание. Мощные источники СВЧ-излучения. Ведущий заседания Морев С.П.

Галдецкий А.В., ФГУП «НПП Исток», Москва. Клистрод – классический прибор и его новые возможности

Стрелков П.С., ИОФ РАН, Москва. Плазменный релятивистский СВЧ-усилитель

Храмов А.Е., СГУ, Саратов. Генераторы на виртуальном катоде: Перспективные источники мощного электромагнитного излучения

Презентация радиоизмерительного оборудования компании Rohde&Schwarz «Оборудование и решения компании Rohde&Schwarz для измерительных задач в телекоммуникационных системах»

Пленарное заседание. Источники микроволнового и терагерцового излучения. Ведущий заседания Галдецкий А.В.

Запелов В.Е., ИПФ РАН, Н. Новгород. Эволюция гиротронов

Лушка О.И., Самсонов Д.Б., Соминский Г.Г., СПбГТУ, Санкт-Петербург. Динамические процессы в винтовых электронных потоках гиротронов

Стендовые доклады

9 февраля 2012

Пленарное заседание. Общие вопросы вакуумной СВЧ-электроники

Трубецков Д.И., Краснова Г.М., СГУ, Саратов. Обзор состояния теории и экспериментальных исследований СВЧ-приборов с управляемой эмиссией

Солнцев В.А., МИЭМ, Москва. Пространственный заряд в теории электронных приборов СВЧ (основные аспекты)

Ерёмка В.Д., ИРЭ НАНУ, Харьков. Импульсные магнетроны терагерцового интервала частот

Пленарное заседание. Источники микроволнового и терагерцового излучения

Короновский А.А., Баланов А.Г., Максименко В.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е., СГУ, Саратов. Влияние внешних факторов на динамику полупроводниковой сверхрешётки

Устные доклады

Секция 2. Теория и разработка классических вакуумных приборов СВЧ (клистроны, все типы ЛБВ, ЛОВ, приборы со скрещенными полями, клистроды)

Ефимов Б.П., Завертаный В.В., Кириченко Л.А., Кишко С.А., Кудинова Т.В., Кулешов А.Н., Пономаренко С.С., Забродский А.Ф., Хорунжий М.О., Хуторян Э.М., ИРЭ НАН, Харьков. Магнитная фокусирующая система интенсивных электронных пучков для клинотронов субмм диапазона

Назарова М.В., Солнцев В.А., Колтунов Р.П., Шабанов Д.С., МГИЭМ, Москва. Исследование дискретного электронно-волнового взаимодействия в полосах пропускания и запирающих замедляющих систем

Шульга А.И., МГИЭМ, Москва. Анализ подавления нелинейных искажений сигнала в ЛБВ методом «премодуляции» тока электронного пучка при учете фазоамплитудных характеристик

Галдецкий А.В., ФГУП «НПП Исток», Москва. О сингулярностях в уравнениях движения частиц в цилиндрических координатах

Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Сергей А.С., Скорыходов В.Н., СГУ, Саратов. Когерентный резонанс и синхронизация колебаний в каскадном клистронном автогенераторе на пороге самовозбуждения

Тараканов В.П., МФТИ, Москва. Новые модели в коде Карат и результаты

Секция 3. Релятивистская и плазменная электроника больших мощностей

Корниенко В.Н., Черепенин В.А., ИРЭ РАН, Москва. Динамика модового состава электромагнитного поля при развитии генерации в релятивистских черенковских приборах

Корниенко В.Н., Кулагин В.В., Черепенин В.А., ИРЭ РАН, Москва. Дифракционные эффекты, возникающие в процессе взаимодействия мощного импульса излучения с тонким плазменным слоем

Веселов А.П., Корниенко В.Н., Привезенцев А.П., ЧГУ, Челябинск. Широкополосный ансамбль циклотронных осцилляторов в поле короткого импульса

Макеев А.Э., Комаров Д.А., Морев С.П., Торий, Москва. Исследование влияния тормозящего ВЧ поля в зазоре резонатора на структуру сгруппированного электронного потока мощного СВЧ-усилителя

Дармаев А.Н., Морев С.П., Торий, Москва. Проблемы транспортировки мощных электронных потоков в трехмерных «реверсоподобных» магнитных полях и обеспечение требуемой структуры магнитного поля

Комаров Д.А., Морев С.П., Парамонов Ю.Н., Торий, Москва. Пассивные резонансные структуры для управления полосовыми характеристиками в мощных ЭВП СВЧ

Харчев Н.К., Батанов Г.М., Бондарь Ю.В., Колик Л.В., Малахов Д.В., Петров А.Е., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Петелин М.И., Новожилова Ю.В., Каппа А., Мартинез Ж., Толкачев А., ИПФ РАН, Н. Новгород. Влияние отражений от удаленной нагрузки на пространственную структуру излучения гиротрона

10 февраля 2012

Пленарное заседание. Магнитоэлектроника

Шараевский Ю.П., Никитов С.А., Бегинин Е.Н., Гришин С.В., СГУ, Саратов. Магнетонные кристаллы в электронике сверхвысоких частот

Филимонов Ю.А., Хивинцев Ю.В., Никитов С.А., Павлов Е.С., Сахаров В.К., Высоцкий С.Л., СФ ИРЭ РАН, Саратов. Спиновые волны в магнетонных кристаллах

Устинов А.Б., СПбГЭУ, Санкт-Петербург. Нелинейные свойства спиновых волн в магнетонных кристаллах

Тимошенко П.Е., Иванов В.Н., Бабичев Р.К., Шлома А.В., ЮФУ, Ростов-на-Дону. Угловые диаграммы рассеяния поверхностных и прямых объемных магнетостатических волн углублением, расположенном на поверхности ферромагнитной пленки

Устные доклады

Секция 4. Применения приборов СВЧ в телекоммуникационных системах, медицине, ускорительной технике, радарх, системах безопасности

Секция 5. Гиротроны, гиро-усилители

Секция 6. Магнитоэлектроника

Батанов Г.М., Борзосекоев В.Д., Колик Л.В., Малахов Д.В., Петров А.Е., Пшеничников А.А., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Харчев Н.К., ИОФ РАН, Москва. Исследование зависимости характеристик длинноволновых флуктуаций плотности плазмы в стеллараторе Л-2М от магнитной конфигурации и величины поперечного магнитного поля методом малоуглового рассеяния греющего гиротрона

Вихарев А.А., Иляков Е.В., Кузиков С.В., Кулагин И.С., ИПФ РАН, Н. Новгород. Мультипактор в скрещенных полях в цилиндрическом резонаторе трехсантиметрового диапазона длин волн

Батанов Г.М., Колик Л.В., Кончечков Е.М., Малахов Д.В., Петров А.Е., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Харчев Н.К., ИОФ РАН, Москва. Модуляция излучения гиротрона при электронно-циклотронном нагреве плазмы стелларатора Л-2М
Мануилов В.Н., ННГУ, Н. Новгород. Возможности численной двумерной модели адиабатической ловушки гиротрона

Завольский Н.А., Запечалов В.Е., Моисеев М.А., Седов А.С., ИПФ РАН, Н. Новгород. Исследование субтерагерцовых гиротронов для ДПЯ спектроскопии в ИПФ РАН

Вяткина С.А., Нистратов Н.П., Бабичев Р.К., Иванов В.Н., ЮФУ, Ростов-на-Дону. Экспериментальное исследование дисперсионных характеристик поверхностных магнитоэлектрических волн

Гришин С.В., Шараевский Ю.П., СГУ, Саратов. Генерация одиночных хаотических импульсов в кольцевой автоколебательной системе на основе ферромагнитной пленки под внешним шумовым воздействием

Романенко Д.В., Шараевский Ю.П., Гришин С.В., СГУ, Саратов. Генерация хаотических импульсов в кольцевой автоколебательной системе с ферромагнитной пленкой в условиях трехволнового взаимодействия

Тихонов В.В., Литвиненко А.Н., СГУ, Саратов. Миниатюрная система намагничивания и термостабилизации СВЧ ферритовых устройств

Тарасов Е.А., Синицын Н.И., Григорьев Ю.А., Бурцев А.А., СФирЭ им. В.А. Котельникова РАН, Саратов; ФГУП «НПП «Алмаз», Саратов. Синтез углеродных нанотрубок на подложках из молибдена с применением тонкопленочных и жидких катализаторов

11 февраля 2012

Пленарное заседание. Нелинейная динамика и задачи СВЧ-электроники и радиофизики

Кузнецов С.П., СГУ, Саратов. Генераторы гиперболического хаоса: Схемотехническая реализация и моделирование в программной среде Multisim

Калинин Ю.А., Стародубов А.В., НИИ ЕН СГУ, Саратов. Турбулентные электронные пучки – источники широкополосных шумоподобных СВЧ-колебаний

Заккрытие школы

Аналитический отчет

XV Международная зимняя школа-семинар по электронике сверхвысоких частот и радиофизике проходила с 6 по 11 февраля 2012 года в санатории-профилактории «Сокол» в Саратове. Школа-семинар была посвящена вопросам современного состояния и перспективам развития сверхвысокочастотной электроники и радиофизики. Данное мероприятие продолжает ряд традиционных Саратовских зимних Школ по СВЧ-электронике и радиофизике, проходящих каждые три года, начиная с 1970 года. Нынешняя, пятнадцатая по счёту, Школа является юбилейной.

Инициаторами проведения и главными организаторами этих семинаров традиционно выступали сотрудники ведущей научной школы под руководством члена-корреспондента РАН Трубецкого Д.И. Данная научная школа на всех шести конкурсах признавалась ведущей в области нелинейной динамики и электроники СВЧ в рамках программы Министерства образования и науки РФ по поддержке научных школ. Сотрудники научной школы являются признанными специалистами в области сверхвысокочастотной электроники и радиофизики и имеют многолетний опыт организации и проведения подобных научных мероприятий.

В нынешней Школе принимало участие 132 учёных, из которых порядка 60 постоянно проживали на территории пансионата, остальные посещали отдельные пленарные, секционные заседания, а также стендовую секцию.

Состав участников Школы включал представителей вузовской (Московский, Саратовский, Нижегородский, Челябинский, Южный федеральный университеты,

Саратовский технический университет, С.-Петербургский политехнический университет, Московский институт электроники и математики), академической (Институт радиотехники и электроники РАН и его Фрязинский и Саратовский филиалы, Институт прикладной физики РАН (Н. Новгород)) и отраслевой науки (ФГУП НПП «Торий» (Москва), «НПП «Алмаз» (Саратов), «НПП «Контакт» (Саратов)). Хотя основной контингент участников составляют российские ученые и рабочий язык Школы – русский, присутствовали и зарубежные гости, представлявшие Институт радиофизики и электроники НАН Украины (Харьков), Белорусский госуниверситет (Минск). Кроме того, в работе Школы участвовали представители фирм – производителей электронного оборудования (ООО «Роде и Шварц Рус»), познакомившие участников конференции со своей продукцией.

Всего на Школе были представлены 17 пленарных лекций с обзорами современного состояния исследований или оригинальными результатами в различных актуальных областях СВЧ-электроники и радиофизики, 38 устных и 30 стендовых докладов с результатами оригинальных исследований. Тематика лекций и докладов в целом соответствует наиболее актуальным проблемам вакуумной СВЧ-электроники с точки зрения мировой науки, в чем можно убедиться, сопоставив программу Школы с программами ведущих международных конференций, например, ежегодных Международных конференций по вакуумной электронике (IVEC). По основным направлениям исследования, выполняемые российскими учеными, находятся на мировом уровне.

Важное место в программе Школы занимают лекции и доклады, посвященные гиротронам и другим приборам на циклотронном резонансе. Так, в лекции В.Е. Запевалова (ИПФ РАН) «Эволюция гиротронов» был сделан анализ развития отечественных и зарубежных разработок гиротронов, проанализированы различные факторы, определяющие его предельные характеристики, указаны возможные пути преодоления возникающих проблем. В лекции О.И. Лукши (СПбГПУ) и в расширенном докладе В.Н. Мануилова (ИПФ РАН и ННГУ) обсуждались вопросы численного моделирования процессов в винтовых электронных пучках гиротронов, и описаны способы улучшения качества (повышение однородности эмиссии, подавление низкочастотных колебаний пространственного заряда, уменьшение скоростного разброса), приводящие к повышению его выходной мощности и КПД. В частности проводилось сравнение численных результатов с результатами экспериментального исследования. Ещё несколько докладов были посвящены различным конкретным вопросам субмиллиметровых гиротронов.

Традиционно для Саратовских зимних Школ, значительное место в программе занимали доклады, посвященные общим вопросам нелинейной динамики, теории колебаний и волн с акцентом на приложения к задачам электроники СВЧ. Так, было проведено две устные секции «Нелинейная динамика и задачи СВЧ-электроники и радиофизики» с общим числом докладов 15. В лекции С.П. Кузнецова обсуждались проблемы моделирования радиотехнических генераторов гиперболического хаоса с помощью современных программных средств. А в лекции Ю.А. Калинина обсуждались вопросы турбулентной динамики интенсивных электронных потоков и связь этих процессов с широкополосной генерацией в приборах СВЧ. Проблемам нелинейной динамики было также посвящено большое количество стендовых докладов.

Традиционно важным направлением СВЧ-электроники, активно развиваемым во многих странах, являются мощные и сверхмощные приборы релятивистской и плазменной СВЧ-электроники. В лекции Галдецкого А.В. (ФГУП «НПП Исток», Москва) обсуждались исследования новых свойств мощных клистронов. В лекции Стрелкова П.С. (ИОФ РАН, Москва) сообщались результаты последних исследований плазменного релятивистского СВЧ-усилителя, отличительной чертой которого по сравнению с вакуумными релятивистскими СВЧ-приборами является возможность управления частотой излучения в большом диапазоне. Лекция Храмова А.Е. (СГУ, Саратов) была посвящена перспективам мощных генераторов на виртуальном катоде, как источников мощного электромагнитного излучения. Еще целый ряд устных и стендовых докладов был посвящен различным мощным СВЧ-приборам: релятивистским ЛОВ и ЛБВ, виркаторам и др.

Значительное количество докладов было посвящено «классическим» приборам нерелятивистской СВЧ-электроники, причем большинство из них было сделано представителями предприятий электронной промышленности. Так, в серии лекций, а также устных докладов, сделанных сотрудниками ФГУП «НПП Торий», был подведен итог большой работы по совершенствованию ламп бегущей волны с цепочками связанных резонаторов (ЛБВ ЦСР), выполненной в последнее время на этом предприятии. Серия лекций и докладов сотрудников предприятия «Торий» Комарова Д.А., Дармаева А.Н., Морева С.П. была посвящена различным аспектам работы ЛБВ с ЦСР. В ходе устных и стендовых докладов затрагивались также вопросы теоретического и экспериментального исследования клистронов, ЛБВ, приборов со скрещенными полями, и других приборов.

Одним из наиболее интенсивно развивающихся в последние годы направлений является создание средств компьютерного моделирования приборов СВЧ. Подобные программы существенно экономят усилия экспериментаторов и разработчиков приборов, так как позволяют избежать трудоемкого и дорогостоящего изготовления серии макетов-прототипов. В программу Школы-семинара вошел целый ряд докладов по этому направлению представленных в различных секциях Школы.

В программу Школы также вошли несколько лекций и несколько докладов, посвященных задачам магнитоэлектроники СВЧ. В блоке лекций по данной тематике обсуждались магнетронные кристаллы и их перспективы в электронике СВЧ (Шараевский Ю.П., СГУ, Саратов); спиновые волны в магнетронных кристаллах (Филимонов Ю.А., СФ ИРЭ РАН); нелинейные свойства спиновых волн (Устинов А.Б., СПбГЭУ, Санкт-Петербург). Большое представительство учёных, занимающихся данной тематикой на саратовской Школе связано, в частности, с тем, что в Саратовской университете совместно с Саратовским филиалом ИРЭ РАН идут работы в рамках гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования («мегагранта») по направлению «Радиоэлектроника» под руководством д.ф.-м.н. С.А. Никитова.

Среди участников школы было довольно много аспирантов, молодых ученых и инженеров, представлявших, в основном, СГУ и СФ ИРЭ РАН. Ряд устных докладов, а также докладов на постерной секции представили талантливые студен-

ты Саратовского государственного университета. Молодых участников делегировали также ФГУП «НПП «Торий», ИСЭ СО РАН, ИПФ РАН, МГУ, среди них целый ряд молодых кандидатов наук. По-прежнему продолжают активную работу представители старшего поколения, и среди них – ряд выдающихся ученых и инженеров, традиционно составляющих основу коллектива лекторов на Саратовских школах (в том числе, принимавших участие во всех Школах, начиная с 1970-го года). Однако, безусловно, справедливы и опасения насчет «разрыва поколений», вызванного дефицитом ученых среднего возраста (30–50 лет).

Анализ опубликованных материалов Школы-семинара показывает, что подавляющее большинство исследований, которые проводились в вузах и институтах РАН, получали финансовую поддержку РФФИ. По сравнению с предыдущей Школой-семинаром число ссылок на проекты РФФИ значительно увеличилось. Среди работ, выполненных на промышленных предприятиях, ссылок на поддержку РФФИ (так же как и других фондов) нет. Спектр других фондов, финансирующих исследования, довольно широк: CRDF, фонд «Династия», гранты Президента РФ для молодых кандидатов и докторов наук, гранты ведущих научных школ и др., как правило, речь идет об индивидуальных грантах поддержки молодых ученых, а не о коллективных проектах. Таким образом, РФФИ, безусловно, принадлежит ведущая роль в поддержке исследований в области сверхвысокочастотной электроники в вузовском и академическом секторе российской науки.

XV Зимняя школа-семинар по СВЧ-электронике проводилась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, фонда «Династия», а также при поддержке ведущих саратовских «электронных» предприятий ОАО «НПП «Алмаз» и ОАО «НПП «Контакт». Саратовский государственный университет обеспечивал организационные работы по подготовке и проведению Школы, предоставлял оборудование, транспорт, частично расходные материалы.

Работа школы отражена на странице школы <http://www.sgu.ru/node/71035>. В том числе pdf-версии трудов школы, лекций и докладов (<http://www.sgu.ru/node/78348>) и фотографии (<http://www.sgu.ru/node/78386>) с заседаний школы.



ИССЛЕДОВАНИЕ СУБТЕРАГЕРЦОВЫХ ГИРОТРОНОВ ДЛЯ ДПЯ СПЕКТРОСКОПИИ В ИПФ РАН*

Н.А. Завольский, В.Е. Запвалов, М.А. Мусеев, А.С. Седов

В статье представлены результаты исследований, проводимых в ИПФ РАН и направленных на создание непрерывных гиротронов субмиллиметрового диапазона с выходной мощностью порядка нескольких десятков ватт. Подробно изложены результаты экспериментов на гиротроне с частотой 258 ГГц на второй гармонике гирочастоты. В ходе экспериментов была достигнута максимальная выходная мощность 200 Вт и относительная стабильность выходной частоты на уровне $5 \cdot 10^{-6}$ в течение многочасовой непрерывной работы гиротрона. Также обсуждаются меры по дальнейшему улучшению характеристик гиротронов данного класса, в том числе по расширению полосы частот генерации.

Ключевые слова: Гиротрон, терагерцовый диапазон, динамическая поляризация ядер.

Введение

В настоящее время существует потребность в источниках когерентного излучения диапазона частот 0.2...1.0 ТГц с выходной мощностью порядка 10...200 Вт. Данные источники используются для различных научно-технических приложений, таких как диагностика плотной плазмы, спектроскопия атомов и молекул, для медицинских приложений и других [1–3]. Наиболее подходящими источниками в данной области параметров сейчас являются гиротроны. Гиротрон относится к классу мазеров на циклотронном резонансе – приборов, основанных на индуцированном магнитотормозном излучении электронов, вращающихся в статическом магнитном поле [4]. Первые исследования в области субтерагерцовых гиротронов были проведены в начале 1970-х годов [5], где были достигнуты рекордные уровни непрерывной мощности, однако затем данные работы были временно остановлены из-за отсутствия приложений и появления более актуальных задач.

Самым быстро развивающимся применением для данного типа гиротронов является использование терагерцового излучения в спектроскопических установках,

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6-11 февраля 2012.

использующих эффект динамической поляризации ядер (ДПЯ) [6]. Динамическая поляризация ядер – это передача поляризации от спинов электронов к ядерным спинам при СВЧ облучении электронных спинов для улучшения чувствительности в экспериментах по спектроскопии с ядерным магнитным резонансом.

Характерные частоты ядерного магнитного резонанса, используемые в ДПЯ-установках, составляют величину 400...1000 МГц, что соответствует частотам электронного магнитного резонанса (то есть частотам работы гиротрона) в диапазоне 260...660 ГГц. Обычно на входе в спектрометр требуется уровень непрерывной мощности порядка 10...20 Вт. Таким образом, учитывая потери в передающей линии (длина которой может составлять несколько десятков метров), выходном окне и другие, в резонаторе гиротронов должно генерироваться порядка 100 Вт. В связи со сложностью создания сильных постоянных магнитных полей, большинство гиротронов этого диапазона проектируются на гармониках гирочастоты. При этом, из-за возрастающей конкуренции со стороны мод на первой гармонике гирочастоты приходится использовать сравнительно низкие рабочие моды. Омические потери при этом составляют довольно существенную величину порядка 60...90% от мощности отбираемой у пучка. В основном гиротроны данного класса работают при ускоряющих напряжениях 10...30 кВ, токах до 1 А и на сравнительно низких модах [2, 3].

1. Разработка непрерывного гиротрона с частотой 258 ГГц на второй гармонике гирочастоты

В ИПФ совместно с НПП «Гиком» был разработан, изготовлен и протестирован непрерывный гиротрон на второй гармонике гирочастоты с частотой 258 ГГц [7,8]. Данный гиротрон в настоящее время является составной частью спектроскопического комплекса исследования динамической поляризации ядер в Институте биохимии М. Планка (Франкфурт-на-Майне, Германия) [9]. В силу специфики использования и характера решаемой задачи ключевыми требованиями для данного гиротрона были:

- 1) рабочая частота 258.6 ± 0.5 ГГц;
- 2) мощность на выходе из линии передачи 20 Вт;
- 3) стабильность частоты и мощности не хуже, чем 0.003% и 10%, соответственно, во время продолжительной работы гиротрона (порядка 12 часов);
- 4) простота в эксплуатации;
- 5) высокая надежность и долговечность.

Рассмотрим более подробно одно из требований к данному гиротрону – стабильность выходной частоты на уровне $\Delta f/f = 10^{-5}$. Было произведено численное моделирование, в котором исследовались отклонения параметров электронного пучка от своих средних значений (рис.1). Выяснялось, что могло привести к уходу частоты или даже к срыву генерации. При этом были определены требования к стабильности источников питания. Расчеты показали, что требуемая стабильность частоты 10^{-5} достигается при относительных флуктуациях параметров не более 0.5% по напряжению, 0.5% по току электронного пучка и 0.02% по величине магнитного поля соленоида.

Кроме флуктуаций параметров источников питания к нестабильности частоты приводит также изменение параметров системы охлаждения резонатора. Нагрев резонатора на 0.5°C означает относительный уход частоты 10^{-5} вследствие увели-

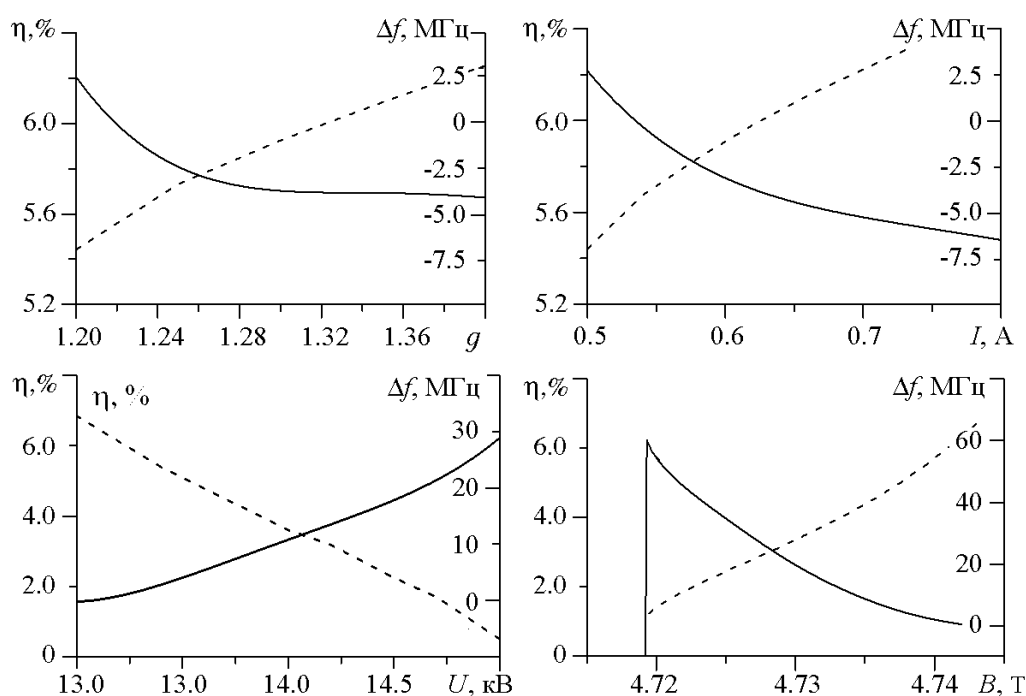


Рис. 1. Зависимости КПД (сплошные линии) и отстройки частоты (штриховые линии) от каждого из параметров (питч-фактор, ток, напряжение, магнитное поле) при фиксированных остальных для 258 ГГц гиротрона на второй гирогармонике

чения диаметра, в соответствии с температурным коэффициентом расширения меди примерно $1.7 \cdot 10^{-5}$. Таким образом, система охлаждения должна обеспечивать постоянство температуры резонаторного блока с точностью лучше 0.5°C .

2. Основные результаты экспериментов

На рис. 2 приведена фотография гиротронной лампы. В предварительно отъюстированный криомагнит лампа вставлялась коллектором вверх. Оптимальные параметры электронного пучка достигались с помощью малых вертикальных перемещений лампы в криомагните. Анод, резонатор, коллектор и выходное окно гиротрона имеют отдельные контуры охлаждения и охлаждаются проточной дистиллированной водой.

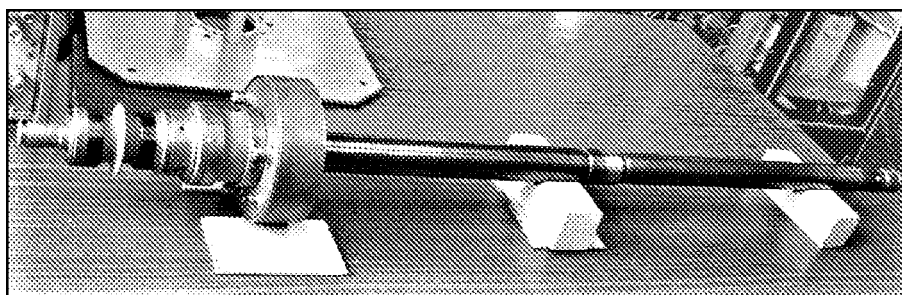


Рис. 2. Внешний вид гиротронной лампы

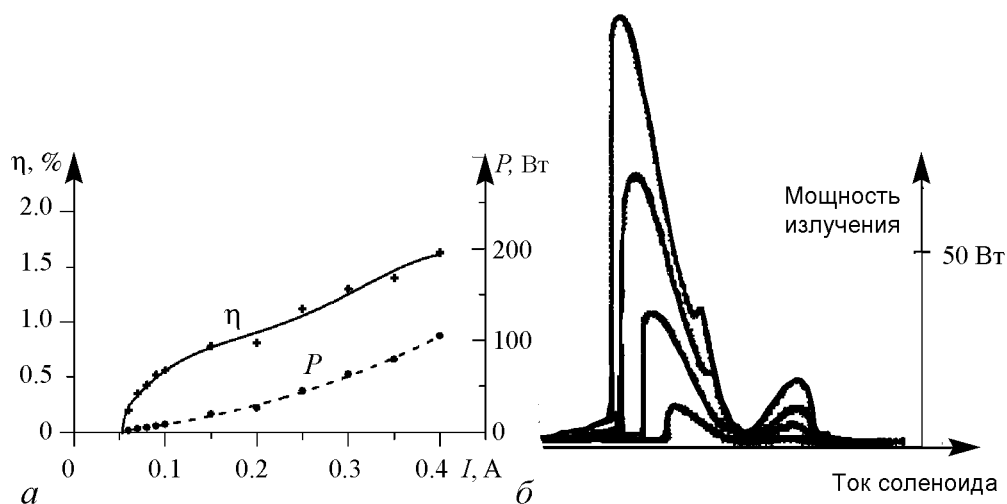


Рис. 3. КПД и мощность излучения рабочей моды $TE_{-2,3}$ при $f = 258$ ГГц (а) а также зоны генерации (б) в зависимости от тока электронного пучка I при фиксированном ускоряющем напряжении $U = 14$ кВ

На рис. 3, а для рабочей моды приведена зависимость мощности и КПД генерации от тока при фиксированном напряжении 14 кВ и оптимизированном значении магнитного поля. Кроме максимальной мощности, в каждом режиме были также сняты зависимости мощности излучения от тока сверхпроводящего соленоида, пропорционального магнитному полю в резонаторе (рис. 3, б). На этих зонах можно отметить генерацию моды с одной продольной вариацией ВЧ-поля (меньшие магнитные поля) и с двумя продольными вариациями ВЧ-поля (большие магнитные поля). Стоит отметить, что наиболее просто и быстро управлять мощностью гиротронного комплекса можно путем изменения ускоряющего напряжения.

Гетеродинные частотные измерения, выполненные с помощью измерительной линии в ИПФ РАН, показали близость частоты генерации к проектному значению. Уточненные измерения частоты проводились методом электронно-спинового резонанса на ЯМР-спектрометре в Институте биофизической химии университета Франкфурта-на-Майне (ИБФХ) и показали значение 258.9205 ГГц. Измерения долговременной относительной нестабильности мощности и частоты гиротрона в ИБФХ показали, что они не превышают 1% и $5 \cdot 10^{-6}$, соответственно. Экспериментально было установлено, что изменение температуры резонатора с помощью регулировки температуры охлаждающей воды позволяет в некоторых пределах перестраивать частоту генерации на уровне 4 МГц/град. Это хорошо согласуется с теоретическими оценками.

3. Определение омических потерь в резонаторе

Как уже отмечалось, главным отличием маломощных субтерагерцовых гиротронов от технологических гиротронов и гиротронов для управляемого термоядерного синтеза является большая доля омических потерь в резонаторе. При этом в вычисления приходится вводить эмпирический коэффициент, учитывающий неидеальность материала и шероховатость поверхности стенки резонатора α (для численных

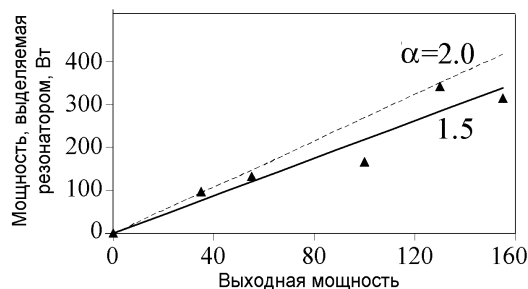


Рис. 4. Зависимость мощности омических потерь в резонаторе от выходной мощности: штриховая линия – теоретический расчет для случая; сплошная линия – усредненные экспериментальные данные

расчетов принималось $\alpha = 2$) [10]. Одной из задач эксперимента была проверка обоснованности введения такого коэффициента и его оценка.

Мощность потерь на стенке P_{los} связана с выходной мощностью P_{out} соотношением

$$P_{los} = \frac{Q_{dif} \alpha P_{out}}{\hat{Q}_{ohm}}, \quad (1)$$

где \hat{Q}_{ohm} – омическая добротность резонатора с идеально гладкими медными стенками, Q_{dif} – дифракционная добротность резонатора.

В процессе экспериментов одновременно измерялась мощность потерь в резонаторе (тепловая нагрузка) и выходная мощность гиротрона. Тепловая нагрузка на резонаторе была измерена по изменению температуры воды в системе охлаждения резонатора гиротрона при возникновении генерации. Здесь не учитывалось изменение проводимости меди из-за омического нагрева, так как изменение температуры резонатора незначительно (охлаждаемой стенки менее или равно 10°C , а вакуумной стенки менее или равно 30°C).

Результаты экспериментов, отмеченные треугольными значками, приведены на рис. 4, где пунктирная линия обозначает зависимость, используемую для расчетов, а сплошная линия – результат усреднения экспериментальных данных. Как видно из графика, погрешность данных измерений была достаточно велика, тем не менее, полученные результаты позволяют уверенно использовать коэффициент $\alpha = 2$ в качестве оценки сверху при проектировании будущих гиротронов.

4. Генерация других мод

В ходе экспериментов были сняты зоны генерации гиротрона в широких пределах по магнитному полю. На рис. 5 приведены две такие кривые при различных напряжениях, где представлены зоны генерации двух мод: левая – рабочая мода

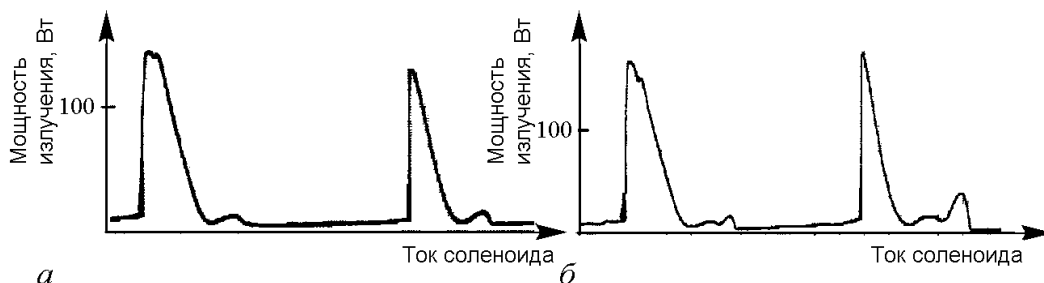


Рис. 5. Зоны генерации по магнитному полю при напряжениях: 15 кВ (а) и 16 кВ (б) и токе электронного пучка 0.3 А

$TE_{-2,3}$, правая мода – $TE_{0,3}$, которая, в принципе, также может использоваться для работы. Мощности излучения на обеих модах примерно одинаковы: 150...200 Вт при напряжении 15...16 кВ и токах 0.3...0.4 А, а частоты отличаются примерно на 2%. Как видно из рисунков, на обеих модах можно возбудить колебания с несколькими продольными вариациями ВЧ-поля. Причем при увеличении напряжения (то есть при уменьшении стартового тока) количество вариаций увеличивается. Данный механизм можно использовать для перестройки частоты, однако в этом случае процесс оптимизации конструкции такого гиротрона должен несколько отличаться от оптимизации рассматриваемого гиротрона. А именно, оптимизация будет заключаться в достижении наиболее низкого стартового тока мод с большим числом продольных вариаций, что приведет к увеличению дифракционной добротности и снижению мощности основной моды с одной продольной вариацией. Более подробно данная идея рассмотрена в последнем разделе данной статьи.

В рассматриваемом гиротроне в процессе проведения экспериментов при изменении режимов также фиксировалась генерация на модах $TE_{4,2}$ и $TE_{5,2}$ с частотами 241 ГГц и 273 ГГц, соответственно, и уровнями мощности, достаточными для их использования в качестве рабочих.

5. Структура поля выходного излучения

В ходе эксперимента была получена поперечная структура ВЧ-поля на выходе из окна гиротрона. На рис. 6 приведены зарегистрированные на термобумаге поперечные структуры полей мод $TE_{-2,3}$, $TE_{4,2}$ и $TE_{0,3}$. Как видно из рисунка, указанные структуры имеют характер (в азимутальном направлении) стоячей волны. Это означает, в частности, что рабочая мода является суперпозицией волн с противоположным вращением $TE_{-2,3}$ и $TE_{2,3}$. При этом остается открытым вопрос – генерируется ли стоячая мода непосредственно в резонаторе, например, из-за несоосности электронного пучка и резонатора [11] и (или) порождается нарушением аксиальной симметрии резонатора [12]? С другой стороны, не исключено, что мода с противоположным вращением возникает на участке после резонатора в результате переизлучения основной моды. К переизлучению, в частности, может приводить отличие от круглого поперечного сечения выходного перехода. Мода $TE_{0,3}$ остается симметричной, так что на нее эти эффекты не действуют.

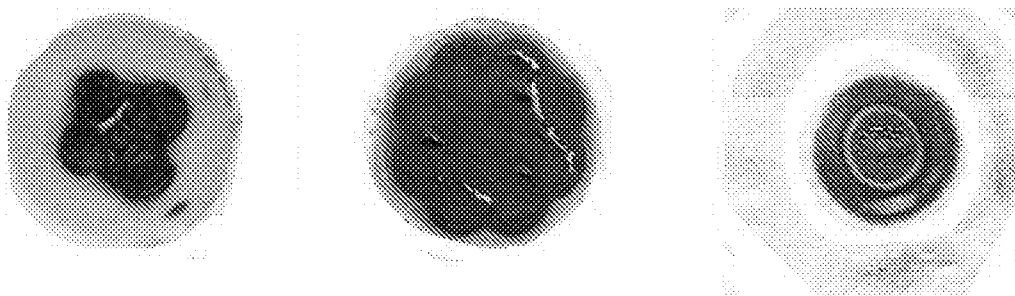


Рис. 6. Поперечная структура поля на выходе из окна гиротрона для некоторых мод

6. Численное моделирование и оптимизация субтерагерцовых гиротронов

В настоящее время работы по созданию субтерагерцовых гиротронов в ИПФ продолжают. Было проведено численное моделирование серии непрерывных гиротронов с частотами 0.26...0.8 ТГц как на первой, так и на второй гармонике гирочастоты. Основные параметры приведены в таблице. Была использована самосоглашенная расчетная модель, учитывающая нефиксированное распределение ВЧ-поля, разброс скоростей электронов, омические потери. Для каждого из этих гиротронов была выбрана рабочая мода, ограниченная, с одной стороны, возможностями формирования высококачественного электронного пучка в магнетронно-инжекторной пушке [13], а с другой стороны, ограниченная плотностью спектра паразитных мод, особенно на первой гармонике гирочастоты. При этом были построены картины стартовых токов рабочей и паразитных мод. Расчетный волновой КПД гиротрона составил величину порядка 1...3 %.

Одним из способов повышения чувствительности экспериментов в установках с ДПЯ-спектроскопией является использование излучения с импульсно-периодической структурой. Реализовать данный режим можно используя трехрезонаторный гироклистрон. Были проведены расчеты для данного типа усилителя на рабочей частоте 395 ГГц и второй гармонике гирочастоты и было показано, что при ускоряющем напряжении 30 кВ и токе пучка 0.5 А можно получить усиление в 30 дБ. При мощности входного сигнала 0.1 Вт это соответствует выходному излучению с мощностью порядка 100 Вт. Отметим, что такая система требует несколько большей длины однородного участка магнитного поля (порядка 40 мм) по сравнению с автономным гиротроном соответствующей мощности.

Таблица

Результаты расчетов выходных параметров ряда субтерагерцовых гиротронов на второй гармонике гирочастоты

Частота, ТГц	Номер гармоники	Рабочая мода	Ток электронного пучка, А	Ускоряющее напряжение, кВ	Мощность выходного излучения, кВт
0.26	2	TE _{-2,3}	0.5	15	0.2
0.26	1	TE _{0,3}	0.04	15	0.15
0.4	2	TE _{6,5}	0.4	20	0.15
0.8	2	TE _{-10,5}	0.4	20	0.1

7. Гиротрон с обращенной электродинамической системой

Как видно из результатов расчетов и эксперимента, при переходе между модами с различным числом продольных вариаций ВЧ-поля можно перестраивать частоту выходного излучения гиротрона, однако зона генерации получается достаточно изрезана (см. рис. 5, б).

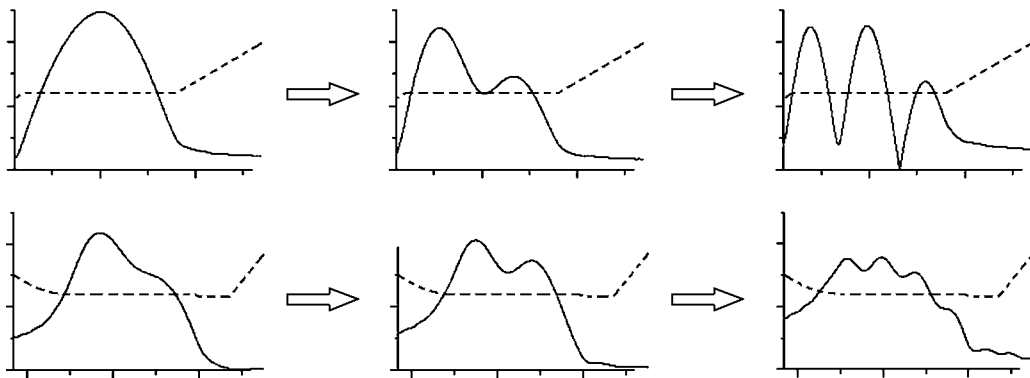


Рис. 7. Эволюция продольной структуры ВЧ-поля в резонаторе при увеличении магнитного поля: верхняя серия рисунков – случай электродинамической системы с излучением в сторону коллектора, нижняя серия – с излучением в сторону катода

Изрезанность зоны генерации можно уменьшить, подобрав такую электродинамическую систему, для которой при увеличении магнитного поля режим гиротронного возбуждения с одной продольной вариацией ВЧ-поля плавно переходит в режим работы гиро-ЛОВ.

Данный режим работы гиротрона можно реализовать, в частности, используя электродинамическую систему с выходным расширением со стороны электронной пушки и закритическим сужением со стороны коллектора. В таком гиротроне вблизи критической частоты режим возбуждения будет эквивалентен гиротрону с обычной электродинамической системой. При этом излучение будет отражаться от коллекторного конца в сторону электронной пушки. При дальнейшем увеличении магнитного поля продольная структура ВЧ-поля становится аналогичной гиро-ЛОВ и, соответственно, возможна сравнительно плавная перестройка частоты (рис. 7).

В качестве примера реализации такого принципа были взята электронная и электронно-динамическая система 258 ГГц гиротрона, описанного в предыдущих разделах.

На первом этапе исследований подбирались параметры инвертированной электродинамической структуры (глубина коллекторного сужения, его длина и т.д.) При этом сравнение производилось с результатами моделирования гиротрона с такими же характеристиками пучка, моды и обыкновенной электродинамической системой с выходным коллекторным расширением и катодным сужением. В дальнейшем будем называть такой прибор – гиротрон с обыкновенной электродинамической системой. При этом длина цилиндрической части в обеих рассматриваемых системах была одинакова и составляла 35 мм и в дальнейшем для сравнения не изменялась. Эффект существенного снижения стартовых токов наблюдается для рабочей моды с достаточно большим числом продольных вариаций ВЧ-поля (порядка 5–6). Однако зависимость стартовых токов, а соответственно, и зона генерации остается достаточно изрезанной.

Сделать зону генерации менее изрезанной можно, используя скругление катодного расширения. При этом уменьшение дифракционной добротности компенсируется увеличением эффективной длины взаимодействия пучка и волны. Стартовый

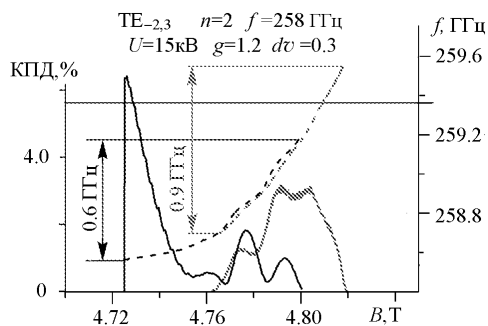


Рис. 8. Зависимости выходного КПД от магнитного поля. Левая линия: гиротрон с обычным резонатором. Правая линия: инвертированный резонатор с закруглением с сторону катода

ток моды с несколькими продольными вариациями в целом остается постоянным при сглаживании зависимости стартового тока от магнитного поля и, как следствие, зависимости от магнитного поля зоны генерации прибора (рис. 8).

При этом ширина полосы в инвертированной системе в полтора раза больше чем в аналогичном обыкновенном резонаторе. КПД в данной системе составляет величину 1...1.5%, что для данных параметров электронного пучка дает мощность порядка 100 Вт.

Заключение

В статье приведены результаты теоретического и экспериментального исследования непрерывного гиротрона с частотой 258.6 ГГц на второй гармонике циклотронной частоты. В ходе экспериментов были сняты зоны генерации при различных токах и напряжениях. Максимальная мощность излучения достигала 180 Вт при КПД 3.7%. Также были измерены частота генерации и омические потери в резонаторе. Была зафиксирована генерация соседних мод и сняты их зоны генерации. Получена генерация мод с различным числом продольных вариаций поля в резонаторе, что показывает возможности расширения диапазона электронной перестройки частоты. Были получены изображения поперечной структуры выходного излучения, которые показывают, что из окна гиротрона выходит стоячая по азимуту волна. При этом остановка вращения не приводит к существенному уменьшению мощности волны.

Следующим этапом исследований будет создание гиротрона с электродинамической системой, подобной ЛОВ. В данной системе можно будет реализовать достаточно широкую перестройку частоты порядка 1 ГГц.

Библиографический список

1. Bykov Yu, Ereemeev A., Glyavin M., et al. // IEEE Trans. on Plasma Science. 2004. Vol. 32, № 1. P. 67.
2. Idehara T., Mitsudo S., Ui M., Ogawa I., Sato M., and Kawahata K. Development of frequency tunable gyrotrons in millimeter to submillimeter wave range for plasma diagnostics // J. Plasma Fusion Res. Series. 2000. Vol. 3 P. 407.
3. Hornstein M.K., Bajaj V.S., Griffin R.G., and Temkin R.J. Efficient low-voltage operation of a CW gyrotron oscillator at 233 GHz // IEEE Trans. on Plasma Science. Feb. 2007. Vol. 35, № 1. P. 27.
4. Nusinovich G.S. Introduction to the Physics of Gyrotrons. Baltimore–London: The Johns Hopkins University Press, 2004.

5. *Зайцев Н.И., Панкратова Т.Б., Петелин М.И., Флягин В.А.* // Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19, № 5. С. 1056.
6. *Griffin R.G.* Dipolar recoupling in MAS spectra of biological solids // Nature Struct. Biology. 1998. Vol. 5. P. 508.
7. *Венедиктов Н.П., Дубров В.В., Запезалов В.Е., Корнишин С.Ю., Котов А.В., Куфтин А.Н., Малыгин О.В., Седов А.С., Фикс А.Ш., Цалолыхин В.И.* Экспериментальное исследование непрерывного высокостабильного гиротрона на второй гармонике гирочастоты для спектроскопии динамически поляризованных ядер // Изв. вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53, № 4. С. 260.
8. *Zapevalov V.E., Fix A.Sh., Kopelovich E.A., Kornishin S.Yu., Kotov A.V, Kuftin A.N., Malygin O.V., Manuilov V.N., Moiseev M.A., Sedov A.S., Tsalolikhin V.I., Zavolsky N.A.* Elaboration of 260 GHz Second Harmonic CW Gyrotron with High Stability of Output Parameters for DNP Spectroscopy // 35th International Conference on Infrared, Millimeter and THz Waves (IRMMW-THz 2010). Rome, Italy, 5–10 September 2010.
9. *Vasyl Denysenkov, Mark J. Prandolini, Marat Gafurov, Deniz Sezer, Burkhard Endeward and Thomas F. Prisner* liquid state DNP using a 260 GHz high power gyrotron // Phys. Chem. Chem. Phys., 2010 DOI: 10.1039/c003697h
10. *Zavolsky N.A., Zapevalov V.E. and Moiseev M.A.* Numerical study of processes in the cavity of the 170 GHz gyrotron for ITER operating at the TE_{25,10} mode // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. 2000. Vol. 21, № 9. P. 1381.
11. *Idehara T., Shibutani K., Nojima H., Pereyaslavets M., Yoshida K., Ogawa I., Tatsukawa T.* Study of electron beam misalignment in a submillimeter wave gyrotron // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. 1998. Vol. 19, № 10. P. 1303.
12. *Нусинович Г.С.* Конкуренция мод в гиромонотроне с нарушенной аксиальной симметрией // Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19, № 8. С. 1788.
13. *Tsimring Sh.E.* Electron Beams and Microwave Vacuum Electronics. Inc., Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.

Институт прикладной физики РАН

Поступила в редакцию

4.05.2012

THE INVESTIGATION OF SUBTERAHERTZ GYROTRON FOR DNP SPECTROSCOPY IN THE IAP RAS

N.A. Zavolsky, V.E. Zapevalov, M.A. Moiseev, A.S. Sedov

The paper presents the results of research is carried out in the Institute of Applied Physics and is aimed at creating a CW submillimeter gyrotrons with an output power of several tens of watts. Results of experiments on the 258 GHz gyrotron at the second harmonic of the gyrofrequency are presented. In the course of experiments maximum output power of 200 W and the relative stability of the output frequency at $5 \cdot 10^{-6}$ for the hours-long continuous operation of the gyrotron were achieved. Also the paper considers suggestions for further improvement of the gyrotrons' characteristics of this class, including the expansion of the frequency band.

Keywords: Gyrotron, terahertz waves, DNP.



Завольский Николай Александрович – родился в 1956 году в Ворсме (Нижегородская область). Окончил Горьковский государственный университет в 1978 году по специальности математика. После окончания и до настоящего момента работает в Институте прикладной физики Академии наук СССР (в настоящее время ИПФ РАН). Область научных интересов: численные методы и разработка программного обеспечения в решении задач акустики, распространения радиоволн и электронно-волнового и взаимодействия в гиротронах.

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
E-mail: zavolsky@appl.sci-nnov.ru



Запезалов Владимир Евгеньевич – родился в 1949 году в городе Бор (Нижегородская область). Окончил радиофизический факультет Горьковского государственного университета (1972) по специальности радиофизика. Защитил кандидатскую диссертацию (1985) и докторскую (2008). Докторская диссертация посвящена проблемам повышения эффективности генерации мощных гиротронов. После окончания работал в Горьковском государственном университете, а с 1985 и до текущего момента работает в Институте прикладной физики Академии наук СССР (в настоящее время ИПФ РАН). Заведующий лабораторией мощных гиротронов для управляемого термоядерного синтеза. Область научных интересов: теоретическое и экспериментальное исследование электронно-волновых процессов в мощных электронных приборах, а также разработка гиротронов для управляемого термоядерного синтеза, спектроскопии и технологических приложений. Лауреат премии правительства РФ в области науки и техники (2011).

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
E-mail: zapev@appl.sci-nnov.ru



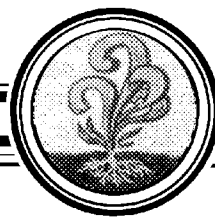
Моисеев Марк Андреевич – родился в Горьком (1943). Окончил Горьковский государственный университет (1966) по специальности радиофизика. После окончания работал в НИРФИ, а затем до настоящего момента в Институте прикладной физики Академии наук СССР (в настоящее время ИПФ РАН). Область научных интересов: теоретическое исследование электронно-волновых процессов в мощных гироприборах, распространение радиоволн в квазиоптических системах. Автор более 80 публикаций.

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
E-mail: moiseev@appl.sci-nnov.ru



Седов Антон Сергеевич – родился в 1984 году в Нижнем Новгороде, получил диплом бакалавра физики в 2005 году в ННГУ им. Лобачевского (Нижний Новгород), в 2007 году получил диплом магистра физики того же университета. После окончания ННГУ работает в Институте прикладной физики младшим научным сотрудником.

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
E-mail: anton-sedov@mail.ru



МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ГЕНЕРИРУЕМОЙ МОЩНОСТИ В ОРОТРОНЕ С ДВУХРЯДНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ КОРОТКОВОЛНОВОЙ ЧАСТИ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА ВОЛН*

Е.А. Мясин, В.В. Евдокимов, А.Ю. Ильин

Рассмотрены особенности электродинамической системы оротрона с двухрядной периодической структурой (ДПС) и методы увеличения генерируемой мощности в оротроне с ДПС коротковолновой части миллиметрового диапазона волн. Впервые экспериментально в оротроне с ДПС диапазона 140...300 ГГц со сфероцилиндрическим фокусирующим зеркалом открытого резонатора, образующая цилиндра которого параллельна электронному потоку, показана возможность увеличения мощности генерации за счет увеличения ширины потока. Впервые экспериментально в оротроне 2 мм диапазона (100...150 ГГц) с ДПС с фокусирующим зеркалом открытого резонатора в виде двухфокусного сфероцилиндра, образующая которого может быть перпендикулярна или параллельна электронному потоку, показана возможность увеличения мощности генерации за счет увеличения ширины потока до величины, большей четырех радиусов каустики. Впервые в оротроне с ДПС 2 мм диапазона с этим зеркалом показана возможность 20...30% перестройки по частоте с неравномерностью уровня мощности не более 5 дБ.

Ключевые слова: Оротрон, двухрядная периодическая структура, открытый резонатор, миллиметровый диапазон, терагерцовый диапазон.

Введение

Оротрон был предложен Ф.С. Русиным и Г.Д. Богомоловым в 1966 году [1]. Отличительной особенностью этого прибора была открытая гребенчатая периодическая структура, расположенная на плоском зеркале открытого резонатора (ОР). Плоский электронный поток проходил над гребнями этой структуры. Его фокусировка осуществлялась внешним магнитным полем. С тех пор появилось достаточно много разновидностей приборов с ОР как с названием оротрон, например [2], так и с другим названием [3]. Исследования оротрона с двухрядной периодической структурой имеют в ИРЭ АН СССР и ИРЭ РАН давнюю историю [4] и в настоящее время направлены на раскрытые возможности использования преимуществ этого прибора в терагерцовом диапазоне частот [5].

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6–11 февраля 2012.

В ИРЭ АН СССР эти исследования были инициированы заведующим отделом электроники д.т.н. Заремом Сергеевичем Черновым, который при выполнении НИР в интересах Министерства обороны СССР предложил использовать оротрон для создания генератора 3 см диапазона мегаваттного уровня мощности. По понятным причинам экспериментальные работы велись по закрытому плану. Для решения поставленной задачи необходимо было выяснить принципиальную возможность реализации высоко-эффективного электронно-волнового взаимодействия в таком приборе. Теоретическая работа была начата в 1976 году и к началу 1980 года такая возможность впервые была показана [6,7]. Схема оротрона с двухрядной периодической структурой (ДПС) представлена на рис. 1. Основными отличиями мощного оротрона с ДПС коротковолновой части сантиметрового и длинноволновой части миллиметрового диапазона являются: наличие пролетного канала между рядами периодической структуры и малая высота $H_{ор}$ открытого резонатора. Первая особенность обеспечивает распределение ВЧ-поля по высоте пролетного канала по гиперболическому косинусу (в отличие от экспоненциального распределения для однорядной структуры) и, как следствие, возможность использования «толстых» электронных потоков с большими токами. Вторая особенность обеспечивает большую плотность энергии излучения в резонаторе и, следовательно, большую эффективность электронно-волнового взаимодействия. Следует подчеркнуть, что увеличение генерируемой мощности происходит только в том случае, если добротность основного типа колебаний TEM_{00q} достаточно высокая и обеспечивается оптимальный КПД ОР ($\eta_{ор} = 1 - Q_n/Q_0$, где Q_n , Q_0 – нагруженная и собственная добротности ОР, соответственно). В настоящее время нелинейная теория оротрона разработана достаточно полно. Обзор работ с анализом эффективных режимов был сделан в [8].

Отметим, что разработка нелинейной теории резонансных генераторов с открытыми электродинамическими системами велась также и на Украине в Харьковском университете им. Кармазина [9] и Харьковском институте радиофизики и электроники АН УССР [10]. Однако экспериментальные исследования этих генераторов дифракционного излучения в ХИРЭ АН УССР проводились при низком напряжении (2...4 кВ), приборы имели КПД не более 1...4% и малую выходную мощность [10].

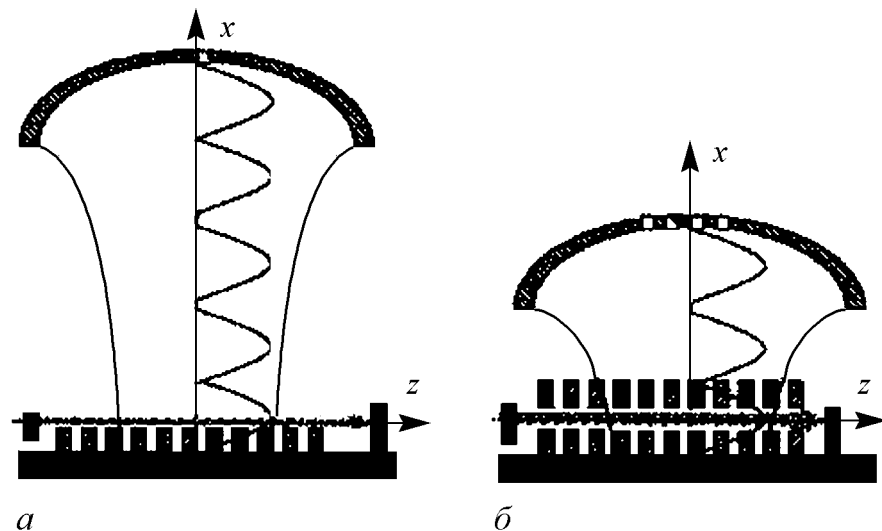


Рис. 1. Схемы оротронов: *a* – оротрон Ф.С. Русина; *б* – оротрон с ДПС

Напомним кратко основные результаты теоретических исследований, проведенных ранее. В [7,9] рассмотрена одномерная теория с учетом пространственного заряда. В [11] проведен анализ работы оротрона на основе двухмерной теории в пренебрежении пространственным зарядом. Показано, что в режиме больших амплитуд неоднородность ВЧ-поля по толщине и ширине электронного потока оказывает существенное влияние на основные энергетические характеристики прибора. Приведена зависимость КПД от фокусирующего магнитного поля. Наиболее строгая теория, учитывающая расслоение электронного потока под действием ВЧ-поля и поля пространственного заряда, приведена в [12]. Рассмотрены системы с однорядной и двухрядной структурой. Показано, что неоднородность ВЧ-поля по толщине электронного потока оказывает существенное влияние на электронный КПД для систем с однорядной структурой. Поэтому для реальных систем с конечной толщиной электронного потока высокоэффективные режимы могут быть получены только для систем с двухрядной периодической структурой. Поскольку использование двухмерной теории для конкретных расчетов и, особенно, для оптимизации параметров прибора достаточно громоздко, в [13] проведено сопоставление результатов расчета высокоэффективных режимов оротрона на основе одномерной и двухмерной теории. Показано, что достаточно точные результаты можно получить в рамках одномерной теории с введением коэффициентов неоднородности по толщине и ширине электронного потока. На основе результатов теоретического рассмотрения были получены экспериментальные результаты, представленные в Таблице, где: f – частота генерации, P_n – выходная импульсная мощность, $KПД_n$ – коэффициент полезного действия в нагрузке, Q_n – нагруженная добротность открытого резонатора, U_0 – напряжение, I_0 – ток пучка, j – плотность тока в пучке.

Именно в оротроне с ДПС впервые у нас в стране и за рубежом были получены рекордные результаты по КПД и выходной мощности в 3 см, 8 мм и 3 мм диапазонах волн (см. Таблицу). Однако эти результаты были опубликованы только в 1990 году [14,15].

Таблица

Год	f , ГГц	P_n , кВт	КПД _n , %	Q_n	U_0 , кВ	I_0 , А	j , А/см ²
1984	10	53	35	800	13	11.6	50
1986	37.5	40	17	2000	19	12	90
1987	90	1.2	6	5000	20	1.0	100

1. Особенности электродинамической системы оротрона с ДПС. Методы увеличения генерируемой мощности в коротковолновой части миллиметрового диапазона волн

В Программу по освоению коротковолновой (короче, чем 3 мм) части миллиметрового диапазона волн (КВЧММДВ) на основе оротрона лаборатория ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН включилась в начале 2002 года по Договору с ИПФ РАН. В результате выполнения НИР необходимо было создать макет прибора, перестраиваемого по частоте в диапазоне 100 ... 140 ГГц ($\lambda = 3 \dots 2,1$ мм).

Как видно из таблицы, наиболее перспективным генератором излучения в начале КВЧММДВ является оротрон с двухрядной периодической структурой [16]. Поэтому выяснение возможности продвижения именно этого прибора в КВЧММДВ представляло несомненный интерес. В связи с этим следовало выяснить возможность реализации эффективных режимов генерации в оротроне с ДПС этого диапазона.

Основываясь на результатах теоретических работ, для получения эффективных режимов работы оротрона на первой пространственной гармонике и основном типе колебаний TEM_{00q} ОР нужно выполнить следующие условия:

- 1) короткая длина L ДПС с числом периодов $N = 20...30$;
- 2) введение скачка фазовой скорости на определенном расстоянии от начала взаимодействия;
- 3) $L = 4r_k$, где r_k радиус каустики полусферического ОР, а высота ОР по возможности минимальная: $H_{ор} = (3...10)\lambda/2$;
- 4) $L/(2H) > 3$, где l – период, $2H$ – высота пролетного канала;
- 5) Для увеличения мощности можно использовать широкие электронные потоки или несколько узких потоков.

Таким образом, для увеличения генерируемой мощности могут быть использованы либо методы оптимизации электронно-волнового взаимодействия (пп. 1–4) и увеличения рабочего тока (п. 5), либо только методы увеличения рабочего тока, когда оптимизация по пп. 1–4 не может быть выполнена.

Эти условия сформулированы для оптимизации параметров оротрона, работающего только на одной длине волны, с использованием полуволнового резонанса, причем для достаточно больших значений λ . Уже при длине волны $\lambda = 3$ мм придется выбирать большую длину ДПС ($N = 30$) и высоту ОР ($H_{ор} = 10\lambda/2$).

Уменьшение длины волны обуславливает уменьшение размеров периодической структуры, прежде всего ее периода. Если рабочее напряжение не более 20 кВ, то при периоде 0.2 мм, в принципе, можно получить эффективную генерацию на длине волны 0.8 мм. Но для этого необходимо, чтобы пролетный канал был 0.05 мм. Кроме того, при существенном росте омических потерь в ДПС необходимо обеспечить соответствующую нагруженную добротность, чтобы рабочий ток прибора был выше пускового в 2–3 раза, а это, в свою очередь, накладывает жесткие требования на эмиттер электронов и на фокусировку электронного потока.

В наших экспериментах для оротрона с электронной пушкой, погруженной в магнитное поле, плотность тока с катода должна быть примерно $100A/cm^2$, а величина фокусирующего магнитного поля около 1 Тл.

В настоящее время реализовать эти требования в наших условиях практически невозможно. Поэтому даже для относительно длинноволнового прибора ($\lambda = 1.5$ мм) электронный КПД не будет превышать 10%, и можно использовать для расчета параметров приближенную аналитическую теорию [17,18].

Первоначально для решения поставленной задачи в оротроне использовалась ДПС, в основу конструкции которой было положено использование полуволнового резонанса. Однако неравномерность величины генерируемой мощности по диапазону перестройки шириной в октаву ($f_v/f_n = 2$) достигала 10 дБ (рис. 2).

Связано это с тем, что при этом не учитывалось влияние четвертьволнового резонанса на длине волны в два раза более длинной, чем для полуволнового резонанса. В отличие от оротрона с однорядной периодической структурой, в орот-

троне с ДПС может быть использован не один, а два особых резонанса в ее щелях: четвертьволновый и полуволновый. Понимание этой особенности дает возможность применить некоторые результаты работы [19] к электродинамической системе оротрона с ДПС. В частности, можно использовать четвертьволновый резонанс при создании ДПС как под задачу широкодиапазонной перестройки прибора, так и для увеличения выходной мощности по диапазону перестройки. При этом высота ДПС $b_0 = b_1 + 2H + b_2 = \lambda/4$, где b_1 – высота нижнего ряда от плоского зеркала ОР, $2H$ – высота пролетного канала, b_2 – высота второго ряда. Варьируя величины b_1 , $2H$, b_2 можно оптимизировать генерируемую мощность, обеспечив малые ее изменения в диапазоне перестройки, что и будет показано в представленных результатах экспериментальных исследований.

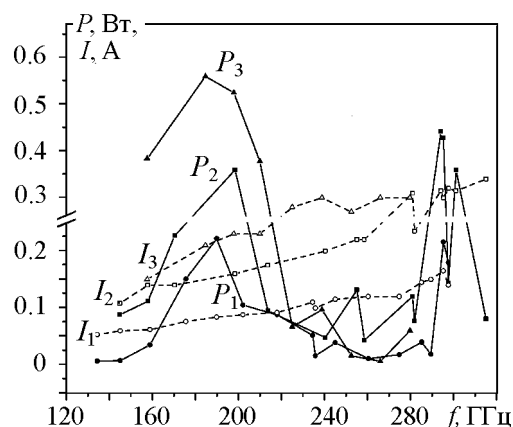


Рис. 2. Зависимости выходной мощности (сплошные кривые) и тока пучка (пунктир) от частоты генерации при ширине катода в мм: 1 – 5,0, 2 – 7,0, 3 – 10,0

2. Увеличение генерируемой мощности в оротроне диапазона 140...300 ГГц

В настоящее время идет интенсивное освоение терагерцового диапазона частот (100...3000 ГГц). В этот диапазон попадает коротковолновая часть миллиметрового диапазона волн, начиная с 2 мм диапазона (100...150 ГГц), и 1 мм диапазон (150...300 ГГц). Проблема увеличения генерируемой мощности в этих диапазонах волн для приборов О-типа с рабочим напряжением до 20 кВ является актуальной, и один из путей ее решения возможен в оротроне с ДПС за счет увеличения ширины плоского электронного потока.

В работе [20] теоретически было показано, что в оротроне с ДПС с полусферическим ОР сантиметрового диапазона волн ширину электронного потока ($2C$) можно увеличивать до $2r_k$, обеспечив максимальную эффективность электронно-волнового взаимодействия. Объясняется это тем, что в таком ОР распределение амплитуды ВЧ-поля основного типа колебания TEM_{00q} является гауссовым как вдоль, так и поперек электронного потока. Однако даже при $2C = 3r_k$ эффективность взаимодействия уменьшается примерно на 1,7%. Поэтому при сохранении неравенства $2C \leq 3r_k$ уменьшение амплитуды поля на краях электронного потока компенсируется увеличением рабочего тока за счет увеличения его ширины при неизменной плотности тока в пролетном канале. В оротроне с ДПС в упомянутых ранее диапазонах, особенно в 1 мм диапазоне, для уменьшения пускового тока генерации приходится использовать ДПС с числом периодов $N > 100$, то есть более длинные, чем в оротронах сантиметрового и миллиметрового диапазонов, где $N \approx 20$. Поэтому для создания нужного распределения амплитуды поля вдоль пространства взаимодействия прибора использование полусферического ОР в оротроне 1 мм диапазона не является оптимальным и необходимо использовать ОР с фокусирующим зеркалом другой формы.

С этой целью нами впервые были проведены эксперименты с оротроном диапазона 140...300 ГГц со сфероцилиндрическим фокусирующим зеркалом ОР, образующая цилиндра которого, параллельна электронному потоку. В таком ОР распределение амплитуды ВЧ-поля поперек электронного потока является гауссовым. Поэтому, согласно выводам работы [20], ширину электронного потока можно увеличить до $(2...3) r_k$, увеличив тем самым рабочий ток и генерируемую оротроном мощность.

Детальная конструкция экспериментального макета, работающего при непрерывной откачке (рабочий вакуум примерно $2 \cdot 10^{-7}$ мм Нг.) и импульсном режиме питания, описана в [21].

Параметры зеркала таковы: радиусы кривизны цилиндрической и сферической частей $R_{ц} = R_{сф} = 65$ мм, расстояние между зеркалами $H_{ор} = 10$ мм. Поэтому для $\lambda = 1.5$ мм – $r_k = 3.34$ мм на плоском зеркале, ширина которого 11 мм, а для $\lambda = 1.0$ мм – $r_k = 2.74$ мм. В оротроне с ДПС, имеющей период 0.2 мм и длину 33 мм были проведены измерения диапазона перестройки при трех значениях ширины электронного потока: 5 мм, 7 мм и 10 мм. Результаты эксперимента приведены на рис. 2.

Как видно на рис. 2, при ширине 7 мм мощность генерации возрастает по сравнению с шириной потока 5 мм практически во всем диапазоне перестройки по частоте. Особенно четко это видно на частотах двух резонансов 195 ГГц и около 300 ГГц, где она возрастает в два раза. При этом ширина электронного потока на частоте 195 ГГц составляет $2.1r_k$, а на частоте 300 ГГц – $2.55 r_k$. При увеличении ширины потока до 10 мм мощность генерации вблизи частоты 195 ГГц возрастает уже в 3 раза, но, начиная с частоты 245 ГГц, становится меньше даже мощности генерации при ширине потока 5 мм. При этом ширина электронного потока на частоте 195 ГГц составляет $3.0 r_k$, а на частоте 250 ГГц – $3.3 r_k$. В этой связи измерения для высокочастотной части диапазона перестройки не проводились.

Таким образом, при использовании в оротроне с ДПС ОР со сфероцилиндрическим фокусирующим зеркалом, образующая цилиндра которого параллельна электронному потоку, увеличение мощности генерации возможно за счет увеличения его ширины до $3r_k$, как и было предсказано теоретически в работе [20].

3. Увеличение генерируемой мощности в оротроне 2 мм диапазона

Дальнейшее увеличение ширины электронного потока возможно только при условии, что распределение ВЧ-поля поперек электронного потока будет иметь достаточно длинный плоский участок или более сложный, близкий к нему, вид [22]. Как показано в работе [23], в оротроне длинноволновой части миллиметрового диапазона в качестве такого ОР может быть использован ОР с фокусирующим сфероцилиндрическим зеркалом, образующая цилиндра которого перпендикулярна направлению движения электронного потока. Но в оротроне с длинной ДПС, о которой говорилось выше, ОР с одним таким зеркалом использовать невозможно, так как с его помощью нельзя создать нужное распределение ВЧ-поля вдоль пространства взаимодействия. В этом случае необходимо использовать многофокусное зеркало, образованное пересекающимися сфероцилиндрическими поверхностями со сдвигом друг относительно друга их фокальных осей [24]. Так как для ДПС с длиной пространства взаимодействия 33 мм такое зеркало выполнить достаточно сложно, было

решено провести предварительный эксперимент с двухфокусным сфероцилиндрическим зеркалом и относительно короткой (20 мм) ДПС в 2 мм диапазоне.

Эксперименты были проведены с разборным макетом оротрона, который располагался в вакуумной камере и работал при непрерывной откачке. Устройство камеры позволяет быстро менять элементы конструкции прибора: катод, расстояние между катодом и анодом, периодическую структуру, фокусирующее зеркало. В камере предусмотрена возможность изменения расстояния $H_{ор}$ между зеркалами ОР за счет перемещения фокусирующего зеркала открытого резонатора вдоль его оси симметрии и таким образом осуществлять перестройку прибора по частоте. Описание конструкции разборного макета оротрона приведено в работе [5].

Была изготовлена ДПС с периодом 0.4 мм длиной 20 мм с высотой нижнего (от плоского зеркала) ряда $b_1 = 0.3$ мм, высотой пролетного канала $2H = 0.15$ мм и высотой верхнего ряда $b_2 = 0.2$ мм. Таким образом, общая высота ДПС $b_0 = b_1 + 2H + b_2 = 0.65$ мм и резонансная длина волны для четвертьволнового резонанса в ОР $4b_0 = 2.6$ мм. Относительно большая величина пролетного канала обусловлена нарушением технологии изготовления данной ДПС. Это, в свою очередь, не позволило обеспечить в приборе нужное эффективное электронно-волновое взаимодействие и, как следствие, уровень генерируемой мощности более высокий, чем полученный в данном эксперименте. Было изготовлено двухфокусное сфероцилиндрическое зеркало с радиусами кривизны цилиндра и сферы $R_{ц} = R_{сф} = 32$ мм, с расстоянием между фокальными осями 5 мм, длиной 22.5 мм вдоль образующей цилиндра и 20 мм поперек нее. Длина цилиндрической части зеркала была 7.5 мм. При изменении расстояния $H_{ор}$ между зеркалами ОР от 7.8 до 9.8 мм радиус кастик на плоском зеркале ОР для $\lambda = 3.2$ мм составляет соответственно 3.75...3.88 мм, для $\lambda = 2.5$ мм – 3.26...3.43 мм и для $\lambda = 2.0$ мм – 2.90...3.07 мм. На рис. 3 приведены распределения амплитуды ВЧ-поля E_x вдоль оси симметрии фокусирующего зеркала ОР в направлении, поперечном образующей цилиндра. Здесь расстояние между осями цилиндров $d = 5$ мм, расстояние между зеркалами $H_{ор} = 10$ мм, радиус кривизны сферической и цилиндрической частей $R_{сф} = R_{ц} = 32$ мм, OS – расположение центра щели вывода энергии. Пунктирными линиями показано распределение E_x для однофокусного сфероцилиндра при тех же длинах волн. Таким образом, если зеркало установлено в ОР так, что это направление совпадает с направлением движения электронного потока, то гауссово распределение по длине взаимодействия для низких частот (кривая 3) трансформируется в почти плоское распределение для частот высоких (кривая 1). Длина эффективного взаимодействия увеличивается. Кроме того, при плоском распределении ВЧ-поля вдоль пространства взаимодействия эффективность его выше, чем при Гауссовом

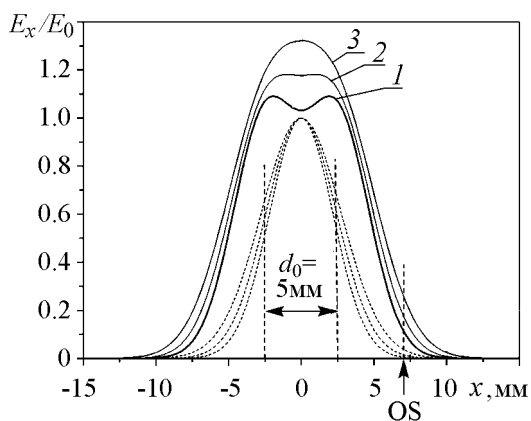


Рис. 3. Распределение амплитуды продольного высокочастотного электрического поля E_x вдоль оси симметрии фокусирующего зеркала ОР, образованного двухфокусным сфероцилиндрическим и плоским зеркалами в направлении, перпендикулярном образующей цилиндра, для различных значений длин волн λ , мм: 1 – 2.0; 2 – 2.5; 3 – 3.2

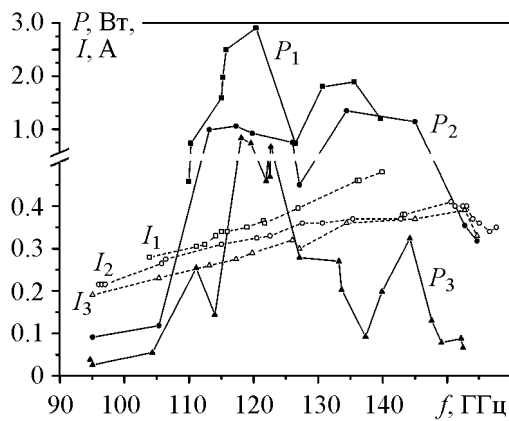


Рис. 4. Зависимости выходной мощности и тока пучка от частоты при поперечной ориентации образующей цилиндров фокусирующего зеркала относительно электронного потока для разных параметров связи ОР с нагрузкой: для $P_1, I_1 - \Delta = +1$; для $P_2, I_2 - \Delta = 0$; для $P_3, I_3 - \Delta = -1$

Видно, что существует оптимальная связь ОР ($\Delta = 0$) с нагрузкой, (когда центр зеркала совпадает с центром ДПС), при которой мощность в диапазоне перестройки от 110 ГГц до 150 ГГц (30%) изменяется не более, чем в 3 раза (-5 дБ от максимальной мощности в 1.3 Вт). При увеличении связи ($\Delta = +1$), (то есть при сдвиге центра зеркала на 1 мм в сторону коллектора), этот диапазон сужается до 20% (115...140 ГГц), хотя максимальная мощность возрастает до 3 Вт. Еще больше полоса сужается при уменьшении связи ($\Delta = -1$), то есть при сдвиге центра зеркала на 1 мм в сторону анода.

Таким образом, с помощью этого фокусирующего зеркала отношение ширины электронного потока к радиусу каустики на плоском зеркале ОР для длин волн 3.2 мм, 2.5 мм и 2.0 мм составила соответственно $2.58r_k$, $2.9r_k$, $3.258r_k$ при максимальной высоте 9.8 мм и $2.67r_k$, $3.07r_k$, $3.45r_k$ для минимальной высоты 7.8 мм, то есть возможно увеличение ширины электронного потока на величину большую, чем $3 r_k$.

Отметим также, что впервые в оротроне с ДПС удалось получить диапазон перестройки в 30% в 2 мм диапазоне волн вблизи четвертьволнового резонанса в щелях периодической структуры. Во многом этому способствовала возможность регулировки связи ОР с нагрузкой за счет смещения фокусирующего зеркала, о котором говорилось выше [26]. Смещение зеркала к аноду ($\Delta = -1$), уменьшает связь ОР с нагрузкой, в первую очередь, для высоких частот, так как для них связь с нагрузкой всегда существенно меньше, чем для низких частот. И, наоборот, смещение к коллектору ($\Delta = +1$) увеличивает эту связь (см. рис. 3).

Затем зеркало было установлено так, чтобы образующие цилиндров были параллельны продольной оси электронного потока, то есть повернуто на 90° вокруг оси симметрии ОР. В такой конфигурации были проведены те же измерения для трех величин связи ОР с нагрузкой (рис. 5). Два положения фокусирующего зеркала вдоль направления движения электронного потока были такими же ($\Delta = 0, \Delta = +1$),

распределении [25]. Эта особенность распределения ВЧ-поля позволяет увеличить эффективность взаимодействия при перестройке на длинах волн короче резонансной длины волны.

Если же зеркало установлено так, что образующая цилиндра параллельна электронному потоку, то это почти плоское распределение ВЧ-поля реализуется поперек потока. Вдоль пространства взаимодействия распределение ВЧ-поля будет иметь вид сдвоенной «полки», переходящей в пересекающиеся Гауссовы распределения на анодном и коллекторном краях зеркала.

На рис. 4 приведены зависимости мощности от частоты для трех разных величин связи ОР с нагрузкой при ширине электронного потока 10 мм, когда фокусирующее зеркало ориентировано так, что образующая цилиндра направлена перпендикулярно потоку.

как и в предыдущем эксперименте, а одно положение ($\Delta = +2$), обеспечивало более сильную связь с нагрузкой. Видно, что при увеличении связи сохраняется та же тенденция увеличения генерируемой мощности и, особенно, на частотах выше частоты четвертьволнового резонанса. Это приводит к выравниванию величины генерируемой мощности по диапазону перестройки. Однако во всем диапазоне перестройки наибольшая величина мощности остается на частоте четвертьволнового резонанса при всех величинах связи ОР с нагрузкой. Тем не менее, диапазон перестройки и в этом случае составляет по уровню -5 дБ величину 18.6% , перекрывая диапазон $112...135$ ГГц.

Таким образом, показано, что в оротроне с ДПС и при таком положении фокусирующего двухфокусного сфероцилиндрического зеркала возможно использование электронных потоков шириной более или равной $3r_k$.

В заключение отметим, что были проведены такие же эксперименты с шириной электронного потока в 14 мм, что соответствует величине больше $4r_k$. Для положения фокусирующего зеркала с образующей цилиндра поперек электронного потока при оптимальной связи с нагрузкой ($\Delta = 0$) генерируемая мощность увеличилась в 4 раза, но на частоте четвертьволнового резонанса и с сильным сужением диапазона перестройки (рис. 6). При этом увеличение тока пучка на коллектор по сравнению с катодом шириной 10 мм произошло в 1.3 раза при незначительном (0.95) уменьшении плотности тока в пучке. Для положения фокусирующего зеркала с образующей цилиндра, направленной вдоль электронного потока, при связи с нагрузкой $\Delta = +1$ генерируемая мощность увеличилась в 1.5 раза, но диапазон перестройки по уровню -5 дБ практически не изменился, то есть составил примерно 19% (рис. 7).

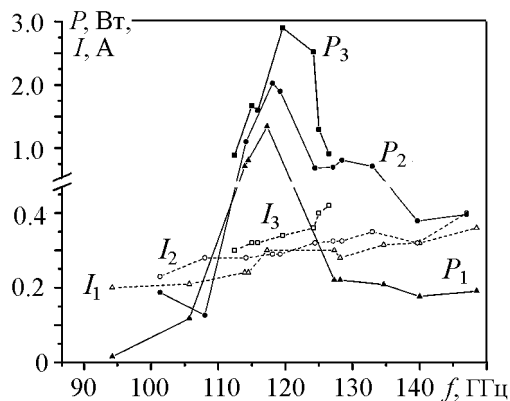


Рис. 5. Зависимости выходной мощности и тока пучка от частоты при продольной ориентации образующей цилиндров фокусирующего зеркала относительно электронного потока для разных параметров связи ОР с нагрузкой: для $P_1, I_1 - \Delta = 0$; для $P_2, I_2 - \Delta = +1$; для $P_3, I_3 - \Delta = +2$

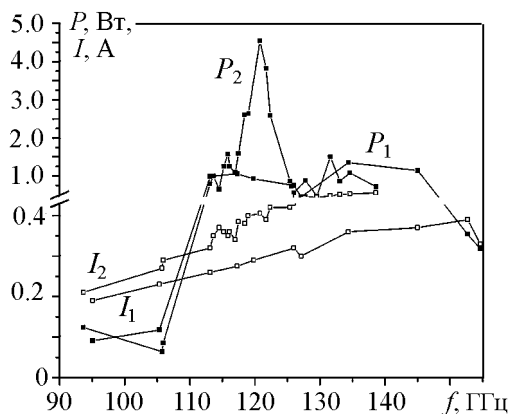


Рис. 6. Зависимости выходной мощности и тока пучка от частоты при поперечной ориентации образующей цилиндров фокусирующего зеркала относительно электронного потока для ширины электронного пучка в мм: $1 - 10.0, 2 - 14.0$

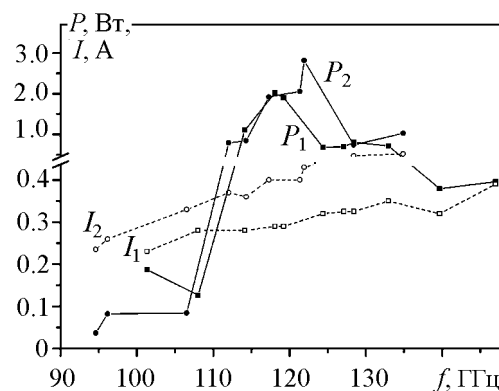


Рис. 7. Зависимости выходной мощности и тока пучка от частоты при продольной ориентации образующей цилиндров фокусирующего зеркала относительно электронного потока для ширины электронного пучка в мм: $1 - 10.0, 2 - 14.0$

Заключение

1. Проведено рассмотрение особенностей электродинамической системы оротрона с двухрядной периодической структурой и их влияние на продвижение оротрона с этой структурой в коротковолновую часть миллиметрового диапазона и субмиллиметровый диапазон. Экспериментально в коротковолновой части миллиметрового диапазона волн показана возможность использования этих особенностей для увеличения генерируемой мощности и уменьшения уровня ее неравномерности в диапазоне перестройки по частоте.

2. Впервые в оротроне диапазона 140...300 ГГц с открытым полусфероцилиндрическим резонатором с образующей цилиндра, параллельной электронному потоку, показана возможность увеличения генерируемой мощности за счет увеличения ширины потока до 3 радиусов каустики.

3. Впервые в оротроне с двухрядной периодической структурой 2 мм диапазона показана возможность увеличения генерируемой мощности за счет использования двухфокусного фокусирующего сфероцилиндрического зеркала открытого резонатора, обеспечивающего увеличение ширины электронного потока до 4 радиусов каустики, причем с образующей цилиндра как поперек, так и вдоль потока.

4. Впервые в оротроне с двухрядной периодической структурой 2 мм диапазона с этим зеркалом показана возможность 20...30% перестройки по частоте с неравномерностью уровня мощности не более 5 дБ.

Работа выполнена при частичной поддержке Программы ОФН РАН «Современные проблемы радиофизики».

Библиографический список

1. Русин Ф.С., Богомолов Г.Д. Генерация электромагнитных колебаний в открытом резонаторе // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 4, № 6. С. 236.
2. Цейтлин М.Б., Мясин Е.А. Оротрон. Анализ эффективных режимов // РЭ. 1993. Т. 38, № 6. С. 961.
3. Генераторы дифракционного излучения / Под ред. В.П. Шестопалова. Киев: Наукова думка, 1991. 320 с.
4. Мясин Е.А. Оротрон – мощный резонансный генератор О-типа сантиметрового и миллиметрового диапазонов длин волн // Радиотехника. 2004. № 2. С. 22.
5. Мясин Е.А. Проблемы создания оротронов с двухрядной периодической структурой коротковолновой части миллиметрового и субмиллиметрового диапазона волн // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, № 9. С. 1.
6. Цейтлин М.Б., Бернашевский Г.А., Котов В.Д., Цицонь И.Т. Анализ работы оротрона в нелинейном режиме // Радиотехника и электроника. 1977. Т. 22, № 7. С. 1515.
7. Цейтлин М.Б., Бернашевский Г.А., Котов В.Д., Нутович Л.М. Анализ энергетических характеристик оротрона в нелинейном режиме // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 24, № 6. С. 1164.

8. *Цейтлин М.Б., Мясин Е.А.* Оротрон. Анализ эффективных режимов // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 6. С. 961.
9. *Ваврив Д.М., Третьяков О.А., Шматько А.А.* К нелинейной стационарной теории резонансных генераторов с длительным взаимодействием // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 11. С. 2354.
10. *Шестопалов В.П.* Дифракционная электроника. Харьков: Изд-во «Вища школа», 1976. С. 191 / Рекламный проспект ИРЭ АН УССР 1990 г. «Генераторы дифракционного излучения».
11. *Белявский Б.А., Цейтлин М.Б.* Анализ работы оротрона на основе двумерной теории // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25, № 5. С. 1108.
12. *Белявский Б.А., Цейтлин М.Б.* Влияние пространственного заряда на расслоение электронного потока в оротроне // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27, № 4. С. 787.
13. *Белявский Б.А., Цейтлин М.Б.* Сопоставление результатов расчета высокоэффективных режимов оротрона на основе одномерной и двумерной теорий // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29, № 6. С. 1171.
14. *Мясин Е.А., Цейтлин М.Б., Белявский Б.А., Соловьёв А.Н. и др.* Оротрон – генератор когерентных электромагнитных колебаний большой мощности в сантиметровом и миллиметровом диапазонах // Рекламный проспект. ИРЭ АН СССР. М., 1990.
15. *Myasin Ye.A., Tseytlyn M.B., Belyavsky B.A., Solovjov A.N. et all.* Study of centimeter and millimeter wave range powerful orotron efficient regimes at the IRE of the academy of sciences of the USSR // 2nd Int. Conference on Millimeter Wave and Far Infrared Technology / Ed. M. Tucker. August 17–21, 1992. Beijing, China. P. 94.
16. *Белявский Б.А., Мясин Е.А., Соловьёв А.Н.* // АС № 1153743 от 05.08.83
17. *Цейтлин М.Б., Мясин Е.А., Нутович Л.М.* Оптимизация параметров оротрона на основе приближённой аналитической теории // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33, № 3. С. 580
18. *Myasin Ye.A., Tseitlin M.B., Nutovich L.M.* Analysis of the electron-wave interaction in the orotron on the basis of the approximate analytic nonlinear theory // IEEE Transactions on ED. 1990. Vol. 37, № 12. P. 2634
19. *Русин Ф.С., Богомолов Г.Д.* Колебательная система оротрона // Электроника больших мощностей / Под ред. П.Л. Капицы. Вып. 5. М.: «Наука», 1968. С. 36.
20. *Цейтлин М.Б., Мясин Е.А., Нутович Л.М.* Оптимизация параметров мощного оротрона сантиметрового диапазона длин волн с целью использования его для исследований плотной плазмы // Радиотехника и электроника. 1990. Т. 35, № 11. С. 2364.
21. *Мясин Е.А., Евдокимов В.В., Ильин А.Ю.* Оротрон с двухрядной периодической структурой диапазона 140–300 ГГц // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56, № 4. С. 454.
22. *Мясин Е.А.* Оротрон. Патент РФ, кл. H01J 25/00. №87829. Б.И. 2009. №29.
23. *Русин Ф.С.* Диссертация на соискание учёной степени д.ф.-м. н. 1984. С. 29.

24. Мясин Е.А., Евдокимов В.В., Ильин А.Ю., Соловьев А.Н. Оротрон. Патент РФ, кл. H01J 25/00. № 87830. Б.И. 2009. № 29.
25. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2-х томах. Т. 1. С. 430. М.: Физматлит, 2003. 496 с.
26. Мясин Е.А., Белявский Б.А., Соловьев А.Н. Оротрон. Патент РФ, кл. H01J 25/00 № 2274922. Б.И. 2006. № 11.

ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН,
Фрязино

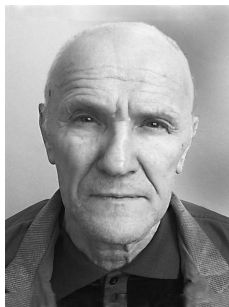
Поступила в редакцию 24.04.2012

METHODS OF OUTPUT POWER INCREASING IN OROTRON WITH DOUBLE-ROW PERIODIC STRUCTURE IN THE SHORT-WAVELENGTH PART OF MILLIMETER-WAVE RANGE

Ye.A. Myasin, V.V. Evdokimov, A.Yu. Il'yn

The peculiarities of the orotron double-row electrodynamic system and methods of output power increase were investigated. For the first time in the experimental model of orotron with electrodynamic system consisting of double-row plain periodic structure (DRPS) and sphere-cylindrical focusing mirror the possibility of using wide electron beam in order to output power increase in 140...300 GHz frequency range is demonstrated. The second experimental achievement showed here is the proof of opportunity of using wide electron beam for the same purpose in 2 mm orotron with focusing mirror of complicated double-spherocylindrical shape. In the first case the maximum width of electron beam was of the order of 3 caustic radii, but in the second case the maximum width of electron beam exceeded the value of 4 caustic radii. For the first time the possibility of 20–30 % frequency tuning with the power level irregularity less than 5 dB is demonstrated in 2 mm orotron with DRPS and the same mirror.

Keywords: Orotрон, double-row periodic structure, open resonator, millimeter-wave range, terahertz range.



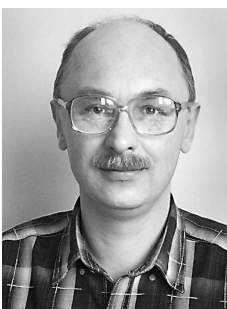
Мясин Евгений Анатольевич – родился в Новосибирске (1938), окончил Московский инженерно-физический институт (МИФИ, 1961). С 1962 года работает в ИРЭ АН СССР сначала в должности младшего затем старшего научного сотрудника. В 1966 году установил связь между возникновением генерации шума и нелинейным режимом ЛБВ в автогенераторе с задержанной обратной связью из двух ЛБВ, замкнутых в кольцо. Соавтор заявки на способ генерации и устройство генератора шума (Шумотрон, 1967). Защитил диссертацию на соискание степени кандидата технических наук (ИРЭ, 1970) в области радиофизики и СВЧ-электроники. Лауреат Государственной премии СССР (1980). С 1980 года по настоящее время заведующий лабораторией генерации и усиления электромагнитных волн миллиметрового диапазона в ФИРЭ АН СССР, теперь – Фрязинского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук. Опубликовал (в том числе в соавторстве) 105 статей и сделал 49 докладов на Российских и Международных конференциях по направлениям, указанным выше.

141190 РФ, Московская область, Фрязино, площадь им. Введенского, д. 1
ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: eam168@ms.ire.rssi.ru



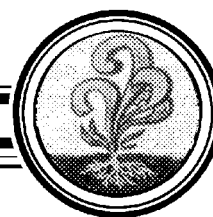
Евдокимов Валерий Вячеславович – родился в Красноярском крае (1941), окончил физический факультет Московского университета им. М.В. Ломоносова (1964). После окончания МГУ работал за рубежом. С 1966 года по настоящее время работает во Фрязинском филиале ИРЭ АН СССР, теперь ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, сначала в должности м.н.с., затем исполняющего обязанности заведующего лабораторией. В настоящее время старший научный сотрудник. Область научных интересов: физика и техника миллиметровых волн, СВЧ-электроника. Опубликовал в соавторстве 27 статей и соавтор 42 докладов на Российских и Международных конференциях по направлениям, указанным выше.

141190 РФ, Московская область, Фрязино, площадь им. Введенского, д. 1
ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: eam168@ms.ire.rssi.ru



Ильин Андрей Юрьевич – родился в Ростове-на-Дону (1966). Работает в ФИРЭ АН СССР с 1985 года. После службы в рядах Советской Армии в 1988 году вернулся на работу в ФИРЭ в лабораторию на должность старшего техника. Окончив с отличием Московский институт радиотехники, электроники и автоматики (МИРЭА, 1993), он прошел в этой лаборатории путь от инженера до главного электроника. Высококвалифицированный специалист-экспериментатор, подготавливает сложный эксперимент (фактически собирает макеты приборов) и принимает участие в экспериментальном исследовании приборов О-типа (орotronов) коротковолновой части миллиметрового диапазона. Область научных интересов: компьютерные технологии и СВЧ-электроника. Опубликовал в соавторстве 15 статей и соавтор 36 докладов на Российских и Международных конференциях по направлениям, указанным выше.

141190 РФ, Московская область, Фрязино, площадь им. Введенского, д. 1
ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: eam168@ms.ire.rssi.ru



РАЗРАБОТКА В СПБГПУ ПОЛЕВЫХ ЭМИТТЕРОВ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ, РАБОТАЮЩИХ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВАКУУМЕ*

Г.Г. Соминский, В.Е. Сезонов, И.А. Светлов, Т.А. Тумарева, Е.П. Тарадаев

Описаны разработанные в СПбГПУ способы повышения долговечности полевых эмиттеров при работе их в техническом вакууме. Рассмотрены две возможности обеспечения долговечной работы эмиттеров: при использовании специальных защитных фуллереновых покрытий, а также при построении эмиттеров нового типа, в которых для получения автоэмиссии используются поля пятен на контакте материалов с разной работой выхода.

Ключевые слова: Полевые эмиттеры, защитные фуллереновые покрытия, острийные катоды, композитные катоды, слоистые катоды из материалов с разной работой выхода, исследования в широком интервале давлений, эксперимент, расчет.

Введение

Использование полевых эмиттеров привлекательно при построении широкого класса электронных устройств. Однако эмиттеры такого сорта до сих пор с успехом применяются лишь в условиях, когда можно свести к минимуму вредное влияние на их работу ионной бомбардировки [1]. В статье описаны разрабатываемые в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете (СПбГПУ) способы повышения долговечности полевых эмиттеров при работе их в техническом вакууме [1–4]. Рассмотрены две возможности обеспечения долговечной работы эмиттеров: с помощью специальных защитных фуллереновых покрытий, а также при построении эмиттеров нового типа, в которых для получения автоэмиссии используются поля пятен на контакте материалов с разной работой выхода. В разделе 1 описаны результаты исследования эмиттеров с фуллереновыми покрытиями. Раздел 2 посвящен изучению слоистых эмиттеров, изготовленных из материалов с разной работой выхода.

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиопериферии, Саратов, Россия, 6-11 февраля 2012.

1. Эмиттеры с фуллереновыми покрытиями

1.1. Методика исследования эмиттеров с фуллереновыми покрытиями.

Исследовались острийные катоды из вольфрама, а также острийные вольфрамовые катоды со слоем карбида вольфрама на поверхности. Радиус вершины катодов варьировался в пределах 0.3...0.7 мкм.

Исследования проводились с использованием вакуумной установки с полевым эмиссионным микроскопом-проектором [1]. Для контроля процессов на поверхности эмиттера регистрировались его эмиссионные изображения на экране проектора. Установка оснащена системой напыления фуллереновых покрытий, а также источником ионов калия K^+ , который использовался для активирования покрытий. Источник обеспечивал потоки ионов на катод до 10^{-6} А/см². Энергии ионов W_i варьировались в пределах 40...5000 эВ.

Вакуумная установка подвергалась непрерывной откачке. Использование системы напуска газов позволяло исследовать работу катодов в широком интервале давлений остаточного газа приблизительно от 10^{-9} до 10^{-6} Торр, а также при напуске в вакуумную систему азота.

Фуллереновые покрытия обладают большой работой выхода (около 5 эВ). Для получения интенсивной полевой эмиссии при умеренных рабочих напряжениях на поверхности покрытий в результате их полевой и температурной обработки формировались распределенные структуры усиливающих электрическое поле выступов. Типичные структуры показаны на рис. 1.

Дополнительное снижение рабочих напряжений достигалось в результате активирования фуллереновых покрытий потоком ионов калия [2]. Обработка покрытия медленными ионами калия с энергиями порядка 40...100 эВ приводит к снижению его работы выхода из-за образования в покрытии металлофуллеренов типа эндоэдралов ($C_{60}@K$) и/или экзоэдралов ($K@C_{60}$).

1.2. Работа эмиттеров с активированными фуллереновыми покрытиями в высоком вакууме (порядка 10^{-9} Торр). Если эмиттер не подвергнут специальной тренировке, ток полевой эмиссии с него меняется во времени. При малых токах, даже в сверхвысоком вакууме, изменение тока очевидно связано с оседанием газов и с воздействием ионной бомбардировки. Для предварительно очищенного

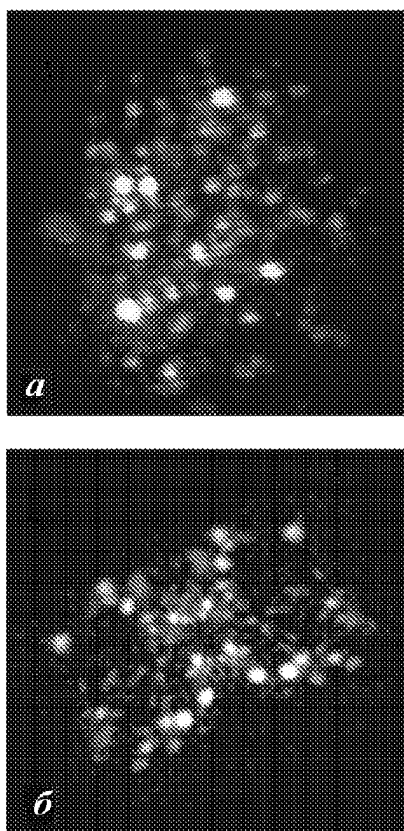


Рис. 1. Распределенные структуры выступов на эмиттерах с фуллереновыми покрытиями: *a* – на вольфрамовом острие, *б* – на острие со слоем карбида вольфрама на поверхности

эмиттера при малом начальном токе $I_0 = 0.05$ мкА падение тока (рис. 2, *a*) связано с адсорбцией остаточного газа. Меньшее изменение тока при начальном токе $I_0 = 0.1$ мкА (рис. 2, *б*) обусловлено десорбцией газа под действием ионной бомбардировки, интенсивность которой увеличивается с ростом величины I_0 . При еще большем начальном токе $I_0 = 0.5$ мкА процессы адсорбции и десорбции газов, видимо, уравниваются друг друга, и увеличение тока (рис. 2, *в*) связано, в основном, с перестройкой покрытия под действием неоднородных электрических полей.

Перестройку покрытия при отборе токов $0.5 \leq I \leq 3.1$ мкА иллюстрирует рис. 3. Показаны эмиссионные изображения катода на разных участках характеристики $I(t)$ (см. рис. 2, *в*). При отборе тока формируются центры повышенной эмиссии. Рост тока с выделенных центров эмиссии связан с увеличением высоты этих центров в результате «втягивания» на их вершину под действием неоднородных полей расположенных поблизости и слабо связанных с поверхностью поляризованных молекул фуллерена и/или металлофуллеренов.

Тренировка при токах порядка 5...40 мкА (рис. 4, *a*) стабилизирует работу катодов при последующем отборе с их поверхности токов ориентировочно до 10 мкА (рис. 4, *б*). Способствует стабилизации работы катодов также прогрев сформированных покрытий в отсутствие электрического поля при температуре порядка 900 К.

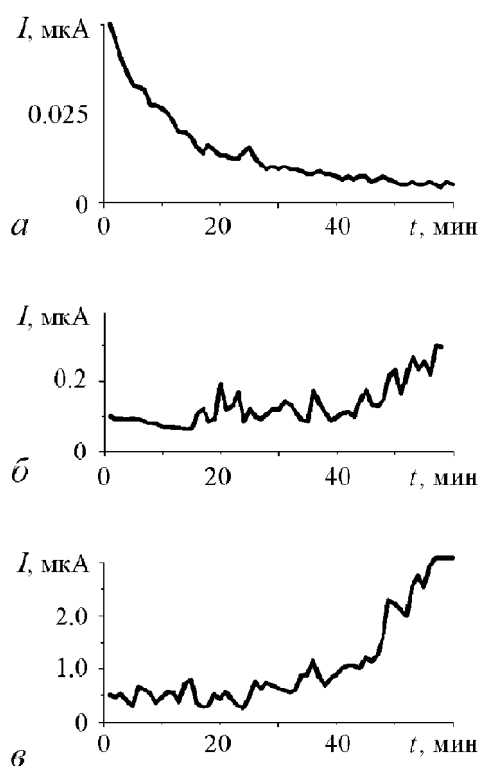


Рис. 2. Изменения тока эмиссии при разных начальных его значениях и постоянном напряжении, I_0 (мкА) = 0.05 (*a*); 0.1 (*б*); 0.5 (*в*)

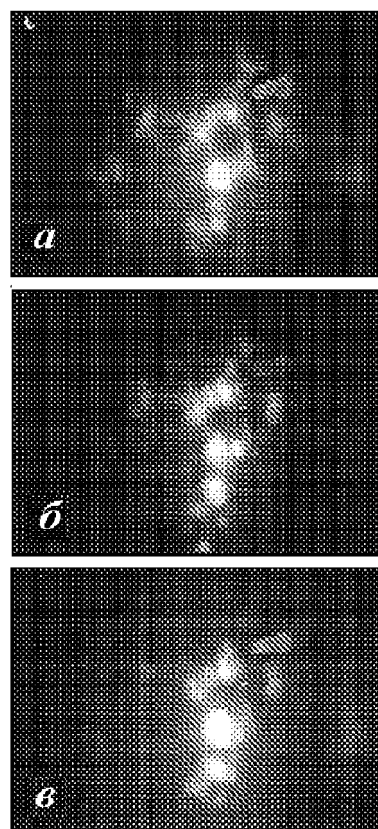


Рис. 3. Эмиссионные изображения катода, зафиксированные при разных значениях тока эмиссии I (мкА) = 0.5 (*a*); 0.9 (*б*); 3.1 (*в*) в процессе измерения характеристики рис. 2, *в*

В процессе измерения характеристики $I(t)$ (рис. 4, *a*) неоднородности эмиссии увеличиваются, так как на вершину выделенных центров эмиссии вытягивается все большее количество поляризованных молекул. На рис. 5, *a, б* показаны эмиссионные изображения, полученные при разных токах в процессе измерения характеристики рис. 4, *a*. Прогрев катода после измерения характеристики $I(t)$ (см. рис. 4, *a*) ведет к «освобождению» покрытия (в том числе и окрестностей сформировавшегося при отборе больших токов выделенного эмиссионного центра) от слабо связанных с поверхностью частиц (рис. 5, *в*). Молекулы металлофуллеренов имеют больший дипольный момент, чем молекулы C_{60} [6], быстрее вытягиваются в этот центр и сильнее связаны с ним. Можно предположить поэтому, что тренировка эмиттера в сильных полях и его прогрев ведут к удалению с поверхности более слабо связанных с поверхностью молекул C_{60} и атомов калия, появившихся в покрытии при его активировании потоком ионов. Освобождение окрестностей сформировавшегося центра повышенной эмиссии от этих частиц препятствует дальнейшему его росту при умеренных токах до 10 мкА.

При начальных токах более 15...20 мкА тренировка и прогрев катода не позволяют исключить самопроизвольного нарастания эмиссии при постоянном напряжении. Когда ток с катода с активированным фуллереновым покрытием приближается к предельному значению ~ 50 мкА, происходит разрушение покрытия или эмиттера. При токах, близких к предельному, количество выделенных эмиссионных центров на поверхности катода уменьшается до 1...3. Одновременно увеличиваются плотность тока с этих выступов и поле у их поверхности, что, видимо, и ведет к разрушению эмиттера под действием пондеромоторных сил и/или из-за перегрева.

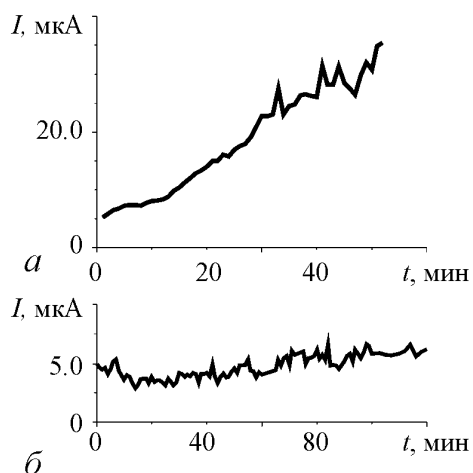


Рис. 4. *a* – тренировка катода в процессе спонтанного нарастания тока эмиссии от начального значения $I_0 = 5$ мкА; *б* – иллюстрация стабильной работы катода при $I_0 = 5$ мкА после окончания тренировки в процессе измерения характеристики рис. 4, *a*

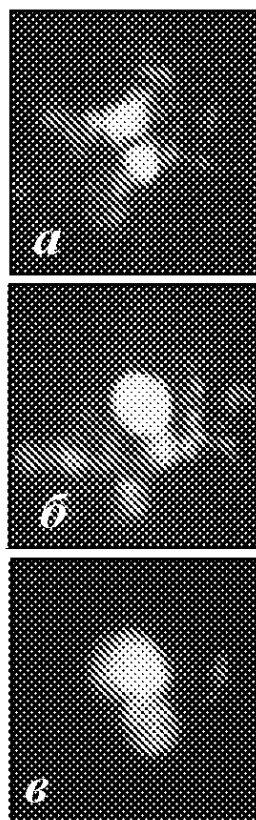


Рис. 5. Эмиссионные изображения, полученные в процессе измерения характеристики рис. 4, *a* при токах 15 мкА (*a*) и 35 мкА (*б*). Изображение (*в*) получено при отборе тока 15 мкА после завершения тренировки и последующего прогрева катода

1.3. Работа эмиттеров с активированными фуллереновыми покрытиями в техническом вакууме. Естественно было бы ожидать, что предельные токи с эмиттера с фуллереновым покрытием могут быть увеличены, если удастся воспроизвести распределенную эмиссионную структуру на поверхности покрытия и обеспечить ее существование при больших токах. Длительная (порядка 2 часов) обработка покрытия потоком ионов калия с энергией $W_i = 1500...5000$ эВ и с плотностью тока $5 \cdot 10^{-7}$ А/см² позволяет разрушить сформировавшиеся при отборе больших токов выделенные эмиссионные центры и повысить однородность структуры выступов на поверхности покрытия. Однако после прекращения ионной обработки в процессе работы при токах, близких к предельному, структура выступов вновь становится существенно неоднородной.

Была исследована возможность функционирования эмиттеров с активированными фуллереновыми покрытиями в техническом вакууме, в условиях, когда обеспечивается непрерывная интенсивная его бомбардировка ионами остаточного газа. Покрытия создавались стандартным образом при давлении порядка 10^9 Торр, а затем исследовалась работа катодов с такими покрытиями при повышенном давлении остаточного газа или азота в экспериментальном приборе.

На рис. 6, *а* приведено изображение эмиттера сразу после его активирования потоком ионов калия. Затем давление остаточного газа повышалось до $5 \cdot 10^{-7}$ Торр и проводилась тренировка эмиттера с отбором токов до 10 мкА. Как и ожидалось, в условиях интенсивной ионной бомбардировки практически не возникали выделенные центры эмиссии и эмиссия была достаточно однородна (рис. 6, *б-г*) при отбираемых токах свыше 130 мкА.

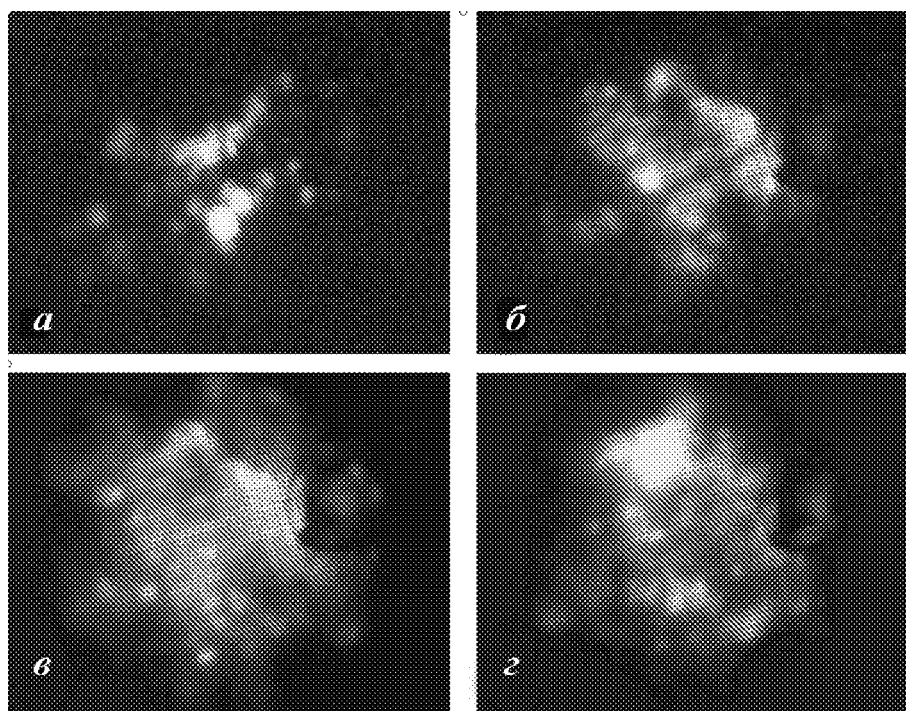


Рис. 6. Эмиссионные изображения катода: *а, б* – измерения при давлении $\sim 10^{-9}$ Торр и $I = 0.01$ мкА (*а* – сразу после активировки; *б* – после тренировки при повышенном давлении $5 \cdot 10^{-7}$ Торр); *в* и *г* – измерения при $5 \cdot 10^{-7}$ Торр ($I = 65$ мкА (*в*), 130 мкА (*г*))

Таким образом, проведенные исследования показали, что эмиттеры с активированными фуллереновыми покрытиями в условиях технического вакуума обеспечивают отбор токов полевой эмиссии, существенно превышающих по величине предельно достижимые токи с их поверхности в условиях высокого вакуума.

Во время работы эмиттера при повышенном давлении на поверхности покрытия существовало большое число (порядка 100) приблизительно одинаковых по размерам эмиссионных центров. Отдельные центры появлялись и исчезали, однако их общее количество оставалось во время работы катода практически неизменным. Автоэмиссионная картина имела «мерцающий» характер.

Как нам представляется, с учетом свойств молекул фуллерена и металлофуллеренов можно предложить следующее объяснение причин устойчивой работы созданных катодов с активированными фуллереновыми покрытиями в условиях интенсивной ионной бомбардировки.

Известно, что молекулы фуллерена и металлофуллерены характеризуются достаточно прочными связями атомов углерода в них (см., [7–9]). Например, энергия связи атомов углерода в молекуле C_{60} равна 6.99 эВ. С другой стороны, связи этих молекул между собой и с твердотельной подложкой значительно слабее [9,10]. Например, энергия связи термически нанесенной фуллереновой пленки с графитовой подложкой всего 1.69 эВ. По этой причине под действием ионной бомбардировки в исследованных фуллереновых покрытиях скорее разрушаются связи между молекулами фуллеренов (металлофуллеренов), нежели связи между атомами в молекулах. Как следует из полученных данных, ионная бомбардировка практически не приводит к разложению фуллереновых молекул и образованию аморфного углерода на поверхности. Об этом говорят как эксперименты, связанные с обработкой фуллереновых покрытий потоками ионов калия, так и эксперименты при повышенном давлении остаточного газа. Быстрые ионы, падающие на катод, видимо, выделяют большую часть своей энергии в подложке, хотя и разрушают по пути к подложке часть существующих на фуллереновом покрытии эмиссионных центров. Однако «освободившиеся» из разрушенных выступов поляризованные молекулы фуллеренов или металлофуллеренов, перемещаясь под действием неоднородных электрических полей, захватываются соседними центрами (выступами) или создают новые центры повышенной эмиссии. Вероятно, именно эти процессы являются причиной «мерцающего» характера автоэмиссионных изображений катода с фуллереновым покрытием. Такой процесс воспроизведения центров повышенной эмиссии позволяет фуллереновым покрытиям быть устойчивыми к ионной бомбардировке и сохранять созданную на их поверхности распределенную структуру выступов.

Выявленный эффект самовоспроизведения распределенной структуры активированного фуллеренового покрытия в условиях интенсивной ионной бомбардировки может значительно повысить долговечность работы эмиттера в условиях технического вакуума и выгодно отличает фуллереновые покрытия от защитных покрытий другого типа, которые разрушаются под действием ионной бомбардировки.

Самовоспроизведение структуры покрытия имеет место в широком интервале отбираемых токов эмиссии (от 3 до 130 мкА).

1.4. Основные результаты исследования работы острийных эмиттеров с активированными фуллереновыми покрытиями. Подводя итоги исследования работы острийных полевых эмиттеров с активированными фуллереновыми покрытиями, укажем важнейшие полученные результаты.

- Выявлены механизмы изменения токов эмиссии в процессе работы эмиттеров, связанные с адсорбцией газов, с ионной бомбардировкой катода, а также с изменением структуры покрытия в результате перемещения поляризованных молекул фуллерена и металлофуллеренов под действием неоднородных полей. Определены условия максимально стабильной работы эмиттеров с активированными фуллереновыми покрытиями.
- Определены закономерности и причины разрушения покрытий.
- Продемонстрирована возможность использования обработки потоком ионов для повышения однородности распределенных структур выступов на поверхности фуллереновых покрытий.
- Выявлено явление самовоспроизведения активированных фуллереновых покрытий в условиях интенсивной ионной бомбардировки и показана возможность их использования в качестве защитных для обеспечения долговечной работы полевых эмиттеров в техническом вакууме.
- Обнаружена возможность повышения предельных отбираемых токов полевой эмиссии с острийных катодов с активированными фуллереновыми покрытиями в условиях интенсивной бомбардировки ионами остаточного газа.

2. Использование контактных полей пятен для получения полевой эмиссии

2.1. Исследование композитных катодов гексаборид лантана – пирографит и химически однородных катодов из гексаборида лантана. Как уже говорилось в разделе 1, для получения полевой эмиссии при умеренных рабочих напряжениях на поверхности эмиттеров формируют структуры усиливающих электрическое поле выступов. Разрушение этих выступов под действием ионной бомбардировки, зачастую, является основной причиной выхода из строя полевых эмиттеров. Мы решили рассмотреть другой способ создания необходимых для полевой эмиссии сильных полей, не требующий формирования усиливающих поле структур.

Известно, что поля более 10^7 В/см могут возникать при тесном контакте материалов с разной работой выхода $e\phi$. Контактные поля пятен хорошо известны [5], но до сих пор не анализировалась возможность их использования для получения автоэмиссии. Впервые данные о возможности использования контактных полей для автоэмиссии мы получили, сравнив работу композитных катодов из контрастных по работе выхода материалов с работой химически однородных катодов. Была изучена полевая эмиссия композитного катода из гранул LaB_6 ($e\phi \approx 2.5...3.8$ эВ) в матрице из пирографита ($e\phi \approx 4.7$ эВ), а также химически однородного катода из гра-

нул LaB_6 . Композитные катоды и химически однородные катоды имели одинаковую форму в виде дисков диаметром 20 мм и толщиной 1 мм.

Для получения информации о поверхности катодов (рис. 7, 8) использовался растровый электронный микроскоп JEOL FESEM с рентгеновским анализатором.

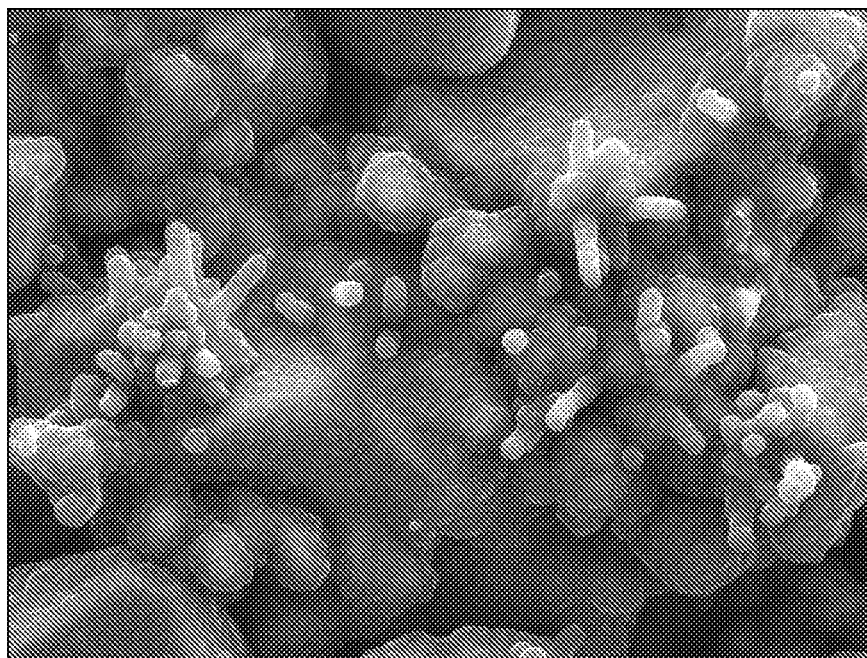


Рис. 7. Изображение композитного катода, полученное с помощью растрового электронного микроскопа

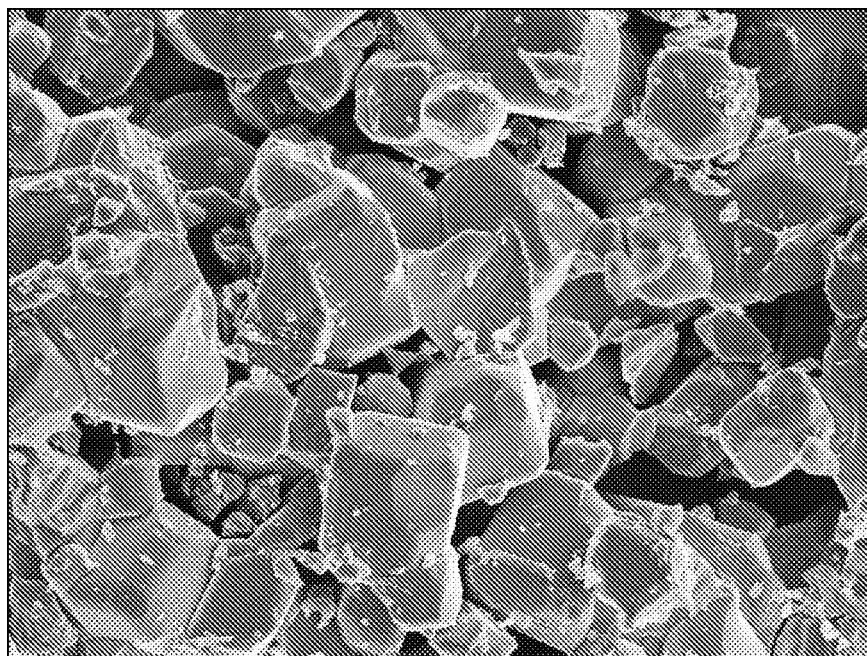


Рис. 8. Изображение химически однородного гексаборид-лантанового катода, полученное с помощью растрового электронного микроскопа

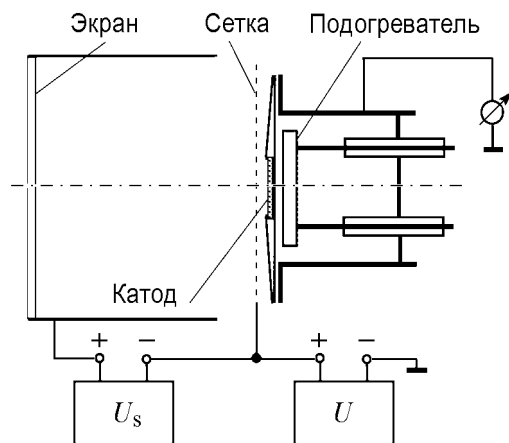


Рис. 9. Схематическое изображение измерительной системы, использованной для исследования композитного и химически однородного катодов

вторичную эмиссию с экрана, на него подавалось положительное относительно сетки напряжение 50...100 В. Исследования композитных и химически однородных катодов проводились в техническом вакууме порядка $(1...4) \cdot 10^{-7}$ Торр.

В термоэмиссионных измерениях было определено, что работа выхода поверхности химически однородного гексаборид-лантанового катода $e\phi \approx 3.7$ эВ. Большая часть поверхности композитного катода покрыта пирографитом. Поэтому средняя по его поверхности работа выхода существенно больше и близка к работе выхода пирографита (4.7 эВ).

Усиление поля на неоднородностях поверхности исследованных катодов не превышало примерно 30...50 и уменьшалось в процессе их тренировки с отбором тока (в процессе формовки).

Полевая эмиссия композитного катода была мала и нестабильна в начале эксплуатации. В процессе длительной (десять часов) тренировки с отбором тока его эмиссия увеличивалась и стабилизировалась, несмотря на то, что в процессе тренировки практически разрушались состоящие из углерода вис커сы на его поверхности и уменьшалось усиление поля на них. Однако, судя по данным, полученным с помощью рентгеновского анализатора, в процессе этой тренировки освобождались от покрытия пирографитом некоторые участки расположенных на поверхности катода гранул гексаборида лантана. Поэтому рост тока композитного катода можно связать с «выходом» на поверхность контактов LaB_6 – пирографит.

После завершения формовки полевая эмиссия композитного катода достигала 50...80 мкА при аномально малых средних по поверхности катода полях $E = U/d \sim (3...4) \cdot 10^4$ В/см. Автоэмиссия химически однородного катода из гексаборида лантана слабо менялась во время формовки и при таких же значениях среднего поля не превышала $\sim (1...5) \cdot 10^{-1}$ мкА.

Разница в токах автоэмиссии композитного и химически однородного катодов может быть объяснена, с нашей точки зрения, влиянием полей пятен у границ LaB_6 и пирографита, которые появляются в процессе формовки на поверхности катодов первого типа и отсутствуют у химически однородных катодов.

Еще одно свидетельство влияния контактных полей пятен получено при исследовании влияния на полевую эмиссию нагрева и охлаждения катодов. Ток полевой эмиссии композитного катода меняется с изменением его температуры T .

В триодной системе, схематически изображенной на рис. 9, измерялись эмиссионные характеристики катодов. Токи эмиссии измерялись с помощью прибора, включенного в цепь катода. Поле у поверхности катода создавалось при подаче напряжения U на сетку с высокой прозрачностью (около 75%) относительно заземленного через измерительный прибор катода. Поток электронов с катода, прошедших через сетку, бомбардировал поверхность флюоресцирующего экрана. Наблюдение эмиссионных изображений на экране позволяло определить распределение потока электронов. Чтобы свести к минимуму

Рис. 10 иллюстрирует изменения тока полевой эмиссии композитного катода, происходящие при постоянном напряжении $U = 9.3$ кВ. Стрелками на рисунке обозначены моменты включения и выключения накала катода. При включении накала температура катода увеличивается от комнатной приблизительно до 600 К. Такой сравнительно слабый нагрев вызывает резкое уменьшение тока полевой эмиссии. Выключение накала ведет к увеличению тока эмиссии, которая, хоть и более инерционно, возвращается приблизительно к исходному значению.

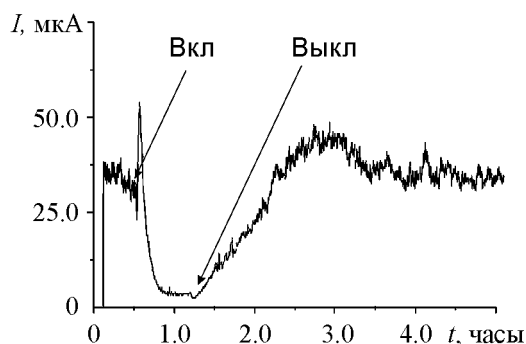


Рис. 10. Иллюстрация влияния нагрева и охлаждения на полевую эмиссию композитного катода. На зависимости тока от времени отмечены моменты включения и выключения накала

Коренным образом отличается ситуация при исследовании влияния нагрева на работу химически однородного катода. Нагрев практически не меняет эмиссию такого катода вплоть до температур порядка 1000...1100 К. При больших температурах ток увеличивается из-за появления термоэмиссии.

Влияние нагрева на эмиссию композитного катода можно связать с изменением расстояния между границами материалов с разной работой выхода (LaB_6 и пирографита), имеющих разные коэффициенты расширения, и к изменению полей пятен, ответственных за полевую эмиссию.

2.2. Расчет полевой эмиссии под действием полей пятен на границе приведенных в контакт материалов с разной работой выхода. Чтобы лучше разобраться в возможностях автоэмиссии под действием полей пятен приведенных в контакт материалов с разной работой выхода, необходимо определить распределение полей в контактных областях и плотности токов эмиссии, а также закономерности переноса электронов из области контактных полей на анод. Для контакта LaB_6 – пирографит эти задачи были решены в численных расчетах с использованием программы Comsol.

Анализировались закономерности процессов в достаточно простой модели контакта гранул гексаборида лантана с пирографитом на поверхности композитного катода. Избранную модель и движение электронов поясняет рис. 11. Принято: $\Delta l = 0.3$ нм, $\Delta e\phi = 1$ эВ, радиус закругления приведенных в контакт материалов $R = 0.3$ нм. На рис. 12 изображены полученные в расчетах распределения внешнего электрического поля E_o , поля контактной разности потенциалов E_c и суммарного поля E_s у поверхности пирографита. Здесь же показано распределение плотности тока эмиссии J .

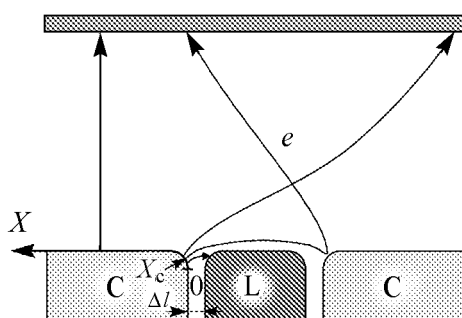


Рис. 11. Контакт слоя LaB_6 (L) с пирографитом (C). Δl – расстояние между границами материалов. X_c – критическое значение координаты X , разграничивающей участки пирографита, с которых электроны достигают анода и возвращаются на катод

Наибольший вклад в эмиссию дает участок пирографита вблизи критического значения координаты $X = X_c$. Плотность тока с этого участка увели-

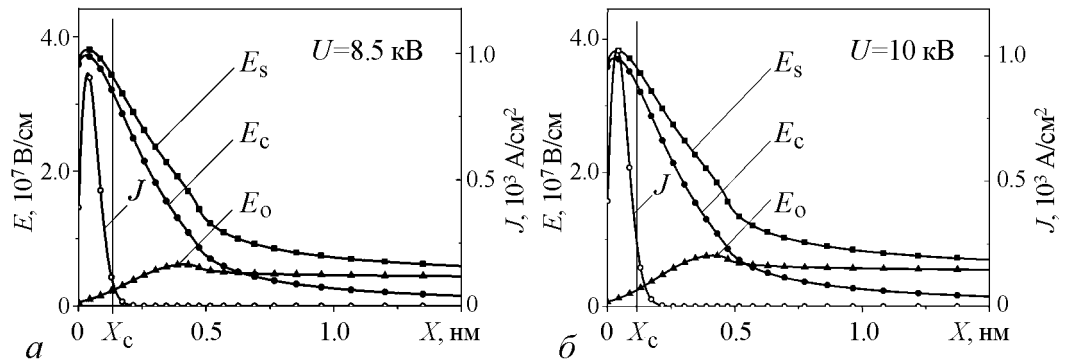


Рис. 12. Рассчитанные распределения внешнего электрического поля E_o , поля контактной разности потенциалов E_c и суммарного поля E_s у поверхности пирографита, а также плотности тока эмиссии J с его поверхности

чивается с напряжением и достигает значений более 10^2 А/см². Электроны перемещаются на анод при значениях внешнего поля $E_o < E_c$.

Таким образом, сравнительное исследование работы композитного и химически однородного катодов, а также проведенные расчеты свидетельствуют о возможности получения интенсивной полевой эмиссии под действием полей пятен приведенных в контакт материалов с разной работой выхода. В связи с этим была сделана попытка создания слоистого полевого эмиттера из приведенных в контакт материалов с разной работой выхода. В следующем параграфе описаны созданные слоистые эмиттеры и первые результаты экспериментального их исследования.

2.3. Создание и экспериментальное исследование слоистых катодных систем. Для дополнительной проверки возможности полевой эмиссии под действием полей пятен были созданы катоды из расположенных в тесном контакте слоев материалов с разной работой выхода и измерена эмиссия с таких катодов. В катоде С1 (рис. 13) на подложку F из тонкой фольги с работой выхода $e\phi_0$ нанесены слои 1 материалов с работами выхода $e\phi_2$ и $e\phi_1$. В катоде С2 поверх слоев 1 нанесены слои 2. Наконец, третий катод С3 содержал слои 1, 2 и 3. Соотношение работ выхода использованных материалов определяется неравенствами $e\phi_0 > e\phi_1$, $e\phi_2 > e\phi_1$.

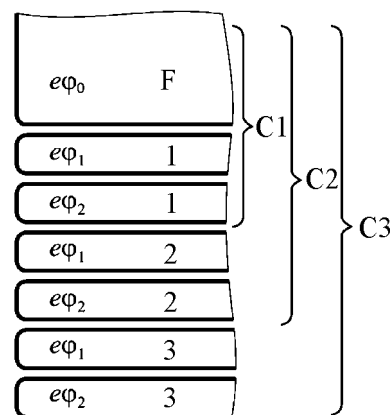


Рис. 13. Исследованные слоистые катодные системы С1, С2, С3. F – фольга-подложка

В измерительной системе, изображенной на рис. 14, были измерены токи полевой эмиссии с торцевой (левой на рис. 13) поверхности проводящей подложки, а также с торцевой поверхности слоистых катодов. На рис. 15 показаны вольт-амперные характеристики подложки (F), катодов С1, С2 и С3.

Значения внешнего электрического поля, создаваемого напряжением U у поверхности подложки и у поверхности всех слоистых катодных систем, не превышали 10^7 В/см. Ток с катода С1 значительно превосходил ток с подложки и увеличивался с ростом количества нанесенных на подложку слоев (С2, С3). Электрические поля у торцевой поверх-

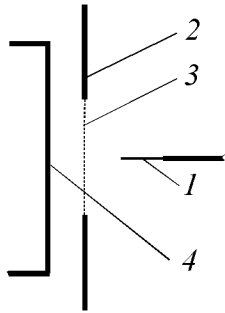


Рис. 14. Схематическое изображение измерительной системы, использованной для исследования слоистых катодов. 1 – катод, 2 – управляющий электрод с сеткой, 3 – сетка, 4 – коллектор

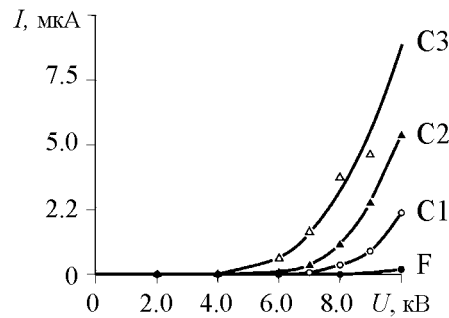


Рис. 15. Вольт-амперные характеристики подложки (F) и слоистых катодов C1, C2, C3

ности катодов, связанные с подключением анодного напряжения, не могут обеспечить получение измеряемых токов с катодов C1, C2 и C3. Но такого масштаба токи могут быть обусловлены эмиссией электронов из областей контакта материалов с разной работой выхода, где, как показывают расчеты, поля достигают значений порядка $(3...4) \cdot 10^7$ В/см. Созданные слоистые структуры стабильно работали в условиях технического вакуума $(1...4) \cdot 10^{-7}$ Торр в процессе всех испытаний.

Таким образом, проведенные эксперименты и расчеты подтверждают возможность получения полевой эмиссии с помощью катодных систем, созданных из контрастных по работе выхода материалов. Такие системы могут быть долговечными при эксплуатации в условиях технического вакуума не только в низковольтных, но и в высоковольтных электронных приборах.

Описанное в работе действие контактных полей пятен является одной из возможных причин существования низких порогов полевой эмиссии не только у изученных композитных и слоистых катодов, но также и у другого типа неоднородных по химическому и/или фазовому составу эмиттеров.

Авторы благодарны сотрудникам ЦНИИМ (Санкт-Петербург) С.К. Гордееву и С.Б. Корчагиной за предоставленные образцы композитного и химически однородного катодов, а также сотруднику ФТИ им. А.Ф. Иоффе Д.А. Саксееву за выполненную работу по контролю поверхности исследованных катодов с помощью растрового электронного микроскопа JEOL FESEM.

Данная работа выполнена при поддержке грантом Правительства по договору № 11.G34.31.0041 с Министерством образования и науки Российской Федерации, а также грантом РФФИ № 11-02-00425.

Библиографический список

1. Тумарева Т.А., Соминский Г.Г. Разработка и совершенствование полевых эмиттеров на основе содержащих углерод материалов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2009. Т. 17, № 3. С. 17.
2. Тумарева Т.А., Соминский Г.Г., Светлов И.А., Морозов А.Н. Активированные потоком ионов калия полевые эмиттеры с фуллереновыми покрытиями в сильных электрических полях // ЖТФ. 2008. Т. 78, № 11. С. 119.
3. Соминский Г.Г., Сезонов В.Е., Тумарева Т.А. Полевая эмиссия электронов под действием полей пятен при наноразмерном контакте материалов с разной работой выхода // Труды международной научно-технической конференции «Нанотехнологии функциональных материалов (НФМ-10)», 22–24 сентября 2010, Санкт-Петербург. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2010. С. 622.

4. *Тумарева Т.А., Соминский Г.Г., Светлов И.А., Пантелеев И.С.* Использование ионной обработки для повышения качества полевых эмиттеров с фуллереновыми покрытиями // *ЖТФ*. 2012. Т. 82, № 1. С. 114.
5. *Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В.* Эмиссионная электроника. М.: «Наука». 1966. 564 с.
6. *Елецкий А.В.* Эндоэдральные структуры // *Успехи физических наук*. 2000. Т. 170, № 2. С. 113.
7. *Kadish M.K., Ruoff R.S.* Fullerenes. Canada: Published by John Wiley & Sons. 2000. P. 549.
8. *Соколов В.И., Станкевич И.В.* Фуллерены – новые аллотропные формы углерода: структура, электронное строение и химические свойства // *Успехи химии*. 1993. Т. 62, № 5. С. 455.
9. *Макарова Т.Л., Захарова И.Б.* Электронная структура фуллеренов и фуллеритов. Санкт-Петербург: «Наука», 2001. 70 с.
10. *Ходорковский М.А., Мурашов С.В., Артамонова Т.О., Шахмин А.Л., Беляева А.А.* Исследование энергии связи между молекулами фуллерена в тонких пленках // *Письма в ЖТФ*. 2004. Т. 30, № 4. С. 1.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Поступила в редакцию 17.04.2012

DEVELOPMENT IN SPbSPU OF FIELD EMITTERS FOR ELECTRON DEVICES OPERATING AT TECHNICAL VACUUM CONDITIONS

G.G. Sominski, V.E. Sezonov, I.A. Svetlov, T.A. Tumareva, E.P. Taradaev

The methods of field emitter durability growth while operating in technical vacuum conditions are developed in SPbSPU and are describing in this paper. Two possibilities to secure durable emitter operation are considered: using the special protective fullerene coatings and arrangement of new type of emitter where the fields of spots on the contacts of the materials with greatly different work function provide the field emission.

Keywords: Field emitters, protective fullerene coatings, tip cathodes, composite cathodes, layered cathodes prepared from materials with different work function value, wide range of gas pressure, experiment, numerical computation.



Соминский Геннадий Гиршевич – родился в Ленинграде (1935). Окончил (1960) Ленинградский политехнический институт (ныне Санкт-Петербургский государственный политехнический университет – СПбГПУ). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1967) и доктора физико-математических наук (1984). Докторская диссертация была посвящена исследованию мощных СВЧ-устройств со скрещенными полями. С 1960 года по настоящее время работает на кафедре физической электроники СПбГПУ, с 1991 – профессором. В 1968 году организовал на кафедре лабораторию сильноточной и СВЧ-электроники и руководит ею по настоящее время. Области основных научных интересов: процессы в пространственном заряде и их влияние на работу сильноточных электронных устройств, разработка и совершенствование полевых эмиттеров для формирования интенсивных электронных потоков. Автор 240 печатных работ и 18 изобретений.

195251 Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29
 Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
 E-mail: sominski@rphf.spbstu.ru



Сезонов Вячеслав Евгеньевич – родился в Санкт-Петербурге (1988). Окончил СПбГПУ (2011). Аспирант кафедры физической электроники СПбГПУ, лаборант исследовательской лаборатории СПбГПУ. Исследует возможности использования контактов материалов с разной работой выхода для получения полевой эмиссии. Выполняет моделирование и численные расчеты характеристик полевых эмиттеров. Автор 6 печатных работ и одного изобретения.

195251 Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: sezonovve@mail.ru



Светлов Илья Александрович – родился в Санкт-Петербурге (1983). Окончил Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (2006). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2010), посвященную созданию и исследованию полевых эмиттеров с фуллереновыми покрытиями. В настоящее время – международный патентный поверенный, по совместительству – м.н.с. исследовательской лаборатории СПбГПУ. Автор 13 печатных работ.

195251 Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: ilyasvetlov@mail.ru



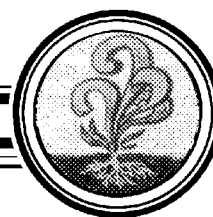
Тумарева Татьяна Алексеевна – родилась в Ленинграде (1937). Окончила (1960) Ленинградский политехнический институт – ЛПИ (ныне Санкт-Петербургский государственный политехнический университет – СПбГПУ). После окончания работала в Государственном оптическом институте, а с 1964 года – в ЛПИ. Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (ЛПИ, 1972) посвященную созданию и исследованию полевых эмиттеров с разнообразными активирующими покрытиями. В настоящее время – старший научный сотрудник кафедры физической электроники СПбГПУ. Научные интересы связаны с разработкой и исследованием долговечных и эффективных полевых эмиттеров. Разработала оригинальные методы диагностики полевых эмиттеров и формируемых ими электронных потоков. Разработала перспективные полевые эмиттеры с фуллереновыми покрытиями. Автор более 100 печатных работ и 4 изобретений.

195251 Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: tumareva@rphf.spbstu.ru



Тарадаев Евгений Петрович – родился в Санкт-Петербурге (1990). Студент 5-го курса кафедры физической электроники СПбГПУ, лаборант исследовательской лаборатории СПбГПУ. Участвует в экспериментальном исследовании полевых эмиттеров, выполняет численные расчеты их характеристик. Автор 2-х печатных работ и одного изобретения.

195251 Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: Evgenytar@hotmail.com



ПОЛУЧЕНИЕ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК МЕТОДОМ CVD НА ПОДЛОЖКАХ ИЗ МОЛИБДЕНА С ТОНКОПЛЕНЧНЫМИ И ЖИДКИМИ КАТАЛИЗАТОРАМИ*

Е.А. Тарасов, Н.И. Сеницын, Ю.А. Григорьев, А.А. Буцев

Экспериментально методом CVD осуществлены процессы синтеза углеродных нанотрубок на поверхности подложек из молибдена с применением в качестве катализаторов тонкопленочного железа, а также водных растворов ферритина и ацетата железа. Установлено, что для роста углеродных нанотрубок на поверхности молибдена температура подложки должна быть выше 900°C . На данный момент равномерных пленок из углеродных нанотрубок на поверхности молибденовых подложек получить не удалось. Показано, что образование углеродных нанотрубок на локальных участках поверхности молибдена определяется его структурой, а не типом используемого катализатора. Исследования проведены с использованием растровой электронной и оптической микроскопии.

Ключевые слова: Нанотехнология, углеродные нанотрубки, тугоплавкие металлы, автоэмиссионные катоды, растровая электронная микроскопия, оптическая микроскопия.

Введение

Углеродные нанотрубки (УНТ), обладая уникальными физико-химическими свойствами (малые размеры, высокая электропроводность, термическая и химическая стабильность, высокое аспектное отношение), являются привлекательным материалом для создания на их основе кантиллеров атомно-силовых микроскопов [1], сверхчувствительных датчиков газов [2], электрохимических сенсоров ДНК [3], датчиков инфракрасного (теплого) излучения [4] и целого ряда других устройств. Одним из приоритетных направлений в области практического применения УНТ является создание автоэмиссионных катодов для электровакуумных приборов нового класса, отличающихся малыми размерами и сравнительно небольшим значением напряжения питания [5].

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6–11 февраля 2012.

В настоящее время наибольший интерес представляет получение упорядоченных автоэмиссионных структур непосредственно во время проведения процессов пиролиза на рабочей поверхности подложки. При таком подходе сокращается число технологических операций, а также образуются УНТ, которые обладают лучшей адгезией по отношению к подложке, что в свою очередь ведет к более высоким и стабильным автоэмиссионным характеристикам создаваемых катодов. При создании подобных устройств важное значение имеют физико-химические свойства материала подложки, на которой осуществляется рост УНТ, поскольку это играет решающую роль как при самом синтезе нанотрубок, так и при дальнейшей эксплуатации приборов на их основе. Одним из наиболее привлекательных материалов для нужд СВЧ-техники является молибден, который, являясь тугоплавким металлом, обладает низким коэффициентом теплового расширения и способен сохранять свои высокие механические свойства при высоких температурах. При этом теплопроводность молибдена значительно выше, чем у многих тугоплавких материалов, что обеспечивает хороший отвод тепла деталей с большими тепловыми нагрузками [6]. Также стоит отметить тот факт, что в промышленных условиях хорошо отработаны методы механической обработки молибдена, благодаря чему возможно получать детали различных размеров и конфигураций.

На данный момент актуальной становится задача получения тонких пленок из УНТ непосредственно на плоских торцевых поверхностях дисковых подложек, выполненных из молибдена. Предполагается, что такие структуры могут быть использованы в качестве холодных катодов при создании ЛБВ. Обзор литературных источников показал, что за последнее время не опубликовано ни одной работы, посвященной проблеме синтеза УНТ на подложках из молибдена. Однако в [7] отмечалось, что подобные структуры, названные «нитевидными кристаллами графита», были выращены на тугоплавких металлах (в том числе и на молибдене) путем разложения углеводородов над поверхностью подложек при помощи лучистого нагрева. Также указывалось, что для образования указанных структур температура подложки должна быть более 900 °С.

В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований, направленных на изучение возможности синтеза УНТ на подложках из молибдена с применением как тонкопленочного железа, так и водных растворов железосодержащих веществ – ферритина и ацетата железа. Показано, что при использовании молибдена в качестве материала подложки температура роста УНТ должна быть более 900 °С. При этом равномерных пленок из УНТ на торцевых поверхностях молибденовых дисковых подложек на данный момент получить не удалось. В ходе сравнительного анализа с эталонными образцами УНТ, выращенных на монокристаллическом кремнии, установлено, что рост УНТ на локальных участках поверхности молибдена определяется структурой подложки.

1. Техника эксперимента

Синтез УНТ осуществлялся методом CVD (chemical vapor deposition) на созданной экспериментальной установке химического осаждения паров углеводородов, внешний вид которой представлен на рис. 1. В конструкции данного оборудования использованы готовые модули и блоки, широко представленные на современном рынке. По сути, установка химического осаждения паров углеводородов (рис. 1) является модернизированным вариантом уже имеющегося оборудования, которое

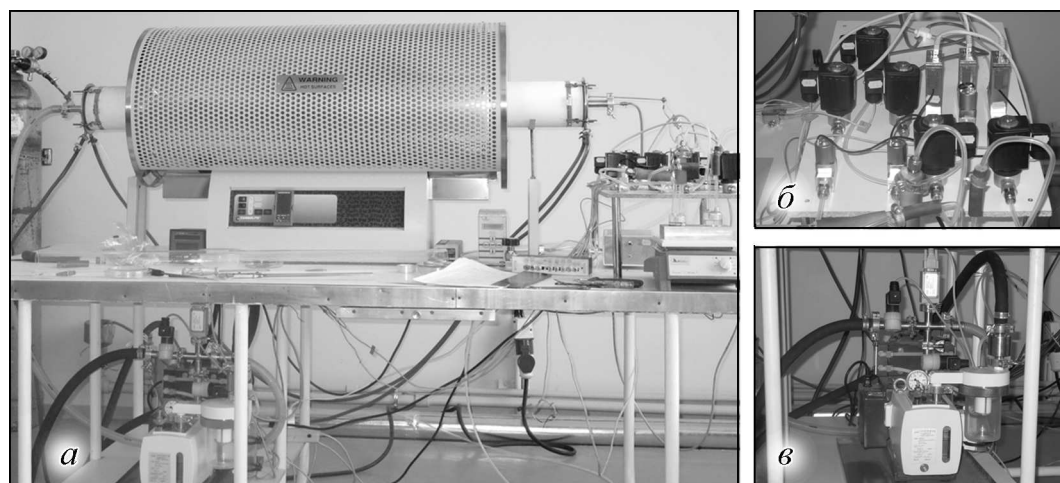


Рис. 1. Установка химического осаждения паров углеводородов: *а* – внешний вид установки, *б* – газовая система установки, *в* – вакуумная система установки

использовалось и продолжает использоваться для проведения экспериментальных работ, касающихся проблем синтеза углеродных наноструктур и создания автоэмиссионных катодов на основе УНТ.

В качестве подложек использовались заготовки из молибдена (марки МЧ), а также пластины монокристаллического кремния ЭКЭС 0.01, которые выполняли роль эталонных образцов как при проведении процессов напыления металлического катализатора, так и при непосредственном росте УНТ. Катализаторами процесса служили тонкие пленки технически чистого железа марки АРМКО, напыленные на рабочую поверхность подложек методом термического испарения в вакууме с резистивным нагревом, а также водные растворы ферритина и ацетата железа (0.02% по массе). Источником углерода служили пары гептана (эталонный нормальный по ГОСТ 25828–83), которые подавались в рабочую зону в потоке газа-носителя (аргон, сорт высший по ГОСТ 10157–79).

Полученные образцы исследовались на растровом электронном микроскопе МРЭМ-100М и металлографическом оптическом микроскопе Olympus VX-51.

2. Обсуждение результатов эксперимента

Авторами отработаны методы получения тонких пленок из УНТ на пластинах из монокристаллического кремния с применением как тонкопленочных [8], так и жидких катализаторов [9]. При этом установлено, что образование УНТ на поверхности кремниевых подложек происходит при температурах порядка 800...870 °С. Поэтому при постановке работы авторы предприняли попытки синтезировать УНТ на молибдене с использованием «традиционных» технологических режимов. Однако, как было установлено, в случае использования молибдена в качестве материала подложки необходимо не только повышать температуру техпроцесса, но и увеличивать толщину пленки металлического катализатора, которая для кремния составляла 7...20 нм.

На рис. 2 представлено РЭМ-изображение наноструктур, полученных на торце дисковой молибденовой подложки при температурах разложения гептана ниже 900°C . В экспериментах использовались относительно толстые пленки каталитического железа (толщиной $70\text{--}100\text{ нм}$). Из рисунка видно, что полученная пленочная углеродная структура не содержит нанотрубок.

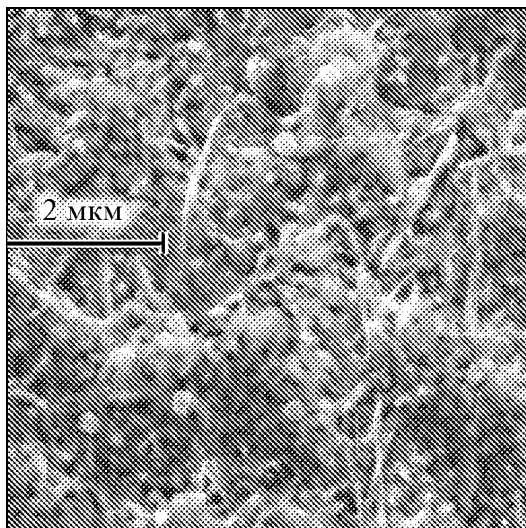


Рис. 2. РЭМ-изображение поверхности молибденовой дисковой подложки после проведения процессов CVD при температуре менее 880°C (толщина пленки каталитического железа 70 нм)

Следующим шагом в проведенных экспериментах стало значительное увеличение температуры нагрева образцов внутри реактора установки (до 950°C) с сохранением значений толщин каталитических слоев железа.

На рис. 3, *а*, *б* представлены оптические изображения торцевых поверхностей молибденовых подложек после проведения процессов CVD. Исследования на оптическом микроскопе проводились в поляризованном свете с применением дифференциально-интерференционного контраста. На фотографиях четко видны темные области, которые, как было показано при дальнейшем анализе на РЭМ (рис. 4), представляют собой локальные участки тесно переплетенных УНТ площадью $200\text{--}500\text{ мкм}^2$. Очевидно, что УНТ не полностью покрывают поверхность подложки и отдельные площадки из УНТ (темные области) расположены на различных удалениях друг от друга.

На рис. 4 представлены РЭМ-изображения УНТ, синтезированных на молибдене при 950°C с использованием тонкопленочного железа в качестве катализатора (толщиной 70 и 100 нм , соответственно). Сопоставив фотографии 4, *а* и *б*, а также

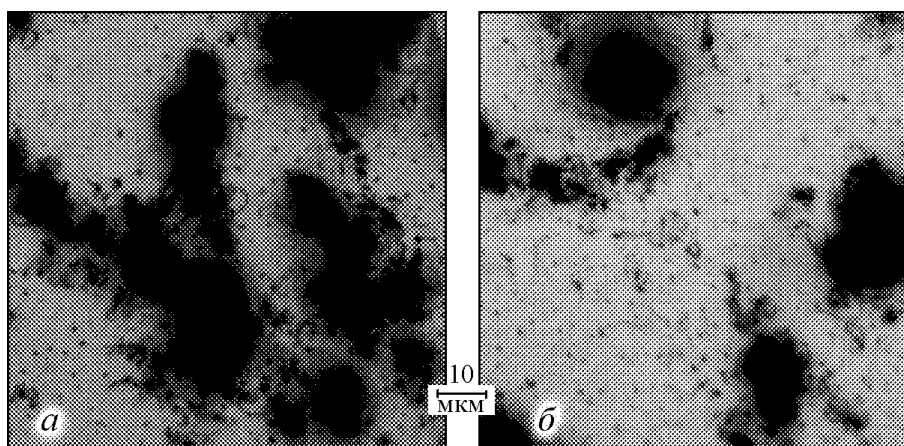


Рис. 3. Оптические изображения поверхности молибденовых подложек после проведения процессов CVD при температуре 950°C : *а* – толщина слоя каталитического железа 70 нм ; *б* – толщина слоя каталитического железа 100 нм . Изображения получены в поляризованном свете с применением метода Номарского. Темные области на фотографиях являются скоплениями УНТ

3, *a* и *б*, можно заметить, что изменение толщины катализатора не влияет на характер расположения УНТ на торцевой поверхности молибденовых подложек. Таким образом, можно предположить, что важным влияющим параметром при получении УНТ на молибдене является температура техпроцесса, которая должна превышать 900°C , что полностью согласуется с данными работы [7].

На рис. 4, *в*, *г* представлены РЭМ-изображения УНТ, синтезированных на монокристаллическом кремнии при 950°C с использованием тонкопленочного железа в качестве катализатора (толщиной 70 и 100 нм, соответственно). В обоих случаях были получены однородные и относительно ровные по толщине пленки из УНТ. Следовательно, ни увеличение толщины каталитического слоя железа (от стандартных 10...20 нм до установленных 70 или 100 нм), ни повышение температуры техпроцесса до 950°C не приводят к локализации роста УНТ на поверхности кремниевых подложек.

Также были проведены экспериментальные работы по применению двух типов железосодержащих катализаторов (ферритина и ацетата железа) для синтеза УНТ. Данные вещества осаждались на поверхность подложек в виде водных растворов (0.02 % по массе для обоих веществ), затем высушивались и помещались в реактор установки.

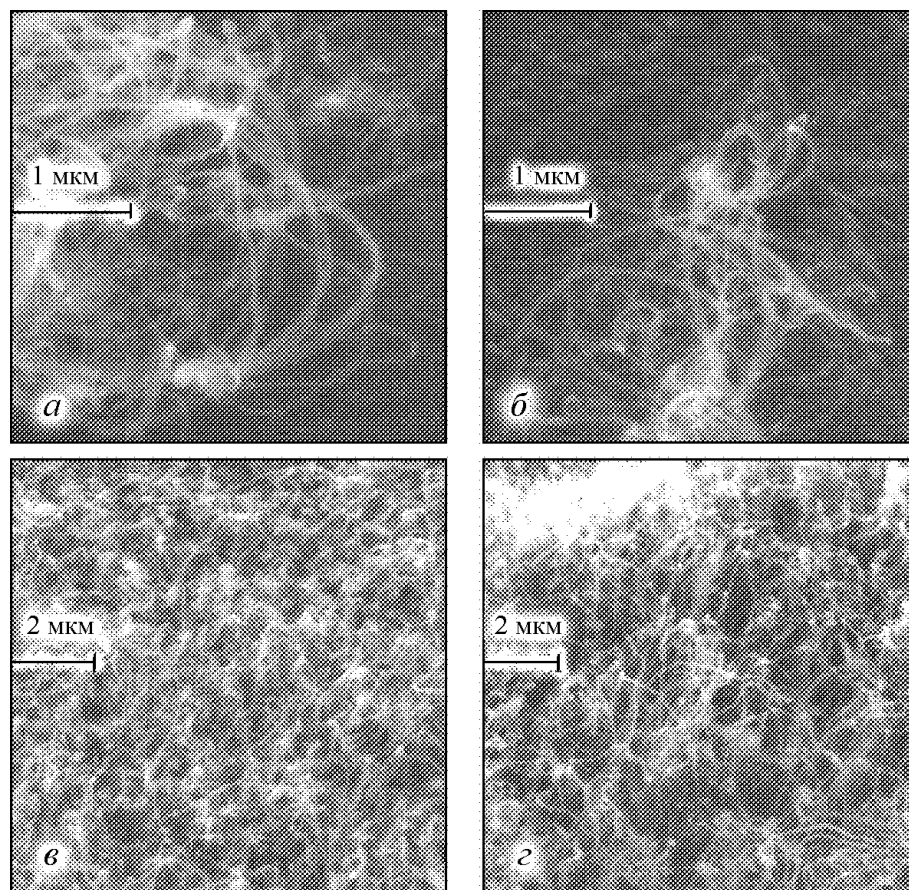


Рис. 4. РЭМ-изображения УНТ, синтезированных при 950°C с применением тонкопленочного железа: *a* – УНТ на молибдене, толщина слоя катализатора 70 нм; *б* – УНТ на молибдене, толщина слоя катализатора 100 нм; *в* – пленка из УНТ на монокристаллическом кремнии, толщина слоя катализатора 70 нм; *г* – пленка из УНТ на монокристаллическом кремнии, толщина слоя катализатора 100 нм

На рис. 5, *а* и рис. 5, *б* представлены РЭМ-изображения УНТ, полученных на поверхности молибдена с применением водных растворов ферритина и ацетата железа соответственно. Видно, что, как и в случае использования тонкопленочного железа, рост УНТ наблюдается на отдельных участках, отдаленных друг от друга. Однако необходимо отметить тот факт, что в случае использования ферритина образовались относительно толстые УНТ диаметром от 70 до 90 нм.

На рис. 5, *в* и рис. 5, *г* представлены РЭМ-изображения УНТ, полученных на пластинах монокристаллического кремния с применением водных растворов ферритина и ацетата железа, соответственно. Как видно из фотографий, степень использования поверхности кремниевой подложки выше, чем для молибдена. Стоит отметить, что в данном случае также наблюдается неравномерность расположения образовавшихся пленок из УНТ. Подобное уже наблюдалось при проведении более ранних экспериментов (при меньшей температуре синтеза УНТ). По-видимому, это связано с несовершенством применяемых методов нанесения жидких катализаторов на поверхность подложек.

Таким образом, в ходе проделанных экспериментов подтверждена возможность синтеза УНТ методом CVD на молибдене с применением тонкопленочного же-

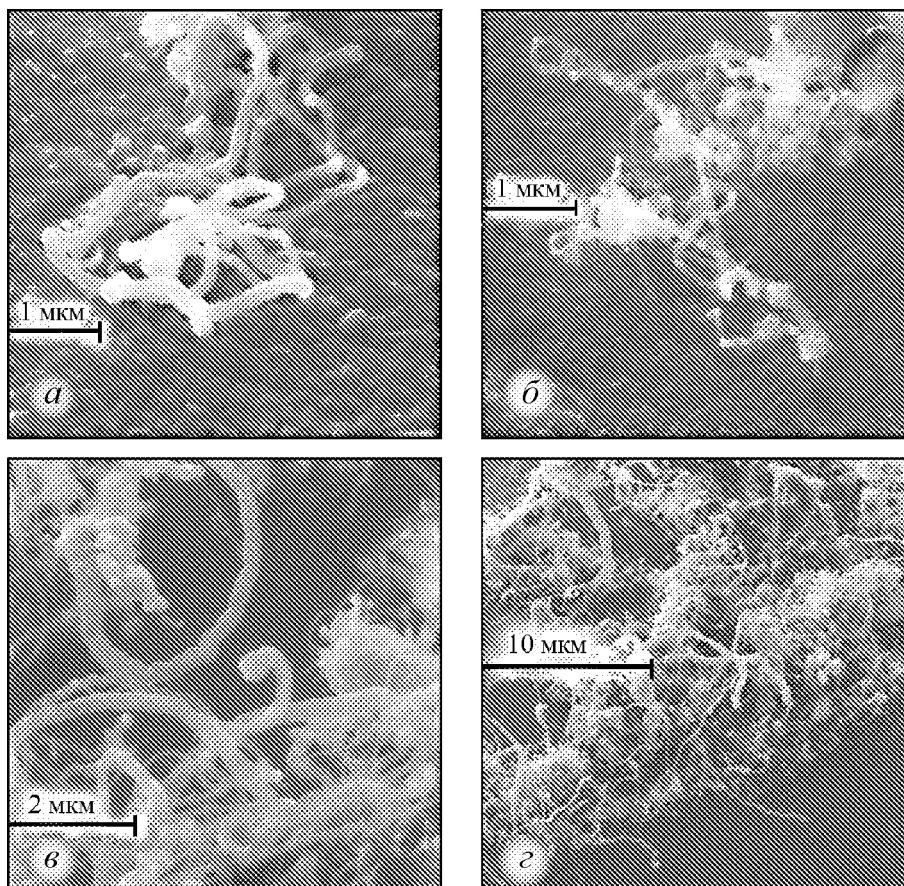


Рис. 5. РЭМ-изображения УНТ, синтезированных при 950°С с применением водных растворов железосодержащих веществ: *а* – УНТ на молибдене, катализатор – ферритин; *б* – УНТ на молибдене, катализатор – ацетат железа; *в* – УНТ на монокристаллическом кремнии, катализатор – ферритин; *г* – УНТ на монокристаллическом кремнии, катализатор – ацетат железа

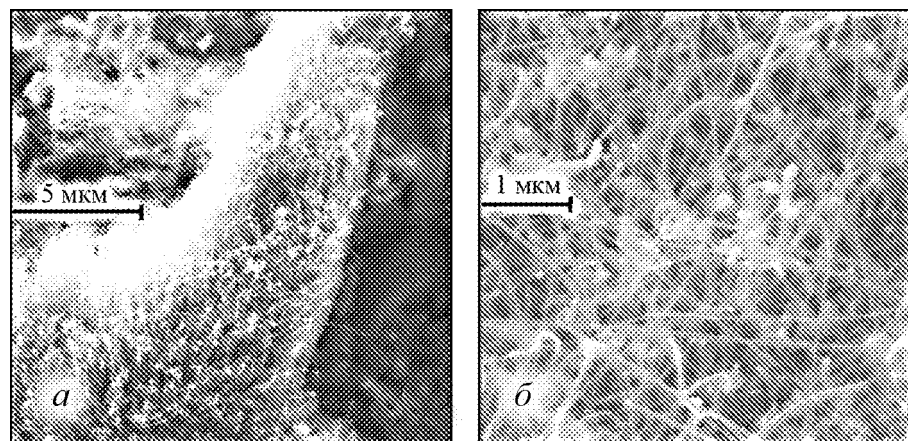


Рис. 6. УНТ на титановой подложке, поверхность которой предварительно обработана при помощи пескоструйного аппарата: *а* – РЭМ-изображение поверхности нанотрубной пленки; *б* – РЭМ-изображение отдельных УНТ

леза, ферритина и ацетата железа в качестве катализаторов. Показано, что температура техпроцесса является одним из ключевых параметров, который определяет сам факт образования нанотрубных структур на поверхности молибденовых подложек. Сравнив результаты, полученные для молибдена и монокристаллического кремния, можно отметить, что рост УНТ на локальных участках на поверхности подложек из молибдена определяется ее структурой, а не типом используемого катализатора (чистого железа или его соединений).

Следует упомянуть о проведенных экспериментах по синтезу УНТ на поверхности другого тугоплавкого металла – титана. Этот материал представляет определенный интерес для перспективных применений в вакуумной электронике. Известно, что при проведении процессов CVD титан используется для создания двойных [10] и тройных [11] каталитических пленочных систем с целью повышения эффективности процессов образования и роста УНТ. Поверхность титановых подложек предварительно подвергалась пескоструйной обработке, а затем на нее напылялся каталитический слой железа толщиной 12 нм. На рис. 6, *а*, *б* представлены РЭМ-изображения УНТ, полученных на данной поверхности. Важен тот факт, что технологические режимы синтеза УНТ на титане оказались полностью идентичными режимам, которые успешно используются при получении УНТ на монокристаллическом кремнии.

Заключение и выводы

Экспериментально осуществлены процессы синтеза углеродных нанотрубок на поверхности подложек из молибдена с применением в качестве катализаторов тонкопленочного железа, а также ферритина и ацетата железа. Установлено, что для роста УНТ на поверхности молибдена температура подложки и, соответственно, катализатора должна быть выше 900°C , а увеличение толщины каталитического слоя металла не оказывает влияния на однородность покрытия поверхности молибденовых подложек углеродными нанотрубками. Из сравнения результатов, полученных для роста УНТ на поверхности молибдена и монокристаллического кремния, сле-

дует, что синтез УНТ на локальных участках поверхности молибдена определяется структурой подложки, а не типом используемого катализатора (чистого железа или его соединений).

Возможно, что эффект локального роста УНТ на молибденовой подложке связан с образованием локальных участков карбида M_2C [12]. Однако данный вопрос нуждается в дальнейшем изучении и проведении дальнейших экспериментальных работ. Поэтому целью исследований остается влияние механизма взаимодействия каталитических частиц с подложками из тугоплавких металлов. При этом встают вопросы о подготовке поверхности молибденовых подложек при помощи механической обработки (например, шлифовки или полировки) для создания наиболее благоприятных условий формирования частиц катализатора при нагреве до температуры синтеза УНТ, а также о получении на рабочей поверхности барьерных слоев (например, хрома или ванадия), препятствующих образованию карбидов в подложке. Возможно, одним из удачных решений, оптимизирующих процессы роста УНТ на подложках из молибдена, может оказаться применение многокомпонентных катализаторов [13]. Показана возможность синтеза УНТ методом CVD на подложках из титана с применением технологических режимов, аналогичных синтезу УНТ на подложках из монокристаллического кремния.

Библиографический список

1. *Cattien V. Nguyen, Qi Ye, M. Meyyappan.* Carbon nanotube tips for scanning probe-microscopy: Fabrication and high aspect ratio nanometrology // *Measurement Science and Technology*. 2005. Vol. 16, № 11. P. 2138.
2. *Ting Zhang, Syed Mubeen, Nosang V. Myung, Marc A. Deshusses.* Recent progress in carbon nanotube-based gas sensors // *Nanotechnology*, 2008. Vol. 19, № 33. P. 332001.
3. *Qi Dong Zhang, Benoit Piro, Vincent Noel, Steeve Reisberg and Minh-Chau Pham.* Applications of carbon nanotubes to electrochemical DNA sensors: A new strategy to make direct and selective hybridization detection from SWNTs // *Advances in Natural Sciences: Nanoscience and Nanotechnology*. 2010. Vol. 1, № 4. P. 045011.
4. *Lin Xiao, Yuying Zhang, Yang Wang, Kai Liu, Zheng Wang, Tianyi Li, Zhe Jiang, Junpeng Shi, Liang Liu, QunQing Li, Yonggang Zhao, Zhenghe Feng, Shoushan Fan and Kaili Jiang.* A polarized infrared thermal detector made from super-aligned multiwalled carbon nanotube films // *Nanotechnology*. 2011. Vol. 22, № 2. P. 025502.
5. *Елецкий А.В.* Холодные полевые эмиттеры на основе углеродных нанотрубок // *Успехи физических наук*. 2010. Т. 180, № 9. С. 897.
6. *Волкова З.П., Хотин В.М.* Технология электровакуумных материалов. Л.: Энергия, 1972. 216 с.
7. *Дерягин Б.В., Федосеев Д.В.* Рост алмаза и графита из газовой фазы. М.: Наука, 1977. 116 с.
8. *Тарасов Е.А., Буянова З.И., Синицын Н.И., Торгашов Г.В., Самарский М.В.* Синтез тонких пленок из углеродных нанотрубок методом пиролитического разложения углеводородов в присутствии катализатора // *Всероссийская конференция с элементами научной школы для студентов, аспирантов и молодых ученых*

«Приборное и научно-методическое обеспечение исследований и разработок в области микро- и наноэлектроники» (22–27 ноября 2010, БашГУ, Уфа): Лекции и научные статьи / Отв. ред. С.С. Гоц. Уфа: РИЦ БашГУ, 2011. С. 220.

9. *Tarasov E.A.* The use of liquid catalysts for synthesis of carbon nanotubes // Материалы Международной научно-практической Интернет-конференции «Молодые ученые за инновации: создавая будущее» в рамках Международного Интернет-фестиваля молодых ученых, 27–29 апреля 2011, СГТУ, Саратов) / Под ред. Л.А. Скворцовой. Саратов: Изд-во СГТУ, 2011. С. 31.
10. *Yoshikazu Nakayama, Lujun Pan and Goichi Takeda.* Low-temperature growth of vertically aligned carbon nanotubes using binary catalysts // *Japanese Journal of Applied Physics.* 2006. Vol. 45, № 1A. P. 369.
11. *Shang N.G., Tan Y.Y., Stolojan V., Papakonstantinou P. and Silva S.R.P.* High-rate low-temperature growth of vertically aligned carbon nanotubes // *Nanotechnology.* 2010. Vol. 21, № 50. P. 505604.
12. Диаграммы состояний двойных металлических систем. Справочник в трех томах / Под общей редакцией академика РАН Н.П. Лякишева. М.: Машиностроение, 1996. Т. 1.
13. *Фурсиков П.В., Тарасов Б.П.* Каталитический синтез и свойства углеродных нановолокон и нанотрубок // *International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology.* 2004. Т. 18, № 10. С. 24.

*СФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
ОАО «НПП «Алмаз»»*

*Поступила в редакцию 13.03.2012
После доработки 24.05.2012*

THE CARBON NANOTUBES GROWN ON MOLYBDENUM SUBSTRATES BY CVD-METHOD USING THIN METAL FILMS OF IRON AND WATER SOLUTIONS OF FERRIFEROUS SUBSTANCES AS CATALYSTS

E.A. Tarasov, N.I. Sinitsyn, Y.A. Grigoriev, A.A. Bourtsev

The synthesis of carbon nanotubes is carried out on the surface of molybdenum substrates by CVD-method using thin-film iron and water solutions of ferritin and iron acetate as catalysts sources. It is found that the temperature of process technology in the synthesis of carbon nanotubes on molybdenum substrates must be above 900 °C. At this point, only non-uniform films of carbon nanotubes on the surface of molybdenum substrates were obtained. It is shown that the formation of carbon nanotubes in the local areas of the surface of molybdenum determined by its structure but not the type of catalyst used. Obtained samples were investigated by means of scanning electron microscopy and optical microscopy.

Keywords: Nanotechnology, carbon nanotubes, refractory metals, field emission cathodes, scanning electron microscopy, optical microscopy.



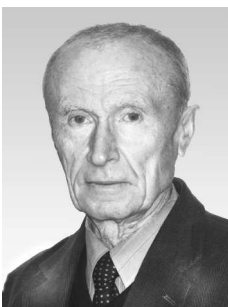
Тарасов Евгений Александрович – окончил машиностроительный факультет Саратовского государственного технического университета (2010), аспирант Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника, углеродные наноматериалы, электронная и оптическая микроскопия. Имеет более 10 научных публикаций.

410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН
E-mail : reqaet@yandex.ru



Синицын Николай Иванович – окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960), доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора по научной работе Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. Лауреат Государственной премии Российской Федерации. Область научных интересов: вакуумная электроника, твердотельная электроника, микро- и наноэлектроника. Имеет более 100 научных публикаций.

410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: grig@soire.renet.ru



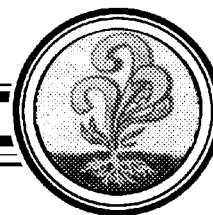
Григорьев Юрий Алексеевич – окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960), ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, доктор физико-математических наук. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника, электронная оптика интенсивных электронных пучков. Имеет более 100 научных публикаций.

410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: grig@soire.renet.ru



Бурцев Антон Александрович – родился в Энгельсе, окончил Саратовский государственный технический университет. После окончания СГТУ работает в ОАО «НПП «Алмаз»» начальником лаборатории. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук в СГТУ (2011) по специальности «Вакуумная и плазменная электроника». Автор 14 научных статей по экспериментальному исследованию и технологии получения автоэмиссионных катодов.

410033 Саратов, ул. Панфилова, д. 1
ОАО «НПП «Алмаз»»
E-mail: antonbourtsev@rambler.ru



ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПОЛОСАХ ПРОПУСКАНИЯ И ЗАПИРАНИЯ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ*

М.В. Назарова, В.А. Солнцев, Р.П. Колтунов, Д.С. Шабанов

В работе дан анализ свойств дискретного электронно-волнового взаимодействия в резонаторных замедляющих системах (ЗС). Уравнения взаимодействия записаны в матричной форме. Собственные значения матрицы передачи на период ЗС с электронным пучком определяют постоянные распространения 4-х электронных волн. Рассмотрены особенности характеристик электронных волн в ЗС с «прямым» потоком энергии и в ЗС с «петляющим» потоком энергии. Проведено моделирование и найдено усиление многосекционной ЛБВ с прозрачными и запредельными секциями ЗС. Получено распределение полей вдоль запредельной секции.

Ключевые слова: Замедляющая система, электронный пучок, лампа бегущей волны, полоса запираения, полоса пропускания, взаимодействие.

Введение

Разработка теории взаимодействия электронных потоков с электромагнитными волнами в резонаторных замедляющих системах (ЗС) и основанных на ней методов моделирования и проектирования мощных ламп бегущей волны (ЛБВ) встречает определенные трудности, связанные с запираением ЗС на границах полос пропускания. При этом поток энергии электромагнитной волны обращается в ноль, а сопротивление связи, характеризующее эффективность взаимодействия волны и электронов, стремится к бесконечности, что, в свою очередь, приводит к появлению особенностей в уравнениях модели взаимодействия волны и электронов в ЛБВ. Для преодоления возникающих трудностей в литературе предлагаются различные модификации уравнения возбуждения ЗС ВЧ-током пучка. Ряд соответствующих работ указан в литературе к статьям [1,2]. Наиболее строгим является использование разностного уравнения возбуждения, полученного в [3] из общей теории возбуждения

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6–11 февраля 2012.

волноводов, и входящего в это уравнение локального импеданса связи. В отличие от теории Пирса [4], где сопротивление связи характеризует взаимодействие электронов с одной собственной волной ЗС через одну синхронную с пучком пространственную гармонику этой волны, локальный импеданс связи характеризует взаимодействие электронов с полным полем двух – прямой и встречной – волн ЗС в зазорах взаимодействия и не обращается в бесконечность на частотах отсечки [5,6,7]. Это позволяет рассмотреть процессы при переходе из полосы пропускания в полосу запираения, в том числе в ЛБВ с запредельными секциями. В настоящей работе дано численное исследование постоянного распространения электронных волн в ЗС с прямым и петляющим потоком энергии, рассмотрено решение краевой задачи и проведен расчет коэффициента усиления многосекционной ЛБВ с запредельной секцией с использованием теории дискретного электронно-волнового взаимодействия.

1. Исходные уравнения линейного дискретного электронно-волнового взаимодействия

Исходными являются уравнения линейного дискретного электронно-волнового взаимодействия, сформулированные в [1]. Рассмотрим прямолинейный электронный поток в секции ЗС с Q зазорами взаимодействия, расположенными с шагом D (рис. 1). Ограничиваясь одномерной моделью, используем известное линейное уравнение [1, 8] для ВЧ-тока J пучка

$$\frac{d^2 J}{dz^2} - 2ih_e \frac{dJ}{dz} + (\Gamma h_p^2 - h_e^2) J = -ih_p^2 S \omega \varepsilon_0 \bar{E}, \quad (1)$$

где z – продольная координата; $h_e = \omega/v_e$ – электронное волновое число; v_e – начальная скорость электронов; ω – круговая частота; $h_p = \omega_p/v_e$ – плазменное волновое число; Γ – коэффициент депрессии продольного поля пространственного заряда на частоте ω , определяемый известными соотношениями [8]; $\omega_p = (\frac{e}{\varepsilon_0 m v_e S})^{\frac{1}{2}} J_0$ – плазменная частота без учета депрессии ($\Gamma = 1$) продольного поля пространственного заряда; e , m – заряд и масса электрона; S – эффективная площадь поперечного сечения пучка; $J_0 = \frac{S}{S_e} J_e$ – его эффективный постоянный ток; ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума. Эффективная площадь поперечного сечения электронного

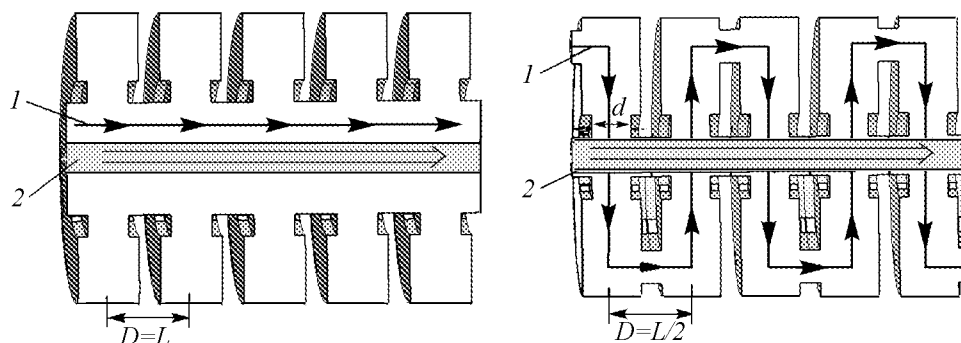


Рис. 1. Схема замедляющей системы типа диафрагмированный волновод (а) и цепочка связанных резонаторов (б), где 1 – направление движения электромагнитной волны, 2 – электронный поток

пучка определяется соотношением $S = 1/\int_{S_e} \psi^2(x, y) dS$. \bar{E} – сумма продольных составляющих электрического поля прямой и встречной волн, усредненная по сечению пучка [1], определяется соотношением

$$\bar{E}(z) = C_{+s}^0(z) \bar{e}_{+s}(z) \exp(ih_s z) + C_{-s}^0(z) \bar{e}_{-s}(z) \exp(-ih_s z). \quad (2)$$

Здесь $C_{\pm s}^0(z)$ – безразмерные коэффициенты возбуждения (амплитуды волн), определяемые уравнениями [8]

$$\frac{dC_{\pm s}^0}{dz} = \mp \frac{R_s^0}{2} J(z) \bar{e}_{\mp s}(z) \exp(\mp ih_s z), \quad (3)$$

где $\bar{e}_{\pm s}(z) = \int_{S_e} \psi(x, y) e_{\pm s, z}(x, y, z) dS$ – усредненные по сечению пучка функции распределения продольного электрического поля прямой и встречной волн; $R_s^0 = -2E_s^0 E_{-s}^0 / N_s$ – удельное сопротивление связи в точке (x^0, y^0, z^0) ; $\psi(x, y)$ – функция распределения плотности ВЧ-тока в поперечном сечении пучка; N_s – норма волны; $E_{\pm s}^0$ – амплитуда выбранной компоненты поля в точке (x^0, y^0, z^0) , где функция распределения этой компоненты равна единице.

При дискретном взаимодействии электронов с полем периодической ЗС, как правило, можно пренебречь изменением фазы поля в пространстве взаимодействия в пределах одного периода (шага) системы вдоль оси ЗС, то есть в пределах зазора взаимодействия. Это очевидно при достаточно малой ширине зазора взаимодействия и при взаимодействии на частотах вне полосы пропускания ЗС, когда фаза поля либо одинакова во всем объеме системы, либо скачком меняется на π от зазора к зазору.

Проведенный в [5] анализ показал, что поле (2) на шаге q ($z_q^- \leq z \leq z_q^+$) можно представить в виде

$$\bar{E}_q(z) = \bar{e}_q(z) E_q, \quad (4)$$

где $\bar{e}_q(z) = \bar{e}_{\pm s}(z) \exp[ih_{\pm s}(z - z_q)]$ – усредненная по сечению пучка вещественная функция распределения поля, одинаковая для прямой и встречной волн.

Для плоских зазоров взаимодействия ширины d_q имеем $\bar{e}_q(z) \equiv 1$ внутри зазора и $\bar{e}_q(z) \equiv 0$ вне зазора. Для непрерывных функций $\bar{e}_q(z)$ можно ввести эквивалентный плоский зазор ширины d_q . Тогда ее можно определить, полагая напряженность поля в середине эквивалентного плоского зазора равной E_q и вводя напряжение на эквивалентном зазоре U_q ,

$$d_q = -\frac{U_q}{E_q} = -\frac{E_q \int_{z_q^-}^{z_q^+} \bar{e}_q(z) dz}{E_q} = \int_{z_q^-}^{z_q^+} \bar{e}_q(z) dz. \quad (5)$$

Наведенный ток на шаге q задается выражением

$$J_q = \frac{1}{d_q} \int_{z_q^-}^{z_q^+} J(z) \bar{e}_q(z) dz. \quad (6)$$

Для периодических систем с периодом L и одинаковыми эквивалентными зазорами взаимодействия ширины d имеем следующее конечно-разностное уравнение возбуждения [3, 5]

$$\Delta^2 E_q + 2E_q(1 - \cos \varphi_s) = -iR_s^0 \sin \varphi_s J_q d, \quad (7)$$

где $\Delta^2 E_q = E_{q+1} - 2E_q + E_{q-1}$ – конечная разность второго порядка, $\varphi_s = h_s L$. Это уравнение можно переписать относительно напряжений $U_q = -E_q d$ на эквивалентных зазорах

$$\Delta^2 U_q + 2U_q(1 - \cos \varphi_s) = iZ_s J_q, \quad (8)$$

где $Z_s = R_s^0 d^2 \sin \varphi_s$ – локальный импеданс связи, учитывающий сразу прямую и встречную волны. Важно, что он не обращается в бесконечность на границах полосы прозрачности замедляющей системы и является непрерывной функцией при переходе из одной полосы в другую [5–7].

Эквивалентная ширина зазора взаимодействия d , согласно (3), (5), зависит от распределения поля и плотности ВЧ-тока по сечению пучка. Поэтому в рассматриваемой одномерной модели взаимодействия целесообразно ввести усредненное удельное сопротивление связи $R_s = R_s^0 (d/L)^2$ и представить Z_s в виде

$$Z_s = R_s L^2 \sin \varphi_s.$$

Такое усреднение аналогично усреднению сопротивления связи по сечению электронного пучка для непрерывного взаимодействия в ЛБВ с гладкими, например спиральными ЗС [8]. Нетрудно получить соотношение для локального импеданса связи и сопротивления связи

$$K_{s,m} = Z_s \frac{|e_{s,m}|^2}{\varphi_{s,m}^2 \sin \varphi_{s,m}}, \quad (9)$$

где $e_{s,m}$, $\varphi_{s,m}$ – безразмерные амплитуды и фазы пространственных гармоник.

Конечно-разностное уравнение возбуждения вида (8) получается также при представлении периодической ЗС цепочкой идентичных четырехполюсников, каждый из которых описывает один период ЗС (рис. 2, а). В этом случае локальный импеданс связи и сдвиг фазы поля на период ЗС определяются элементами матрицы передачи четырехполюсника [2,7]

$$Z_s = iA_{12}, \quad \cos \varphi_s = \frac{1}{2}(A_{11} + A_{22}). \quad (10)$$

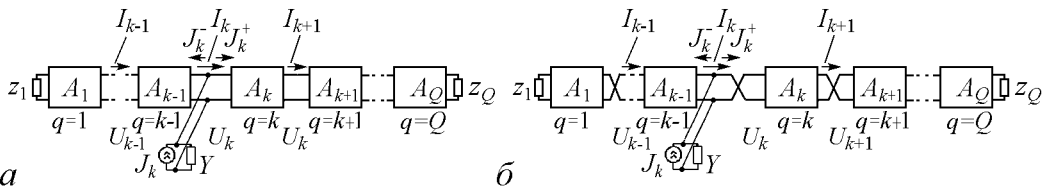


Рис. 2. Секция периодической ЗС, представленная в виде цепочки четырехполюсников (а); секция периодической ЗС, представленная в виде цепочки четырехполюсников, с учетом геометрического поворота фазы (б)

Уравнения (1), (6), (7) или (8) представляют самосогласованную систему уравнений, описывающую линейное дискретное электронно-волновое взаимодействие в полосах пропускания и непропускания ЗС.

2. Безразмерные переменные

Для сокращения числа входящих в уравнения (1), (6), (7) параметров, целесообразно ввести безразмерные переменные в соответствии с общепринятыми в теории ЛБВ, используя обозначения [8]: $\zeta = \varepsilon h_e z$ – безразмерная координата; ε – параметр, который в общем случае может выбираться произвольно, например, как параметр усиления C в ЛБВ или отношение плазменной частоты к рабочей частоте; $\sigma^2 = \Gamma(\omega_p/(\varepsilon\omega))^2 = 4QC$ – параметр пространственного заряда. Безразмерное поле F определим соотношением

$$F = \frac{e}{m\omega v_e \varepsilon^2} \bar{E} \exp(-i\frac{\zeta}{\varepsilon}) = -\frac{\bar{E}}{2h_e U_e \varepsilon^2} \exp(-ih_e z). \quad (11)$$

ВЧ-ток пучка $J(z)$ записывается через его безразмерную амплитуду $I(z)$ в виде

$$J(z) = J_0 I(z) \exp(ih_e z). \quad (12)$$

В результате из (1), (11), (12) получаем уравнение для амплитуды безразмерного ВЧ-тока

$$\frac{d^2 I}{d\zeta^2} + \sigma^2 I = -iF, \quad (13)$$

которое можно записать в виде системы двух уравнений для безразмерных амплитуд ВЧ-тока I и ВЧ-скорости электронов V

$$\frac{dI}{d\zeta} = -iV, \quad \frac{dV}{d\zeta} = -i\sigma^2 I + F. \quad (14)$$

Преобразуем теперь разностное уравнение возбуждения периодической ЗС (8), вводя безразмерную амплитуду поля в зазоре F_q , усредненную на периоде L ,

$$F_q = \frac{d}{L} F_q^m = \frac{1}{2h_e \varepsilon^2 L} \frac{U_q}{U_e} \exp(-ih_e z_q). \quad (15)$$

Учитывая, что $\Delta^2 U_q = U_{q+1} - 2U_q + U_{q-1}$ и $z_{q\pm 1} = z_q \pm L$, из (8) и (15) получим разностное уравнение для безразмерного поля в зазорах

$$F_{q+1} \exp(i\varphi_e) + F_{q-1} \exp(-i\varphi_e) - 2F_q \cos \varphi_e = -i\bar{Z}_s \tilde{I}_q, \quad (16)$$

где $\bar{Z}_s = Z_s e J_0 / (m\omega v_e \varepsilon^2 L) = Z_s |J_0| / (U_e 2\varphi_e \varepsilon^2)$ – нормированный локальный импеданс связи; $\varphi_e = h_e L$ – ВЧ-угол пролета электронами периода L ЗС; \tilde{I}_q – безразмерный наведенный в q -м зазоре ток, то есть $J_q = J_0 \tilde{I}_q \exp(ih_e z_q)$.

Выражение для \bar{Z}_s можно упростить, выбирая нормирующий параметр ε . Введем параметр ε подобно тому, как это было сделано для ЛБВ в [8], соотношением

$$\varepsilon^3 = \frac{e J_0}{2m v_e^2} \frac{Z_s}{h_e L^3} = \frac{Z_s (-J_0)}{4U_e (h_e L)^3}, \quad (17)$$

где $U_e = -mv_e^2/(2e) > 0$, $-J_0 > 0$, так как $e < 0$. Тогда

$$\bar{Z}_s = 2\varepsilon(h_e L)^2. \quad (18)$$

Введенный с помощью (17) параметр ε аналогичен параметру усиления C для ЛБВ, но несколько от него отличается.

Будем рассматривать эквивалентные плоские зазоры, так что в пределах зазора имеем при $z_q^- < z < z_q^+$, $\bar{E} \equiv E_q = -U_q/d$. В этом случае уравнения (14) имеют аналитические решения. Получим в пределах q -го зазора при $\zeta_q^- \leq \zeta \leq \zeta_q^- + \varepsilon h_e d = \zeta_q^+$

$$\begin{aligned} I(\zeta) &= I(\zeta_q^-) \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) - iV(\zeta_q^-) \frac{1}{\sigma} \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + iF_q^m \exp(-i\frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}) \times \\ &\quad \times \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \left\{ 1 + \exp(\frac{i}{\varepsilon}(\zeta - \zeta_q^-)) \left[i\frac{\sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-)}{\varepsilon \sigma} - \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) \right] \right\}, \\ V(\zeta) &= -iI(\zeta_q^-) \sigma \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + V(\zeta_q^-) \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + F_q^m \exp(-i\frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}) \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \\ &\quad \times \left\{ 1 - \exp(\frac{i}{\varepsilon}(\zeta - \zeta_q^-)) [\cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) - i\varepsilon \sigma \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-)] \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

где нормированная амплитуда поля в зазоре

$$F_q^m = -\frac{E_q \exp(-ih_e z_q)}{2h_e U_e \varepsilon^2}. \quad (20)$$

Входящий в уравнения возбуждения безразмерный наведенный в q -м зазоре ток $\tilde{I}_q = \frac{J_q}{J_0} \exp(-ih_e z_q)$ получается при подстановке в интеграл (6) конвекционного тока пучка (12) и полученных для него в линейном приближении выражений (19). Для простоты при вычислении наведенного тока пренебрежем в пределах зазора влиянием сил пространственного заряда. Тогда, как показано в [1], можно получить

$$\tilde{I}_q = I(\zeta_q^-)M - V(\zeta_q^-)\varepsilon[\exp(i\frac{\theta}{2}) - M] + F_q^m \varepsilon^2 \theta [Y_1(\theta) - iY_2(\theta)], \quad (21)$$

где $\theta = h_e d$ – угол пролета электронов в эквивалентном плоском зазоре взаимодействия ширины d , $M = (\sin(\theta/2))/(\theta/2)$,

$$Y_1(\theta) = \frac{2(1 - \cos \theta) - \theta \sin \theta}{\theta^2}, \quad Y_2(\theta) = \frac{2 \sin \theta - \theta(1 + \cos \theta)}{\theta^2}. \quad (22)$$

Здесь Y_1, Y_2 – нормированные на $J_0/(2U_e)$, безразмерные активная и реактивная, соответственно, составляющие электронной проводимости зазора взаимодействия. В (21) первое слагаемое определяет вклад в наведенный ток модуляции электронного пучка по току в начале зазора; второе слагаемое – его модуляции по скорости, определяющей дополнительную подгруппировку в пределах зазора; третье слагаемое – вклад в наведенный ток за счет группировки пучка в зазоре под действием поля F_q^m .

Соотношения (19), (21), (22) позволяют рассчитать значения тока, скорости и поля в начале $(q + 1)$ -го шага ζ_{q+1}^- структуры по их значениям в начале q -го шага ζ_q^- , а также поля F_{q-1}^m в $(q - 1)$ -м зазоре. При этом, считая, что q -му зазору соответствует $\zeta_q^- \leq \zeta \leq \zeta_q^+ = \zeta_q^- + \varepsilon h_e d$, а q -му пространству дрейфа $-\zeta_q^+ \leq \zeta \leq \zeta_{q+1}^-$, следует применять для пересчета тока и скорости от начала к концу q -го зазора полные соотношения (19), а в q -м пространстве дрейфа соотношения (19) при $F_q^m = 0$. Такая рекуррентная схема расчета позволяет найти распределение поля, тока и скорости электронов вдоль структуры без выделения отдельных волн и решения соответствующих характеристических уравнений, что использовалось в работе [1].

В общем случае, согласно [1], имеем следующие рекуррентные соотношения на одном периоде ЗС для значений тока, скорости электронов и безразмерного поля:

$$I_{q+1} = I_q \cos \theta_q - i V_q \frac{1}{\sigma} \sin \theta_q + \frac{L}{d} F_q \frac{i \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \\ \times \left[\left(\exp(-i\theta) + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma} - \cos \theta_d \right) \cos \theta'_q - i \left(\exp(-i\theta) - \cos \theta_d + i \varepsilon \sigma \sin \theta_d \right) \frac{1}{\varepsilon \sigma} \sin \theta'_q \right], \quad (23)$$

$$V_{q+1} = -I_q \sigma \sin \theta_q + V_q \cos \theta_q + \frac{L}{d} F_q \frac{-\varepsilon}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \\ \times \left[\left(\exp(-i\theta) + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma} - \cos \theta_d \right) \varepsilon \sigma \sin \theta'_q - i \left(\exp(-i\theta) - \cos \theta_d + i \varepsilon \sigma \sin \theta_d \right) \cos \theta'_q \right], \quad (24)$$

$$F_{q+1} \exp(i\varphi_e) = 2F_q \cos \varphi_s - F_{q-1} \exp(-i\varphi_e) - i \tilde{Z}_s \tilde{I}_q, \quad (25)$$

где наведенный в q -м зазоре ток \tilde{I}_q определяется выражением (23), а величины $\theta_q = \varepsilon \sigma \varphi_q = \frac{\omega_q}{v_e} L_q = 2\pi \frac{L_q}{\lambda_q}$ и $\theta_d = \varepsilon \sigma \theta = \frac{\omega_q}{v_e} d = 2\pi \frac{d}{\lambda_q}$ представляют соответственно угол пролета q -го шага и зазора в плазменных длинах волн, $\theta'_q = \theta_q - \theta_d$ – аналогичный угол пролета q -го пространства дрейфа.

3. Электронные волны

Для периодических ЗС решение (23)–(25), можно искать в виде электронных волн – собственных волн ЗС с электронным пучком, отыскивая комплексный сдвиг фазы ψ_i тока, скорости электронов и поля на шаг в каждой i -й волне, из условий

$$I_{q+1,i} = I_{q,i} \exp(i\psi_i), \\ V_{q+1,i} = V_{q,i} \exp(i\psi_i), \\ F_{q+1,i} = F_{q,i} \exp(i\psi_i). \quad (26)$$

При этом получается характеристическое уравнение 4-го порядка, так как уравнение возбуждения (15) связывает F_{q+1} не только с F_q , но и F_{q-1} . Это можно видеть проще всего, вводя формально переменную $G_q = F_{q-1}$, что приводит к соотношению $G_{q+1} = F_q$, дополняющему (23)–(25). Физически это соответствует наличию 4-х

электронных волн в периодических ЗС с электронным пучком, которые исследовались в [9,10] методом эквивалентных схем. Здесь рассматривается прямое решение задачи с помощью соотношений (13)–(15), выведенных на основе строгой разностной теории возбуждения периодических волноводов и включающих электродинамические параметры, описывающие дискретное электронно-волновое взаимодействие в периодических ЗС.

Соотношения (13)–(15) удобно записать в матричном виде

$$\begin{aligned} I_{q+1} &= a_{11}I_q + a_{12}V_q + a_{13}F_q, \\ V_{q+1} &= a_{21}I_q + a_{22}V_q + a_{23}F_q, \\ F_{q+1} &= a_{31}I_q + a_{32}V_q + a_{33}F_q + a_{34}F_{q-1}. \end{aligned} \quad (27)$$

При этом надо учитывать, что эти соотношения выведены для «прямых» ЗС (см. рис. 1, *a*), где фазовый набег на шаг φ_s определяется частотными свойствами коэффициентов матрицы передачи на шаге A_{ij} . В таких ЗС рабочей является основная пространственная гармоника замедленной волны при $0 \leq \varphi_s \leq \pi$. Для петляющих ЗС типа ЦСР надо ещё учесть геометрический поворот фазы от шага к шагу на 180° , что приводит к эквивалентной схеме, приведенной на рис. 2, *б* (вместо рис. 2, *a*), и к замене в уравнениях (8), (10) $\varphi_s \rightarrow \varphi_s + \pi$, $A_{12} \rightarrow -A_{12}$, соответственно. В итоге получим следующие выражения для коэффициентов a_{ij} :

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \theta_q, \\ a_{12} &= -i \frac{\sin \theta_q}{\sigma}, \\ a_{13} &= i \frac{L}{d} \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} [(e^{-i\theta} - \cos \theta_d + \\ &\quad + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma}) \cos(\theta_q - \theta_d) - (e^{-i\theta} - \cos \theta_d + i \varepsilon \sigma \sin \theta_d) \frac{i}{\varepsilon \sigma} \sin(\theta_q - \theta_d)], \\ a_{21} &= -i \sigma \sin \theta_q, \\ a_{22} &= \cos \theta_q, \\ a_{23} &= \frac{L}{d} \frac{\varepsilon^2 \sigma}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} [(e^{-i\theta} - \cos \theta_d + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma}) \sin(\theta_q - \theta_d) + \\ &\quad + i \frac{L}{d} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} (e^{-i\theta} - \cos \theta_d + i \varepsilon \sigma \sin \theta_d) \cos(\theta_q - \theta_d)], \\ a_{31} &= -2i \varepsilon M \varphi_e^2 e^{-i\varphi_e} \delta, \\ a_{32} &= 2i(\varepsilon \varphi_e)^2 (e^{i\frac{\theta}{2}} - M) e^{-i\varphi_e} \delta, \\ a_{33} &= 2\delta [\cos \varphi_s - i(\varepsilon \varphi_e)^3 (Y_1 - iY_2)] e^{-i\varphi_e}, \\ a_{34} &= -e^{-2i\varphi_e}. \end{aligned} \quad (28)$$

Для «прямой» ЗС без геометрического поворота фазы на шаге, например, для спиральной ЗС или диафрагмированного волновода (см. рис. 1, *a*), множитель $\delta = 1$. Для петляющей ЗС, например, ЦСР или встречные штыри (см. рис. 1, *б*), множитель $\delta = -1$. При этом в обоих случаях $0 \leq \varphi \leq \pi$. При этом в обоих случаях собственные значения матрицы $\lambda_j = \exp(i\psi_j)$ ($j = 1 \dots 4$) вычислялись стандартными методами в системе MathCAD. По ним находились значения нормированных постоянных

распространения, используемых при расчете усиления и скорости электронных волн в ЛБВ [4,8],

$$\eta_i = i\delta_j^* = -y_j + ix_j = \frac{\Psi_j}{\varepsilon\varphi_e}. \quad (29)$$

При расчетах постоянных распространения главное внимание обращалось на отличия в их свойствах для периодических ЗС по сравнению с «гладкими». Поэтому рассматривался наиболее простой случай кинематического приближения без учета пространственного заряда ($\sigma^2 \rightarrow 0$) и узких зазоров взаимодействия ($\theta \rightarrow 0$, $(d/L) \rightarrow 0$). При этом для a_{ij} можно использовать выражения (28), полагая в них соответствующие параметры достаточно малыми, либо перейти в (28) к пределу, что дает

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1, & a_{12} &= -i\varepsilon\varphi_e, & a_{13} &= -(\varepsilon\varphi_e)^2, \\ a_{21} &= 0, & a_{22} &= 1, & a_{23} &= \varepsilon\varphi_e, \\ a_{31} &= -2i\varepsilon\varphi_e^2 e^{-i\varphi_e} \delta, & a_{32} &= 0, & a_{33} &= 2\delta \cos \varphi_s e^{-i\varphi_e}, & a_{34} &= -e^{-2i\varphi_e}. \end{aligned} \quad (30)$$

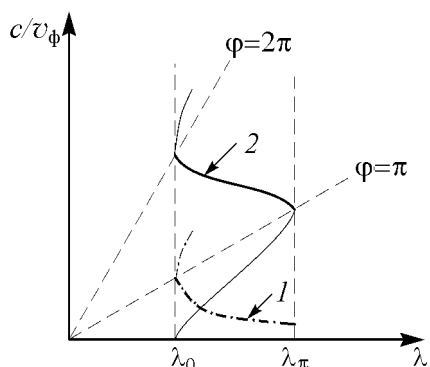


Рис. 3. Дисперсионные характеристики для: 1 – спиральной ЗС (φ_0); 2 – цепочки связанных резонаторов (φ_1) в полосе пропускания

Результаты в обоих вариантах расчетов получаются одинаковыми. Если считать в (30) $0 \leq \varphi_s \leq \pi$, то при этом $\delta = 1$ для прямой ЗС, $\delta = -1$ для петляющей ЗС. Можно и для петляющей ЗС считать $\delta = 1$, но тогда для неё $\pi \leq \varphi_s \leq 2\pi$, что соответствует первой пространственной гармонике поля ЗС (рис. 3).

На рис. 4, а и рис. 4, б приведены результаты расчетов постоянных распространения 4-х волн для прямой ЗС. Они показывают следующее. При $\varphi_s \rightarrow 0$, то есть при переходе к гладким (например, спиральным) ЗС для $\varepsilon = 0.01$, и изменении параметра

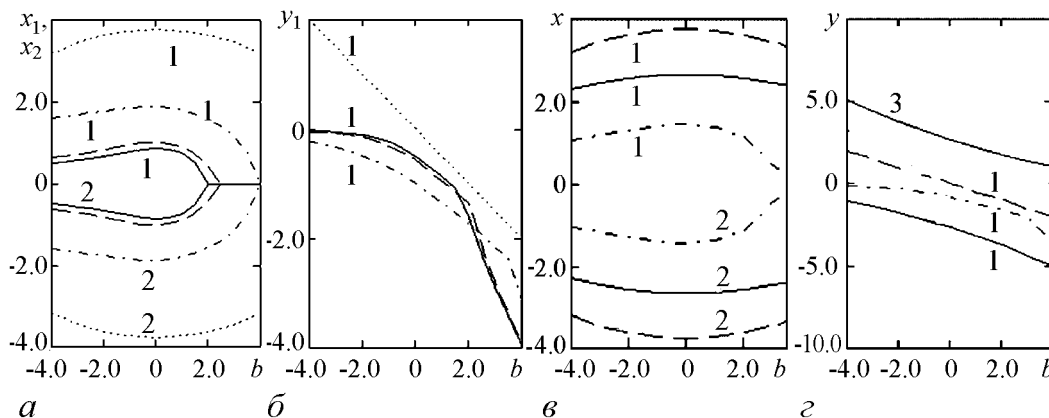


Рис. 4. Корни характеристического уравнения, рассчитанные для основной пространственной гармоники: а – $x_1 = -x_2$, б – $y_1 = y_2$. Здесь $\varphi_s \rightarrow 0$ (сплошная линия, гладкая ЗС); $\varphi_s \rightarrow \pi/2$ (штриховая линия); $\varphi_s \rightarrow 0.9\pi$ (штрих-пунктирная линия); $\varphi_s \rightarrow \pi$ (пунктирная линия). Корни характеристического уравнения, рассчитанные для первой пространственной гармоники: в – $x_1 = -x_2$, з – $y_1 = y_2$. Здесь $\varphi_1 \rightarrow \pi$ (сплошная линия); $\varphi_1 \rightarrow 3\pi/2$ (штриховая линия); $\varphi_1 \rightarrow 1.9\pi$ (штрих-пунктирная линия); $\varphi_1 \rightarrow 2\pi$ (пунктирная линия)

несинхронности электронов и замедленной волны $\xi = b = (\varphi_s - \varphi_e)/(\varepsilon\varphi_e)$ величины x, y точно совпадают с известными, полученными в классической теории ЛБВ.

С ростом φ_0 проявляется влияние встречной волны, приводящее к небольшому изменению постоянных распространения уже в центре полосы пропускания ЗС при $\varphi_0 = \pi/2$. Дальнейшее приближение фазы к точке отсечки $\varphi_0 = \pi$ приводит к существенному изменению постоянных распространения электронных волн из-за взаимодействия электронов с пространственной гармоникой встречной волны ЗС. За точкой отсечки имеется реактивное затухание в ЗС, так что $\varphi_0 = \pi + i \operatorname{Im} \varphi_0$, однако усиление одной из электронных волн сохраняется, полоса усиления расширяется. Величина этого расширения полосы зависит от параметров взаимодействия и может быть вычислена для каждого конкретного случая.

Аналогичные результаты получаются при использовании в качестве рабочей 1-й пространственной гармоники в цепочках связанных резонаторов и подобных им петляющих ЗС, где $\varphi_1 = \varphi_0 + \pi$. Однако здесь при $\varphi_0 \rightarrow 0$ (или $\varphi_1 \rightarrow \pi$) ЗС остается периодической структурой, и в полосе запираания при $\varphi_1 = \pi + i \operatorname{Im} \varphi_1$ также возможно усиление (рис. 4, в и з).

На основании разработанной методики проведено моделирование многосекционной ЛБВ с запредельной секцией. Дисперсионная характеристика для запредельной секции, представленная на рис. 5, показывает, что рабочая полоса прибора находится в полосе запираания частот для данной секции. Был произведен расчет безразмерного поля вдоль запредельной секции для трех точек в рабочей полосе прибора (рис. 6).

Краевая задача решалась двумя способами.

1 способ. Использовался алгоритм, описанный в [1]. Прежде всего, задаются две пары линейно независимых значений $(F_1^{(1)}, F_2^{(1)})$, $(F_1^{(2)}, F_2^{(2)})$ и вычисляются по формуле (25) две пары значений $(F_{Q-1}^{(1)}, F_Q^{(1)})$ и $(F_{Q-1}^{(2)}, F_Q^{(2)})$. Ввиду линейности уравнений связь входных и выходных значений линейная, определяемая матрицей В,

$$\begin{aligned} F_{Q-1}^{(1,2)} &= B_{11}F_1^{(1,2)} + B_{12}F_2^{(1,2)}, \\ F_Q^{(1,2)} &= B_{21}F_1^{(1,2)} + B_{22}F_2^{(1,2)}. \end{aligned} \quad (31)$$

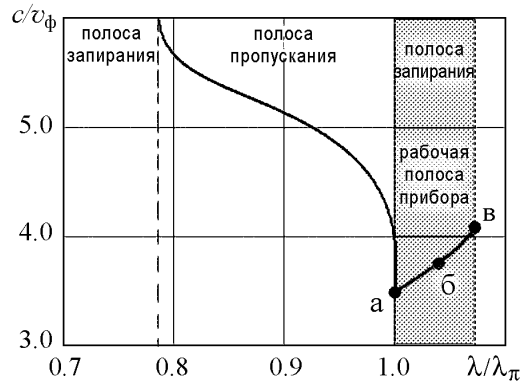


Рис. 5. Дисперсионная характеристика для запредельной секции. Для точек «а», «б», «в» показано распределение безразмерного поля на рис. 6, λ_π – граничная частота запредельной секции

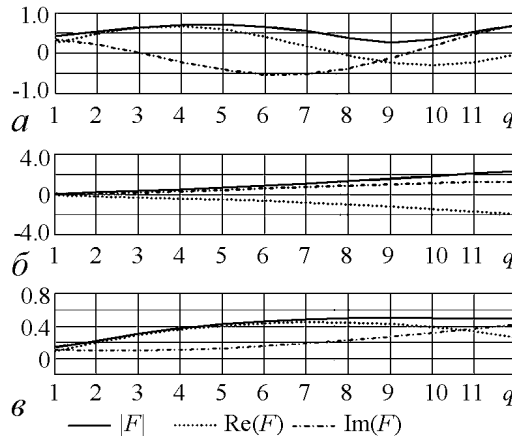


Рис. 6. Распределение безразмерного поля вдоль запредельной секции для трех точек рабочей полосы прибора, указанных на рис. 5: а – для точки «а», б – для точки «б», в – для точки «в»

Решение находится с помощью обратной матрицы $A = B^{-1}$

$$\begin{aligned} F_1 &= A_{11}F_{Q-1} + A_{12}F_Q, \\ F_2 &= A_{21}F_{Q-1} + A_{22}F_Q. \end{aligned} \quad (32)$$

Одним из решений явился коэффициент усиления в рабочей полосе прибора. Расчет коэффициента усиления (рис. 7, а) осуществлялся с использованием локального импеданса связи (кривая 1) и сопротивления связи Пирса (кривая 2). Из рисунка видно, что сопротивление связи стремится к бесконечности на границе полосы пропускания, это приводит к сложностям при расчете вблизи частот отсечки. С другой стороны, при использовании локального импеданса связи значения коэффициента усиления вблизи частот отсечки близки к экспериментальным (ср. кривые 1 и 3 на рис. 7, а).

2 способ. Рассматривалось характеристическое уравнение третьей степени

$$-i(\delta + (d + i\xi))(\delta^2 + \sigma^2) + 1 = 0, \quad (33)$$

где d – параметр затухания, ξ – параметр скорости. Решая данное уравнение, получаем значения постоянных распространения трех электронных волн системы. Используя далее выражение, полученное в [11], получаем начальную амплитуду нарастающей волны

$$A = \left| \frac{\delta_1^2 + \sigma^2}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \right|, \quad (34)$$

где δ_v , ($v = 1, 2, 3$) – корни характеристического уравнения (33). Коэффициент усиления приведен на рис. 7, б. При рассмотрении трех электронных волн распространяющихся в ЗС было отмечено, что использование локального импеданса связи также, как и при первом способе, позволяет более точно описать взаимодействия вблизи границы полосы пропускания. Экспериментально установлено, что использование запредельной секции позволяет получить стабильное усиление в расширенной полосе частот. Изложенный в данной работе метод позволяет рассмотреть процессы

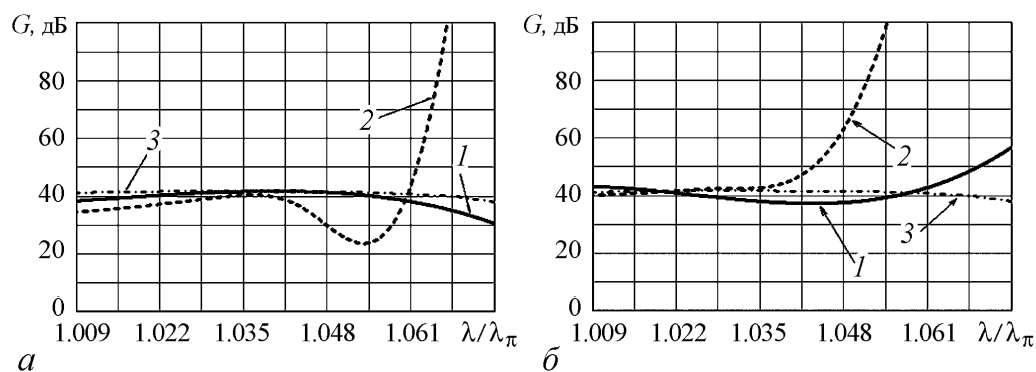


Рис. 7. а – результаты расчета коэффициента усиления в рабочей полосе по *первому способу*: 1 – с использованием локального импеданса связи, 2 – с использованием сопротивления связи Пирса, 3 – экспериментальные результаты. Здесь и далее λ_π – граничная частота для запредельной секции. б – результаты расчета коэффициента усиления в рабочей полосе по *второму способу*: 1 – с использованием локального импеданса связи, 2 – с использованием сопротивления связи Пирса, 3 – экспериментальные результаты. При расчете использовалось характеристическое уравнение 3-й степени

в этой секции. Видно, что в запредельной секции возможно усиление поля. Расхождения экспериментальных и расчетных значений обуславливаются, вероятно, последующей настройкой согласования для каждого отдельного прибора в эксперименте, что не учитывалось в расчетах.

Заключение

На основе выведенных ранее уравнений обобщенной линейной теории электронно-волнового взаимодействия найдена матрица передачи ЗС с электронными волнами и ее собственные значения, определяющие постоянные распространения четырех электронных волн, образующихся при взаимодействии электронного потока с прямой и встречной электромагнитными волнами ЗС. Матрица передачи получена на основе строгой разностной теории возбуждения периодических волноводов и включает электродинамические параметры, описывающие взаимодействие без использования эквивалентных схем ЗС. Показано, что в случае малого периода ЗС, полученные решения совпадают с известными решениями для гладких ЗС. В запредельных секциях ЗС получено распределение поля и тока вдоль секции, показана возможность усиления в таких секциях. Проведено моделирование многосекционной ЛБВ, включающей запредельную секцию, и получено по коэффициенту усиления удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными в рабочей полосе частот.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-02-00859).

Библиографический список

1. Солнцев В.А., Колтунов Р.П. Обобщенная линейная теория дискретного электронно-волнового взаимодействия в замедляющих системах // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55, № 11. С.1362.
2. Солнцев В.А. Теория возбуждения волноводов // Изв.вузов «ПНД». 2009. Т. 17, № 3. С. 53.
3. Солнцев В.А., Мухин С.В. // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36, № 11. С. 2161.
4. Пирс Дж. Р. Лампа с бегущей волной. / Пер. с англ. под.ред. В.Т. Овчарова. М.: Сов. радио, 1952.
5. Солнцев В.А., Колтунов Р.П. Анализ уравнений дискретного электронно-волнового взаимодействия и группировки электронных потоков в периодических и псевдопериодических замедляющих системах // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, № 6. С. 738.
6. Солнцев В.А. Три лекции по теории лампы с бегущей волной // Лекции по СВЧ электронике и радиофизике. 10-я зимняя школа-семинар, кн. 1(1). Саратов: Гос. УНЦ «Колледж», 1996. С. 76.
7. Мухин С.В., Никонов Д.Ю., Солнцев В.А. // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, № 10. С. 1324.
8. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.

9. *Канавец В.И., Мозговой Д.Ю.* // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 10. С. 2121.
10. *Канавец В.И.* // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 2. С. 159.
11. *Клеен В., Пешль К.* Введение в электронику сверхвысоких частот. Часть II: Лампы с длительным взаимодействием / Пер. с нем. под.ред. В.А. Солнцева. М.: Сов. радио, 1963.

*Московский государственный
институт электроники и математики*

Поступила в редакцию 26.04.2012

STUDY OF DISCRETE ELECTRON-WAVE INTERACTION IN THE PASSBAND AND STOPBAND OF SLOW-WAVE SYSTEMS

M.V. Nazarova, V.A. Solntsev, R.P. Koltunov, D.S. Shabanov

This article contains analysis of properties discrete electron-wave interaction in resonance slow-wave system (SWS). Equations of interaction are written in matrix form. Eigenvalues of transfer matrix with electron beam define spread constant of four electron waves. Features of electron waves in SWS with «smooth» energy stream and in SWS with «winding» flow are examined. Simulation is performed and amplification of multi-section TWT with passband and stopband sections of SWS is found. Field distribution along stopband section is found.

Keywords: Slow-wave system, electron beam, interaction, TWT, passband, stopband.



Назарова Маргарита Васильевна – родилась в 1940 году. Окончила физ-фак МГУ (1963). Защитила диссертацию на соискание степени кандидата технических наук (1974, ИРЭ АН СССР) в области распространения радиоволн в магнитосфере. Автор 40 работ по исследованиям взаимодействия электромагнитных волн с плазмой и электронными пучками. В 1985–2010 годах была доцентом МГИЭМ, где работала с 1974 года.

109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., д. 3/12
Московский государственный институт электроники и математики
E-mail: av169543@comtv.ru



Колтунов Роман Павлович – родился в Москве (1981), окончил Московский государственный институт электроники и математики (2004). После окончания МИЭМ продолжил обучение в аспирантуре по специальности «Антенны, устройства СВЧ и их технологии».

109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., д. 3/12
Московский государственный институт электроники и математики
E-mail: krizm13@gmail.com

Солнцев Виктор Анатольевич – родился в Москве (1931). Окончил Московский государственный университет, физический факультет (1953), аспирантуру МГУ (1957), к.ф.-м.н. (1960), д.ф.-м.н. (1973), профессор (1979). С 1973 года заведующий кафедрой Московского государственного института электроники и математики (МИЭМ). Научные интересы в области электроники и радиофизики СВЧ. Автор более 250 научных трудов и 20 изобретений по усилению и генерации СВЧ-колебаний, теории, методам и программам проектирования электронных приборов СВЧ, вакуумной микро- и наноэлектронике. В их числе изобретение и разработка многолучевых ламп обратной волны (1956, с А.С. Тагером, А.А. Негиревым и др.), явившихся основой для создания первой в мире серии генераторов, перекрывающих миллиметровый и субмиллиметровый диапазон, книга «Лекции по сверхвысокочастотной электронике» (1973, с Л.А. Вайнштейном). Руководитель КЦП «Функционально-ориентированная электроника СВЧ» (1984–1989), объединявшей 10 вузов, ряд НИИ Академии наук и промышленности. Руководитель ведущей научной школы России, поддержанной грантами Президента РФ (1996–2005), организатор постоянно действующего с 1973 года Международного семинара «Проблемы электроники». В разные годы член четырех диссертационных советов, редколлегии журналов «Радиотехника и электроника» и «Зарубежная радиоэлектроника», член двух научных советов РАН, консультант «Физической энциклопедии» (1988–1998) и энциклопедического словаря «Электроника» (1990). Заслуженный деятель науки РФ (1999), почетный член Российского НТО РЭС им. А.С. Попова (1999), «Почетный радист» (1980), «Почетный работник высшего профессионального образования РФ» (2001).

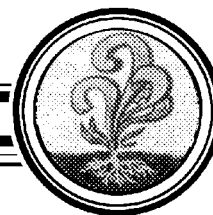


109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., д. 3/12
Московский государственный институт электроники и математики
E-mail: soln05@miem.edu.ru



Шабанов Дмитрий Сергеевич – родился в Москве (1989), окончил бакалавриат Московского государственного института электроники и математики (2010). Продолжил обучение в магистратуре МИЭМ по направлению «Проектирование и технология ЭС». С 2010 года занимается научной деятельностью под руководством д.ф.-м.н, заслуженного деятеля науки РФ Солнцева В.А.

109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., д. 3/12
Московский государственный институт электроники и математики
E-mail: deepgmail@gmail.com



ПРИБЛИЖЕННАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ДВУХПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ*

А.В. Тутов

Построена приближенная нелинейная теория взаимодействия двух электронных потоков. На основе данной теории произведен расчет коэффициента усиления двухлучевого усилителя. Показано, что при определенных условиях коэффициент усиления по мощности может достигать 40 дБ.

Ключевые слова: Двухпучковая неустойчивость, двухлучевой усилитель.

Введение

В данной работе построена последовательная приближенная нелинейная теория двухпучковой неустойчивости в применении к двухлучевому усилителю. Это явление давно известно и заключается в возможности возникновения неустойчивости во взаимодействующих друг с другом электронных потоках [1, 2]. Ранее были предприняты попытки создания приборов СВЧ на его основе, в частности, была создана электронно-волновая лампа – усилитель сантиметрового диапазона волн [3].

В первой части описано построение нелинейной теории двухпотоковой неустойчивости, а во второй приведен расчет коэффициента усиления двухлучевого усилителя с использованием полученной теории.

1. Основные уравнения и их решения

Рассмотрим пространство, в котором взаимодействуют два электронных потока. Предположим, что один из них до входа в это пространство был промодулирован сигналом с частотой ω полем отрезка замедляющей системы (ЗС).

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6–11 февраля 2012.

Для учета обгона одних электронов другими удобно ввести координаты Лагранжа. Введем время в лагранжевой системе координат. Пусть теперь времена $t_{1,2}(x, t_0)$ – это моменты времени, в которые электроны первого и второго потока, влетевшие в пространство взаимодействия в момент t_0 , окажутся в точке с координатой x [4].

$$\omega t_1(x, t_0) = \omega t_0 + \frac{\omega x}{v_{01}} + \theta_1(x, t_0), \quad (1)$$

$$\omega t_2(x, t_0) = \omega t_0 + \frac{\omega x}{v_{02}} + \theta_2(x, t_0). \quad (2)$$

$\theta_{1,2}$ – возмущение фазы электронов под действием поля, $v_{01,02}$ – скорости пучков. Для удобства введем функции

$$u_1(x, t_0) = \omega t_1 - \beta_{e1}x = u_0 + \theta_1(x, t_0), \quad (3)$$

$$u_2(x, t_0) = \omega t_2 - \beta_{e2}x = u_0 + \theta_2(x, t_0). \quad (4)$$

Здесь $\beta_{e1,e2} = \omega/v_{01,02}$. Уравнения движения в переменных Эйлера имеют вид

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt_1} = \eta E_{пз}, \\ \frac{dv_2}{dt_2} = \eta E_{пз}. \end{cases} \quad (5)$$

Считаем, что $E_{пз} = E_{пз1} + E_{пз2}$, где $E_{пз1}$ и $E_{пз2}$ – поля пространственного заряда первого и второго пучков

$$\begin{cases} E_{пз1} = \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{\omega n \varepsilon_0 s_1} I_{1n}(x) e^{jn\omega t_1} \right\}, \\ E_{пз2} = \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{2n}^2}{\omega n \varepsilon_0 s_2} I_{2n}(x) e^{jn\omega t_2} \right\}. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $p_{1n,2n}^2 = n^2/(n^2 + k_{1,2}^2)$, где $k_{1,2}$ – величины, обратно пропорциональные радиусам первого и второго пучков (в случае бесконечно широких пучков $p_{n1,n2}^2 = 1$). Токи пучков могут быть представлены как

$$\begin{cases} I_1 = I_{01} + \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} I_{1n} e^{jn\omega t_1}, \\ I_2 = I_{02} + \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} I_{2n} e^{jn\omega t_2}, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} I_{1n}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_1(x, t_1) e^{-jn\omega t_1} d(\omega t_1), \\ I_{2n}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_2(x, t_2) e^{-jn\omega t_2} d(\omega t_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Закон сохранения заряда имеет вид

$$\begin{cases} I_{01}d(\omega t_0) = I_1(x, t_1)d(\omega t_1), \\ I_{02}d(\omega t_0) = I_2(x, t_2)d(\omega t_2). \end{cases} \quad (9)$$

Тогда (8) можно представить в виде

$$\begin{aligned} I_{1n}(x) &= I_{01}I'_{1n}e^{-jn\beta_{e1}x}, \\ I_{2n}(x) &= I_{02}I'_{2n}e^{-jn\beta_{e2}x}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} I'_{1n}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jnu_1} d(u_0), \\ I'_{2n}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jnu_2} d(u_0). \end{aligned} \quad (11)$$

Введем параметры Пирса для первого и второго пучка, характеризующие их взаимодействие с входной ЗС

$$C_{1,2} = \sqrt[3]{\frac{I_{01,02}K_0}{U_{01,02}}}.$$

Здесь $I_{01,02}$ – токи пучков, K_0 – сопротивление связи входной ЗС, $U_{01,02}$ – ускоряющие напряжения первого и второго пучка. Далее введем безразмерную координату $\xi = \beta_{e1}C_1x$ и следующие величины: $(\eta I_{01,02})/(\varepsilon_0 s_{1,2} v_{01,02}) = \omega_{p1,2}^2$ – плазменные частоты; $\beta_{p1,2}^2 = \omega_{p1,2}^2/v_{01,02}^2$, $q_{1,2} = (\beta_{p1,2}/(\beta_{e1,2}C_{1,2}))^2$ – параметры пространственного заряда; $S = v_{02}/v_{01}$. С учетом малости модуляции, то есть при $(1 + C_1 \partial\theta_1/\partial\xi)^3 \rightarrow 1$ и $(1 + C_1 v_{02}/v_{01} \partial\theta_2/\partial\xi)^3 \rightarrow 1$, система уравнений для возмущения фаз электронов принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} = -\text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{n} q_1 I'_{1n} e^{jnu_1} + \frac{j p_{2n}^2}{n} q_2 S \frac{C_2^2}{C_1^2} I'_{2n} e^{jnu_2} \right\}, \\ \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} = -\text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{n} q_1 \frac{1}{S^3} I'_{1n} e^{jnu_1} + \frac{j p_{2n}^2}{n} q_2 \frac{C_2^2}{C_1^2} \frac{1}{S^2} I'_{2n} e^{jnu_2} \right\}. \end{cases} \quad (12)$$

Возмущение фазы можно разложить в ряд Фурье.

$$\theta_{1,2}(\xi, t_0) = \sum_{m=1}^{\infty} \theta_{1,2m} e^{jm\omega t_0}, \quad \text{где} \quad \theta_{1,2m}(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \theta_{1,2}(\xi, t_0) e^{-jn\omega t_0} d(\omega t_0).$$

Применим преобразование Фурье к левым и правым частям уравнений системы (12) и ограничимся для простоты первым членом разложения ($m = 1$), как это было сделано в [5]. Тогда

$$\theta_{1,2}(\xi) \approx \text{Re} (e^{-ju_0}) = B_{1,2} \cos u_0 = -B_{1,2} \sin \left(u_0 - \frac{\pi}{2} \right); \quad \theta_{1,2} = B_{1,2}. \quad (13)$$

Таким образом, $B_{1,2}$ имеют смысл параметров группировки. После расчета интегралов и введения обозначения $Q(B) = 2J_n(nB) [J_{n-1}(nB) - J_{n+1}(nB)]$ системы (11) и (12) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{cases} I'_{1n} = 2J_n(nB_1) e^{-jn\frac{\pi}{2}}, \\ I'_{2n} = 2J_n(nB_2) e^{-jn\frac{\pi}{2}}, \end{cases} \quad (14)$$

где $J_n(B)$ – функция Бесселя n -го порядка.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 B_1}{\partial \xi^2} + \frac{p_{1n}^2 q_1}{n} Q(B_1) + \frac{p_{2n}^2 q_2 S C_2^2}{n C_1^2} Q(B_2) = 0, \\ \frac{\partial^2 B_2}{\partial \xi^2} + \frac{p_{1n}^2 q_1}{n S^3} Q(B_1) + \frac{p_{2n}^2 q_2 C_2^2}{n S^2 C_1^2} Q(B_2) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

В случае бесконечно широких потоков и одной гармоники тока ($n=1$) систему (15) можно записать так:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 B_1}{\partial \xi^2} + q_1 Q(B_1) + \frac{q_2 S C_2^2}{C_1^2} Q(B_2) = 0, \\ \frac{\partial^2 B_2}{\partial \xi^2} + \frac{q_1}{S^3} Q(B_1) + \frac{q_2 C_2^2}{S^2 C_1^2} Q(B_2) = 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$Q(B) = 2J_1(nB) [J_0(nB) - J_2(nB)]. \quad (17)$$

Очевидно, что система уравнений движения приняла вид системы уравнений для двух связанных нелинейных осцилляторов. Это позволяет провести аналогию между взаимодействующими электронными потоками и связанными нелинейными осцилляторами. Решения системы (15) после подстановки в (14) дадут пространственное распределение токов в области дрейфа.

2. Расчет двухлучевого усилителя

Двухлучевая лампа не нашла применения в сантиметровом диапазоне волн, так как была вытеснена более эффективными ЛБВ и ЛОВ. Поэтому ее пытались применить для продвижения в субмиллиметровый диапазон волн, используя ее главное преимущество – отсутствие замедляющей системы. Но эти попытки не увенчались успехом, поскольку требовались сложные мелкоструктурные компоненты для входных и выходных устройств, что существенно затрудняло создание подобных устройств.

В наши дни достижения в области вакуумной микроэлектроники позволяют надеяться на возрождение приборов подобного типа для генерации излучения в терагерцовом диапазоне частот. Речь идет, в частности, об использовании автоэмиссионных катодов.

В последние годы появилось некоторое количество публикаций, связанных с разработкой генераторов терагерцового диапазона нового типа, принцип работы которых основан на явлении двухпучковой неустойчивости [6]. Этот факт стал одной

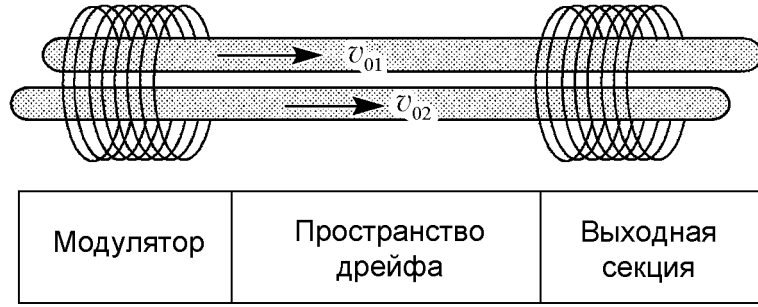


Рис. 1. Схема двухлучевого усилителя

из причин нашего интереса к данной проблеме, поскольку прибор, в котором применяются катоды с полевой эмиссией и эффект двухпучковой неустойчивости, теоретически может генерировать излучение терагерцового диапазона и при этом иметь очень малые размеры.

Далее приведен расчет коэффициента усиления электронно-волновой лампы, основанный на построенной теории. Качественная схема лампы показана на рис. 1.

Прибор делится на три секции: входную секцию, пространство дрейфа и выходную секцию. Входная секция представляет собой короткий отрезок ЛБВ с двумя пучками и служит для модуляции электронного потока входным сигналом. Для расчета будем использовать нелинейную теорию ЛБВ с учетом пространственного заряда [7] и построенную теорию.

Система интегродифференциальных уравнений, описывающая поведение пучков в модуляторе, имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE_n}{dx} + j\beta_n E_n(x) = -\frac{1}{2} \beta_n^2 K_n (I_{1n}(x) + I_{2n}(x)), \\ -\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} = \frac{\omega}{\beta_{e1}^2 C_1^2 v_{01}^3} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2 \eta I_{01}}{\omega n \varepsilon_0 s_1} I'_{1n} e^{-jn\beta_{e1}x} e^{jn\omega t_1} \right. \\ \quad \left. + \frac{j p_{2n}^2 \eta I_{02}}{\omega n \varepsilon_0 s_2} I'_{2n} e^{-jn\beta_{e2}x} e^{jn\omega t_2} + \eta E_n(x) e^{j\omega t_1} \right\}, \\ -\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2 \eta I_{01}}{\beta_{e1}^2 C_1^2 v_{01}^3 n \varepsilon_0 s_1} \frac{v_{01}^3}{v_{02}^3} I'_{1n} e^{jnu_1} + \right. \\ \quad \left. + \frac{j p_{2n}^2 \eta I_{02}}{\beta_{e2}^2 C_2^2 v_{02}^3 n \varepsilon_0 s_2} \frac{\beta_{e2}^2 C_2^2}{\beta_{e1}^2 C_1^2} I'_{2n} e^{jnu_2} + \eta E_n(x) e^{j\omega t_1} \right\}, \\ I'_{1n}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jnu_1} d(u_0), \\ I'_{2n}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jnu_2} d(u_0). \end{array} \right. \quad (18)$$

Будем рассматривать только первые гармоники. После перехода к безразмерным величинам и избавления от интегралов в системе (18) описанными в первой части методами получим

$$\frac{dF}{d\xi} + jb_1 F(\xi) = -(1 + b_1 C_1)^2 \left[I_1'(\xi) + S^2 \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^3 I_2'(\xi) e^{j \frac{S-1}{C_1 S} \xi} \right], \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial \xi^2} + 2q_1 J_1(B_1) [J_0(B_1) - J_2(B_1)] + 2q_1 S \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^2 J_1(B_2) [J_0(B_2) - J_2(B_2)] + F(\xi) J_0(B_1) - F(\xi) J_2(B_1) = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 B_2}{\partial \xi^2} + 2 \frac{q_1}{S^3} J_1(B_1) [J_0(B_1) - J_2(B_1)] + 2 \frac{q_1}{S^2} \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^2 J_1(B_2) [J_0(B_2) - J_2(B_2)] + \frac{1}{S^3} F(\xi) J_0(B_1) - \frac{1}{S^3} F(\xi) J_2(B_1) = 0, \quad (21)$$

$$I_1'(\xi) = 2J_1(B_1) e^{-j \frac{\pi}{2}}, \quad (22)$$

$$I_2'(\xi) = 2J_1(B_2) e^{-j \frac{\pi}{2}}. \quad (23)$$

Если задать начальные условия вида $B_{1,2} = 0$, $\partial B_{1,2}/\partial \xi = 0$, $F = E(0)/(2\beta_{e1} v_{01} C_1^2)$ при $\xi = 0$, то данная система даст нам значение сгруппированного тока, параметра группировки и поля на выходе из модулятора.

При расчете выходных значений параметра группировки, параметры были подобраны таким образом, чтобы поле волны на выходе почти подавлялось, а сгруппированный ток достигал максимума, то есть имел бы место эффект подавления Компфнера. Таким образом, электронный пучок при входе во вторую секцию окажется промодулированным по плотности. Однако следует отметить, что при взаимодействии двух пучков во входной ЗС получить полное подавление входного сигнала довольно затруднительно.

Выходная секция представляет собой отрезок замедляющей системы, с которой взаимодействуют оба электронных потока. Будем располагать ее в конце пространства дрейфа так, чтобы достигнуть максимума усиления.

Рассмотрим для простоты несогласованную задачу. Наведенное поле будем находить из безразмерного уравнения возбуждения вида

$$\frac{dF}{d\xi} + jb_{ex} F(\xi) = -(1 + b_{ex} C_1)^2 \left[\left(\frac{C_{1x}}{C_1} \right)^3 I_1'(\xi) + S^2 \left(\frac{C_{2x}}{C_1} \right)^3 I_2'(\xi) e^{j \frac{S-1}{C_1 S} \xi} \right] \quad (24)$$

в приближении заданного тока; здесь β_{ex} – постоянная распространения волны в выходной замедляющей системе, C_{1x}, C_{2x} – параметры усиления Пирса, характеризующие взаимодействие пучков с выходной ЗС.

3. Результаты расчета

При расчете усилителя были получены графики распределений токов пучков во всем пространстве взаимодействия и распределения полей волн в замедляющих

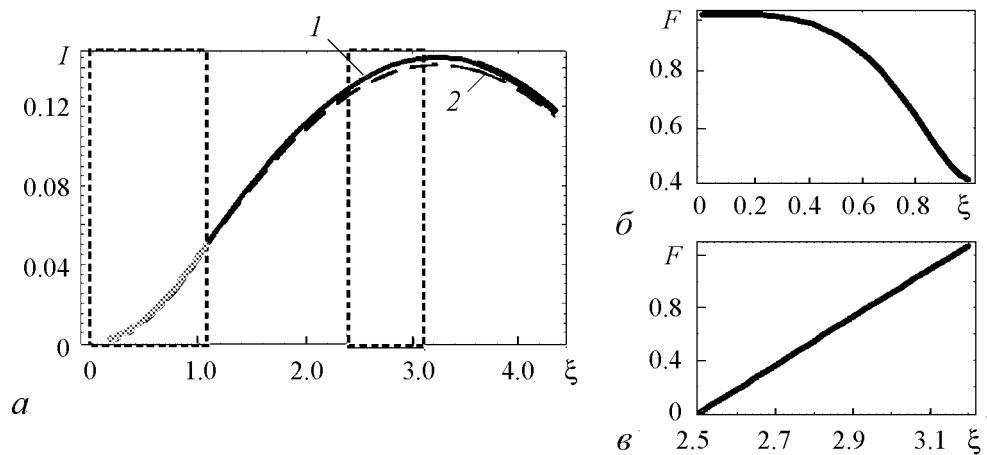


Рис. 2. Распределения токов пучков I (а) и полей F в модуляторе (б) и выходной секции (е) при учете двух пучков в модуляторе

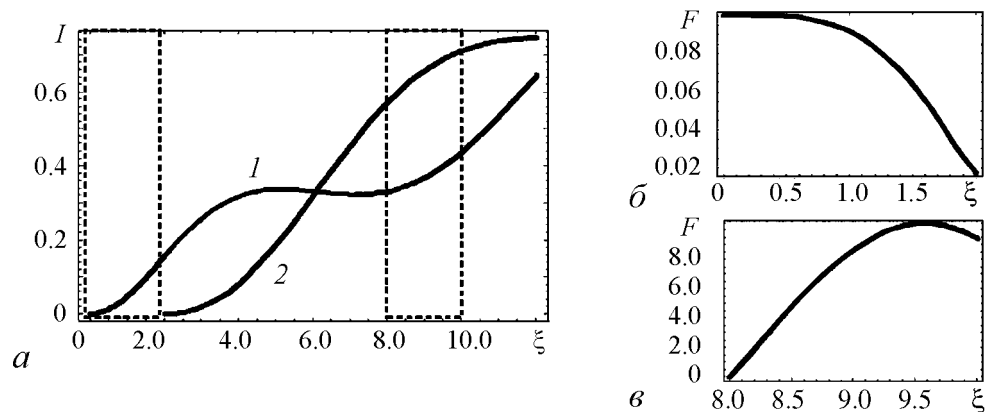


Рис. 3. Распределения токов пучков I (а) и полей F в модуляторе (б) и выходной секции (е) при учете только одного пучка в модуляторе

системах. На рис. 2 видно, что токи пучков ведут себя похожим образом, при этом во входной секции имеет место модуляция обоих пучков. Пунктирными рамками обозначены положения входной и выходной ЗС.

По результатам расчета данной модели максимальный коэффициент усиления по мощности был равен 22 дБ. Ниже приведены результаты расчета для случая, когда в модуляторе нет второго пучка, а появляется он только во второй секции. Из рис. 3 видно, что в этом случае значительно улучшается группировка модулируемого пучка. Коэффициент усиления при этом может достигать 40 дБ.

Выводы

Построена приближенная нелинейная теория двухпучковой неустойчивости. Получены простые выражения, описывающие поведение двух взаимодействующих электронных потоков. На основе теории был проведен расчет коэффициента усиления двухлучевой лампы. Показано, что коэффициент усиления в зависимости от конфигурации лампы может достигать 40 дБ. Также показано, что при модуляции сразу двух пучков существенно ухудшается группировка. При этом существенно снижается коэффициент усиления. Этого можно избежать путем применения, к примеру,

автоэмиссионных катодов, поскольку в этом случае пучки будут модулироваться по отдельности.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (проект № НШ-1430.2012.2), РФФИ (проект № 11-02-00047, 10-02-00256)

Библиографический список

1. Бриггс Р. Двухпучковая неустойчивость. Достижения физики плазмы. Т. 3, 4. М.: Изд-во «Мир». 1974.
2. Рабинович М.С., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1992. 454 с.
3. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. М., 1953. 324 с.
4. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. Радио, 1970. 584 с.
5. Солнцев В.А. Нелинейные волны в электронных потоках // Известия вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 4.
6. Birhofberger K., Carlsten B.E., Faehl R. Generation of millimeter and sub-millimeter radiation in a compact oscillator utilizing the two-stream instability // IVEC 2008, april 22–24. 2008. P. 164.
7. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ-электронике для физиков. Т. 1. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 496 с.

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Поступила в редакцию 4.03.2012

AN APPROXIMATE NONLINEAR THEORY OF DOUBLE-STREAM INSTABILITY

A.V. Titov

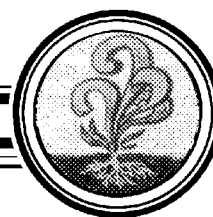
An approximate nonlinear theory of double-stream interaction is built. Based on this theory, calculation for double-stream amplifier gain was performed. It was shown, that 40 dB amplification can be obtained.

Keywords: Double-stream instability, double-stream amplifier.



Титов Алексей Владимирович – родился в Саратове (1988). Окончил Саратовский государственный университет (2010). После окончания поступил в аспирантуру на специальность «радиофизика». В настоящее время является аспирантом второго года обучения кафедры электроники, колебаний и волн СГУ.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: Titovav88@gmail.com



НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ХАОС ВО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКАХ С ВИРТУАЛЬНЫМИ КАТОДАМИ В ВИРКАТОРЕ БЕЗ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ*

Р.А. Филатов, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

В рамках численного моделирования методом крупных частиц была исследована нестационарная динамика виртуальных катодов, формирующихся во встречных интенсивных электронных потоках. Обнаружен широкий диапазон динамических режимов колебаний виртуальных катодов: от регулярных до широкополосных хаотических. Показана связь между величиной старшего ляпуновского показателя и мощностью выходного сигнала системы встречных электронных потоков.

Ключевые слова: Встречные электронные потоки, виртуальный катод, выходная мощность, показатель Ляпунова, пространственно-распределенная система.

Введение

Одним из важных направлений исследований современной радиофизики и электроники больших мощностей являются изучение и анализ нелинейных колебательных процессов в интенсивных электронных пучках со сверхкритическим током в режимах формирования нестационарного колеблющегося виртуального катода [1, 2, 2, 4, 5]. Сложная колебательная динамика в таких системах возникает в результате развития различных неустойчивостей, среди которых особый интерес вызывают аperiодические неизлучательные неустойчивости Пирса и Бурсиана [6–8], приводящие к формированию виртуального катода (ВК) в интенсивном пучке со сверхкритическим током. При этом наблюдается отражение части электронов от ВК обратно к плоскости инжекции и установление, таким образом, двухпотокового состояния электронного пучка. В данных режимах нестационарный ВК может совершать сложные пространственно-временные колебания, включая хаотические осцилляции [2, 5, 9–11, 13, 14]. Важность исследования пучково-плазменных систем с ВК определяется тем, что для таких приборов и устройств характерны сложные

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6–11 февраля 2012.

нестационарные режимы пространственно-временных колебаний, образование электронных структур, хаотическая генерация, так и прикладными задачами использования электронных потоков с нестационарным ВК для создания генераторов мощного СВЧ-излучения и систем ускорения ионов [2, 5, 5, 15]. Генераторы на ВК или виркаторы характеризуются рекордными мощностями выходного излучения в сантиметровом диапазоне длин волн, простотой конструкции и возможностью работать без внешних фокусирующих магнитных систем, что делает данные системы перспективными источниками мощного СВЧ-излучения в электронике больших мощностей [16]. Перспективным является и использование схемы низковольтного виркатора для генерации широкополосного микроволнового излучения среднего уровня мощности [8, 17, 19].

Как было сказано выше, формирование ВК приводит к реализации в пучково-плазменной системе состояния со встречными электронными потоками. Взаимодействие встречных электронных потоков представляет интерес с точки зрения построения фундаментальной теории колебательных процессов в интенсивных электронных потоках, возникающих под влиянием полей пространственного заряда [20, 21]. Кроме того, нелинейные нестационарные процессы во встречных электронных потоках являются самостоятельным предметом исследования во многих областях современной радиофизики и физики плазмы, в том числе и при изучении процессов в астрофизической плазме, в частности, солнечного ветра [22, 23]. Проблема взаимодействия интенсивных встречных потоков заряженных частиц привлекает внимание исследователей и с точки зрения различных приложений в электронике, например, изучение высокоомощных релятивистских двухпотоковых клистронов [24], создание источников терагерцового излучения на основе двухлучевых ламп [25, 26].

Исследования встречных электронных потоков со сверхкритическим током в режиме формирования ВК также заслуживает отдельного внимания. В настоящее время получены экспериментальные результаты по исследованию синхронизации в системах с виртуальными катодами, формирующимися во встречных пучках [27], а также нерелятивистских генераторов широкополосного СВЧ-излучения [28]. Также следует упомянуть исследования сжатого состояния электронных потоков с образованием так называемого распределенного ВК [29, 30]. Детальные теоретические исследования колебательных процессов во взаимопроникающих потоках заряженных частиц, тем не менее, не проводились.

Данная работа посвящена изучению хаотических режимов колебаний виртуальных катодов, формирующихся во встречных взаимопроникающих электронных потоках в виркаторе без внешнего фокусирующего пучки магнитного поля.

1. Описание исследуемой системы. Математическая модель и схема численного моделирования

Рассмотрим исследуемую систему, а также дадим краткое описание модели, которая использовалась для исследования нестационарных процессов в системе встречных электронных потоков. Численная схема и программа для моделирования базировались на схеме, детально описанной в работах [31, 32].

Исследуемая система генератора на встречных электронных потоках, схематично показанная на рис. 1, представляет собой проводящий отрезок цилиндрической волноведущей системы I длиной L и радиусом R , закрытый с торцов сеточ-

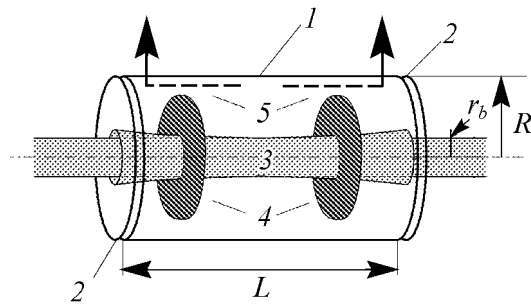


Рис. 1. Схема исследуемой модели: 1 – цилиндрическое пространство дрейфа, 2 – входной и выходной электроды, 3 – встречные электронные потоки, 4 – виртуальные катоды, 5 – широкополосный вывод мощности

Плотность и скорость электронных потоков при инжекции в систему поддерживаются постоянными. Для исследования процессов формирования виртуальных катодов в системе была рассмотрена самая простая конфигурация электростатических полей в «холодном» режиме. Боковая стенка системы и сеточные электроды находятся под одинаковым потенциалом, то есть электронные потоки изначально инжектируются в эквипотенциальное пространство и динамика электронов определяется только собственными полями пространственного заряда электронных пучков.

Как уже отмечалось, перспективной особенностью генераторов на ВК (виркаторов) является возможность работы без фокусирующего электроны магнитного поля [16], поэтому численное моделирование проводилось для системы без фокусирующих внешних магнитных полей.

С увеличением тока электронных пучков под действием сил пространственного заряда в области между сетками формируются два колеблющихся ВК 4. Пространственно-временные колебания ВК приводят к возбуждению высокочастотных электромагнитных колебаний в пространстве дрейфа. Наиболее удобным методом регистрации колебаний ВК является использование широкополосного вывода мощности, который можно реализовать с помощью отрезка спирали, размещаемого в области формирования ВК [8, 19]. В данной работе вывод мощности осуществляется при помощи двух отрезков спиральной замедляющей системы 5, расположенных на правом и левом концах пространства взаимодействия, что позволяет регистрировать колебания пространственного заряда каждого ВК.

Моделирование самосогласованных нестационарных процессов во встречных электронных потоках проводилось методом крупных частиц [33–35] в двухмерном приближении. Электронные потоки в виде совокупности крупных частиц, которые в аксиально-симметричной геометрии представляют собой соосные кольца различных радиусов, инжектируются через равные промежутки времени в пространство взаимодействия.

Будем рассматривать задачу в безразмерных переменных потенциала φ и напряженности E поля пространственного заряда, скорости v и плотности ρ электронного потока, координат x и r и времени t

$$\begin{aligned} \varphi' &= V_0 \varphi, & \rho' &= \rho_0 \rho', \\ v' &= v_0 v, & z' &= Lz, & r' &= Lr, & t' &= Lt/v_0. \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь штрихом обозначены размерные величины; V_0 – потенциал ускоряющего анода; v_0 и ρ_0 – не зависящие от радиуса r статические (невозмущенные) скорость и плотность электронного потока на входе системы; L – длина системы.

В предположении равенства нулю магнитного поля и аксиальной симметрии, уравнения движения электронов имеют вид

$$\frac{d^2 r_k}{dt^2} = - \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{z_k, r_k}, \quad \frac{d^2 z_k}{dt^2} = - \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z_k, r_k}. \quad (26)$$

Здесь z_k и r_k – соответственно продольная и радиальная координаты k -го электрона; $\varphi(z_k, r_k)$ – потенциал поля пространственного заряда в точке (z_k, r_k) .

В продольные скорости электронного потока на входе в систему вносилось малое случайное возмущение

$$\left. \frac{dz}{dt} \right|_{z=0, z=1} = \pm v_0 + Aw, \quad \left. \frac{dr}{dt} \right|_{z=0, z=1} = 0, \quad (27)$$

где w – нормально распределенная случайная дельта-коррелированная величина с нулевым средним (гауссов белый шум); A – интенсивность шумового возмущения (в работе использовалась величина $A = 0.001$).

Потенциал поля пространственного заряда в квазистатическом приближении определяется с помощью уравнения Пуассона, которое в цилиндрических координатах запишется в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \alpha^2 \rho, \quad (28)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{|\rho_0|}{V_0 \varepsilon_0}} L \quad (29)$$

– безразмерный управляющий параметр (критерий подобия задачи), пропорциональный току каждого пучка и длине системы ($\alpha \sim \sqrt{IL}$), и обратно пропорциональный начальной скорости инжектируемых электронов на входной сетке в пространство взаимодействия ($\alpha \sim 1/v_0$). Такое определение величины параметра Пирса выбрано сознательно для возможности сравнения величины параметра со случаем однопоточкового виркатора. В работе рассматривается только случай одинаковых токов встречных потоков, поэтому выбор такого определения параметра Пирса в данной работе представляется оптимальным. Следует отметить, что применимость потенциального приближения ограничена нерелятивистским случаем, когда можно пренебречь собственным магнитным полем электронного потока (см. подробнее оценки из работы [36], которые справедливы для рассматриваемой схемы).

Граничные условия для уравнения (28) записываются в стандартном виде:

$$\varphi(z = 0, r) = \varphi(z = 1, r) = \varphi(z, r = 0.5) = 0, \quad \left. \frac{d\varphi}{dr} \right|_{r=0} = 0. \quad (30)$$

Для моделирования вывода мощности с использованием спиральной системы использовался метод эквивалентных схем, детально описанный в работах [14, 38].

Выбор числа узлов пространственной сетки в продольном, $N_z = 100$, и радиальном, $N_r = 100$, направлениях обусловлен достижением необходимой точности и адекватности расчетов для анализа сложных нелинейных процессов, включая детерминированный хаос [34, 39]. Решение уравнений движения осуществлялось с помощью схемы с перешагиваниями [34], имеющей второй порядок точности; для интегрирования уравнения Пуассона использовался неявный метод Рундсона [40]. Использование этого простого и медленно сходящегося итерационного метода обусловлено тем, что более эффективные итерационные методы не приводят к строго симметричным численным результатам даже при симметричных граничных условиях, тогда как одним из преимуществ грубого метода Рундсона является строгая симметричность получаемых результатов [40].

2. Результаты исследования нестационарной динамики виртуальных катодов в системе встречных электронных потоков

Рассмотрим характеристики выходного излучения системы встречных электронных потоков в нестационарном режиме. С ростом управляющего параметра α во встречных электронных потоках возникают нестационарные колеблющиеся ВК, колебания которых приводят к возбуждению электромагнитного излучения.

Критическое значение параметра Пирса $\alpha_{cr} \approx 2.94$, при котором наблюдается переход к нестационарной динамике в системе встречных электронных потоков, гораздо ниже критического значения для однопотоковой системы $\alpha_{cr0} \approx 4.77$. Расчеты пускового тока двухпотоковой системы находятся в хорошем соответствии с экспериментальным исследованием двухпотокового виркатора (проведенная нами оценка параметра Пирса, при котором в экспериментальной системе наступает генерация, дает величину $\alpha_{cr} \approx 2.82$) [28].

На рис. 2 представлены временные реализации напряжения $U_l(t)$, снимаемого с конца левого отрезка спиральной замедляющей системы (рис. 2, *a–в*) при различных значениях параметра Пирса α , и их спектральные функции (рис. 2, *г–е*). Для анализа изменения характеристик выходного сигнала с ростом управляющего параметра можно ограничиться рассмотрением выходного сигнала только с одного вывода энергии, так как, несмотря на асимметрию, неизбежно возникающую в системе встречных электронных потоков и приводящую к различиям в мгновенных распределениях, интегральные характеристики, например, спектральная функция, и качественный вид колебаний в правой и левой половинах системы дают очень хорошее совпадение.

При малых значениях параметра α (рис. 2, *a, г*) в системе встречных электронных потоков наблюдается низкочастотная генерация с малой амплитудой. Спектр колебаний (см. рис. 2, *г*) близок к шумовому без явно выраженной доминантной частоты. С ростом параметра Пирса растет амплитуда и колебания становятся более детерминированными. На рис. 2, *б, д* приведены временная реализация выходного сигнала $U_l(t)$ с конца левого отрезка спиральной замедляющей системы и его спектр, построенные при значении параметра $\alpha = 7.62$. Можно видеть, что по сравнению с меньшими значениями α (см. рис. 2, *a, г*) в спектре сигнала к низкочастотной добавляются отдельные высокочастотные составляющие, спектр становится более

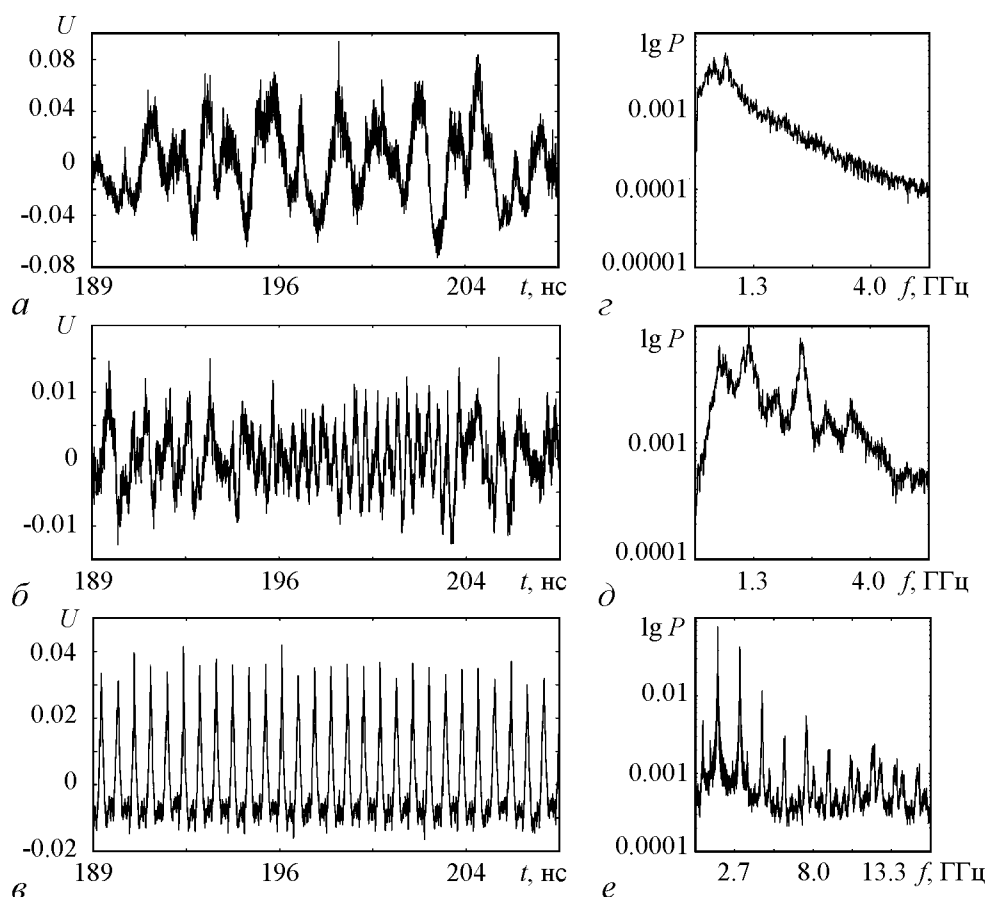


Рис. 2. Выходной сигнал ($a-v$) системы встречных электронных потоков, снимаемый с конца левого отрезка спиральной замедляющей системы и его спектральная функция ($z-e$) для различных значений управляющего параметра: a, z соответствуют $\alpha = 4.0$; $b, d - \alpha = 7.62$; $v, e - \alpha = 8.62$

широкополосным. При данном значении управляющего параметра α в системе наблюдаются хорошо развитые хаотические колебания. Дальнейший рост плотности пространственного заряда приводит к установлению режима регулярных колебаний виртуальных катодов в системе встречных электронных потоков. Из рис. 2, v, e видно, что дальнейшее увеличение параметра Пирса α приводит к росту амплитуды высокочастотных составляющих, спектральная функция сигнала становится ближе к дискретному эквидистантному спектру с большим количеством старших гармоник.

Проанализируем изменение мощности выходного излучения системы встречных электронных потоков при изменении управляющих параметров системы.

На рис. 3 представлены зависимости мощности выходного сигнала P и старшего ляпуновского показателя Λ , а также бифуркационная диаграмма системы встречных электронных потоков при изменении величины параметра Пирса α для значения радиуса электронного потока $r = 0.1$. Величина выходной мощности рассчитывалась по выходному сигналу, снимаемому с конца левого отрезка спиральной замедляющей системы. Из рисунка видно, что зависимость выходной мощности исследуемой системы от величины параметра Пирса α , которая пропорциональна току электронного пучка, имеет сложный характер. Следует отметить, что характерной для зависимости $P(\alpha)$ является тенденция к росту мощности колебаний при увеличении параметра α , а также связь величины мощности с характером колебаний в системе.

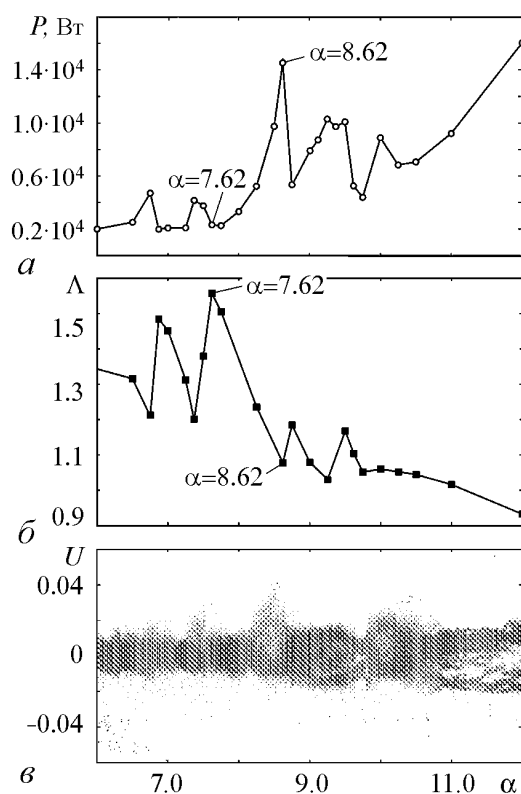


Рис. 3. Зависимости мощности выходного сигнала P , снимаемого с конца левого отрезка спиральной замедляющей системы (а), и старшего ляпуновского показателя (б) от величины параметра Пирса α и бифуркационная диаграмма (в) системы встречных электронных потоков для величины радиуса электронных пучков $r_b = 0.1$

Анализ рис. 3, б показывает, что в системе встречных потоков в режиме формирования ВК при любых значениях тока пучка α реализуются хаотические режимы колебаний, которые характеризуются положительными значениями старшего ляпуновского показателя, однако величина Λ сильно зависит от величины параметра α . Существуют значения токов пучка, при которых показатель Ляпунова максимален, а следовательно, режим колебаний в системе наиболее сложен.

Сравнение рис. 3, а и б подтверждает связь между характером колебаний пространственного заряда и мощностью выходного сигнала исследуемой системы. При малых значениях старшего ляпуновского показателя, то есть когда в системе имеют место близкие к регулярным колебания, мощность выходного сигнала максимальна. Величинам параметра Пирса α , при которых выходная мощность мала, соответствуют большие значения старшей ляпуновской экспоненты и широкополосные хаотические колебания виртуальных катодов в пространстве взаимодействия.

Более подробную картину изменения колебательных режимов в исследуемой системе дает бифуркационная диаграмма при изменении параметра Пирса (рис. 3, в). Диаграмма строилась по значениям локальных максимумов временной реализации

Так, из рис. 3, а видно, что малые значения мощности $P(\alpha = 7.62)$ наблюдаются в системе для широкополосного хаотического сигнала (см. рис. 2, б, д), а максимальная мощность, достигаемая при значении $\alpha = 8.62$, соответствует более регулярным высокочастотным колебаниям пространственного заряда в системе встречных электронных потоков (см. рис. 2, в, е).

Для детального анализа связи между регулярностью и мощностью колебаний в системе встречных электронных потоков рассмотрим зависимость старшего ляпуновского показателя системы Λ от величины параметра Пирса (рис. 3, б).

Старший ляпуновский показатель — весьма важная характеристика, которая характеризует степень устойчивости того или иного пространственно-временного состояния системы. Положительные значения старшего ляпуновского показателя соответствуют хаотическим режимам. Другими словами, старший ляпуновский показатель отражает степень нерегулярности колебаний в системе. Расчет величины старшего ляпуновского показателя проводился с помощью модификации алгоритма Бенеттина [41] для анализа устойчивости пространственно-распределенных систем, описываемых в рамках метода крупных частиц.

выходного сигнала с конца левого отрезка спиральной замедляющей системы после завершения переходного процесса с шагом $\Delta\alpha = 0.01$. Перед построением диаграммы к сигналу применялся фильтр нижних частот для удаления высокочастотных шумов, мешающих визуализации.

Можно видеть, что бифуркационная диаграмма системы встречных электронных потоков находится в хорошем соответствии с зависимостями выходной мощности P (см. рис. 3, *a*) и старшего ляпуновского показателя Λ (см. рис. 3, *б*) от параметра Пирса. Сплошные узкие области на бифуркационной диаграмме, которые возникают при установлении в системе хаотических широкополосных колебаний с малой амплитудой выходного сигнала, соответствуют большим значениям старшего ляпуновского показателя Λ и меньшим значениям выходной мощности P . Более широкие разреженные области, отражающие более регулярные колебательные режимы с большей амплитудой, соответствуют большим значениям мощности выходного сигнала P и меньшей величине старшего ляпуновского показателя Λ . Бифуркационная диаграмма системы встречных электронных потоков имеет сложный вид, что свидетельствует о высокой чувствительности системы к изменению параметра Пирса и широком диапазоне наблюдаемых колебательных режимов.

Выводы

Таким образом, в работе в рамках численного моделирования исследованы характеристики колебаний пространственного заряда в системе встречных электронных потоков в режиме формирования виртуального катода. Показано, что при различных значениях токов пучков двухпотоковый виркатор демонстрирует широкий спектр колебательных режимов от близких к регулярным до широкополосных хаотических колебаний.

Обнаружена связь между величиной старшего ляпуновского показателя и мощностью выходного сигнала, снимаемого с конца отрезка спиральной замедляющей системы. Выявлено, что мощность колебаний зависит от величины старшего ляпуновского показателя, а именно наибольшая мощность выходного сигнала наблюдается для наиболее регулярных режимов колебаний пространственного заряда в системе встречных электронных потоков. Построены бифуркационные диаграммы колебаний пространственного заряда в пространстве взаимодействия при изменении параметра Пирса, которые подтверждают связь величины выходной мощности с характером колебательного режима в системе. Показано, что мощность не растет монотонно с увеличением тока пучка, а достигает максимума при некотором его оптимальном значении. Подобная зависимость позволяет изменением тока электронных пучков эффективно управлять характеристиками выходного излучения в исследуемой системе.

В заключение отметим преимущества двухпотоковой схемы генератора на виртуальном катоде по сравнению с классической однопотоковой схемой виркатора. Во-первых, существует возможность снижения пускового тока данного генератора на двух электронных пучках; во-вторых, двухпотоковая схема характеризуется более сложными хаотическими режимами генерации по сравнению с классическим низковольтным виркаторм.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы и Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проекты 12-02-00345 и 12-02-90022).

Библиографический список

1. Диденко А.Н., Красик Я.Е., Перельгин С.Ф., Фоменко Г.П. Генерация мощного СВЧ-излучения релятивистским электронным пучком в триодной системе // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5 Вып. 6. С. 321.
2. Granatstein V.L., Alexeeff I. // High Power Microwave Sources, Artech House Microwave Library, 1987.
3. Дубинов А.Е., Селемир В.Д. Электронные приборы с виртуальным катодом // Радиотехника и электроника. 2002. Вып. 47, № 6. С. 575.
4. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
5. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2 т. М.: Физматлит, 2003.
6. Бурсиан В.Р., Павлов В.И. Об одном частном случае влияния объемного заряда на прохождение потока электронов в пустоте // Журнал русского физико-химического общества. 1923. Т. 55, № 1–3. С. 71.
7. Pierce J.R. Limiting currents in electron beam in presence ions // J. Appl. Phys. 1944. Vol. 15. P. 721.
8. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990.
9. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. К вопросу о механизме возникновения хаотической динамики в вакуумном СВЧ генераторе на виртуальном катоде // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. XLI, № 9. С. 1137.
10. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. Исследование колебаний в электронном потоке с виртуальным катодом в виркаторе и виртоде // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 2, 3. С. 33.
11. Привезенцев А.П., Фоменко Г.П. Сложная динамика потока заряженных частиц с виртуальным катодом // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 56.
12. Гадецкий Н.Н., Магда И.И., Найстетер С.И., Прокопенко Ю.В., Чумаков В.И. Генератор на сверхкритическом токе РЭП с управляемой обратной связью – виртод // Физика плазмы. 1993. Т. 19, № 4. С. 530.
13. Селемир В.Д., Алёхин Б.В., Ватрунин В.Е., Дубинов А.Е., Степанов Н.В., Шамро О.А., Шибалко К.В. Теоретические и экспериментальные исследования СВЧ-приборов с виртуальным катодом // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 7, 8. С. 689.
14. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurkin S.A. Numerical study of chaotic oscillations in the electron beam with virtual cathode in the external non-uniform magnetic fields // Phys. Lett. A. 2010. Vol. 374. P. 3057.
15. Рухадзе А.А., Столбецов С.Д., Тараканов В.П. Виркаторы (обзор) // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37, № 3. С. 385.
16. Benford J., Swegle J.A., Schamiloglu E. High Power Microwaves. CRC Press, Taylor and Francis, 2007.
17. Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Левин Ю.И., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Вакуумные генераторы широкополосных хаотических колебаний на основе нереляти-

- вистских электронных пучков с виртуальным катодом // Изв. РАН. Сер. физич. 2005. Т. 69, № 12. С. 1724.
18. Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е., Егоров Е.Н., Филатов Р.А. Экспериментальное и теоретическое исследование хаотических колебательных явлений в нерелятивистском электронном потоке с виртуальным катодом // Физика плазмы. 2005. Т. 31, № 11. С. 1009.
 19. Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Методы нелинейной динамики и хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот. Т. 2. Нестационарные и хаотические процессы. М.: Физматлит, 2009.
 20. Marocchino A., Lapenta G., Evstatiev E.G., Nebel R.A., Park J. Two-dimensional electron-electron two-stream instability of an inertial electrostatic confinement device // Physics of Plasmas. 2006. Vol. 13, № 10. 102106.
 21. Nebel R.A., Stange S., Park J., Taccetti J.M., Murali S.K., Garcia C.E. Theoretical and experimental studies of kinetic equilibrium and stability of the virtual cathode in an electron injected inertial electrostatic confinement device // Phys. Plasmas 2005. Vol. 12, 012701.
 22. Gaelzer R., Ziebell L.F., Vinas A.F., Yoon P.H., Ryu C.-M. Asymmetric solar wind electron superthermal distributions // The Astrophysical Journal. 2008. Vol. 677. P. 676.
 23. Ryu C.-M., Ahn H.-C., Rhee T., Yoon P.H., Ziebell L.F., Gaelzer R., Vinas A.F. Simulation of asymmetric solar wind electron distributions // Physics of Plasmas. 2009. Vol. 16. 062902.
 24. Uhm H.S. A theory of two-stream instability in two hollow relativistic electron beams // Physics of Fluids B. Plasma Physics. 1993. Vol. 5, № 9. P. 3388.
 25. Carlsten B.E., Bishofberger K.A., Faehl R.J. Compact two-stream generator of millimeter- and submillimeter-wave radiation // Physics of Plasmas. 2008. Vol. 15, № 7. 073101.
 26. Zong-Jun S., Xiao-Pin T., Zi-Qiang Y., Feng L., Zheng L. Simulations of a two-stream backward-wave oscillator with a slot-hole structure // Chinese Physics B. 2012. Vol. 21, № 1. 018401.
 27. Hendricks K.J., Adler R., Noggle R.C. Experimental results of phase locking two virtual cathode oscillators // J. Appl. Phys. 1990. Vol. 68, № 2. P. 820.
 28. Калинин Ю.А., Стародубов А.В. Сверхнизковольтный генератор хаотических СВЧ-колебаний на встречных электронных пучках // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37, № 1. С. 32.
 29. Дубинов А.Е., Ефимова И.А. Колебания сжатого состояния электронных пучков в виркаторе на встречных потоках // Электромагнитные волны и электронные системы. 2003. Т. 8, № 11–12. С. 55.
 30. Барабанов В.Н., Дубинов А.Е., Лойко М.В., Сайков С.К., Селемир В.Д., Тараканов В.П. Пучковый разряд, возбуждаемый распределенным виртуальным катодом // Физика плазмы. 2012. Т. 38, № 2. С. 189.
 31. Храмов А.Е., Куркин С.А., Егоров Е.Н., Короновский А.А., Филатов Р.А. Программный пакет для исследования и оптимизации нелинейных нестационарных процессов в микроволновых генераторах с электронной обратной связью // Математическое моделирование 2011. Т. 23, № 1. С. 3.

32. Куркин С.А., Короновский А.А., Егоров Е.Н., Левин Ю.И., Филатов Р.А., Храмов А.Е. Математическая модель и ее численная реализация для исследования и оптимизации генераторов с электронной обратной связью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18, № 6. С. 106.
33. Anderson T.M., Mondelli A.A., Levush B., Verboncoeur J.P., Birdsall C.K. Advances in modelling and simulation of vacuum electron devices // Proceedings IEEE. 1999. Vol. 87, № 5. P. 804.
34. Birdsall C.K., Langdon A.B. Plasma Physics, Via Computer Simulation. NY: McGraw-Hill, 1985.
35. Хокни Р., Иствуд Д. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987.
36. Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Нелинейная динамика и хаотизация колебаний виртуального катода в трубчатом электронном потоке во внешнем магнитном поле // Физика плазмы. 2009. Т. 35, № 8. С. 684.
37. Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е., Морозов М.Ю. Исследование мощности СВЧ генерации в нерелятивистском электронном пучке с виртуальным катодом в тормозящем поле // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, № 9. С. 71.
38. Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Исследование зависимости мощности СВЧ-генерации низковольтного виркатора от управляющих параметров // ЖТФ. 2007. Т. 77, № 10. С. 139.
39. Маханьков В.Г., Полляк Ю.Г. Об адекватности математического моделирования сложных систем упрощенными системами (метод макрочастиц) // ЖТФ 1976. Т. XLVI, № 3. С. 439.
40. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
41. Benettin G., Galgani L., Strelcyn J.-M. Kolmogorov entropy and numerical experiments // Phys. Rev. A14. 1976. 2338.

*Саратовский госуниверситет
им. Н.Г. Чернышевского*

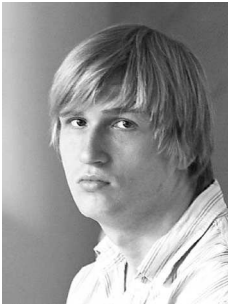
*Поступила в редакцию 13.04.2012
После доработки 11.05.2012*

NONLINEAR DYNAMICS AND CHAOS IN THE COUNTERSTREAMING ELECTRON BEAMS WITH VIRTUAL CATHODES IN VIRCATOR WITHOUT EXTERNAL MAGNETIC FIELD

R.A. Filatov, A.A. Koronovskii, A.E. Hramov

Virtual cathode nonstationary dynamics has been numerically studied for the two counterstreaming electron beams. The variety of the virtual cathode oscillatory regimes has been discovered from regular to wide band chaotic oscillations. Connection between value of the largest Lyapunov exponent and output signal power has been revealed.

Keywords: Counterstreaming electron beams, virtual cathode, output power, Lyapunov exponent, spatially extended system.



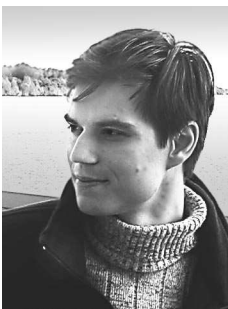
Филатов Роман Андреевич – родился в Саратове (1986), окончил Саратовский государственный университет (2009). Аспирант кафедры электроники, колебаний и волн, младший научный сотрудник отделения физики нелинейных систем НИИ ЕН СГУ. Научные интересы – физика плазмы, нелинейная динамика пучково-плазменных систем. Опубликовал 13 научных статей в центральных реферируемых журналах, участник всероссийских и международных конференций.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: filatovra@gmail.com



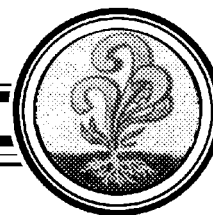
Короновский Алексей Александрович – родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995), доктор физико-математических наук (2007), профессор кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой деятельности, в том числе нелинейная динамика социально-экономических процессов. Автор ряда статей в центральной печати, а также монографий (в соавторстве) «Нелинейная динамика в действии» и «Непрерывный вейвлетный анализ» (Саратов, Изд-во ГосУНЦ «Колледж»), двухтомной монографии «Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот» (М.: Физматлит, 2009, под редакцией А.А. Короновского, А.А. Кураева, Д.И. Трубецкова и А.Е. Храмова), монографии «Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов» (М.: Изд-во МГУ, 2010, под редакцией С.И. Ильина и Д.И. Трубецкова) и др.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: alkor@nonlin.sgu.ru



Храмов Александр Евгеньевич – окончил физический факультет Саратовского госуниверситета (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата (1999) и доктора (2006) физ.-мат. наук. Профессор, заместитель заведующего кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов – радиофизика в той ее части, которая связана с взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями; нелинейная динамика распределенных активных сред; методы анализа и моделирования динамических систем. Опубликовал (в соавторстве) книгу «Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков» (Т. 1, М.: Физматлит, 2003; Т. 2, М.: Физматлит, 2004), монографию «Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения» (Москва: Наука, Физматлит, 2003), двухтомную коллективную монографию «Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот» (М.: Физматлит, 2009), коллективную монографию «Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов» (М.: Изд-во МГУ, 2010) и др.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: aeh@nonlin.sgu.ru



ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ В НИЗКОВОЛЬТНОМ ВИРКАТОРЕ ПОД ВНЕШНИМ ГАРМОНИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ*

Н.С. Фролов

В работе проведено теоретическое исследование динамики электронного потока в генераторе на виртуальном катоде под влиянием внешнего гармонического воздействия. Поведение электронного потока рассматривалось в рамках стационарной аналитической модели, а также численного моделирования нестационарных процессов в пучке. В обоих случаях показано, что увеличение мощности внешнего воздействия приводит к росту мощности выходного излучения генератора. Результаты теоретического исследования дают объяснение физических явлений, приводящих к увеличению выходной мощности системы, а также находятся в хорошем качественном соответствии с экспериментальными результатами, полученными ранее.

Ключевые слова: Виртуальный катод, электронный поток, виркатор.

Введение

Генераторы на основе пучков с виртуальным катодом (ВК), или виркаторы, являются в настоящее время предметом активных теоретических и экспериментальных исследований в области вакуумной СВЧ-электроники [1, 2]. Источники СВЧ-излучения высокого уровня мощности на основе пучков с ВК вызывают интерес, поскольку обладают рядом характерных особенностей, таких как простота конструкции и возможность легкого управления режимами колебаний за счет подачи внешнего воздействия [3, 4] или создания различных типов обратной связи (схема виртода) [5–7].

Формирование ВК в таких системах происходит за счет превышения током пучка некоторого критического значения – предельного вакуумного тока.

Одной из активно исследуемых модификаций виркатора является низковольтная система (низковольтный виркатор) [8–11]. Для формирования ВК в низковольтном виркаторе применяется дополнительное торможение электронов в пространстве взаимодействия. Низковольтный виркатор в простейшем случае представляет собой

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6-11 февраля 2012.

пролетный промежуток с тормозящим полем, пронизываемый электронным пучком. Пролетный промежуток образован двумя сеточными электродами, а тормозящее поле определяется отрицательной разностью потенциалов между сетками промежутка.

Проведенные ранее экспериментальные работы [4, 12], посвященные влиянию внешнего сигнала на выходное излучение низковольтного виркатора, показали возможность увеличения выходной мощности генератора. В настоящей работе проводится теоретический анализ динамики электронного потока в описанной виркаторной системе, а также дается объяснение процессов, приводящих к росту мощности генерации виркатора при увеличении мощности внешнего одночастотного сигнала.

1. Теоретический анализ

В качестве исследуемой модели была выбрана одномерная модель низковольтного виркатора: электронный поток, инжектируемый электронной пушкой, попадает в пролетный промежуток с тормозящим полем, образованный двумя сетками (потенциал входной сетки V_0 , а выходной $V_0 - \Delta V$). Величина тормозящего поля определяется параметром ΔV – разностью потенциалов между сетками. При увеличении торможения в пространстве взаимодействия формируется ВК, нестационарные колебания которого возбуждают отрезок спиральной электродинамической системы (ОСЭС), осуществляющей вывод мощности. Для ввода внешнего сигнала используется модулирующий ОСЭС, установленный между электронной пушкой и входной сеткой пролетного промежутка. Таким образом, на входе в пролетный промежуток электронный поток оказывается модулированным по скорости на частоте внешнего воздействия ω_m . В работе рассматривается простейший случай, когда частота внешнего воздействия равна собственной частоте колебаний ВК $\omega_m = \omega_{VC}$. Значения управляющих параметров были выбраны соответствующими параметрам экспериментального макета низковольтного виркатора: ускоряющее напряжение $U_0 = 3.0$ кВ, ток пучка $I_0 = 250$ мА, расстояние между сетками пролетного промежутка $l = 50$ мм, длина выходного ОСЭС $l_{out} = 0.5l$.

Как известно, ВК – колеблющийся потенциальный барьер, модулирующий электронный поток по скорости в пространстве взаимодействия и отражающий его обратно к области инжекции. Поэтому динамику электронного потока в рамках стационарной аналитической модели можно представить как задачу о движении заряженных частиц в тормозящем поле, образованном постоянной и переменной составляющими. Здесь постоянная составляющая соответствует тормозящему полю ВК и диодного промежутка, а переменная составляющая моделирует колебания поля ВК на частоте ω_{VC} . При этом ВК в этой модели считается неподвижным.

В описанной модели уравнение движения электрона в пролетном промежутке

$$\ddot{x} = \frac{\eta}{L} (U_{VC} e^{j\omega_{VC} t} - U_d), \quad (1)$$

где $\eta = e/m$ – удельный заряд электрона, L – расстояние между входной сеткой и сформированным ВК, U_{VC} – амплитуда колебаний потенциала поля ВК, U_d – постоянный потенциал тормозящего поля диодного промежутка и ВК. Для удобства анализа данной задачи проведем переход к безразмерным величинам: $x = x'L$, $t = t'L/v_0$, $U = U'v_0^2/\eta$, здесь v_0 – невозмущенная скорость электронного потока на входе в пространство взаимодействия.

Интегрируя уравнение движения электрона в описанной модели (1) и учитывая, что поток является модулированным по скорости на входе в пролетный промежуток $x = 0$, $t(0) = t_1$, $v(0, t_1) = v_0[1 + X \sin(\omega_m t_1)]$, получим уравнения, определяющие координату и угол пролета движущейся частицы в пространстве взаимодействия

$$x = (1 + X \sin(\omega_m t_1))(t - t_1) - \frac{U_{VC}}{\omega_{VC}^2} [e^{j\omega_{VC}t} - e^{j\omega_{VC}t_1} - j\omega_{VC}e^{j\omega_{VC}t_1}(t - t_1)] - \frac{U_d}{2}(t - t_1)^2, \quad (2)$$

$$\phi(1 + X \sin(\omega_m t_1)) = \mu[e^{j\phi} - j\phi - 1]e^{j\omega_{VC}t_1} + \beta\phi^2. \quad (3)$$

Здесь $\mu = U_{VC}/\omega_{VC}$ и $\beta = U_d/2\omega_{VC}$. Параметр μ играет роль глубины модуляции электронного потока в пространстве взаимодействия полем ВК, а β определяет влияние тормозящего поля на динамику электрона в диодном промежутке; X – глубина модуляции электронного потока по скорости на входе системы на частоте внешнего воздействия. Выражение для сгруппированного тока в пролетном промежутке принимает вид

$$I = I_0 \left(1 + \frac{1}{\omega_{VC}} \frac{d\phi}{dt_1}\right)^{-1}, \quad (4)$$

где I_0 – невозмущенный ток пучка до попадания в пространство взаимодействия.

Для определения сгруппированного тока необходимо численно решить уравнение (3) и подставить полученный результат в (4). Учитывая, что вывод мощности реализован с помощью отрезка спиральной ЗС, выходную мощность можно описать как величину $P = kIU_0$, пропорциональную величине сгруппированного тока и ускоряющему напряжению, где U_0 – ускоряющее напряжение, k – коэффициент связи пучка с отрезком электродинамической системы.

Анализ стационарной модели динамики электронного потока в низковольтном виркаторе показывает, что мощность выходного излучения генератора демонстрирует рост при увеличении мощности внешнего одночастотного сигнала (то есть с увеличением глубины скоростной модуляции пучка на входе в пролетный промежуток).

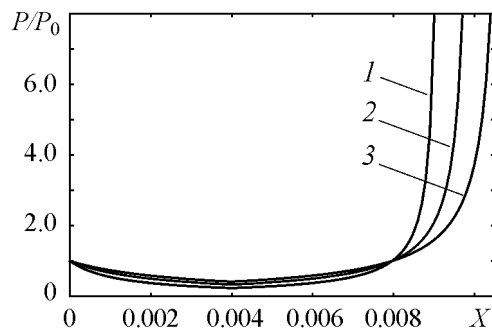


Рис. 1. Выходная мощность низковольтного виркатора в зависимости от глубины предварительной скоростной модуляции пучка на входе в пролетный промежуток для разных величин тормозящего поля, полученные теоретически для различных значений β : 1 – 0.00517, 2 – 0.00597, 3 – 0.00677 при $\mu = 0.0039$

На рис. 1 изображены аналитические зависимости выходной мощности P/P_0 (где P_0 – выходная мощность в автономном режиме) от глубины предварительной модуляции электронного потока для разных величин тормозящего поля. Хорошо видно, что увеличение глубины модуляции X , которая пропорциональна амплитуде входного сигнала, влечет за собой возрастание мощности генерации за счет роста величины I – сгруппированного в области ВК тока. Теоретический анализ показывает, что увеличение мощности выходного сигнала в схеме низковольтного виркатора может проис-

ходить в 5...10 раз при экспериментально реализуемых амплитудах входного поля. Значительное увеличение мощности в рамках данной модели объясняется улучшением группировки потока в области ВК при скоростной модуляции потока внешним сигналом. При отсутствии внешнего воздействия группировка потока только в поле колеблющегося ВК сравнительно мала. Следует отметить, что при малой величине X наблюдается падение P/P_0 , связанное с разгруппировкой потока. Далее с ростом X мощность начинает расти.

2. Численное моделирование

Результаты стационарной аналитической модели были проверены в рамках численного моделирования динамики одномерного электронного потока с ВК, формирующемся в тормозящем поле. Моделирование основано на методе крупных частиц. Электронный поток представляется как совокупность заряженных листов (крупных частиц), инжектируемых в пространство взаимодействия через равные промежутки времени. Здесь также удобно перейти к безразмерным величинам (подробнее см. [13]). Для каждого заряженного листа решаются нерелятивистские уравнения движения

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = -E(x_i). \quad (5)$$

Конфигурация поля пространственного заряда и распределение потенциала в межсеточном пространстве определяются с помощью покрытия пространства пролетного промежутка равномерной сеткой с шагом Δx и решения в ее узлах уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \alpha^2 \rho(x), \quad (6)$$

где α – параметр Пирса, пропорциональный величине невозмущенного тока пучка. В рамках дальнейшего численного моделирования параметр $\alpha = 0.9$ был выбран постоянным.

Распределение плотности пространственного заряда рассчитывается с помощью метода «частиц в ячейке», в ходе которого происходит линейное взвешивание заряженных листов в узлах пространственной сетки

$$\rho(x_j) = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^N \Theta(x_i - x_j), \quad \Theta(x) = \begin{cases} 1 - |x|/\Delta x, & |x| < \Delta x, \\ 0, & |x| > \Delta x. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь x_j – координата j -й крупной частицы; x_i – координата i -го узла пространственной решетки; N – полное число крупных частиц в пространстве взаимодействия; n_0 – параметр численной схемы, равный числу частиц на ячейку в невозмущенном состоянии; $\Theta(x)$ – кусочно-линейная функция, осуществляющая процедуру взвешивания частиц.

Моделирование входного и выходного ОСЭС проводилось с помощью метода эквивалентных схем, в рамках которого отрезки спирали математически представлялись системой дифференциальных телеграфных уравнений [14].

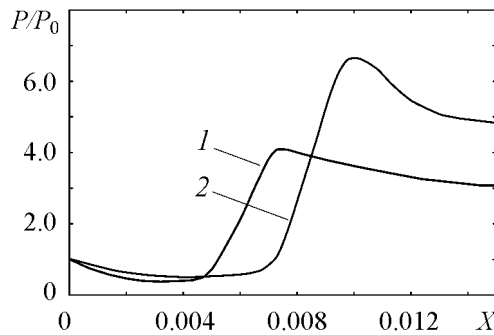


Рис. 2. Рассчитанные зависимости выходной мощности низковольтного виркатора в зависимости от глубины предварительной скоростной модуляции пучка на входе в пролетный промежуток для разных величин тормозящей разности потенциалов $\Delta\varphi$: 1 – 0.46, 2 – 0.47

При тормозящем поле, соответствующем разности потенциалов $\Delta\varphi = 0.46$, низковольтный виркатор без внешнего воздействия генерирует слабо хаотический сигнал (рис. 3, а), а при $\Delta\varphi = 0.47$ колебания выходного излучения периодические с большим количеством частотных составляющих (рис. 3, б). Следует отметить, что характер зависимости мощности от глубины модуляции не зависит от режима выходных колебаний низковольтного виркатора в автономном режиме. Хорошо видно, что при малых амплитудах входного сигнала мощность выходного излучения ведет себя подобно зависимости выходной мощности, полученной в рамках простой аналитической теории. Однако, в отличие от результатов аналитической модели, численное моделирование показывает, что при определенной величине входной мощности (глубины модуляции потока) выходная мощность P достигает максимального значения и далее с ростом амплитуды внешнего поля начинает уменьшаться. Для различных тормозящих потенциалов выходная мощность демонстрирует максимальное значение при больших значениях мощности входного сигнала (при больших коэффициентах скоростной модуляции). Возникновение «падающего» участка на зависимости выходной мощности от мощности входного сигнала, как показало дополнительное исследование, обусловлено перераспределением плотности пространственного заряда в области виртуального катода.

Предварительная модуляция электронного потока внешним одночастотным сигналом при малой глубине модуляции приводит к разрушению структуры ВК и па-

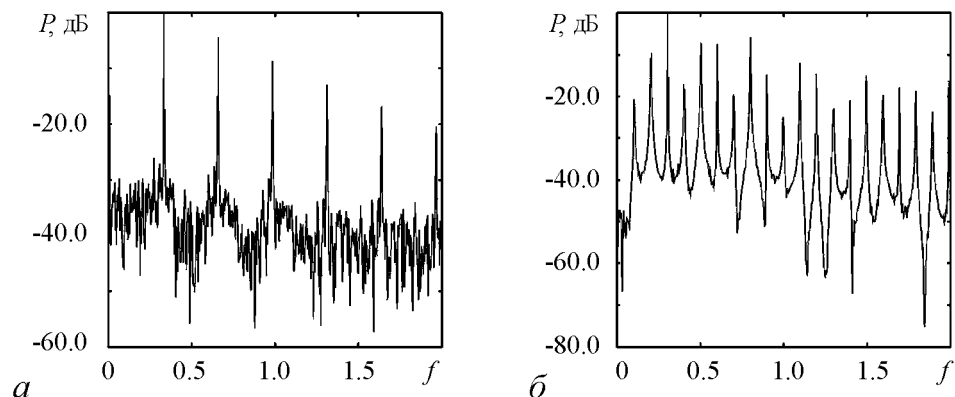


Рис. 3. Спектры выходного сигнала низковольтного виркатора в отсутствии внешнего воздействия для различных уровней тормозящего поля $\Delta\varphi$: а – 0.46, б – 0.47; f – безразмерная величина

дению плотности пространственного заряда (рис. 4, *a, z*). На зависимости $\langle \rho(x) \rangle$ наблюдается несколько максимумов, что свидетельствует о разрушении плотного сгустка в области ВК и формировании нескольких структур. Последующее увеличение мощности внешнего воздействия улучшает эффективность группировки электронов в пространстве взаимодействия. Это способствует формированию более плотных электронных сгустков в области выходной спирали (рис. 4, *б, д*) и получению максимальной выходной мощности при наиболее эффективной группировке электронов. Дальнейшая скоростная модуляция пучка приводит к большему скоростному разбросу заряженных частиц на входе в пролетный промежуток. Поэтому большее количество электронов может преодолеть потенциальный барьер ВК, нарушая при этом его структуру и уменьшая плотность электронных сгустков (рис. 4, *в, е*). Таким образом выходная мощность колебаний ВК, зависящая от величины сгруппированного в пространстве взаимодействия тока, уменьшается с ростом мощности внешнего воздействия.

Простая аналитическая теория не может описать эффекты, связанные с перераспределением плотности пространственного заряда в области ВК за счет роста глубины предварительной модуляции, так как в рамках нее предполагается, что весь электронный поток отражается от ВК обратно к плоскости инжекции, и положение ВК в пространстве считается фиксированным. Поэтому в рамках аналитической теории возможно описать рост выходной мощности с увеличением амплитуды внешнего сигнала, но дальнейшее сложное поведение амплитудной характеристики виркатора с помощью данной теории описать невозможно и требуется численное моделирование.

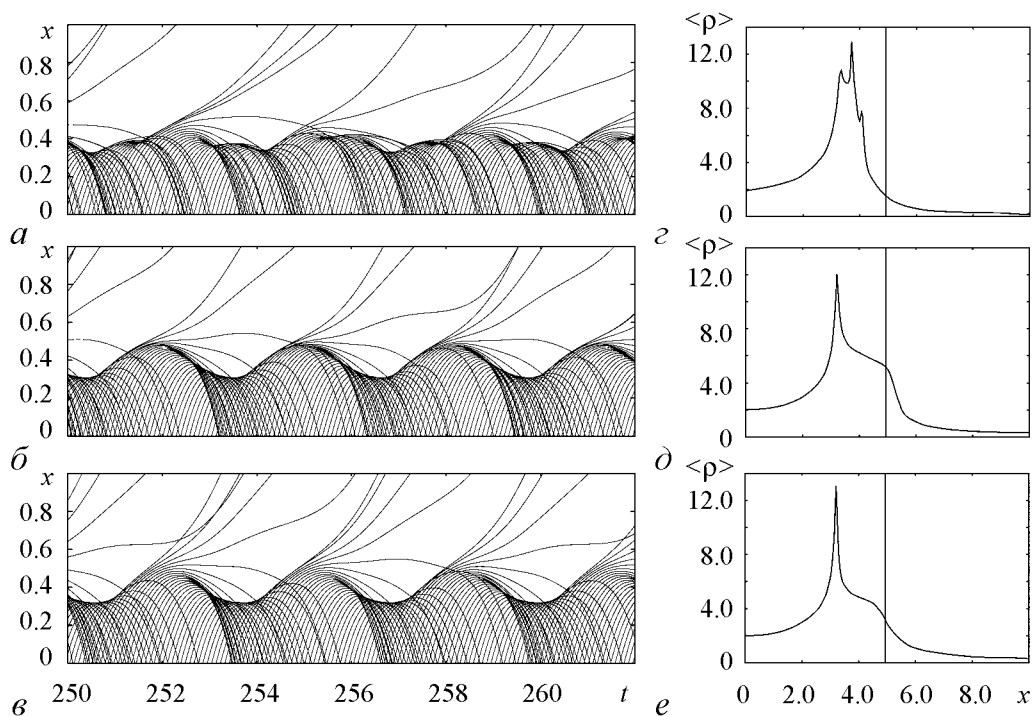


Рис. 4. Пространственно-временные диаграммы (*a, б, в*) и средние плотности распределения пространственного заряда (*z, д, е*), соответствующие характерным участкам зависимости выходной мощности от глубины предварительной модуляции X для величины тормозящего потенциала $\Delta\varphi = 0.47$: 1 – 0.06, 2 – 0.12, 3 – 0.3

Заключение

Теоретическое исследование динамики нерелятивистского электронного потока с виртуальным катодом показывает возможность увеличения выходной мощности низковольтного виркатора под воздействием внешнего гармонического сигнала, а также объясняет рост мощности выходного излучения с позиций эффективной группировки электронного потока в пространстве взаимодействия за счет предварительной скоростной модуляции пучка. Полученные результаты находятся в хорошем качественном и количественном согласии с результатами, полученными в эксперименте под руководством Ю.А. Калинина [12]: при повышении мощностью внешнего воздействия в эксперименте наблюдался быстрый рост выходной мощности генератора, который превышал мощность автономной генерации примерно в 5 раз. Далее мощность генерации достигала максимального значения и уменьшалась с дальнейшим ростом мощности внешнего гармонического сигнала. Результаты численного моделирования и экспериментальных измерений на макете виркатора на разборной вакуумной установке свидетельствуют, что воздействие сигнала позволяет при определенных условиях увеличить выходную мощность низковольтного в 5...10 раз. Предполагается, что эффективной на практике схемой увеличения мощности может быть виркатор с обратной связью, когда модуляция инжектируемого потока осуществляется непосредственно СВЧ-сигналом, снимаемым с виркатора.

Работа выполнена при поддержке Фонда некоммерческих программ «Династия» и РФФИ (проекты 12-02-00345 и 12-02-90022).

Библиографический список

1. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков Т. 2. М.: Физматлит, 2004.
2. Дубинов А.Е., Селемир В.Д. Электронные приборы с виртуальным катодом // Радиотехника и электроника. 2002. Вып. 47, № 6. С. 575.
3. Woo W., Benford J., Fittinghoff D., Harteneck B., Price D., Smith R., Sze H. Phase locking of high-power microwave oscillator // J. Appl. Phys. 1989. Vol. 65, № 2. P. 861.
4. Калинин Ю.А., Ремпен И.С., Храмов А.Е. Влияние внешнего сигнала на колебания в электронном потоке с виртуальным катодом: Эксперимент и численное исследование // Изв. РАН. Сер. физич. 2005. Вып. 69, № 12. С. 1736.
5. Гадецкий Н.Н., Магда И.И., Найстетер С.И., Прокопенко Ю.В., Чумаков В.И. Генератор на сверхкритическом токе РЭП с управляемой обратной связью – виртод // Физика плазмы. 1993. Вып. 19, № 4. С. 530.
6. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. Численное исследование характеристик генерации виркатора-клистрона с внешней запаздывающей обратной связью // Радиотехника и электроника. 2001. Вып. 46, № 5. С. 588.
7. Hramov A.E., Rempen I.S. Investigation of the complex dynamics and regime control in Pierce diode with the delay feedback // Int. J. Electronics. 2004. Vol. 91, № 1. P. 1.
8. Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е., Егоров Е.Н., Филатов Р.А. Экспериментальное и теоретическое исследование хаотических колебательных явлений в нерелятивистском электронном потоке с виртуальным катодом // Физика плазмы. 2005. Вып. 31, № 11. С. 1009.
9. Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверх-

высоких частот / Ред. Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов, А.А. Короновский. Т. 2. М.: Физматлит, 2008.

10. *Filatov R.A., Hramov A.E., Bliokh Y.P., Koronovskii A.A., Felsteiner J.* Influence of background gas ionization on oscillations in a virtual cathode with a retarding potential // *Physics of Plasmas*. 2009. Vol. 16, № 3. 033106.
11. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Исследование когерентных структур в электронном пучке со сверхкритическим током с помощью вейвлетной бикогерентности // *Физика плазмы*. 2002. Вып. 28, № 8. С. 722.
12. *Калинин Ю.А., Храмов А.Е.* Экспериментальное исследование влияние внешнего сигнала на СВЧ-колебания в нерелятивистском электронном пучке с виртуальным катодом // *Письма в ЖТФ*. 2006. Вып. 32, № 13. С. 88.
13. *Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Левин Ю.И., Храмов А.Е.* Исследование образования структур и хаотической динамики в нерелятивистском электронном пучке с виртуальным катодом в тормозящем электронном поле // *Радиотехника и электроника*. 2007. Вып. 52, № 1. С. 51.
14. *Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е., Морозов М.Ю.* Исследование мощности СВЧ генерации в нерелятивистском электронном пучке с виртуальным катодом в тормозящем поле // *Письма в ЖТФ*. 2006. Вып. 32, № 9. С. 71.

*Саратовский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского*

Поступила в редакцию 10.05.2012

DYNAMICS OF ELECTRON FLOW WITH VIRTUAL CATHODE IN LOW-VOLTAGE VIRCATOR UNDER EXTERNAL FORCE

N.S. Phrolov

Theoretical research of dynamics of electron flow with virtual cathode in low-voltage vircator under external harmonic force has been held in this work. The behavior of electron flow was considered within the framework of both stationary analytic model and numerical simulation of electron flow nonstationary processes. The increasing of low-voltage vircator output power while increasing external force has been shown in both cases. The results of theoretical research let us to explain physical phenomenon leading to output power increasing. Although obtained results are in a good qualitative agreement with experimental data.

Keywords: Virtual cathode, electron flow, vircator.



Фролов Никита Сергеевич – родился в 1992 году в Энгельсе, студент 5 курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского. Сфера научных интересов: вакуумная СВЧ-электроника и синхронизация распределенных систем. Участник научных конференций «Волновые явления в неоднородных средах» (2010, 2011, 2012), «Нелинейные дни для молодых» (2010, 2011, 2012), «ХАОС» (2010), «XV Международная зимняя школа по электронике СВЧ и радиофизике» (2012). Автор более 10 научных публикаций. Лауреат конкурса фонда некоммерческих программ «Династия» (2012).

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: phrolovns@gmail.com

Зав. редакцией *Н.Н. Левина*
Редакторы *Л.А. Сидорова, Н.Н. Левина*
Оформление художника *Д.В. Соколова*
Оригинал-макет подготовлен
И.А. Пономаревой, О.Н. Строгановой,
Е.Е. Сидоровой в пакете *L^AT_EX*

Подписка на 2012 год осуществляется
по договору между Подписчиком
(юридическим или физическим лицом)
и Издателем (Саратовским государственным университетом)

Подписка на 2013 год осуществляется
по каталогу Агентства Роспечать
«Газеты. Журналы», индекс 73498
и по договору между Подписчиком
(юридическим или физическим лицом)
и Издателем (Саратовским государственным университетом)

Стоимость подписки на 2013 год 1080 руб. (6 номеров)
Заявки на заключение договора принимаются
по почте, по телефону редакции, по эл. почте редакции
Адрес редакции: 410012, Саратов, Астраханская, 83
Тел./факс: (845-2) 52-38-64
E-mail: and@nonlin.sgu.ru

Распространение журнала осуществляется
редакцией журнала по адресной системе

**Условия подписки на электронную версию журнала на сайте
Научной электронной библиотеки <http://elibrary.ru>**

Сдано в набор 11.06.2012. Подписано к печати 23.07.2012
Формат 70x108/16. Бумага «Снегурочка». Печать трафаретная
Усл. печ. л. 14,00(10,0). Уч.-изд. л. 13,5. Заказ 440

Отпечатано на ризографе GR 3750 редакции журнала

© Редакция журнала
«Известия вузов. ПНД», 2012
© Оформление художника
Д.В. Соколова, 2012