

*Журнал включен в «Перечень периодических научных и научно-технических изданий РФ,
рекомендованных для публикации основных результатов диссертаций
на соискание ученой степени доктора наук»*

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

научно-технический журнал

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год

Том 25, № 4, 2017, Саратов

С О Д Е Р Ж А Н И Е

От редактора. <i>Гуляев Ю.В.</i>	3
ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН	
<i>Серых И.В., Сонечкин Д.М.</i> Хаос и порядок в атмосферной динамике: Часть 1. Хаотические вариации погоды	4
<i>Рыжов А.И., Попов М.Г.</i> Прохождение микроволновых сверхширокополосных хаотических сигналов через раствор, имитирующий среду внутри тел млекопитающих	23
МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ	
<i>Кузнецов А. П., Седова Ю. В.</i> Отображения с квазипериодичностью разной размерности и квазипериодическими бифуркациями	33
НОВОЕ В ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКЕ	
<i>Трубецков Д. И., Фунтов А. А., Чижмотря Н. В.</i> Шумы в лампе на поглощении, вызванные флуктуациями в электронном потоке	51
<i>Чижмотря Н. В.</i> О возможном теоретическом подходе в линейной теории диэлектрической ЛБВ и приборов, содержащих метаматериалы	59
<i>Голованов Н. А.</i> О периодическом взаимодействии двух электронных потоков между собой и с полями электродинамических систем	71
PERSONALIA	
Алексей Юрьевич Жалнин (30.10.1977 – 27.08.2017)	82

C O N T E N T S

Editorial. <i>Gulyaev Yu.V.</i>	3
APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY	
<i>Serykh I.V., Sonechkin D.M.</i> Chaos and order in atmospheric dynamics: Part 1. Chaotic weather variations	4
<i>Ryzhov A.I., Popov M.G.</i> Propagation of microwave ultrawideband chaotic signals through the solution emulating media within bodies of mammals	23
METHODICAL PAPERS IN NONLINEAR DYNAMICS	
<i>Kuznetsov A.P., Sedova Y.V.</i> Maps with quasi-periodicity of different dimension and quasi-periodic bifurcations.....	33
INNOVATIONS IN APPLIED PHYSICS	
<i>Trubetskov D.I., Funtov A.A., Chizhmotrya N.V.</i> Noises in resistive wall amplifier, caused by fluctuations in the electron beam	51
<i>Chizhmotrya N.V.</i> About possible theoretical approach in the linear theory of dielectric TWT and devices containing metamaterials	59
<i>Golovanov N.A.</i> About periodic interaction of two electron streams between them- selves and with fields of electrodynamics systems.....	71
PERSONALIA	
Alexey Yu. Jalnine (30.10.1977 – 27.08.2017)	82

От редактора

Один из красивых волновых феноменов – волна с отрицательной энергией. Отрицательной энергией обладают волны, в которых возмущения скорости и плотности противофазны. Понятие о волнах с отрицательной энергией впервые появилось в электронике СВЧ в виде известной теоремы Чу о кинетической мощности. Чу показал, что с медленной волной пространственного заряда связан поток отрицательной кинетической мощности. По физическому смыслу, волны с отрицательной энергией – это такие волны, с ростом амплитуды которых суммарная энергия системы «среда–волна» уменьшается. Очевидно, что для возникновения в среде волны с отрицательной энергией нужны условия передачи медленной волной некоторой части своей энергии среде или другим волнам. Яркая иллюстрация этого – резистивный усилитель (усилитель на поглощении) – рассматривается в одной из статей номера. Его схема изображена на рис.1 (стр.53).

Предварительно модулированный во входном устройстве электронный поток проходит через диэлектрическую трубку, внутренняя поверхность которой покрыта поглощающим слоем, и наводит в нем переменный заряд. Входное воздействие возбуждает в потоке две волны пространственного заряда, поля которых вызывают в резистивных стенках движущиеся заряды. Это, в свою очередь, приводит к джоулевым потерям энергии волн. Такие потери по-разному действуют на волны пространственного заряда: быстрая волна (с положительной энергией) затухает, а медленная нарастает, отдавая энергию среде, волна увеличивает свою амплитуду. Было показано (я уже говорил об этом), что отрицательной энергией обладают волны, в которых возмущения скорости и плотности противофазны. Повторяюсь, потому что это главное.

Первые эксперименты показали, что лампа на поглощении может обеспечить высокий коэффициент усиления и отсутствие самовозбуждения. Однако коэффициент шума достаточно высокий. Теоретические расчеты фактора шума, сделанные впервые в вышеупомянутой статье данного номера, подтвердили это. Однако технологические трудности нанесения резистивного слоя на диэлектрическую трубу дрейфа и возможный пробой диэлектрика надолго затормозили исследование подобных приборов.

Ряд работ последнего времени демонстрирует (пока в теории), что указанные трудности можно обойти, используя метаматериалы. Одна из статей данного номера содержит краткий обзор работ в этом направлении, выполненных в последние годы за рубежом.

Еще одно из реанимированных направлений (здесь кроме теории есть и эксперименты) связано с электронно-волновой лампой, в которой используется двухпоточковая неустойчивость. Замечу, что простейшее объяснение этой неустойчивости также связано с волной с отрицательной энергией (медленная волна пространственного заряда) одного из потоков, взаимодействующей с быстрой волной пространственного заряда (волна с положительной энергией) другого потока. Одному из вариантов возможного прибора соответствует периодическое взаимодействие двух электронных потоков, разделенных экраном с отверстиями. В еще одной статье номера изложена теория подобного устройства, а также лампы бегущей волны с двумя взаимодействующими электронными потоками.

Редакционная коллегия посчитала целесообразным поместить все три статьи в раздел «Новое в прикладной физике».

Научный руководитель ИРЭ РАН,
академик РАН

Ю.В. Гуляев



ХАОС И ПОРЯДОК В АТМОСФЕРНОЙ ДИНАМИКЕ

Часть 1. Хаотические вариации погоды

И. В. Серых¹, Д. М. Сонечкин^{1,2}

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН
117997 Москва, Нахимовский проспект д. 36

²Гидрометеорологический научно-исследовательский центр России
123242 Москва, Большой Предтеченский пер., 11-13
E-mail: iserykh@ocean.ru, dsonech@ocean.ru

Поступила в редакцию 19.05.2017

В связи с проблемой сосуществования хаоса и порядка в динамике погоды и климата уточняются представления о временных энергетических спектрах крупномасштабных атмосферных движений в диапазоне масштабов от суток до года. Для внетропических широт это спектры индексов Блиновой среднего и сдвигового по вертикали зонального движения. Для тропиков это спектры модифицированных индексов Южного колебания и Эль-Ниньо. В отличие от ранее имевшихся представлений у индексов Блиновой найдено, что переходы между частями спектров, имеющими разные средние наклоны, происходят плавно, так что нет «синоптического максимума» спектральной плотности на периоде порядка недели и «цикла индекса» на периодах двух-трех недель. Это подтверждает хаотичность вариаций погоды внетропических широт. У спектров тропических индексов найден излом в ходе спектральной плотности на периоде около 5 дней, ранее замеченный лишь в спектрах некоторых локальных характеристик тропической погоды. В спектре модифицированного индекса Южного колебания найден второй излом на периоде около 45 дней, ранее известный лишь для колебания Маддена-Джулиана. Эти изломы указывают на существование элементов «порядка» в динамике тропической погоды, которая, в целом, тоже хаотична. Спектры месячных – сезонных вариаций погоды на всей Земле найдены слагающимися из кажущегося непрерывным основанием и наложенных на него дельта-пиков, так что в этом диапазоне масштабов динамика является смешанной (отчасти хаотической и отчасти упорядоченной).

Ключевые слова: Временные энергетические спектры погоды и ее сезонных изменений, хаос и порядок в вариациях погоды.

DOI:10.18500/0869-6632-2017-25-4-4-22

Образец цитирования: Серых И.В., Сонечкин Д.М. Хаос и порядок в атмосферной динамике. Часть 1. Хаотические вариации погоды // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 4. С. 4–22. DOI:10.18500/0869-6632-2017-25-4-4-22

CHAOS AND ORDER IN ATMOSPHERIC DYNAMICS

Part 1. Chaotic weather variations

I. V. Serykh¹, D. M. Sonechkin^{1,2}

¹ Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences
36, Nahimovskiy prospekt, 117997 Moscow, Russia

² Hydrometeorological Research Centre of the Russian Federation
11–13, Bol'shoi Predtechenskii per., 123242 Moscow, Russia
E-mail: iserykh@ocean.ru, dsonech@ocean.ru

Received 19.05.2017

Ideas of temporary energy distributions of large-scale atmospheric motions are made more accurately in the range of scales from days to one year in order to solve the problem of the chaos and order co-existence in the weather and climate dynamics. Spectra of the Blinova's mean and shifted zonal extratropical flow indices as well as spectra of the tropical Southern Oscillation and El Niño indices are used for this purpose. Unlike earlier had ideas, it is found for the Blinova indices that transitions between the parts of the spectrum ranges having different average inclinations happen smoothly so there is no «synoptic maximum» of the spectral density near the period about one week and no «index cycle maximum» near the period of about two-three weeks. It confirms a chaoticity of the extratropical weather variations. As for the tropical indices, a break of the spectral density curve is found at the period of 5 days, which has been earlier noticed only in the dynamics of some local characteristics of tropical weather. The second break is found at the period of about 45 days for the modified index of the Southern Oscillation where a peak in the spectrum of the Madden–Julian Oscillation has been earlier found. These breaks indicate the existence of an «order» in the tropical weather dynamics, which also is chaotic, in general. Spectra of the monthly and seasonal weather variations everywhere on the Earth are found composed from a seemingly continuous background and some delta peaks imposed on this background. As a result, the dynamics consists of a mix of partly chaotic and partly ordered weather variations.

Keywords: Temporal power spectra of weather and its seasonal variations, chaos and order in the weather variations.

DOI:10.18500/0869-6632-2017-25-4-4-22

Paper reference: Serykh I.V., Sonechkin D.M. Chaos and order in atmospheric dynamics. Part 1. Chaotic weather variations. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 4. P. 4–22. DOI:10.18500/0869-6632-2017-25-4-4-22.

Введение

С начала второй половины 20 века исследования динамики атмосферы и океана существенно стимулировались развитием вычислительной техники. Это привело к разработке численных методов краткосрочных и среднесрочных прогнозов погоды. В 2003 году Всемирная метеорологическая организация (ВМО) запустила десятилетнюю программу THORPEX (The Observing-System Research and Predictability Experiment), целью которой было увеличить заблаговременность надежных прогнозов погоды до двух недель. Для этого были предприняты большие усилия по совершенствованию прогностических моделей не только в вычислительном, но и в физическом отношении. Однако поставленная цель не была полностью достигнута. Для

приземной температуры воздуха предел полезной предсказуемости у самых лучших моделей, таких как модель Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды (ЕЦСПП), составляет сейчас не более недели. Количественные прогнозы осадков исчерпывают свою полезность еще быстрее.

Полученный результат не является неожиданным, ибо усилиями ряда метеорологов-теоретиков, прежде всего Е.Н. Лоренца, еще в середине 20 века была развита теория предсказуемости (точнее, непредсказуемости) погоды. Эта теория указала на неточность начальных данных о состоянии атмосферы в сочетании с неустойчивостью погодообразующих атмосферных процессов к малым возмущениям, как на непреодолимое препятствие для прогнозов погоды увеличенной заблаговременности. Первоначально Лоренцем было оценено [1], что предельно достижимой при численном интегрировании детализованных прогностических моделей гидротермодинамики атмосферы является месячная заблаговременность. В последующие годы эта оценка была даже немного уменьшена [2, 3], поскольку рост ошибок прогноза у вновь разработанных более детализованных моделей оказался быстрее, чем у модели, рассматривавшейся Лоренцем. К тому же, ансамблевые прогнозы, на которые вначале возлагались большие надежды, показали прогрессирующее заглаживание предвычисляемых метеорологических полей после примерно десятого дня. По мнению Л. Бенгтссона [4] практически достигнутая к настоящему времени заблаговременность надежных прогнозов уже не на много уступает теоретически возможной заблаговременности, если использовать традиционную систему прогностических уравнений гидротермодинамики атмосферы. Однако, это совсем не означает, что нет других возможностей. Это активно обсуждается в приложениях математики к наукам о Земле (см., например, работу [5]).

Отсутствие очевидных путей для дальнейшего увеличения заблаговременности полезных прогнозов погоды явилось одной из причин того, что Всемирная метеорологическая организация с конца 20 века сосредоточилась на проблеме изменения современного климата. Для решения этой проблемы было предложено использовать те же самые модели, что и для прогнозов погоды. Конечно, эти модели требовалось дополнить учетом взаимодействия атмосферы с океаном и явно описать в них все известные к настоящему времени внешние воздействия на тепловой баланс климатической системы.

Этот подход привел к концепции унифицированного (unified) или так называемого бесшовного (seamless) предсказания [6, 7]. В рамках этой концепции каждое отдельное изменение состояния климатической системы считается ограниченно предсказуемым. Таким образом, эта концепция считает ограниченно предсказуемыми (хаотическими) и погоду и короткопериодные колебания климата. Но у климатических изменений гораздо больше предел предсказуемости за счет так называемой «предсказуемости второго рода», определяемой медленно меняющимися внешними воздействиями на климатическую систему.

На самом деле сейчас есть только практические, но не строгие теоретические, доказательства хаотичности изменений погоды. Доказательств же хаотичности изменений климата вообще нет. Действительно, современная теория динамических систем указывает на положительность одной или нескольких ляпуновских экспонент, которые количественно описывают неустойчивость атмосферных процессов к малым возмущениям, как на необходимое условие существования детерминирован-

ного «хаоса» [8]. Другим признаком такого «хаоса» является нецелая размерность аттрактора рассматриваемой динамики. К сожалению, проверка выполнения этих условий возможна только для «игрушечных» атмосферных моделей. Поэтому остается ориентироваться на достаточное условие «хаоса», состоящее в непрерывности энергетических спектров атмосферных процессов.

Динамика реальной атмосферы (и ее численных гидротермодинамических моделей) характеризуется двумя видами энергетических спектров: пространственными и временными. Пространственные спектры атмосферных движений заведомо дискретны из-за финитности размеров атмосферы по горизонтали. Расчеты таких спектров начали выполнять еще с начала второй половины 20 века. Примеры можно найти в [9, 10], а ранний обзор этих работ содержится в [11]. Обычно оценивалась спектральная плотность кинетической и доступной потенциальной энергий как функций зонального волнового числа. Были найдены два диапазона этих волновых чисел, в которых наклоны спектров в двойном логарифмическом масштабе приближенно следовали законам « -3 » и « $-5/3$ ».

Подобные законы были ранее выведены для однородной и изотропной двумерной турбулентности из простых анализов размерностей, а затем подтверждены как преимущественно наблюдающиеся при численных экспериментах с моделями квазидвумерных течений, в том числе атмосферных и океанических, а также найдены во многих натурных измерениях турбулентных течений [12–14]. Надо, впрочем, заметить, что численные модели тех лет, например, пионерский эксперимент Д.К. Лилли [15], были выполнены на очень маломощных (с позиций сегодняшнего дня) вычислительных машинах. Рассматривавшиеся в них сеточные области были очень невелики, так что краевые условия не могли не влиять на результаты расчетов. Этого не допускают предположения об однородности и изотропии, лежащие в основе теории турбулентности. Важно также, что времена интегрирования моделей были очень небольшими, и, по существу, все полученные результаты относятся к некоторым переходным процессам, возникавшим в моделях от случайных начальных условий. С этих позиций представляется, что было бы полезно произвести подобные численные моделирования заново на нынешней вычислительной технике и с учетом обоих отмеченных недостатков.

Гораздо реже исследовались зависимости энергии атмосферных колебаний как функции двумерного волнового числа. К тому же все опубликованные до настоящего времени расчеты такого рода были выполнены на очень небольших выборках исходных метеорологических данных. Как пример, упомянем единственный отечественный расчет двумерного спектра амплитуд волн в поле геопотенциала поверхности 500 гПа (hPa) северного полушария в [16]. Согласно этой работе, наиболее велики амплитуды у тех волн, у которых разности между меридиональными и зональными волновыми числами равны четырем. Эти амплитуды уменьшаются при переходе от ультрадлинных волн к синоптическим волнам.

Поскольку сделать заключение о хаотичности или нехаотичности планетарной динамики атмосферы по пространственным энергетическим спектрам невозможно, приходится обратиться к рассмотрению временных энергетических спектров, которые, в принципе, могут быть или дискретными, или непрерывными. При этом можно все же принимать во внимание вышеупомянутые результаты теории квазидвумерной (и, более конкретно, геострофической) турбулентности о зависимостях

плотности спектральной энергии от пространственных волновых чисел, если руководствоваться известной гипотезой Тейлора о «замороженной» турбулентности [17]. Соответствующие рассуждения для геофизических потоков имеются, например, в работах [12, 13, 18].

Целью настоящей работы, состоящей из двух частей, являлось проверить, выполняется ли условие хаотичности (непрерывность временного энергетического спектра) отдельно для изменений погоды (данная первая часть работы) и отдельно для изменений климата (вторая часть работы). Было найдено, что погода хаотична, а климат нет. Это обесценивает концепцию предсказаний погоды и климата с помощью одной и той же модели в пользу концепции предсказаний погоды и климата с помощью разных моделей.

1. Энергетические спектры внетропических вариаций погоды

Оценки временных энергетических спектров индексов Блиновой для геопотенциала поверхности 500 hPa северного полушария вычислялись многими исследователями, работавшими в начале второй половины 20 века. Однако исходные данные радиозондовых измерений высот геопотенциала, которые были доступны из оперативных анализов прогностических метеорологических центров того времени, существовали всего за один-два десятка лет и были несовершенны. Одна из самых последних таких оценок была сделана в работе [20] путем преобразования Фурье различных отрезков ряда ежедневных значений H_{500} за 1949–1983 годы с последующим суммированием результатов всех преобразований.

На практике всякая оценка временного энергетического спектра получается не непрерывной, а дискретной, так как она подсчитывается по временному архиву конечной длины на конечном числе частот. Но полученный спектр может выглядеть непрерывным, если спектральная плотность для всех рассматриваемых частот заметно отличается от нуля. Именно так и оказалось при оценке спектра в [20]. Это, казалось бы, давало положительный ответ на вопрос о непрерывности временного энергетического спектра индекса Блиновой, если бы не изломы в ходе спектральной плотности, видимые в этой оценке. На периодах от 2-х до примерно 10 дней средний наклон кажущегося непрерывным спектра примерно следовал закону « -3 », а на более долгих периодах, от 10 до примерно 45 дней, он следовал закону « $-5/3$ ». Излом на стыке этих наклонов, как казалось, подтверждал предположение о существовании так называемого «синоптического максимума», где энергия вводится в атмосферу за счет разрешения бароклинной неустойчивости циклонических волн. Активным пропагандистом этой точки зрения в нашей стране был А.С. Монин [19].

Заметим, что в теории геострофической турбулентности, которая обычно оперирует не с временными, а с пространственными спектрами атмосферных движений, считается, что наклон « -3 » соответствует прямому (к большим волновым числам) каскадному переносу энтропии, впервые описанному Я. Огурой [21]. Наклон же « $-5/3$ » соответствует обратному (к малым волновым числам) переносу энергии. Однако при условии принятия гипотезы о «замороженной» турбулентности Дж. Тейлора [17] такой обратный перенос считается наблюдаемым и в атмосферных временных спектрах. Физически этот перенос соответствует так называемой «отрицательной вязкости» [18], при которой энергия синоптических образований (циклонов

и антициклонов) передается более крупным объектам, таким как «блокирующие» антициклоны и стационарные области пониженного атмосферного давления. Практика метеорологов-прогнозистов подтверждает это предположение. На ежедневных синоптических картах можно видеть, как возникшие по соседству циклонические волны укрупняются и объединяются в более крупные и долгоживущие области пониженного атмосферного давления. При этом гребни повышенного давления, первоначально существовавшие между циклоническими волнами, вытесняются на границы возникающих областей пониженного давления, формируя обширные антициклоны, которые «блокируют» западно-восточный перенос в умеренных широтах и очень важны для среднесрочных предсказаний погоды.

Возвращаясь к оценке спектра индекса Блиновой в работе [20], отметим, что видный в ней излом в ходе спектральной плотности на периоде около 5 дней хорошо соответствует представлению о существовании специфического масштаба, в котором энергия вводится в атмосферную динамику за счет разрешения бароклинной неустойчивости циклонов. В спектрах, полученных при численных экспериментах, на этом масштабе всегда был виден излом или даже пик спектральной плотности на периоде около недели и на волновых числах 5–8 синоптических волн. Поэтому многие исследователи общей циркуляции атмосферы (ОЦА) второй половины 20 века предполагали, что в спектрах ОЦА существует так называемый «синоптический максимум».

Многие исследователи также предполагали, что в реальной атмосфере имеет место характерное время чередования «блокирующих» антициклонов и преимущественно зональной циркуляции в умеренных широтах – так называемый цикл индекса зональной циркуляции [22]. С этим циклом связывали наличие другого пика спектральной плотности на периоде около двух-трех недель [23]. Добавим, что известна работа [24], в которой было заявлено о наличии пика на периоде в 45 дней в спектре углового момента атмосферы – характеристики, сильно коррелированной с индексом зональной циркуляции. В спектре [20] этот гипотетический пик виден как излом спектральной плотности на периоде около 40–50 дней, то есть вблизи периода супергармоники 1:8 годового хода.

На периодах более сезона в оценке спектра [20] имело место «спектральное плато», то есть наклон становился почти нулевым, как это, по-видимому, впервые, было обнаружено в спектре вариаций средней полушарной температуры воздуха в работе [25]. На это плато были наложены мощные пики годового и полугодового периодов, а также излом спектральной плотности вблизи четвертьгодового периода. О существовании полугодового пика знали еще Блинова и ее сотрудники, объяснившие существование этого пика в рамках линейной модели общей циркуляции бароклинной атмосферы [26, 27]. Конечно, сейчас легко критиковать эти работы, ибо известно, что никакая линейная система не способна продуцировать пики на супергармониках воздействующей на эту систему периодической внешней силы. Для этого в системе обязательно должна присутствовать нелинейность. Тогда эти гармоники появляются, если отклик нелинейной системы на воздействующую периодичность становится неустойчивым. На это было указано уже в [20].

В данной работе были выполнены новые расчеты энергетического спектра индекса Блиновой по ежедневным данным современных ре-анализов, в которых усвоение данных наблюдений выполняется с использованием моделей общей циркуляции

атмосферы (ОЦА). С одной стороны, использование моделей существенно облегчило анализ метеорологических полей в районах с редкой сетью наблюдений. Но, с другой стороны, оно, возможно, повлекло некоторые искажения реальной атмосферной динамики, которые почти невозможно идентифицировать. Расчеты по данным всех ре-анализов делались с помощью многократного быстрого преобразования Фурье (темные линии на рисунках), а также через предварительный расчет временной корреляционной функции в диапазоне временных сдвигов от нуля до 10 лет (светлые линии на рисунках).

Сначала был использован ре-анализ NCEP/NCAR. Однако оказалось, что в нем имеются существенные неточности. Так, в спектре индекса Блиновой, рассчитанном по ре-анализу NCEP/NCAR для уровня 500 hPa южного полушария, годовой пик вообще отсутствовал, хотя для слоя 300–700 hPa этот пик имел место. Поверить в такое трудно. Затем были использованы другие ре-анализы (ERA-20C, ERA-INTERIM, NOAA CIRES 20th Century Reanalysis). Все они привели к практически одинаковым оценкам временного энергетического спектра индекса Блиновой для обоих полушарий. Поэтому в данной статье эти оценки проиллюстрированы только для американского ре-анализа «20 век» (20th Century Reanalysis) за 1871–2012 годы [28]. В этом ре-анализе модель ОЦА используется для усвоения данных атмосферного давления на уровне моря, а в качестве граничных условий используются ежемесячные данные о температуре поверхности океана и распределении морского льда.

На рис. 1 (вверху) показаны оценки временного энергетического спектра индекса Блиновой для уровня 500 hPa северного полушария, которые подтверждают общий характер этого спектра, описанный выше по работе [20], но с отличиями, существенными для заключения о непрерывности этого спектра. Прежде всего, не видно никаких следов «синоптического максимума» спектральной плотности, то есть переход от наклона « -3 » к наклону « $-5/3$ » происходит плавно. Далее, не видно максимумов на периодах супергармоник 1:4 и 1:8, а наклон « $-5/3$ » плавно трансформируется в «спектральное плато». Это, как кажется, исключает предположение работы [24] о существовании 45-дневного пика, ограничивающего диапазон «отрицательной вязкости» со стороны больших периодов. Возможно, что этот диапазон продолжается вплоть до пика на полугодовом периоде, который является главным пиком в спектрах индекса Блиновой для южного полушария (рис. 2, вверху).

Здесь надо упомянуть, что, в отличие от пиков спектральной плотности, для значимости/незначимости которых предложено проверять нулевую гипотезу «красного шума», не существует никаких тестов для проверки статистической значимости изломов в ходе спектральной плотности. При заключении об их реальности приходится руководствоваться исключительно косвенными признаками. Таким признаком может служить указание, полученное еще много лет назад в работах известного американского метеоролога Б. Зальцмана и его сотрудников [29, 30]. Они показали, что у реальной атмосферы нет никакого единственного масштаба, локализованного в пространстве волновых чисел, где энергия вводится в ОЦА. На самом деле есть один, довольно широкий, диапазон зональных волновых чисел от 5 до 11, куда поступает энергия при разрешении бароклинной неустойчивости циклонов, а также другой (зональное волновое число 2), куда поступает энергия от разрешения неустойчивости, возникающей у западно-восточного переноса умеренных широт из-за конфигурации континентов и океанов. В результате оба эти диапазона являются источниками

энергии для ОЦА. Кроме того, обмены энергией между возмущениями ОЦА, отвечающими различным зональным волновым числам, не являются локальными по масштабу. Так, энергия приходит к длинноволновым возмущениям западно-восточного переноса, соответствующим зональным волновым числам 3 и 4, от всех возмущений синоптического масштаба, хотя наибольший вклад дают те, которые имеют волновые числа 6–8. Эти же синоптические возмущения дают наибольший вклад в увеличение энергии зонального течения. Трудно ожидать, что при отсутствии одного выделенного масштаба, в котором энергия вводится в атмосферу, появятся какие-то пики или изломы в спектрах индексов ОЦА.

Указанные работы Зальцмана и его сотрудников использовали девятилетний архив всех имевшихся в то время сетевых радиозондовых наблюдений. Это нема-

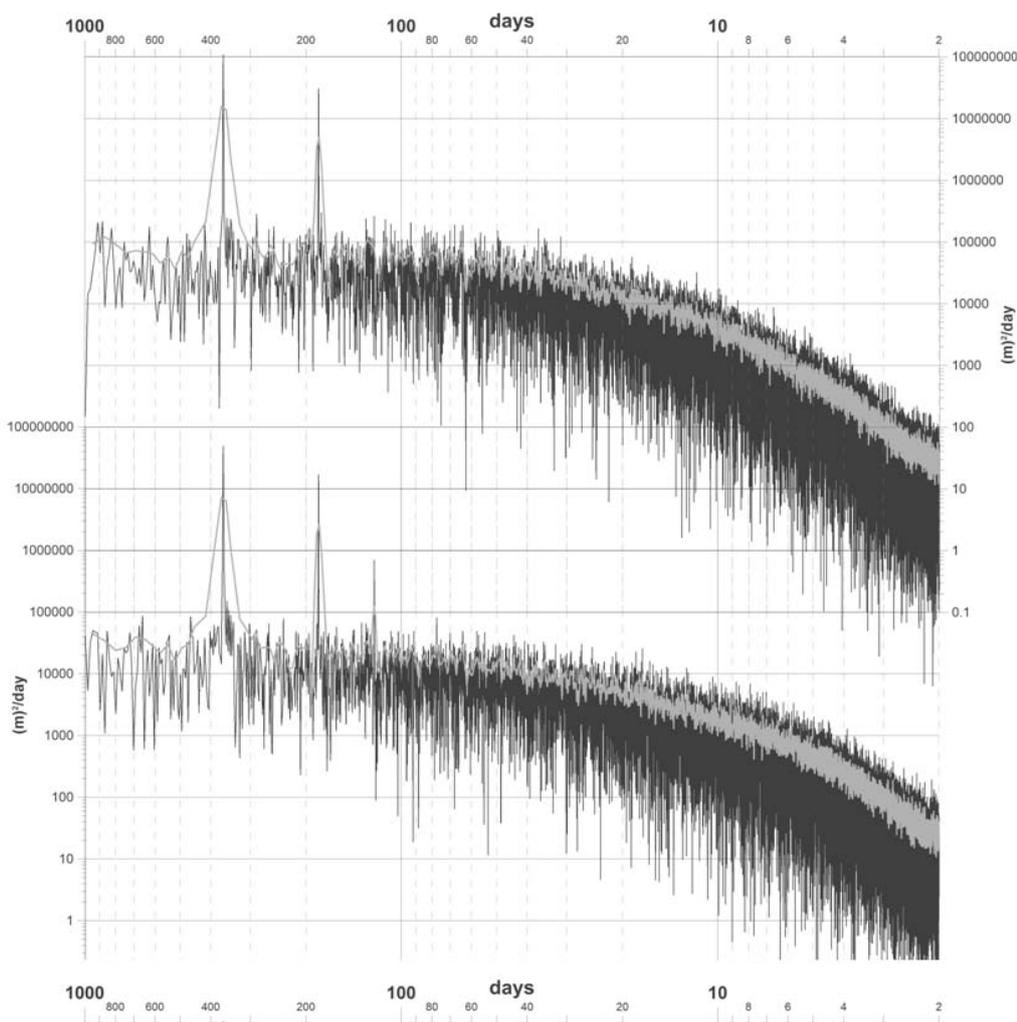


Рис. 1. Энергетические спектры индекса зональной циркуляции Блиновой северного полушария для уровня 500 гПа (вверху) и для толщины слоя 300–700 гПа (внизу), рассчитанные по ежедневным данным ре-анализа «20-й век» за 1871–2012 гг.

Fig. 1. Power spectra of the Blinova's zonal circulation indices for the 500 hPa level (upper), and the 300–700 hPa layer (below) for the Northern Hemisphere calculated on the base of the daily «20th century» re-analyses (1871–2012)

ло даже с современных позиций, так что полученные на их основе выводы о перераспределении кинетической энергии атмосферных движений кажутся правдоподобными. Однако их правдоподобие дополнительно увеличивается при теоретическом рассмотрении спектральной формы уравнений динамики атмосферы, которая представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения метеорологических полей (функции тока и др.) по сферическим гармоникам. Квадратично нелинейные члены этих уравнений, например, баротропного уравнения вихря, описывают взаимодействия какой-то компоненты зонального потока с двумя какими-то волнами, или взаимодействия каких-то трех волн [31]. Для того чтобы вклад такого члена в динамику был ненулевым, линейные комбинации троек волновых чисел, соответствующих рассматриваемой зональной компоненте и двум волнам (соответствующим трем волнам) удовлетворяли некоторым правилам, называемым «правилами отбора» [32]. Из этих правил следует, что для эффективного взаимодействия, по крайней мере, два набора волновых чисел должны быть разнесены по спектру волновых чисел. В том числе, по крайней мере, два зональных волновых числа не должны быть соседними. Иными словами, «правила отбора» обя-

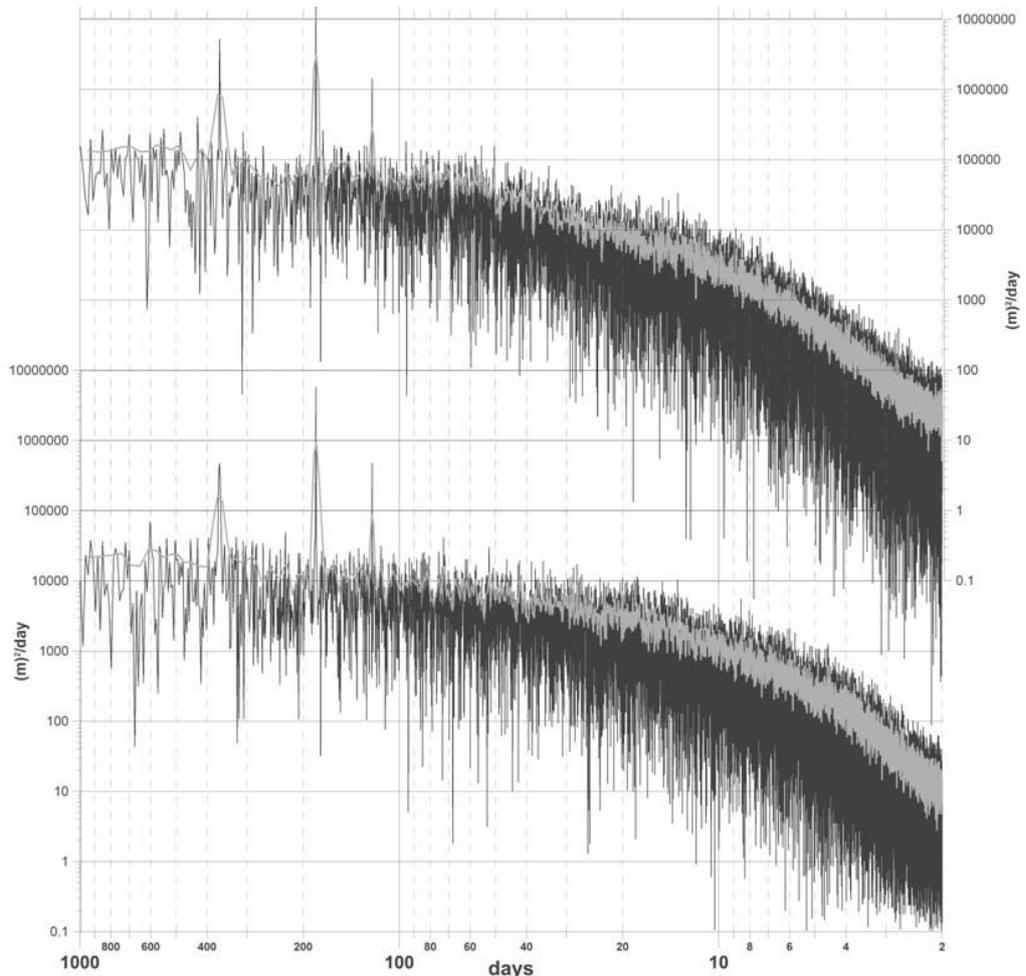


Рис. 2. То же самое, что на рис. 1, но для южного полушария
 Fig. 2. The same that is shown in Fig. 1, but for the Southern Hemisphere

зывают перераспределение энергии по спектру волновых чисел быть нелокальным. Именно это и получил Зальцман с сотрудниками. Заметим, что о такой нелокальности упоминается в самом недавнем отечественном обзоре работ по квазидвумерной турбулентности [14].

Тем самым, характер перераспределения энергии в системе ОЦА отличен от такового, предполагавшегося в теоретических работах по геострофической турбулентности. Тем более удивительно, что при этом законы « -3 » и « $-5/3$ », обоснованные только для локальных нелинейных взаимодействий, наблюдаются при расчете энергетических спектров реальных атмосферных движений.

Спектр индекса Блиновой, рассчитанный для слоя относительной топографии 300–700 hPa северного полушария (рис. 1, внизу), содержит пик на периоде в одну треть года, хотя мощность его примерно на порядок уступает мощности полугодового пика. В спектрах же для южного полушария (рис. 2) пики на периоде в одну треть года четко выражены и для уровня 500 hPa и для слоя 300–700 hPa. Они не уступают по мощности соответствующим пикам на годовом периоде. В итоге, можно предположить, что наиболее высокочастотный из всех перечисленных пиков (на периоде в треть года) в спектрах ограничивает диапазон «отрицательной вязкости» со стороны низких частот.

Повторим, что наиболее мощным в южном полушарии является полугодовой пик. Это вполне объяснимо, если принять высказанное выше положение о том, что супергармоники годового периода возникают из-за неустойчивости отклика атмосферы на годовой ход притока тепла от солнца. Сейчас перигелий имеет место летом, а апогелий – зимой южного полушария. В результате амплитуда годового хода инсоляции в южном полушарии больше, чем в северном. Это более мощное периодическое форсирование может сильнее дестабилизировать динамику атмосферы, что и приводит к появлению мощного пика на полугодовом периоде.

Положение низкочастотного края диапазона «отрицательной вязкости» является крайне важным с точки зрения теории предсказуемости. Если прогностическая модель достаточно совершенна, в ней должно существовать такое же укрупнение ошибок прогнозов, которое существует для реальных погодных колебаний. Из-за ограничения диапазона «отрицательной вязкости» со стороны больших периодов, ошибки прогноза не должны, в среднем, попадать в еще более долгие временные масштабы. Поэтому в рамках парадигмы предсказуемости (непредсказуемости) Лоренца объяснить безуспешность современных сезонных прогнозов погоды невозможно. Истинную причину этого надо искать в отсутствии надлежащей параметризации вариаций собственно погоды и недостаточно хорошем моделировании физики сезонных ее изменений. Это приводит к мысли об уместности специальных моделей для сезонных предсказаний погоды.

2. Энергетические спектры вариаций погоды в тропиках

Погода в тропиках резко отличается от погоды умеренных широт, как по ее субъективному восприятию, так и по ее установленным физическим закономерностям. В умеренных широтах вариации погоды определяются частой сменой циклонов и антициклонов – образований так называемого синоптического (размерами во многие сотни и немногие тысячи километров) масштаба. В тропиках же циклоны (тропические ураганы) представляют собой сравнительно редкие и более

мелкомасштабные явления, а обычный режим погоды определяют образования локального и мезомасштаба (размерами от нескольких километров до многих десятков километров). Поэтому физика гидрометеорологических явлений в умеренных и внутритропических широтах является различной.

Наиболее известными гидрометеорологическими процессами в тропическом поясе Земли являются те, которые объединяются под названием Эль-Ниньо – Южное колебание (ЭНЮК). В соответствии с задачей данной работы уместно рассмотреть энергетические спектры этих процессов, как они представлены экваториальным индексом южного колебания (Equatorial Southern Oscillation Index – ESOI) и расширенным океаническим индексом (Extended Oceanic Nino Index – EONI). Первый индекс характеризует атмосферную компоненту процессов ЭНЮК. Он рассчитывается как разность приземного давления на уровне моря между Индонезией (5°N – 5°S , 90°E – 140°E) и экваториальным Тихим океаном (5°N – 5°S , 80°W – 130°W). Второй индекс характеризует океаническую компоненту ЭНЮК, и рассчитывается по температуре поверхности океана, осредненной в регионе (5°N – 5°S , 80°W – 170°W). Поскольку в ре-анализе «20 век» не содержатся данные по температуре поверхности океана, EONI рассчитывался по средней температуре приповерхностного воздуха.

Отметим, что энергетические спектры индексов ЭНЮК в диапазоне масштабов менее года никогда не анализировались и даже не рассчитывались. Спектры ESOI и EONI, рассчитанные в диапазоне от двух до тысячи дней, показаны на рис. 3. Они похожи на спектры индексов Блиновой в том, что имеют кажущееся непрерывным основание. Так что эти спектры говорят о хаотичности динамики тропической погоды. Средние наклоны этих спектров следуют закону « $-5/3$ » в широком диапазоне масштабов. Поэтому возможно, что у динамики тропической погоды также существует «отрицательная вязкость», при которой относительно мелкомасштабные возмущения укрупняются. У индекса EONI (рис. 3, внизу) диапазон « $-5/3$ » простирается от пяти дней до четверти года (на периоде около девяноста дней можно усмотреть небольшой излом) или даже до полугода. Однако точное положение низкочастотного края диапазона « $-5/3$ » установить нельзя, как это было отмечено и для спектров индекса Блиновой.

На высокочастотном крае (около пяти дней) в спектре EONI виден аналог «синоптического максимума». Правее этого максимума имеется участок, где наклон спектра следует закону минус третьей степени. Основное отличие спектра EONI от спектров индекса Блиновой в том, что в первом практически нет диапазона нулевого наклона. Его наличие можно подозревать только для участка от четверти до трети года. В еще большем масштабе вместо «спектрального плато» имеет место даже более крутое, чем в диапазоне « $-5/3$ », увеличение спектральной плотности вплоть до пика годового периода и далее. Более подробное обсуждение этого наклона будет дано во второй части настоящей работы.

Спектр индекса ESOI (рис. 3, вверху) отличается от спектров индекса Блиновой гораздо существеннее. Диапазон « $-5/3$ » у него явно ограничен со стороны низких частот изломом на периоде в 45 дней. Напомним, что такое положение низкочастотного края каскада «отрицательной вязкости» предполагалось в оценке спектра индекса Блиновой в [20], но явно отсутствует в показанных на рис. 1 и 2 новых оценках. 45-дневный максимум спектральной плотности хорошо известен у характеристик тропической погоды. Возможно, впервые этот максимум был обнаружен

Р.А. Мадденом и П.Р. Джулианом [33] при изучении временной эволюции мезомасштабных очагов конвекции над акваториями Индийского и запада Тихого океанов. С тех пор эта эволюция называется их именами: Madden–Julian oscillation (MJO). Колебание Маддена–Джулиана сейчас активно изучается как один из возможных предвестников Эль-Ниньо, с одной стороны, и как результат аккумуляции многообразных погодных колебаний в тропиках, с другой стороны (см., например, [34, 35]). Однако до сих пор не обращалось внимание на совпадение пика в спектре МЖО с низкочастотным краем обратного каскада энергии погодных колебаний и, одновременно, с супергармоникой 1:8 годового периода. Это двойное совпадение важно, ибо

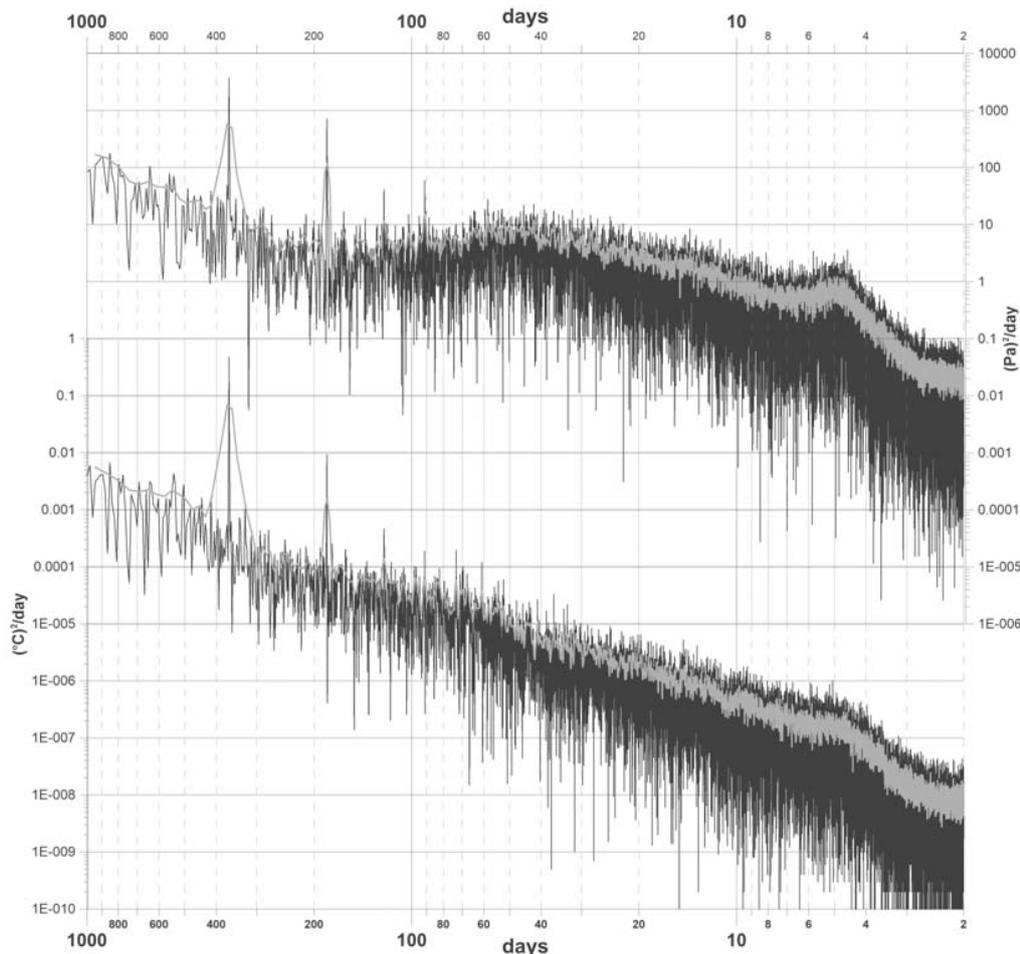


Рис. 3. Энергетические спектры экваториального индекса Южного колебания (вверху), то есть разницы среднего атмосферного давления на уровне моря между Индонезией (5°N – 5°S , 90°E – 140°E) и экваториальным Тихим океаном (5°N – 5°S , 80°W – 130°W), и индекса расширенного океанического индекса Эль-Ниньо (внизу), то есть средней температуры приповерхностного воздуха в регионе (5°N – 5°S , 80°W – 170°W), рассчитанные по данным ре-анализа «20-й век» за 1871–2012 годы
 Fig. 3 Power spectra of the Equatorial Southern Oscillation index (upper), i.e. the difference between the mean sea-level pressure over the Indonesia archipelago (5°N – 5°S , 90°E – 140°E) and the equatorial part of the Pacific ocean (5°N – 5°S , 80°W – 130°W), and the extended oceanic El Niño index (below), i.e. the mean near-surface air temperature over the region (5°N – 5°S , 80°W – 170°W) calculated on the base of daily «20th century» re-analyses (1871–2012)

оно говорит о том, что вариации состояния атмосферы в тропиках с периодами более 45 дней имеют иное происхождение по сравнению с более короткопериодными вариациями.

Возвращаясь к спектру ESOI, надо добавить, что на периодах более 45 дней спектральная плотность заметно убывает вплоть до полугодового периода. При этом на непрерывное основание спектра наложены довольно явные пики супергармоник 1:4 и 1:3 годового периода. Плотность снова возрастает на периодах, еще более долгих, чем половина года, как это имеет место и у спектра EONI. Возможно, что в спектре ESOI имеется также излом на супергармонике 1:6. Однако истолковывать его и пики 1:4, 1:3 как результаты разрешения неустойчивости реакции атмосферы на годовой ход притока тепла от Солнца в данном случае не стоит, ибо соответствующие пики видны в спектре приходящей к Земле солнечной радиации (см. fig. 2 в работе [36]). Проще их истолковать как результаты простого линейного отклика тропической атмосферы на инсоляционное внешнее воздействие.

На высокочастотном конце диапазона масштабов « $-5/3$ » в спектре ESOI имеет место выпуклый вниз излом спектральной плотности (локальный минимум). Далее спектральная плотность увеличивается, а не уменьшается, вплоть до периода в 5 дней. Надо сказать, что Мадден и Джулиан указали на существование пятидневной волны в конвективной активности тропиков уже в своей первой публикации. Спектр ESOI на рис. 3 показывает, что на самом деле это не есть волна фиксированного 5-дневного периода, ибо максимум вблизи этого периода является не пиком, а изломом, выпуклым вверх. Так что в реальности должен существовать целый пакет волн с близкими к пяти дням периодами.

В сторону периодов короче 5 дней плотность в спектре ESOI резко убывает, следуя закону минус четвертой степени. Такой закон был описан П.Г. Сафменом для полей двумерной турбулентности, в которых происходит концентрация завихренности в тонких пограничных слоях между крупными вихрями [37]. Однако А.С. Монин и А.М. Яглом (см. раздел 26.3. в книге [12]) в свое время усомнились, что такая концентрация возможна в реальности. Тем не менее, именно такого рода концентрация очагов конвективной активности в тропиках была обнаружена Мадденом и Джулианом. Насколько нам известно, ранее на наличие закона « -4 » в высокочастотных частях спектров индексов ЭНЮК не было указано никем из метеорологов.

Заключение и выводы

- На основе данных современных ре-анализов метеорологических наблюдений, оценены энергетические спектры нескольких индексов общей циркуляции атмосферы в диапазоне временных масштабов от двух до тысячи дней. Полученные спектры характеризуют вариации погоды внетропических и тропических широт. Они получены по несравненно большему количеству исходных данных, чем все ранее опубликованные оценки.
- Спектры суточных, месячных и сезонных вариаций погоды вне тропиков являются сплошными и, более того, гладкими, то есть они не содержат не только спектральных пиков, но даже изломов в ходе спектральной плотности. Это подтверждает хаотичность и, следовательно, ограниченную по времени предсказуемость этих изменений внетропической погоды.

- Для изменений внетропической погоды ото дня ко дню средние наклоны всех четырех оцененных спектров (для индексов Блиновой среднего и сдвигового по вертикали течения в умеренных широтах обоих полушарий) найдены равными минус трем. Для изменений с периодами более недели и до одного-двух месяцев – равными минус пяти третям. Это соответствует наклонам, выведенным в теории геострофической турбулентности, несмотря на то, что наложенные в этой теории условия однородности, изотропии и локальности нелинейных взаимодействий движений разных масштабов не выполняются для реальной атмосферы. Части всех спектров в диапазоне периодов от одного-двух месяцев до года имеют кажущееся непрерывным основание с нулевым наклоном, на которое наложены пики супергармоник годового периода 1:2 и 1:3, причем супергармоника 1:2 для южного полушария является даже более мощной, чем сама годовая гармоника. Это указывает на наличие некоторого внутреннего «порядка» в сезонных изменениях внетропической погоды, которые, в целом, все же являются хаотичными.
- На примерах специально определенных индексов Эль-Ниньо – Южного колебания – оценены спектры высокочастотных вариаций тропической погоды. Эти спектры также найдены сплошными. Высокочастотная часть одного из них имеет средний наклон минус третьей степени, как и у спектров внетропической погоды. Высокочастотная часть другого спектра имеет средний наклон минус четвертой степени, что не было получено ни в одном из ранее выполненных исследований тропической погоды. Средние наклоны частей обоих спектров в диапазоне масштабов от примерно пяти и вплоть до примерно сорока пяти дней равны минус пяти третям. В диапазоне сезонных изменений характер этих спектров является смешанным (отчасти хаотичным, отчасти упорядоченным), так как на непрерывные основания с нулевым (или даже положительным) наклоном там наложены пики многочисленных супергармоник годового периода, вплоть до супергармоники 1:8 (период около 45 дней).
- Части тропических спектров с разными средними наклонами отделены друг от друга изломами в ходе спектральной плотности. Видны изломы на периодах в пять и сорок пять дней, которые ранее было выявлены только для некоторых локальных характеристик тропической погоды, таких как колебание Маддена–Джулиана.

Подводя итоги данного исследования, важно подчеркнуть, что низкочастотный край обратного переноса энергии, существующий, судя по имеющимся эмпирическим данным, в реальной атмосфере, служит барьером для распространения быстрых погодных изменений в более долгие временные масштабы как вне, так и внутри тропиков. При этом происходит расщепление связей между собственно погодой и ее сезонными изменениями. Если прогнозы составляются путем интегрирования детализованных моделей гидротермодинамики атмосферы, реалистически воспроизводящих энергетические спектры вариаций погоды, то такой же барьер должен быть свойственен укрупнению ошибок прогнозов погоды. Поэтому применение к сезонным предсказаниям парадигмы хаотичности Лоренца, суть которой состоит в неизбежном укрупнении ошибок прогноза по мере увеличения заблаговременности, кажется сомнительным.

По этой причине концепция «бесшовного предсказания» погоды и климата

с помощью одной и той же универсальной модели имеет мало шансов на успех. Взамен представляется перспективным разрабатывать специфические модели для разных масштабов движения, чтобы исключить из явного рассмотрения наибольшие неустойчивости атмосферных процессов, свойственные этим масштабам.

Исследование выполнено частично при финансовой поддержке по гранту Российского научного фонда (проект № 14-50-00095).

Библиографический список

1. Lorenz E.N. Atmospheric predictability experiments with a large numerical model // *Tellus*. 1982. Vol. 34. P. 505–513.
2. Bengtsson L., Hodges K.I. A note on atmospheric predictability // *Tellus A*. 2005. Vol. 58. No. 1. P. 154–157.
3. Bengtsson L., Hodges K.I., Froude L.S.R. Global observations and forecasting skill // *Tellus A*. 2005. Vol. 57. No. 4. P. 515–527.
4. Froude L.S.R., Bengtsson L., Hodges K.I. Atmospheric predictability revisited // *Tellus A*. 2013. Vol. 65i0, doi:10.3402/tellusa.v65i0.19022
5. Bunimovich L.A. Short- and long-term forecast for chaotic and random systems // *Nonlinearity*. 2014. Vol. 27. P. R51–R60.
6. Cullen M.J.P. The unified forecast/Climate model // *Meteorol. Magazine*. 1993. Vol. 122. P. 81–94.
7. Palmer T.N., Doblas-Reyes F.J., Weisheimer A., Rodwell M.J. Toward seamless prediction: calibration of climate change projections using seasonal forecasts // *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 2008. Vol. 89. No. 4. P. 459–470.
8. Арнольд В.И., Афраймович В.С., Ильяшенко Ю.С., Шильников Л.П. Теория бифуркаций // В книге: *Динамические системы–5, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Фундам. направления, 5*. М.: ВИНТИ. 1986. С. 5–218.
9. Eliassen E., Machenhauer B. On the observed large-scale atmospheric wave motions // *Tellus*. 1969. Vol. 21. P. 149–166.
10. Wiin-Nielsen A. On the annual variation and spectral distribution of atmospheric energy // *Tellus*. 1967. Vol. 19. P. 540–558.
11. Wiin-Nielsen A., Chen T.-C. *Fundamentals of Atmospheric Energetics*. New York: Oxford University Press, 1993. 376 p.
12. Монин А.С., Яглом А.М. *Статистическая гидромеханика*. 2-е изд., С-Пб.: Гидрометеиздат, 1996. Т. 2. 742 с.
13. Мирабель А.П., Монин А.С. Двумерная турбулентность // *Успехи Механики*. 1979. Т. 2. № 3. С. 47–95.
14. Данилов С.Д., Гурарий Д. Квазидвумерная турбулентность // *Успехи Физических Наук*. 2000. Т. 170. № 9. С. 947–968.
15. Lilli D.K. Numerical simulation of two-dimensional turbulence // *Phys. Fluids, Suppl. II*. 1969. Vol. 12. II-240 – II-249.

16. *Шановалова Н.С.* Статистические характеристики спектрального представления поля геопотенциала H500 для северного полушария // Труды Гидрометцентра СССР. 1987. Вып. 278. С. 90–99.
17. *Taylor G.I.* The spectrum of turbulence // Proc. R. Soc. London. Ser. A. Vol. 164. P. 476–490.
18. *Старр В.П.* Физика явлений с отрицательной вязкостью. М.: Мир, 1971. 130 с.
19. *Монин А.С.* Гидродинамическая теория краткосрочных прогнозов погоды // Успехи Физических Наук. 1968. Т. 96. № 2. С. 327–367.
20. *Виноградская А.А., Власова И.Л., Даценко Н.М., Сонечкин Д.М.* Теория годового хода зональной циркуляции атмосферы. I. Шестимодовая модель супергармонических резонансов // Труды Гидрометцентра СССР. 1988. Вып. 297. С. 150–165.
21. *Ogura Y.* Energy transfer in a normally distributed and isotropic turbulent velocity field in two dimension // Physics Fluids. 1962. Vol. 5. No. 4. P. 395–401.
22. *Namias J.* The index cycle and its role in the general circulation // J. Meteorol. 1950. Vol. 8. P. 131–140.
23. *Webster P.J., Keller J.L.* Atmospheric variations: vacillation and index cycle // J. Atmos. Sci. 1975. Vol. 32. P. 1283–1300.
24. *Dickey J.O., Ghil M., Marcus S.L.* Extratropical aspects of the 40–50 day oscillation in length-of-day and atmospheric angular momentum // J. Geophys. Res.: Atmosphere. 1991. Vol. 96. No. D12. P. 22643–22658.
25. *Lovejoy S., Schertzer D.* Scale invariance in climatological temperatures and the spectral plateau // Annales Geophysicae. 1986. Vol. 4B. P. 401–410.
26. *Блинова Е.Н., Марчук Г.И.* К теории годового хода чисто зональной циркуляции // Труды ИФА АН СССР. 1958. № 2. С. 106–113.
27. *Марчук Г.И.* Годовой ход индекса циркуляции // Труды ИФА АН СССР. 1958. № 2. С. 114–118.
28. *Compo G.P., Whitaker J.S., Sardeshmukh P.D. et al.* The Twentieth Century Reanalysis Project // Quarterly J. Roy. Meteorol. Soc. 2011. 137. P. 1–28.
29. *Saltzman B., Fleisher A.* The exchange of kinetic energy between larger scales of atmospheric motions // Tellus. 1960. Vol. 12. P. 374–377.
30. *Saltzman B., Teweles S.* Further statistics on the exchange of kinetic energy between harmonic components of the atmospheric flow // Tellus. 1964. Vol. 16. P. 432–435.
31. *Silberman I.* Planetary waves in the atmosphere // J. Meteorol. 1954. Vol. 11. P. 27–34.
32. *Elsaesser H.W.* Evaluation of spectral versus grid methods of hemispheric numerical weather prediction // J. Appl. Meteorol. 1966. Vol. 5. P. 246–262.
33. *Madden R.A., Julian P.R.* Observations of the 40–50 day tropical oscillation – a review // Mon. Wea. Rev. 1994. Vol. 122. P. 814–837.
34. *Donald A., Meinke H., Power N., de Maia H.N., Wheeler M.C., White N., Stone R.C., Ribbe J.* Near-global impact of the Madden – Julian Oscillation on rainfall // Geophys. Res. Lett. 2006. Vol. 33. L09704.
35. *Zhang C.* Madden – Julian Oscillation. Bringing weather and climate // Bull. Amer. Meteor. Soc. 2013. Vol. 94. P. 1849–1870.

36. Huybers P., Curry W. Links between annual, Milankovitch and continuum temperature variability // *Nature*. 2006. Vol. 441. P. 329–332.
37. Saffman P.G. A note on the spectrum and decay of random two-dimensional vorticity distributions at large Reynolds number // *Studies in Applied Mathematics* // 1971. Vol. 50. No. 4. P. 377–383.

References

1. Lorenz E.N. Atmospheric predictability experiments with a large numerical model. *Tellus*. 1982. Vol. 34. P. 505–513.
2. Bengtsson L., Hodges K.I. A note on atmospheric predictability. *Tellus A*. 2005. Vol. 58. No. 1. P. 154–157.
3. Bengtsson L., Hodges K.I., Froude L.S.R. Global observations and forecasting skill. *Tellus A*. 2005. Vol. 57. No. 4. P. 515–527.
4. Froude L.S.R., Bengtsson L., Hodges K.I. Atmospheric predictability revisited. *Tellus A*. 2013. Vol. 65i0, doi:10.3402/tellusa.v65i0.19022
5. Bunimovich L.A. Short- and long-term forecast for chaotic and random systems. *Nonlinearity*. 2014. Vol. 27. P. R51–R60.
6. Cullen, M.J.P. The Unified Forecast/Climate Model. *Meteorol. Magazine*. 1993. Vol. 122. P. 81–94.
7. Palmer T.N., Doblas-Reyes F.J., Weisheimer A., Rodwell M.J. Toward seamless prediction: calibration of climate change projections using seasonal forecasts. *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 2008. Vol. 89. No. 4. P. 459–470.
8. Arnold V.I., Afraimovich V.S., Ilyashenko Yu.S., Shilnikov L.P. Teoriya bifurkatsiy. V knige: Dinamicheskiye sistemy–5, Itogi Nauki i Tekhniki. Ser. Sovrem. probl. mat. fund. napr., 5, M.: VINITI. 1986. P. 5–218 (in Russian).
9. Eliassen E., Machenhauer B. On the observed large-scale atmospheric wave motions. *Tellus*. 1969. Vol. 21. P. 149–166.
10. Wiin-Nielsen A. On the annual variation and spectral distribution of atmospheric energy. *Tellus*. 1967. Vol. 19. P. 540–558.
11. Wiin-Nielsen A., Chen T.-C. Fundamentals of Atmospheric Energetics. New York, NY: Oxford University Press, 1993. 376 p.
12. Monin A.S., Yaglom A.M. Statisticheskaya gidromekhanika. 2nd ed., St. Petersburg: Gidrometeoizdat, 1996. Vol. 2. 742 p. (in Russian).
13. Mirabel A.P., Monin A.S. Two-dimensional turbulence. *Uspekhi Mekhaniki*. 1979. Vol. 2. No. 3. P. 47–95 (in Russian).
14. Danilov S.D., Gurarie D. Quasi-two-dimensional turbulence. *Phys. Usp.* 2000. Vol. 43. P. 863–900.
15. Lilli D.K. Numerical simulation of two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids*. Suppl. II. 1969. Vol. 12. II-240 – II-249.
16. Shapovalova N.S. *Proceedings of the Hydrometeorological Center of the USSR*. 1987. Issue. 278. Pp. 90–99 (in Russian).
17. Taylor G.I. The spectrum of turbulence. *Proc. R. Soc. London*. Ser A. Vol. 164. P. 476–490.

18. Starr V.P. Physics of Negative Viscosity Phenomena. New York: McGraw-Hill, 1968.
19. Monin A.S. Hydrodynamic theory of short-range weather forecasts. *Sov. Phys. Usp.* 1969. Vol.11. P. 746–767.
20. Vinogradskaya A.A., Vlasova I.L., Datsenko N.M., Sonechkin D.M. *Proceedings of the USSR Hydrometeorological Center.* 1988. Issue. 297. P. 150–165 (in Russian).
21. Ogura Y. Energy transfer in a normally distributed and isotropic turbulent velocity field in two dimension. *Physics Fluids.* 1962. Vol. 5. No. 4. P. 395–401.
22. Namias J. The index cycle and its role in the general circulation. *J. Meteorol.* 1950. Vol. 8. P. 131–140.
23. Webster P.J., Keller J.L. Atmospheric variations: vacillation and index cycle. *J. Atmos. Sci.* 1975. Vol. 32. P. 1283–1300.
24. Dickey J.O., Ghil M., Marcus S.L. Extratropical aspects of the 40-50 day oscillation in length-of-day and atmospheric angular momentum. *J. Geophys. Res.: Atmosphere.* 1991. Vol. 96. No. D12. P. 22643–22658.
25. Lovejoy S., Schertzer D. Scale invariance in climatological temperatures and the spectral plateau. *Annales Geophysicae.* 1986. Vol. 4B. P. 401–410.
26. Blinova E.N., Marchuk G.I. *Proceedings of the Institute of Atmospheric Physics of the Academy of Sciences of the USSR.* 1958. No. 2. P. 106–113 (in Russian).
27. Marchuk G.I. *Proceedings of the Institute of Atmospheric Physics of the Academy of Sciences of the USSR.* 1958. No. 2. P. 114–118 (in Russian).
28. Compo G.P., Whitaker J.S., Sardeshmukh P.D. et al. The Twentieth Century Reanalysis Project. *Quarterly J. Roy. Meteorol. Soc.* 2011. 137. P. 1–28.
29. Saltzman B., Fleisher A. The exchange of kinetic energy between larger scales of atmospheric motions. *Tellus.* 1960. Vol. 12. P. 374–377.
30. Saltzman B., Teweles S. Further statistics on the exchange of kinetic energy between harmonic components of the atmospheric flow. *Tellus.* 1964. Vol. 16. P. 432–435.
31. Silberman I. Planetary waves in the atmosphere. *J. Meteorol.* 1954. V. 11. P. 27-34.
32. Elsaesser H.W. Evaluation of spectral versus grid methods of hemispheric numerical weather prediction. *J. Appl. Meteorol.* 1966. Vol. 5. P. 246–262.
33. Madden R.A., Julian P.R. Observations of the 40–50 day tropical oscillation – a review. *Mon. Wea. Rev.* 1994. Vol. 122. P. 814–837.
34. Donald A., Meinke H., Power N., de Maia H.N., Wheeler M.C., White N., Stone R.C., Ribbe J. Near-global impact of the Madden – Julian Oscillation on rainfall. *Geophys. Res. Lett.* 2006. Vol. 33. L09704.
35. Zhang C. Madden – Julian Oscillation. Bringing weather and climate. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 2013. Vol. 94. P. 1849–1870.
36. Huybers P., Curry W. Links between annual, Milankovitch and continuum temperature variability. *Nature.* 2006. Vol. 441. P. 329–332.
37. Saffman P.G. A note on the spectrum and decay of random two-dimensional vorticity distributions at large Reynolds number. *Studies in Applied Mathematics.* 1971. Vol. 50. No. 4. P. 377–383.



Серых Илья Викторович – родился в Москве (1983), окончил факультет ВМК Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (2006). После окончания МГУ работает в Институте океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук. Защитил в ИО РАН диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2009) в области теории колебаний климата, изменчивости гидрофизического режима Мирового океана, применения нелинейной динамики в исследовании климатических изменений. Опубликовал 20 научных статей по направлениям, указанным выше.

117997 Москва, Нахимовский проспект д. 36
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН
E-mail: iserykh@ocean.ru



Сонечкин Дмитрий Михайлович – родился в Москве (1937), окончил географический факультет МГУ по кафедре метеорологии и климатологии, после чего работал как синоптик-прогнозист в Центральном институте прогнозов Гидрометеорологической службы СССР, а с начала 1960-х годов участвовал в работах по созданию метеорологической космической системы «Метеор». В 1970-х годах организовал в Гидрометеорологическом научно-исследовательском центре СССР лабораторию динамико-стохастических методов для применения идей и методов современной теории нелинейных динамических систем к задачам численного долгосрочного прогноза погоды и динамики климата. В начале 2000-х годов перешел на работу в Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, продолжая участвовать в работах лаборатории динамико-стохастических методов в Гидрометцентре России. В настоящее время является также приглашенным профессором в Институте исследований окружающей среды холодных и засушливых регионов Китайской академии наук. Доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН. Научные интересы: теоретические проблемы долгопериодных колебаний в климатической системе; численный долгосрочный прогноз погоды; современное изменение климата; реконструкции и исследования динамики климатов прошлого. Автор монографий: Метеорологическое дешифрирование космических снимков Земли (количественные методы). Л.: Гидрометеоиздат, 1979; Стохастичность в моделях общей циркуляции атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1984; Колебания климата по данным наблюдений. Тройной солнечный и другие циклы. М.: Наука, 2005 (в соавторстве с А.С. Мониным); Хаос и порядок в динамике погоды и климата. Водный и тепловой балансы тропосферы. С.-Пб.: Гидрометеоиздат, 2005 (в соавторстве с Р.Ф. Бурлуцким). Общее количество публикаций – более 200.

117997 Москва, Нахимовский проспект, 36
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН
123242 Москва, Большой Предтеченский пер., 11–13
Гидрометеорологический научно-исследовательский центр России
E-mail: dsonech@ocean.ru



ПРОХОЖДЕНИЕ МИКРОВОЛНОВЫХ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ РАСТВОР, ИМИТИРУЮЩИЙ СРЕДУ ВНУТРИ ТЕЛ МЛЕКОПИТАЮЩИХ

А. И. Рыжов¹, М. Г. Попов^{1,2}

¹Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
125009 Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7

²Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700 Московская область, Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9
E-mail: mef.box@gmail.com, maksim.g.popov@phystech.edu

Поступила в редакцию 18.05.2017

В работе рассматривается вопрос распространения сверхширокополосных хаотических сигналов через среду внутри живых организмов. Данный вопрос приобретает свою актуальность в связи с развитием различных беспроводных медицинских датчиков, собирающих информацию о физиологических параметрах, в том числе малогабаритных искусственных источников радиосвета, которые могут быть эффективно применены для решения задач, например, диагностики заболеваний. Предварительно необходимо исследовать условия распространения сигнала и их влияние на работу различных систем передачи информации. В данной работе впервые проводятся эксперименты по исследованию затухания радиосигнала внутри живых организмов для сверхширокополосных хаотических сигналов, генерируемых непосредственно в полосе частот 3–5 GHz. В качестве источника и приёмника сигнала использовались сверхширокополосные прямоотические приёмопередающие модули. При экспериментальном исследовании скорости затухания сигнала в качестве модельного объекта использовалась кювета с раствором сахара, имитирующая электродинамические параметры среды живого организма. Для оценки затухания измерялись значения амплитуды сигнала на выходе логарифмического детектора приёмника. Эксперименты проводились для случаев, когда кювета была пуста, наполнена сахарным раствором, а также для нескольких вариантов изоляции антенн приёмопередатчиков от попадания на них жидкости. В результате экспериментов были получены зависимости уровня затухания сигнала от расстояния между приёмной и передающей антеннами для вышеупомянутых случаев, которые затем были использованы для вычисления значения показателя затухания сигнала в среде. Исходя из значений излучаемой мощности сигнала и чувствительности приёмника, была оценена максимальная дальность передачи между приёмником и передатчиком в живом организме, на основе чего были оценены возможности использования сверхширокополосных хаотических сигналов этого диапазона частот для передачи данных внутри живых организмов.

Ключевые слова: Нелинейные динамические системы, хаотические сигналы, сверхширокополосный хаотический сигнал, затухание, живые организмы, тело человека.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-23-32

Образец цитирования: Рыжов А.И., Попов М.Г. Прохождение микроволновых сверхширокополосных хаотических сигналов через раствор, имитирующий среду внутри тел млекопитающих // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 4. С. 23–32. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-23-32

PROPAGATION OF MICROWAVE ULTRAWIDEBAND CHAOTIC SIGNALS THROUGH THE SOLUTION EMULATING MEDIA WITHIN BODIES OF MAMMALS

A. I. Ryzhov¹, M. G. Popov^{1,2}

¹Kotel'nikov Institute of Radio-Engineering and Electronics
11-7, Mokhovaya, 125009 Moscow, Russia

²Moscow Institute of Physics and Technology (State University)
9, Institutskiy per., 141700 Dolgoprudny, Moscow Region, Russia
E-mail: mef.box@gmail.com, maksim.g.popov@phystech.edu

Received 18.05.2017

The problem of ultrawideband chaotic radio pulse propagation through the media within living organisms is considered in this article. This area gains relevance due to the increase of wireless communications applications in medicine, especially in diagnostics. It is important to research in advance the circumstances of radio signal propagation and their influence upon different wireless communication systems. In this work, the first experiments on measurement of the radio signal attenuation within living organisms for chaotic ultrawideband radio pulses occupying 3–5 GHz frequency domain are considered. Direct chaotic ultrawideband transceiver modules were used as transmitter and receiver. Cuvette filled with an aqueous solution of sucrose that provides electromagnetic characteristics of a living organism was used during the experimental research of a pulse attenuation rate. Signal amplitude on the output of logarithmic detector was measured in order to estimate path loss of the signal. The experiments were conducted when the cuvette was empty and filled with sucrose solution. Besides, different ways of antenna isolation from fluid were considered. Dependencies between path loss and the distance between transceiver antennas were obtained for the cases mentioned above. These results were further used to calculate signal attenuation rate within the medium. Based on the values of transmitter radiated power and receiver sensitivity one can make an estimation of the maximum transmission distance within the human body. These results were used to estimate the possibility of using ultrawideband chaotic signals of this frequency range for data transmission within living organisms.

Keywords: Nonlinear dynamic systems, ultrawideband chaotic signals, attenuation, living organism, human body.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-23–32

Paper reference: Ryzhov A.I., Popov M.G. Propagation of microwave ultrawideband chaotic signals through the solution emulating media within bodies of mammals. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Iss. 4. Pp. 23–32. DOI:10.18500/0869-6632-2017-25-4-23–32

Введение

Задача исследования распространения сверхширокополосных (СШП) хаотических радиоимпульсов внутри тела человека приобретает особую актуальность в связи с развитием различных беспроводных медицинских датчиков, собирающих информацию о физиологических параметрах, в том числе малогабаритных искусственных источников радиосвета [1]. Развитие данного направления позволит решить такие задачи, как создание капсульных эндоскопов, создание микророботов, работающих внутри организма для проведения терапевтических процедур, создание имплантируемых таблеток для точной доставки лекарства.

На сегодняшний момент одним из наиболее актуальных применений техно-

логии беспроводной связи в медицине является капсульная эндоскопия, где, в частности, исследуется состояние желудочного тракта пациента [2]. Существуют реализации беспроводных эндоскопов на основе узкополосных средств связи, однако качество изображения, передаваемого ими, значительно уступает традиционным эндоскопам в связи с ограниченностью пропускной способности радиоканала.

Одно из возможных решений этой проблемы – это переход к использованию в медицине систем связи на СШП сигналах диапазона 1–10 GHz, которые отличаются высокой скоростью передачи данных при малых габаритах и низком энергопотреблении, а также экологической безопасностью. Предварительно необходимо исследовать возможность применимости таких систем, с точки зрения распространения сигнала.

На сегодняшний момент проводились исследования затухания СШП сигнала диапазона 3–5 GHz вблизи поверхности тела человека [3], однако также интерес представляет изучение вопроса распространения СШП сигнала внутри тела человека.

Были проведены симуляции распространения электромагнитных волн с использованием цифровых анатомических моделей. Результаты одной из таких симуляций представлены в работе [4]. Для расстояния 10 см затухание сигнала варьируется от 50 до 80 dB. Большой разброс значений вызван сильной неоднородностью среды, увеличивающейся с ростом расстояния между приёмной и передающей антеннами.

На основе этих результатов были разработаны модели затухания сигнала при его распространении через тело человека. Одним из способов уточнения этих моделей является проведение экспериментов с животными.

Так в статье [5] приведены результаты измерений затухания СШП сигнала диапазона 1–6 GHz при расположении передатчика внутри брюшной полости свиньи, а приёмника на её поверхности. Например, для частоты 1 GHz и расстояния между приёмником и передатчиком 10 см затухание сигнала составило 30–45 dB, а для частоты 4 GHz затухание составило 70–100 dB.

Экспериментальные результаты демонстрируют довольно большой разброс. Однако следует отметить, что, по сути, в этих работах проводились измерения ослабления узкополосного сигнала, перестраиваемого в СШП диапазоне частот. Нам же представляется интересным рассмотрение затухания СШП сигналов в более простой и однородной среде – сахарном растворе, имитирующем, с точки зрения распространения сигнала, среду живого организма. При этом в качестве СШП сигнала используется хаотический сигнал, генерируемый непосредственно в СШП диапазоне частот 3–5 GHz. Указанный диапазон обеспечивается хаотическим генератором, представляющим собой нелинейную динамическую систему.

В работе [6] были исследованы различные растворы, близкие по своим диэлектрическим свойствам к мышечной ткани человека, и было показано, что раствор сахара C12H22O11/1.0 M (342 г на 1 л воды) обладает максимальным сходством для диапазона излучения 3–10 GHz (действительная часть комплексной проницаемости $\epsilon' = 56$, а мнимая $\epsilon'' = 18$ для частоты 4 GHz).

Таким образом, задача настоящей работы – исследовать затухание СШП хаотического сигнала внутри тел млекопитающих на примере среды, имитирующей диэлектрические свойства живого организма (в данном случае сахарного раствора).

1. Экспериментальная установка

Таблица
Характеристики
использовавшихся приёмопередатчиков
Transceiver characteristics

Рабочий диапазон частот Working frequency range	3–5 GHz
Излучаемая мощность Radiated power	20 dBm
Чувствительность приёмника Receiver sensitivity	60 dB
Физическая скорость передачи Physical data transmission rate	Up to 6 Mbit/s

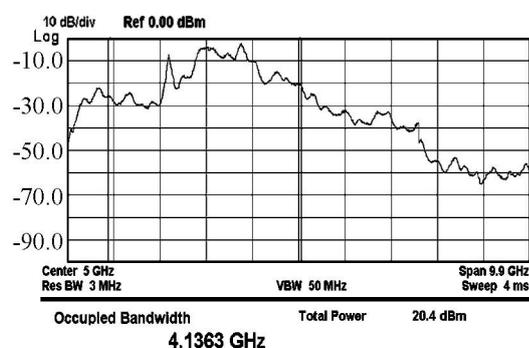


Рис. 1. Спектр сигнала, излучаемого приёмопередатчиком в непрерывном режиме

Fig. 1. Signal spectrum of a continuously radiating transceiver

Для проведения экспериментов в качестве приёмника и передатчика СШП хаотических сигналов использовались СШП прямохаотические приёмопередатывающие модули, разработанные на основе устройств, представленных в работе [7]. Характеристики приёмопередатчиков представлены в таблице.

На рис. 1 показан спектр излучения приёмопередатчика, полученный при помощи анализатора спектра. Приёмопередатчик находился в непрерывном режиме генерации сигнала. Полученный спектр является непрерывным в диапазоне излучения передатчика 3–5 GHz (по уровню -20 dB от максимального значения). Один из приёмопередатчиков настраивался на периодическую посылку хаотических радиоимпульсов, а другой на работу в режиме приёма данных. На рис. 2 показана схема экспериментальной установки для различных случаев расположения приёмопередатчиков.

Антенны подключались через коаксиальные кабели* к приёмопередатчикам и помещались в герметичный сосуд, располагавшийся внутри пустой кюветы.

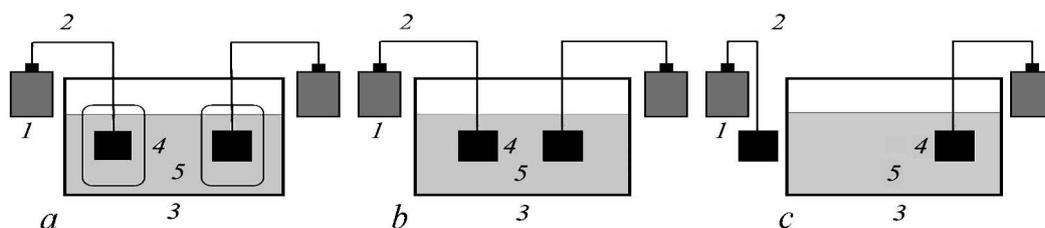


Рис. 2. Схема экспериментальной установки для случая: *a* – с применением сосудов; *b* – пищевой плёнки; *c* – и приёмной антенны, вынесенной наружу. Здесь: *1* – приёмопередатчик; *2* – коаксиальный кабель; *3* – кювета; *4* – антенна, помещённая в герметичный сосуд; *5* – сахарный раствор

Fig. 2. Experimental setup scheme for different scenarios using: *a* – hermetic vessels, *b* – food film; *c* – and receiver antenna placed outside of the cuvette; *1* – transceiver, *2* – coaxial cable, *3* – cuvette, *4* – antenna in a vessel, *5* – sucrose solution

*Применявшиеся кабели вносили дополнительное затухание сигнала в 13.4 dB, из-за чего использовались приёмопередатчики с повышенной излучаемой мощностью.

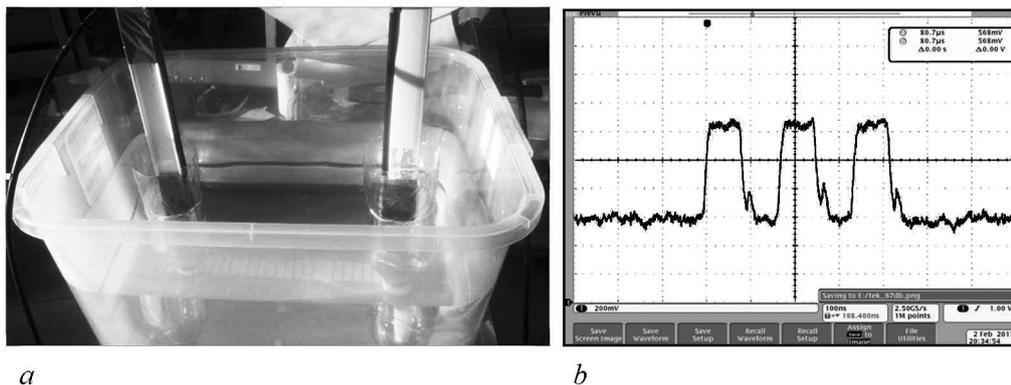


Рис. 3. *a* – расположение антенн приёмопередатчиков внутри кюветы, *b* – измерение амплитуды принимаемого сигнала при помощи осциллографа

Fig. 3. *a* – transceiver antennas placement inside the cuvette, *b* – amplitude measurement of a received signal using oscilloscope

ты или наполненной сахарным раствором $C_{12}H_{22}O_{11}/1.0$ М (рис. 3, *a*). При помощи осциллографа измерялась амплитуда сигнала на выходе логарифмического детектора приёмника в зависимости от расстояния между антеннами приёмника и передатчика (рис. 3, *b*).

2. Методика экспериментов

Измеряя амплитуду сигнала на выходе логарифмического детектора, можно следующим образом оценить затухание сигнала в канале.

Пусть: PL – затухание сигнала на расстоянии d , A_d – амплитуда сигнала на выходе логарифмического детектора приёмника на расстоянии d в некоторой среде, A_B – амплитуда сигнала на выходе логарифмического детектора приёмника на расстоянии 1 м в свободном пространстве, S – чувствительность логарифмического детектора, λ – средняя длина волны излучения передатчика. Затухание в канале оценивается по формуле

$$PL(d) = 20 \lg \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) + \frac{A_B - A_d}{S}. \quad (1)$$

Таким образом, измеряя в эксперименте значения A_d и A_B и подставляя их в формулу (1), можно рассчитывать величину затухания сигнала. В нашем случае первое слагаемое в (1) составляет 42 dB.

С другой стороны, затухание сигнала можно рассчитать по формуле

$$PL(d) = PL_0 + 10\gamma \lg \left(\frac{d}{d_0} \right). \quad (2)$$

Здесь PL_0 – затухание сигнала на заданном расстоянии d_0 в некоторой среде. В нашем случае $d_0 = 1$ м, средой является сахарный раствор. При помощи графика зависимости $PL(d)$ можно определить PL_0 и показатель затухания γ , построив аппроксимирующую прямую методом наименьших квадратов.

На основании полученных результатов можно оценить максимальную дальность передачи d_{\max} исследуемой системы связи в растворе. Пусть $S_{\text{ПР}}$ – чувствительность приёмника; $P_{\text{ИЗ}}$ – излучаемая мощность. Тогда передача сигнала возможна при выполнении условия

$$P_{\text{ИЗ}} - PL > S_{\text{ПР}}. \quad (3)$$

Далее, зная значения PL_0 и γ , полученные после построения аппроксимирующей прямой для (2), можно определить максимальную дальность передачи d_{\max} .

В работе были проведены две серии экспериментов по исследованию затухания СШП хаотических радиоимпульсов: в воздухе и в вышеупомянутом сахарном растворе.

3. Измерения и результаты

3.1. Исследование затухания сигнала с применением герметичных сосудов. Сначала были проведены эксперименты по оценке затухания СШП хаотического сигнала в соответствии со схемой эксперимента, приведённой на рис. 2, а для случая пустой кюветы. На рис. 4 приведен полученный график затухания сигнала.

Далее была проведена серия экспериментов для исследования затухания СШП хаотических радиоимпульсов при их распространении в сахарном растворе. Для изоляции антенн от попадания на них воды внутри кюветы сначала использовались пластиковые емкости с герметичным дном и открытым верхом, куда помещались сами антенны. На рис. 5 представлен график зависимости затухания сигнала от расстояния между антеннами для этого случая (ему соответствует зависимость 1). Однако полученные результаты расходятся с результатами, известными из существующих исследований. Так в работе [8] для диапазона частот 3.1–3.6 GHz затухания в

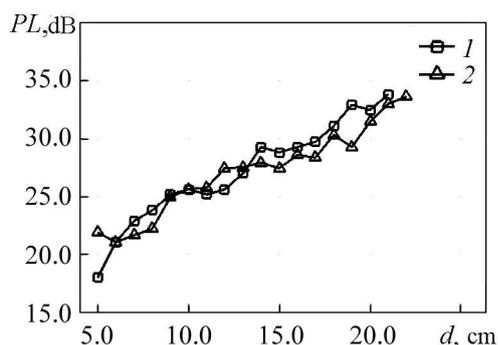


Рис. 4. Затухание сигнала в воздухе в зависимости от расстояния между антеннами, 1 – первая серия экспериментов, 2 – вторая серия экспериментов

Fig. 4. Path loss in the air depending on the distance between the transceiver antennas, 1 – first series of experiments, 2 – second series of experiments

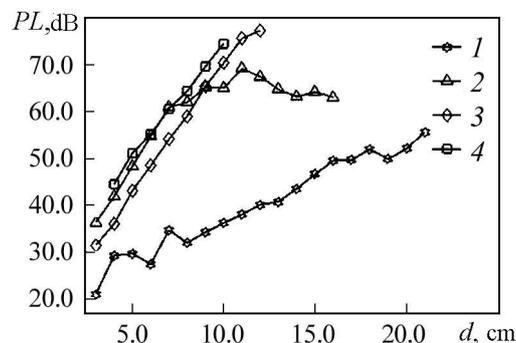


Рис. 5. Затухание принятого сигнала в сахарном растворе в зависимости от расстояния между антеннами: 1 – антенны помещены в сосуды, 2 – над поверхностью сахарного раствора расположен поглотитель, 3 – антенны обёрнуты пищевой плёнкой, 4 – приёмная антенна расположена снаружи кюветы

Fig. 5. Path loss in the sucrose solution depending on the distance between the transceiver antennas, 1 – antennas are put into vessels, 2 – absorber is placed above the sucrose solution surface, 3 – antennas are covered with food film, 4 – receiver antenna is placed outside the cuvette

сахарном растворе на расстоянии 10 см составило 70 dB, в то время как из графика на рис. 5 следует, что затухание составило 36 dB.

Было сделано предположение, что часть излучения распространяется не через сахарный раствор, а через воздушную среду над поверхностью раствора, проникая туда через отверстия в сосудах. Для проверки этой версии и уменьшения вклада переотражённой компоненты над поверхностью сахарного раствора рядом с излучающей антенной был установлен лист поглотителя. Результаты этого эксперимента отмечены линией 2 на рис. 5. Здесь уже на расстоянии 10 см затухание составило 65 dB. Однако при увеличении расстояния с 10 до 15 см затухание сигнала перестало усиливаться, что говорит о том, что основной вклад в принимаемую мощность сигнала на этих дистанциях вносили переотражённые лучи, распространявшиеся в обход поглотителя.

Поэтому были предприняты специальные меры для исключения влияния на принимаемую мощность излучения, проникающего наружу сахарного раствора через отверстия в сосудах.

3.2. Исследование затухания сигнала с применением пищевой плёнки.

Для изолирования приёмной и передающей антенн от попадания на них воды, они обе были обернуты непроводящей пищевой плёнкой. Схема эксперимента представлена на рис. 2, *b*.

При помощи анализатора спектра был измерен уровень сигнала над поверхностью сахарного раствора, и он оказался на низком уровне для того, чтобы влиять на результаты эксперимента.

Результаты измерений приведены на рис. 5 и отмечены линией 3. Сравнивая полученные результаты с результатами из предыдущего эксперимента (где для антенн использовались сосуды и лист поглотителя) можно наблюдать практически идентичную динамику ослабления сигнала с ростом расстояния примерно до 10 см, где в случае с сосудами затухание составило 65 dB и 70 dB в случае с пищевой плёнкой. Однако в предыдущем эксперименте после расстояний выше 10 см мощность принятого сигнала выходила на уровень насыщения и переставала ослабляться с ростом расстояния, в то время как в эксперименте с пищевой плёнкой ослабление сигнала продолжало расти и составило 77 dB на расстоянии 12 см. Это говорит о том, что во втором случае удалось устранить влияние побочных лучей на распространение сигнала.

Для проверки корректности полученные результаты были сопоставлены с данными для узкополосных сигналов в том же диапазоне, имеющимися в литературе. Так на рис. 6 приведено сравнение полученных результатов для СШП хаотических сигналов (линия 1) с результатами работы [8] для диапазона 3.1–3.6 GHz

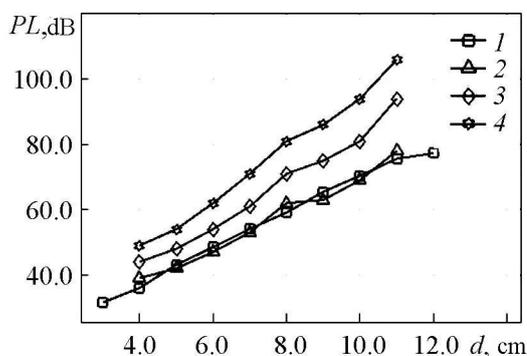


Рис. 6. Сравнение затухания СШП хаотических сигналов диапазона 3–5 GHz (линия 1) с результатами работы [8]: 2 – диапазон от 3.1 до 3.6 GHz, 3 – диапазон от 3.6 до 4.1 GHz, 4 – диапазон от 4.1 до 4.6 GHz

Fig. 6. Comparison of UWB chaotic signal (3–5 GHz) attenuation in sucrose solution (1) and results presented in [8]: 2 – from 3.1 to 3.6 GHz, 3 – from 3.6 to 4.1 GHz and 4 – from 4.1 to 4.6 GHz

(линия 2), для диапазона 3.6–4.1 GHz (линия 3), для диапазона 4.1–4.6 GHz (линия 4).

Результаты нашей работы и работы [8] не противоречат друг другу: основная доля излучения СШП хаотического сигнала находится в диапазоне частот 3–4 GHz, и график затухания сигнала 1 находится непосредственно рядом с графиками затухания узкополосных сигналов 2 и 3 для диапазона частот 3.1–3.6 GHz и 3.6–4.1 GHz, соответственно.

На практике важным сценарием применения системы передачи может быть передача данных внутри живого организма наружу. Следующая серия экспериментов была посвящена данному вопросу.

3.3. Исследование затухания сигнала при расположении приёмной антенны снаружи кюветы. Были проведены эксперименты с приёмной антенной, вынесенной наружу кюветы (см. рис. 2, с).

Результаты измерений представлены на рис. 5 (линия 4). В данном случае наблюдаемая динамика изменения затухания сигнала с расстоянием сходна с аналогичными результатами предыдущего эксперимента, однако, здесь все значения немного ниже (в среднем на 4 dB), что связано с наличием раздела сред на пути распространения сигнала.

Затем для расчёта затухания сигнала PL_0 на расстоянии в 1 m и показателя затухания сигнала γ в соответствии с методикой были построены графики затухания сигнала в зависимости от расстояния между приёмными и передающими антеннами в логарифмическом масштабе (их линейные области) и аппроксимирующие прямые для каждой серии вышеупомянутых экспериментов. В среднем получено, что для воздуха $PL_0 = 46$ dB и $\gamma = 2$, а для сахарного раствора $PL_0 = 150$ dB и $\gamma = 8$.

Для использовавшихся в эксперименте приёмопередатчиков, излучаемой мощности dBm и чувствительности приемника dBm по формулам (2) и (3) можно определить максимальную дальность передачи d_{\max} . Вычисления показали, что условие обеспечения достаточного уровня сигнала для осуществления радиосвязи выполняется при $PL < 80$ dB. Далее используем полученные выше из графических построений значения PL_0 и γ в двух вариантах эксперимента: в эксперименте с приёмной и передающей антеннами, обернутыми пищевой плёнкой и помещёнными в сахарный раствор, получили $d_{\max} = 13$ cm; в эксперименте с расположенной приёмной антенной снаружи кюветы получили $d_{\max} = 12$ cm.

Заключение

В работе исследован вопрос затухания СШП хаотических сигналов внутри среды живых организмов. Для имитации диэлектрических характеристик такой среды использовалась кювета с раствором сахара.

Получено, что для СШП хаотических сигналов диапазона 3–5 GHz затухание сигнала на расстоянии 10 cm в сахарном растворе составляет 70–75 dB, а показатель затухание в такой среде $\gamma = 8$.

С помощью значений мощности излучаемого сигнала и чувствительности приёмника использованных приёмопередатчиков была оценена максимальная дальность передачи в живом организме, которая составила около 12 cm.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что СШП хаотические сиг-

налы в диапазоне частот 3–5 GHz могут быть использованы, в частности, в беспроводной эндоскопии. Капсула-робот с использованием СШП прямохаотического излучения может быть реализована в виде миниатюрного источника шумоподобного СШП излучения – «радиосвета», прохождение которого через внутренние органы и мышечную ткань будет давать ценную информацию об их состоянии.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 16-19-00084).

Библиографический список

1. Дмитриев А.С., Ефремова Е.В. Источники радиоосвещения на основе сверхширокополосных микрогенераторов хаотических колебаний // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42, № 24. С. 49–57.
2. Thotahewa K., Redoute J.-M., Yuce M.R. A UWB wireless capsule endoscopy device // Proc. 36th Annual Int. Conf. of the IEEE Engineering in Medicine & Biology Society (EMBC). Chicago. IL. 2014. Pp. 6977–6980.
3. Рыжов А.И., Попов М.Г. Распространение сверхширокополосных хаотических радиоимпульсов около поверхности и от внутренних органов к поверхности тела человека // Труды 26-й между. Крымской конф. СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии. Севастополь, Россия, 4–10 сентября 2016. С. 1811–1817.
4. Khaleghi A., Chávez-Santiago R., Balasingham I. Ultra-wideband statistical propagation channel model for implant sensors in the human chest // IET Microwaves, Antennas & Propagation. 2011. Vol. 5, Iss. 15. Pp. 1805–1812.
5. Chavez-Santiago R., Sayrafiyan-Por K., Khaleghi A., Takizawa K. et al. Propagation models for IEEE 802.15.6 standardization of implant communication in body area networks // IEEE Communications Magazine. 2013. Vol.51, Iss. 4. Pp. 80–87.
6. Yamamoto H., Zhou J., and Kobayashi T. Ultra wideband electromagnetic phantoms for antennas and propagation studies // IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences. 2008. Vol. E91-A, Iss. 11. Pp. 3173–3182.
7. Дмитриев А.С., Герасимов М.Ю., Ицков В.В., Лазарев В.А., Попов М.Г., Рыжов А.И. Активные беспроводные сверхширокополосные сети на основе хаотических радиоимпульсов // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62, № 4. С. 354–363.
8. Chávez-Santiago R., Garcia-Pardo C., Fornes-Leal A., Vallés-Lluch A. et al. Ultra wideband propagation for future in-body sensor networks // Proc. IEEE 25th Intl. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC). Washington. DC. 2–5 Sept., 2014. Pp. 2160–2163.

References

1. Dmitriev A.S., Efremova E.V. Radio-frequency illumination sources based on ultra-wideband microgenerators of chaotic oscillations. *Technical Physics Letters*. 2016. Vol. 43, No. 1. Pp. 42–45.

2. Thotahewa K., Redoute J.-M., Yuce M.R. A UWB wireless capsule endoscopy device. *Proc. 36th Annual Int. Conf. of the IEEE Engineering in Medicine & Biology Society (EMBC)*. Chicago, IL. 2014. Pp. 6977–6980.
3. Ryzhov A.I., Popov M.G. Propagation of ultrawideband chaotic radio pulses near the human body surface and from the inside of the human organs to the human body surface. *Proc. 26th International Crimean Conference «Microwave and Telecommunication Technology» (CriMiCo)*. Sevastopol, Russia, 4–10 Sept., 2016. Pp. 1811–1817.
4. Khaleghi A., Chávez-Santiago R., Balasingham I. Ultra-wideband statistical propagation channel model for implant sensors in the human chest. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*. 2011. Vol. 5, No. 15. Pp. 1805–1812.
5. Chavez-Santiago R., Sayrafián-Por K., Khaleghi A., Takizawa K. et al. Propagation models for IEEE 802.15.6 standardization of implant communication in body area networks. *IEEE Communications Magazine*. 2013. Vol.51, No. 4. Pp. 80–87.
6. Yamamoto H., Zhou J., and Kobayashi T. Ultra wideband electromagnetic phantoms for antennas and propagation studies. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*. 2008. Vol. E91-A, No. 11. Pp. 3173–3182.
7. Dmitriev A.S., Gerasimov M.Yu., Itskov V.V., Lazarev V.A., Popov M.G., Ryzhov A.I. Active wireless ultrawideband networks based on chaotic radio pulses. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2017. Vol. 62, No. 4. Pp. 380–388.
8. Chávez-Santiago R., Garcia-Pardo C., Fornes-Leal A., Vallés-Lluch A. et al. Ultra wideband propagation for future in-body sensor networks. *Proc. IEEE 25th Intl. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*. Washington, DC. 2–5 Sept., 2014. Pp. 2160–2163.



Рыжов Антон Игоревич – родился (1986) в Москве, Россия. Окончил Московский физико-технический институт (2010). Защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук в области радиофизики (2016). Научный сотрудник лаборатории информационных и коммуникационных технологий на основе динамического хаоса в Институте радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва. Автор более 20 публикаций (в соавторстве).

125009 Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7
 Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
 E-mail: mef.box@gmail.com



Попов Максим Геннадьевич – родился в 1991 году. Окончил факультет радиотехники и кибернетики Московского физико-технического института. Аспирант Московского физико-технического института, инженер лаборатории информационных и коммуникационных технологий на основе динамического хаоса в Институте радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. Область научных интересов: беспроводные сенсорные и информационные сети, коммуникационные технологии. Автор более 10 публикаций (в соавторстве).

125009 Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7
 Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
 141700 Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9
 Московский физико-технический институт (государственный университет)
 E-mail: maksim.g.popov@phystech.edu



ОТОБРАЖЕНИЯ С КВАЗИПЕРИОДИЧНОСТЬЮ РАЗНОЙ РАЗМЕРНОСТИ И КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИМИ БИФУРКАЦИЯМИ

А. П. Кузнецов^{1,2}, Ю. В. Седова¹

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38

²Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
E-mail: apkuz@rambler.ru, sedovayv@yandex.ru

Поступила в редакцию 7.06.2017, после доработки 7.07.2017

В работе обсуждается построение удобных и информационно емких трехмерных отображений, демонстрирующих существование 2-торов и 3-торов. Первое отображение получено путем дискретизации потоковой системы – генератора квазипериодических колебаний. Второе – путем дискретизации климатической модели Лоренц-84. Третье отображение предложено в теории квазипериодических бифуркаций Симо, Броером, Витоло. Необходимость обсуждения таких отображений связана с возможностью для них квазипериодичности разной размерности, а также квазипериодических бифуркаций, то есть бифуркаций инвариантных торов. Данный вопрос пока еще недостаточно освещен как в научной, так и в учебной литературе. Основным методом исследования является построение карт ляпуновских показателей. Карты получены численными методами. На таких картах разными оттенками показаны области периодических режимов, двухчастотной квазипериодичности, трехчастотной квазипериодичности и хаоса. Представлены также иллюстрации динамики в виде фазовых портретов. Обсуждаются особенности и классификационные признаки квазипериодических бифуркаций – бифуркаций инвариантных торов. Квазипериодические бифуркации анализируются с помощью графиков ляпуновских показателей и бифуркационных деревьев. Обсуждается различие квазипериодической бифуркации Хопфа и седло-узловой бифуркации инвариантных торов. Обсуждается зависимость картины от параметра – шага дискретизации. При малых значениях этого параметра картина близка к традиционной системе языков Арнольда, которые, однако, теперь наблюдаются на базе двухчастотных режимов и погружены в трехчастотную область. Новым моментом является появление встроенных в эти языки областей периодических резонансов высокого порядка. С ростом параметра дискретизации картина меняется. Языки с характерными острями-основаниями сменяются полосами двухчастотных режимов со встроенными поперечными полосами периодических резонансов, от которых, в свою очередь, отходит новая система всеобразных языков двухчастотных режимов. Фазовые портреты внутри языков переходят от многооборотных кривых к системе изолированных овалов. Таким образом, показано, что картина, ассоциирующаяся с квазипериодической бифуркацией Хопфа, достаточно сложна и требует для своего анализа трех параметров. Сопоставляются случаи разных отображений. Показано, что

«тор-отображение» наиболее полно описывает круг существенных феноменов в системах с квазипериодичностью разной размерности.

Keywords: Отображения, квазипериодическая динамика, инвариантные торы, квазипериодические бифуркации.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-33-50

Образец цитирования: Кузнецов А.П., Седова Ю.В. Отображения с квазипериодичностью разной размерности и квазипериодическими бифуркациями // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 4. С. 33–50. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-33-50

MAPS WITH QUASI-PERIODICITY OF DIFFERENT DIMENSION AND QUASI-PERIODIC BIFURCATIONS

A. P. Kuznetsov^{1,2}, Y. V. Sedova¹

¹Kotel'nikov Institute of Radio-engineering and Electronics of RAS (Saratov Branch)
38, Zelenaya str., 410019 Saratov, Russia

²National Research Saratov State University
83, Astrakhanskaya str., 410012 Saratov, Russia
E-mail: apkuz@rambler.ru, sedovayv@yandex.ru

Received 7.06.2017, revised 7.07 2017

The paper discusses the construction of convenient and informative three-dimensional mappings demonstrating the existence of 2-tori and 3-tori. The first mapping is obtained by discretizing the continuous time system – a generator of quasi-periodic oscillations. The second is obtained via discretization of the Lorentz-84 climate model. The third mapping was proposed in the theory of quasi-periodic bifurcations by Simo, Broer, Vitolo. The necessity of discussing such mappings is connected with the possibility for them of a quasi-periodicity of different dimensions, as well as quasi-periodic bifurcations, i.e. bifurcations of invariant tori. This issue has not yet been adequately covered both in scientific and educational literature. The main method of investigation is the construction of Lyapunov exponents charts. Charts are obtained by numerical methods. On such charts regions of periodic modes, two-frequency quasi-periodicity, three-frequency quasi-periodicity, and chaos are marked by different colors. Illustrations of dynamics in the form of phase portraits are also presented. Specific features and classification features of quasi-periodic bifurcations – bifurcations of invariant tori – are discussed. Quasi-periodic bifurcations are analyzed using graphs of Lyapunov exponents and bifurcation trees. The difference between the quasi-periodic Hopf bifurcation and the saddle-node bifurcation of invariant tori is discussed. The dependence of the picture on the parameter – the discretization step – is discussed. At small values of this parameter, the picture is close to the traditional system of Arnold's tongues, which, however, are now observed on the basis of two-frequency regimes and are immersed in a three-frequency region. The new moment is the appearance of regions of periodic high-order resonances built into these languages. As the sampling parameter increases, the picture changes. Tongues with characteristic cuspid-bases are replaced by bands of two-frequency modes with built-in transverse bands of periodic resonances, from which, in turn, a new system of fan-like tongues of two-frequency modes departs. The phase portraits inside languages change from multi-turn curves to a system of isolated ovals. Thus, it is shown that the picture associated with the quasi-periodic Hopf bifurcation is quite complex and requires three parameters for its analysis. The cases of different mappings are compared. It is shown that the «torus-mapping» most fully describes the range of essential phenomena in systems with quasi-periodicity of different dimensions.

Ключевые слова: Maps, quasi-periodic dynamics, invariant tori, quasi-periodic bifurcations.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-33-50

Paper reference: Kuznetsov A.P., Sedova Y.V. Maps with quasi-periodicity of different dimension and quasi-periodic bifurcations. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 4. P. 33–50. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-33-50

Введение

Одним из популярных объектов в нелинейной динамике, теории хаоса и теории бифуркаций являются отображения. Они, с одной стороны, очень просты для исследования и численного анализа, а с другой – демонстрируют многие фундаментальные нелинейные эффекты [1–6]. Весьма продвинутой является теория бифуркаций отображений [7–9]. Отображения естественным образом классифицируются по размерности – числу существенных переменных. Примеры одномерных отображений – это логистическое отображение, демонстрирующее переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода; отображение Бернулли, объясняющее природу появления хаоса; отображение окружности, демонстрирующее картину языков синхронизации и иллюстрирующее квазипериодическую динамику [1–6]. К двумерным отображениям относится популярное отображение Эно, которое уточняет ряд моментов по сравнению с логистическим отображением, в частности, переход от диссипативного к консервативному случаю. Отображение Эно, однако, не дает все основные бифуркационные сценарии и не описывает ассоциирующуюся с рождением квазипериодических колебаний бифуркацию Неймарка–Сакера. Эти недостатки восполняют предложенное в [10] отображение (*minimal 2-D quadratic map*), а также предложенное в [11] универсальное отображение. Интерес представляют также отображение Богданова (*Bogdanov map*) [12] и аналогичные ему другие формы отображений, ассоциирующиеся с бифуркацией Богданова–Тakensа [13].

При переходе к трехмерным системам количество возможных эффектов и сложность динамики увеличиваются. Так уже трехмерное отображение типа Эно является предметом современных исследований, в частности, нацеленных на классификацию хаотических аттракторов [14, 15]. Известны различные примеры трехмерных отображений: отображения Рихтера [16, 17], дискретный осциллятор Ресслера [18], множество вариантов отображений Спротта [19] и другие модели. Однако введение третьего измерения дает еще одну возможность, состоящую в увеличении размерности квазипериодических колебаний. Поясним это подробнее.

В потоковых системах (то есть в системах, описываемых дифференциальными уравнениями) двухчастотной квазипериодичности отвечают инвариантные торы. В сечении Пуанкаре такого тора наблюдается замкнутая инвариантная кривая, которая выглядит как овал. Для резонансного предельного цикла в сечении Пуанкаре возникает набор точек. Трехчастотной квазипериодичности отвечают инвариантный тор более высокой размерности. В сечении Пуанкаре теперь наблюдается «размазанный овал». Фазовое пространство отображений аналогично сечению Пуанкаре потока. Поэтому будем, как часто делают, и для дискретных отображений говорить о «торах». Таким образом, в трехмерных отображениях возможна как двухчастотная квазипериодичность, представленная 2-тором, так и трехчастотная, представленная 3-тором.

В силу этого возникает проблема *квазипериодических бифуркаций* – бифуркаций инвариантных торов разной размерности [20]. В настоящем сообщении мы обсудим некоторые примеры отображений, пригодных для изучения этих эффектов. Они могут быть полезными при изложении учебных курсов по теории динамических систем и теории бифуркаций. Также они представляют собой хорошие задачи для соответствующих компьютерных практикумов.

1. Тор-отображение

Один из простейших способов построения отображений состоит в замене конечными разностями производных по времени в дифференциальных уравнениях, описывающих динамическую систему. Этот прием восходит к первым исследованиям в области нелинейной динамики и продолжает использоваться и теперь [21, 22, 12, 13, 16]. Такая процедура замечательна тем, что дискретизация обогащает динамику. Например, вместо одномерного потока с простейшей бифуркацией седло-узел получается логистическое отображение с каскадом бифуркаций удвоения периода и универсальностью Фейгенбаума. Дискретный осциллятор ван дер Поля демонстрирует простейшую инвариантную кривую (тор). Для системы Ресслера вместо предельных циклов и бифуркаций удвоения периода в дискретной версии становятся возможны инвариантные торы и удвоения торов [16] и т.д.

Таким образом, прежде всего, необходимо выбрать подходящую потоковую систему. Для наших целей это должна быть система с двухчастотной квазипериодической динамикой. При процедуре дискретизации размерность повысится, и станет возможной трехчастотная квазипериодичность.

Сейчас известно несколько удобных примеров автономных систем с двухчастотной квазипериодичностью, в первую очередь, радиофизических генераторов [23–28]. Обратимся к модели генератора квазипериодических колебаний [28]:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - (\lambda + z + x^2 - \beta x^4)\dot{x} + \omega_0^2 x &= 0, \\ \dot{z} &= b(\varepsilon - z) - k\dot{x}^2.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь x, z – динамические переменные. Одно из преимуществ системы (1) состоит в минимально необходимой размерности фазового пространства (равной трем) для возможности автономной квазипериодичности. Преимущество по сравнению с другой трехмерной системой [28] состоит в наличии у системы (1) устойчивого состояния равновесия и бифуркации Андронова–Хопфа рождения устойчивого предельного цикла. Этот предельный цикл, в свою очередь, может испытывать бифуркацию Неймарка–Сакера, которая при дискретизации будет инициировать более сложную, квазипериодическую бифуркацию.

Перепишем уравнения (1) в стандартном для динамических систем виде в форме системы уравнений первого порядка

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= (\lambda + z + x^2 - \beta x^4)y - \omega_0^2 x, \\ \dot{z} &= b(\varepsilon - z) - ky^2.\end{aligned}\tag{2}$$

Дискретизированная модель, в которой производные заменены конечными разностями (будем называть ее *тор-отображение*) [29], имеет вид:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n + hy_{n+1}, \\ y_{n+1} &= y_n + h((\lambda + z_n + x_n^2 - \beta x_n^4)y_n - \omega_0^2 x_n), \\ z_{n+1} &= z_n + h(b(\varepsilon - z_n) - ky_n^2).\end{aligned}\tag{3}$$

Здесь h – шаг дискретного времени, новый дополнительный параметр. Отметим, что для первого уравнения дискретизация выполнена по полуявной схеме Эйлера, то есть используется значение переменной y в $(n + 1)$ -й момент. Такая дискретизация обычно приводит к более физически обоснованным моделям [22].

Фиксируем набор параметров $b = 1, \varepsilon = 4, k = 0.02, \omega_0 = 2\pi$, для которого в системе (1) возможна бифуркация Неймарка–Сакера и автономная двухчастотная квазипериодичность [28]. В дальнейшем эти параметры будем поддерживать неизменными. Будем увеличивать параметр дискретизации h , начиная с небольших его значений.

На рис. 1 в центре приведена полученная численно ляпуновская карта системы (3) для шага дискретизации $h = 0.05$. Система (3) характеризуется тремя показателями Ляпунова $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$. На карте различными оттенками обозначены области различных типов режимов, определенные в соответствии со спектром показателей Ляпунова:

- а) P – периодический режим (цикл) $\Lambda_1 < 0, \Lambda_2 < 0, \Lambda_3 < 0$;
- б) T_2 – режим двухчастотной квазипериодичности $\Lambda_1 = 0, \Lambda_2 < 0, \Lambda_3 < 0$;
- в) T_3 – режим трехчастотной квазипериодичности $\Lambda_1 = 0, \Lambda_2 = 0, \Lambda_3 < 0$;
- г) C – хаотический режим $\Lambda_1 > 0, \Lambda_2 < 0, \Lambda_3 < 0$;
- д) HC – гиперхаос $\Lambda_1 > \Lambda_2 > 0, \Lambda_3 < 0$;
- е) D – разбегание траекторий.

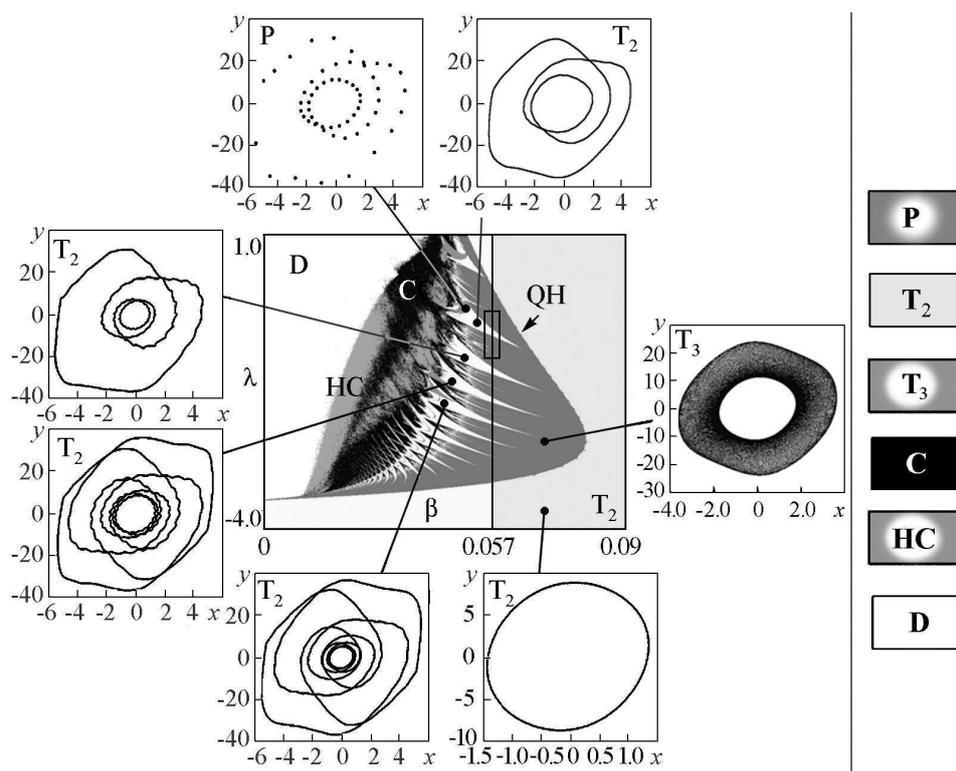


Рис. 1. Ляпуновская карта и фазовые портреты тор-отображения (3), $b = 1, \varepsilon = 4, k = 0.02, \omega_0 = 2\pi$. Параметр дискретизации $h = 0.05$. QH – линия квазипериодической бифуркации Хопфа

Fig.1. Lyapunov chart and phase portraits of torus map (3), $b = 1, \varepsilon = 4, k = 0.02, \omega_0 = 2\pi$. Discretization parameter $h = 0.05$. QH is a line of quasi-periodic Hopf bifurcation

В силу малости параметра дискретизации h устройство карты в качественном плане отчасти аналогично исходной потоковой системе (1) (см. рис. 8 в [28]). В то же время дискретизация приводит к тому, что периодические режимы в (1) сменяются двухчастотными, а двухчастотные – трехчастотными.

На рис. 1 можно видеть характерную картину языков 2-торов, аналогичную по конфигурации традиционным языкам Арнольда. Теперь, однако, эта система языков погружена в область 3-торов. Таким образом, языки отвечают резонансным двухчастотным торами, лежащим на поверхности трехчастотного тора, подобно тому, как традиционные языки Арнольда отвечают резонансным периодическим режимам на поверхности двухчастотного тора.

По периферии рис. 1 показаны некоторые типичные фазовые портреты. Можно видеть простейший 2-тор в виде овала. В трехчастотной области этот овал «размазывается». Внутри языков резонансных двухчастотных режимов аттракторы имеют вид замкнутых инвариантных кривых. В разных языках инвариантные кривые на плоскости (x, y) различаются числом оборотов вокруг начала координат.

В свою очередь, внутри языков резонансных 2-торов возникают резонансные области периодических режимов. В этом случае на инвариантной кривой сложной формы возникает множество точек соответствующего долгопериодического цикла.

Обсудим теперь бифуркации квазипериодических режимов. Для этого обратимся к графикам ляпуновских показателей на рис. 2, построенным вдоль линии $\beta = 0.057$, пересекающей область трехчастотной квазипериодичности на рис. 1 снизу вверх.

При малых λ устойчива неподвижная точка и все показатели отрицательны. При увеличении параметра λ эта точка теряет устойчивость в результате бифуркации Неймарка–Сакера (на рисунке не показана), и возникает 2-тор с нулевым ляпуновским показателем $\Lambda_1 = 0$. Далее этот показатель все время остается нулевым.

В точке QH бифуркацию претерпевает уже этот 2-тор. Как можно видеть из рис. 2, особенность этой бифуркации состоит в том, что до порога бифуркации равны показатели $\Lambda_2 = \Lambda_3$. В точке бифуркации оба эти показателя обращаются в нуль. За точкой бифуркации показатели уже не совпадают – второй равен нулю $\Lambda_2 = 0$, а третий становится отрицательным $\Lambda_3 < 0$. Таким образом, теперь $\Lambda_1 = \Lambda_2 = 0$, и возникает 3-тор. Это *квазипериодическая бифуркация Хопфа*. Ее отличительный признак – условие совпадения двух показателей до точки бифуркации [20].

С ростом управляющего параметра λ маршрут $\beta = \text{const}$ на карте рис. 1 пересекает множество языков 2-торов. На графике рис. 2, *a* они выглядят как множество «провалов» второго показателя. Границы этих областей образованы линиями *седло-узловых бифуркаций торов* SNT. Одна из таких областей в увеличенном виде показана на рис. 2, *b*. Отличительный признак бифуркации SNT состоит в том, что в нуль обращается второй показатель $\Lambda_2 = 0$, но величины Λ_2, Λ_3 не равны друг другу [20]. При этом Λ_3 остается все время отрицательным. На другой стороне языка такая бифуркация проходит в обратном порядке. Эти особенности хорошо видны на увеличенном фрагменте (см.рис. 2, *b*).

Таким образом, области трехчастотной и двухчастотной квазипериодичности на рис. 1 разделяет квазипериодическая бифуркация Хопфа QH. В дискретной модели (3) она приходит на смену бифуркации Неймарка–Сакера в потоке-прототипе (1).

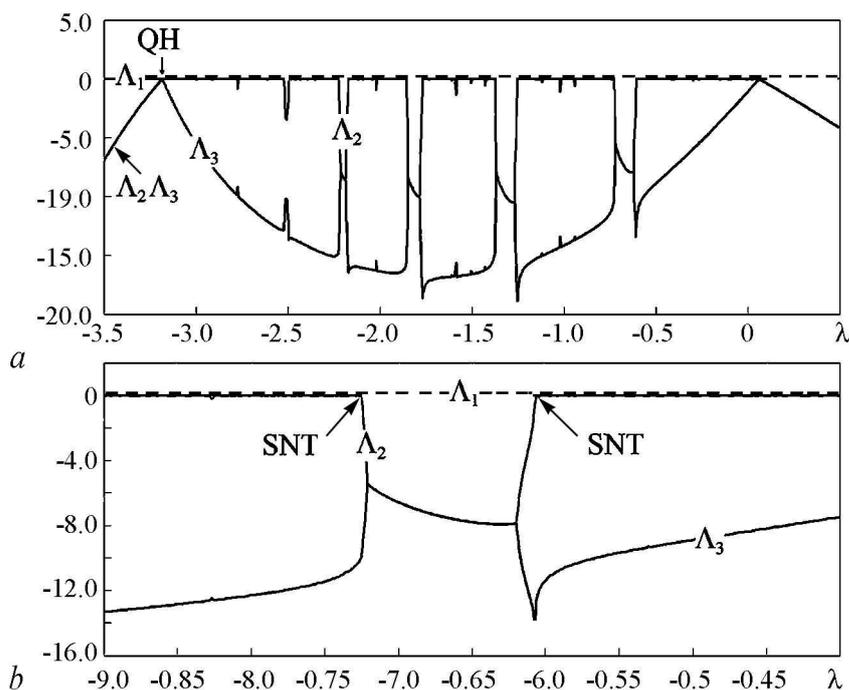


Рис. 2. Зависимость трех ляпуновских показателей от параметра λ отображения (3) и ее увеличенный фрагмент. Отмечены точки квазипериодической бифуркации Хопфа QH и седло-узловых бифуркаций торов SNT. Параметры $h = 0.05$, $\beta = 0.057$

Fig. 2. The dependence of the three Lyapunov exponents on the parameter λ of the map (3) and its enlarged fragment. Points of quasi-periodic Hopf bifurcation QH and saddle-node torus bifurcations SNT are marked. Parameters $h = 0.05$, $\beta = 0.057$

Описанная картина во многом сохраняет качественные черты традиционной для бифуркации Неймарка–Сакера и системы языков Арнольда, что связано с малым значением параметра дискретизации h . Однако картина квазипериодической бифуркации Хопфа трехпараметрическая. Действительно, теперь появляется дополнительный параметр, который ассоциируется с третьей дополнительной частотой. Оказывается, при увеличении параметра h картина может существенно модифицироваться. Поэтому будем увеличивать третий параметр h и проследим за возникающими изменениями на исследуемой плоскости.

На рис. 3 показана карта для $h = 0.085$. Структура резонансных языков все еще сохраняется, однако появляется и новая «поперечная» полоса. Интересно, что на ее пересечении с языками лежит множество новых мелких островов периодических режимов.

Еще более увеличим параметр дискретизации до значения $h = 0.1$ (рис. 4). Теперь происходят существенные качественные изменения картины. Характерная картина языков по типу языков Арнольда исчезла. От линии квазипериодической бифуркации Хопфа QH отходят полосы двухчастотных режимов. В них, в свою очередь, встроены поперечные полосы периодических режимов – точных резонансов. Эти резонансы порождают новые системы веерообразных языков двухчастотных режимов, погруженных в трехчастотную область. Таким образом, устройство плоскости параметров заметно изменилось.

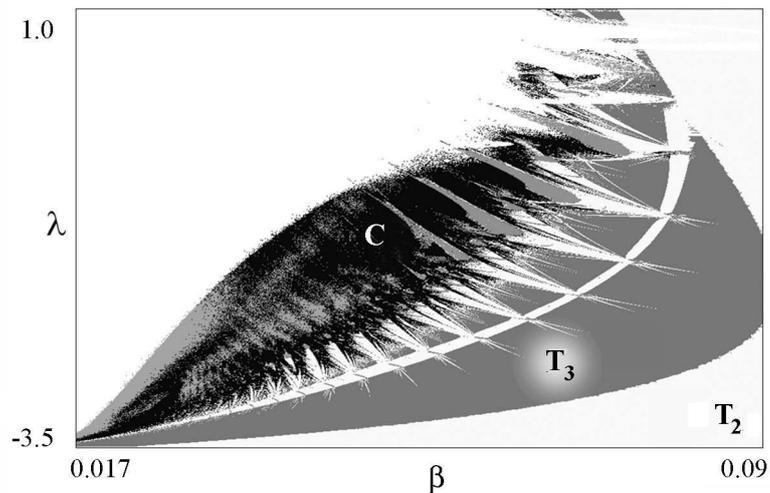


Рис. 3. Карта показателей Ляпунова тор-отображения (3). Параметр дискретизации $h = 0.085$
 Fig.3. Lyapunov chart of torus map (3). Discretization parameter $h = 0.085$

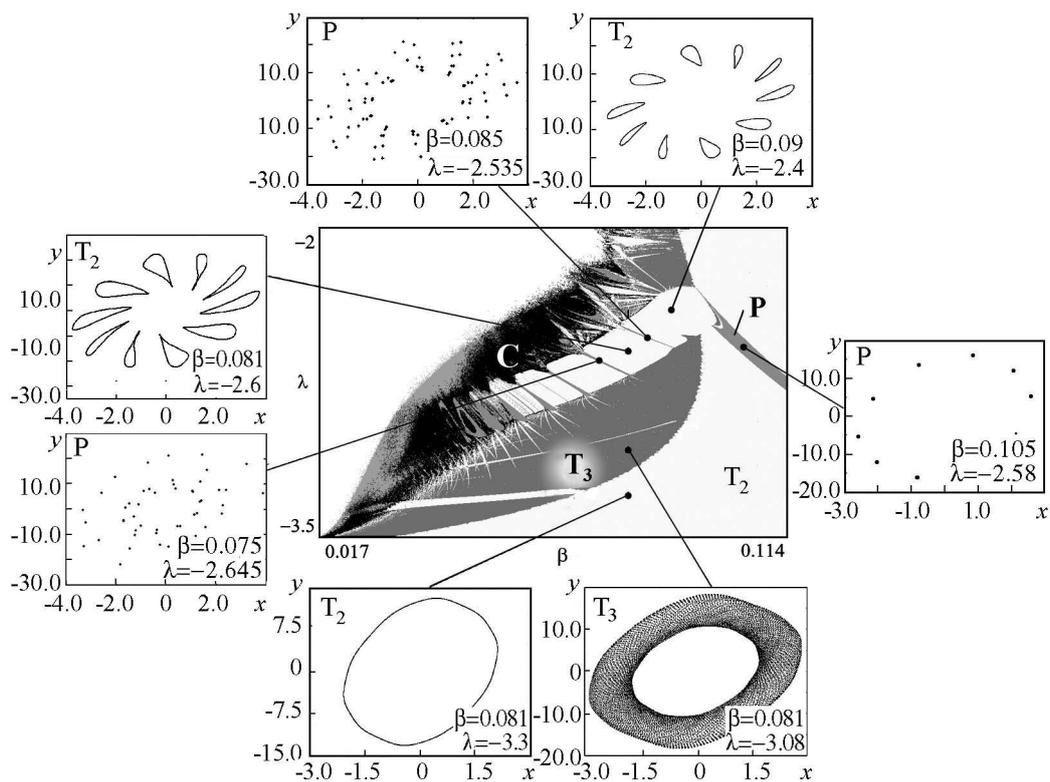


Рис. 4. Ляпуновская карта и фазовые портреты тор-отображения (3). Параметр дискретизации $h = 0.1$
 Fig.4. Lyapunov chart and phase portraits of torus map (3). Discretization parameter $h = 0.1$

На рис. 4 по периферии приведены примеры фазовых портретов. Внизу можно видеть превращение 2-тора в 3-тор при переходе линии квазипериодической бифуркации Хопфа. Остальные рисунки демонстрируют «базовый» цикл периода 10 и его трансформации внутри соответствующей резонансной двухчастотной области. Далее можно видеть возникновение небольших изолированных овалов вокруг элементов 10-цикла, и язык «сопрягается» с полосой двухчастотных режимов. В [36] об аналогичной структуре говорят, как о «resonance bubble» – «резонансный пузырь», имея в виду переходную область от периодического к двухчастотному режиму. В деталях она устроена достаточно сложно, см. [30, 31].

Характерными являются примеры циклов очень высоких периодов внутри узких областей периодических режимов. Чтобы лучше визуализировать и различить периодические режимы, обратимся к традиционной карте динамических режимов, рис. 5. На такой карте [2] разным цветом обозначены циклы разных периодов. Остальные режимы показаны белым цветом. Можно видеть, что встроенные области периодических режимов имеют разные периоды, причем их величина достаточно большая. Периоды некоторых циклов указаны цифрами на рис. 5.

На рис.6 показана ляпуновская карта для значения параметра дискретизации $h = 0.11$. Несмотря на очень небольшое изменение параметра, устройство плоскости параметров существенно изменилось. Области в виде характерных двухчастотных полос исчезли. Языки двухчастотных режимов, возникшие из «веерообразных» систем, стали пересекаться, формируя характерную картину резонансной паутины Арнольда [32].

В методических целях мы рекомендуем самостоятельно построить карты и для других значений параметра дискретизации h и пронаблюдать их характерное устройство и их метаморфозы. В частности, в системе возможны и бифуркации удвоения торов [29].

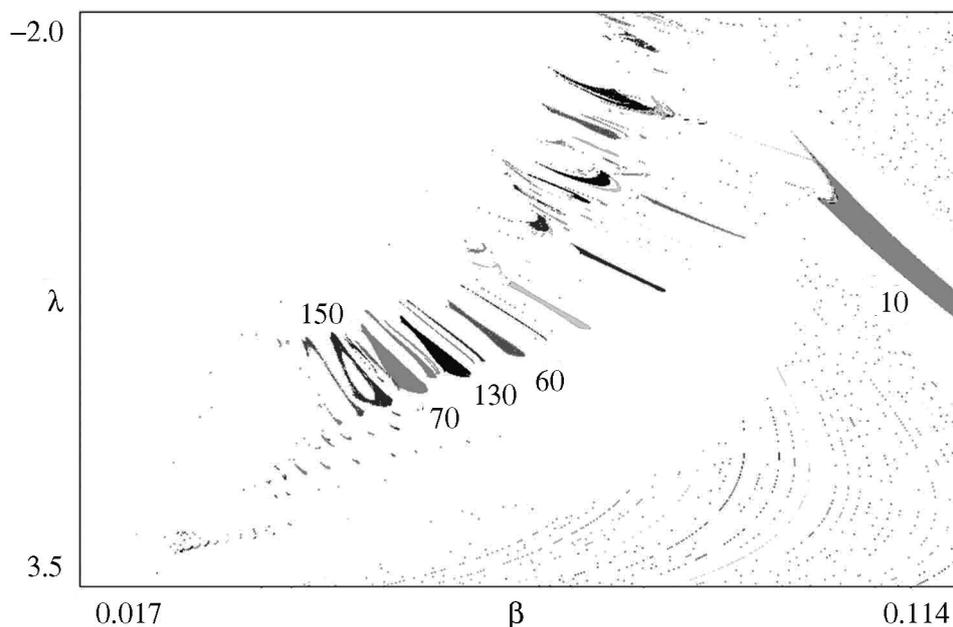


Рис. 5. Карта динамических режимов тор-отображения (3). Параметр дискретизации $h = 0.1$

Fig.5. Chart of dynamical regimes for torus map (3). Discretization parameter $h = 0.1$

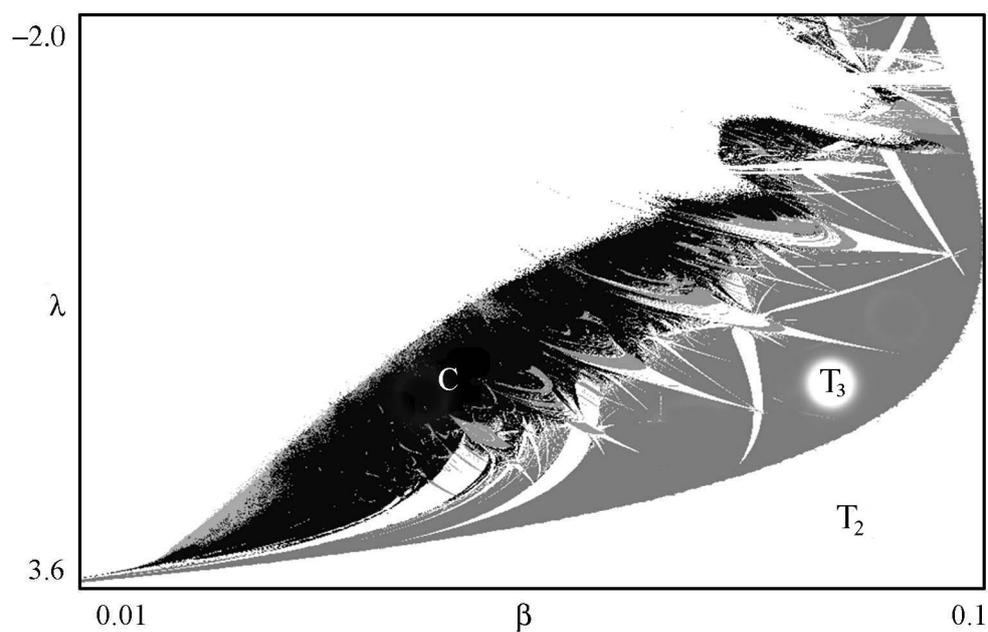


Рис. 6. Карта показателей Ляпунова тор-отображения (3). Параметр дискретизации $h = 0.11$
 Fig.6. Lyapunov chart of torus map (3). Discretization parameter $h = 0.11$

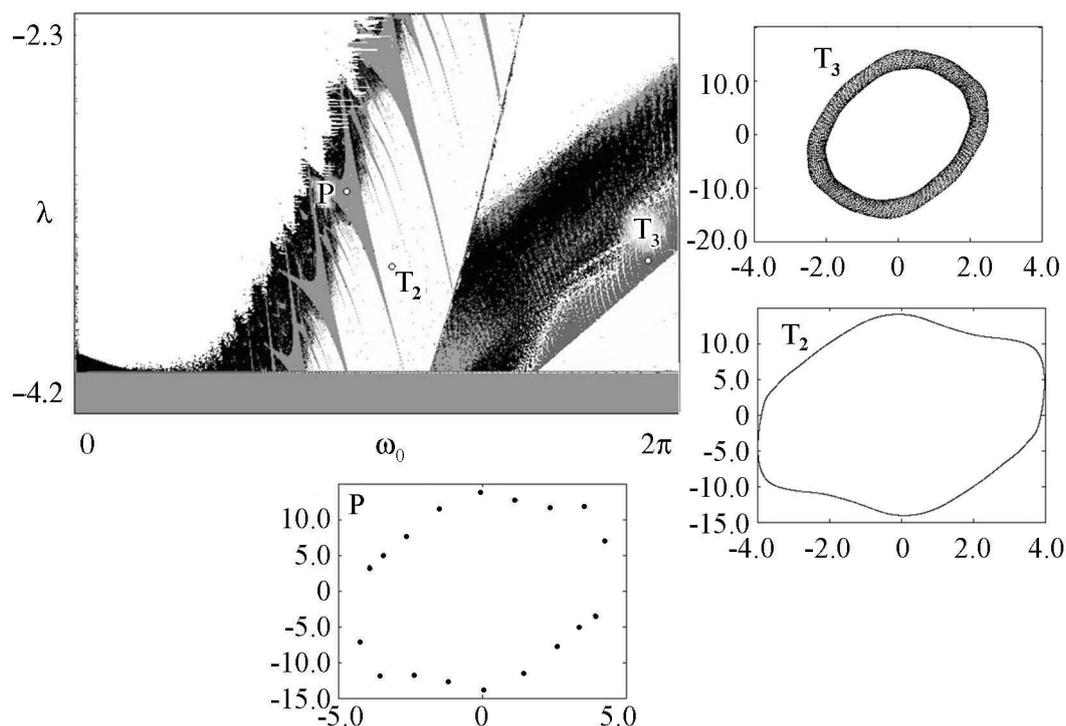


Рис. 7. Ляпуновская карта тор-отображения (3) на плоскости (ω_0, λ) . Значения параметров: $b = 1$, $\varepsilon = 4$, $k = 0.02$, $\beta = 0.05$. Шаг дискретизации $h = 0.1$. Рисунок дополнен фазовыми портретами в характерных точках плоскости параметров
 Fig.7. Lyapunov chart of torus map (3) on the plane (ω_0, λ) . Parameter values are $b = 1$, $\varepsilon = 4$, $k = 0.02$, $\beta = 0.05$. Discretization parameter $h = 0.1$. The Figure includes phase portraits in characteristic points of the parameter plane

Отметим, что система (3) принадлежит к категории моделей, имеющих большой набор параметров. Обсудим устройство плоскости (ω_0, λ) . В работе [28] параметр ω_0 определяется как рабочая частота автоколебательного элемента, а параметр λ характеризует глубину положительной обратной связи в автогенераторе. Зафиксируем значение $\beta = 0.05$ (рис. 7). На плоскости параметров имеют место два «листа». Первый отвечает двухчастотной квазипериодичности со встроенной системой традиционных языков Арнольда. Второй лист содержит двухчастотную область, выше которой располагается трехчастотная со встроенной системой резонансных двухчастотных. Их основания выстроены вдоль линии квазипериодической бифуркации Хопфа.

2. Отображение модели Лоренц-84

Обратимся теперь к автономной системе с квазипериодической динамикой Лоренц-84, которая имеет определенную климатологическую мотивацию [33, 34],

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -ax - y^2 - z^2 + aF, \\ \dot{y} &= -y + xy - bxz + G, \\ \dot{z} &= -z + bxy + xz. \end{aligned} \quad (4)$$

Дискретизируем ее по схеме Эйлера

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + h[-ax_n - y_n^2 - z_n^2 + aF], \\ y_{n+1} &= y_n + h[-y_n + x_n y_n - bx_n z_n + G], \\ z_{n+1} &= z_n + h[-z_n + bx_n y_n + x_n z_n]. \end{aligned} \quad (5)$$

Эта система имеет четыре управляющих параметра, из которых два обычно фиксируют, выбирая значения $a = 0.25$, $b = 4$ [33, 34]. Карта ляпуновских параметров на используемой традиционно плоскости двух оставшихся параметров (G, F) показана на рис. 8 для шага дискретизации $h = 0.1$.

Отметим симметрию картины относительно вертикальной оси. Однако область трехчастотной квазипериодичности занимает очень небольшую часть плоскости параметров. В увеличенном виде она показана на рис. 8 внизу. Можно видеть систему резонансных двухчастотных языков традиционного вида, аналогичную рис. 1, но при этом периодические резонансы внутри этих языков отсутствуют. Таким образом, наблюдается несколько иная картина.

При изменении параметра b можно прийти к новым особенностям (рис. 9). Можно видеть «остров» трехчастотной квазипериодичности, ограниченный двумя линиями квазипериодической бифуркации Хопфа. Языки двухчастотных режимов выстраиваются вдоль этих линий. Периодические резонансы внутри языков также отсутствуют, однако в данном случае языки имеют сложное внутреннее устройство. Интересно, что оно «развивается» при движении вдоль рисунка слева направо – в направлении увеличения параметра G . При этом хаотические острова внутри языков расширяются, и постепенно заполняют всю их область.

Устройство языков в «дохаотической» области характеризуется линиями удвоений тора, которые могут образовывать как один «остров», так и два внутренних «острова». На картах можно видеть «пробивающиеся» при численном счете линии

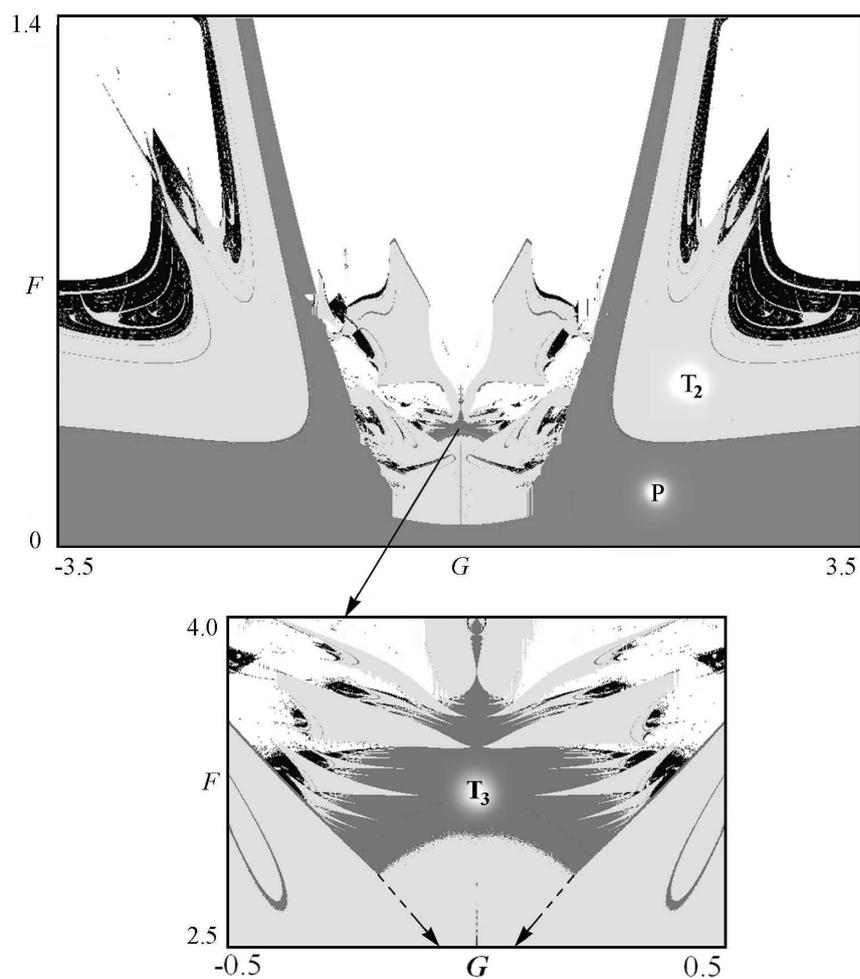


Рис. 8. Карта ляпуновских показателей дискретной системы Лоренц-84 (5), $a = 0.25$, $b = 4$. Шаг дискретизации $h = 0.1$

Fig.8. Lyapunov chart of discrete Lorentz-84 model (5), $a = 0.25$, $b = 4$. Discretization parameter $h = 0.1$

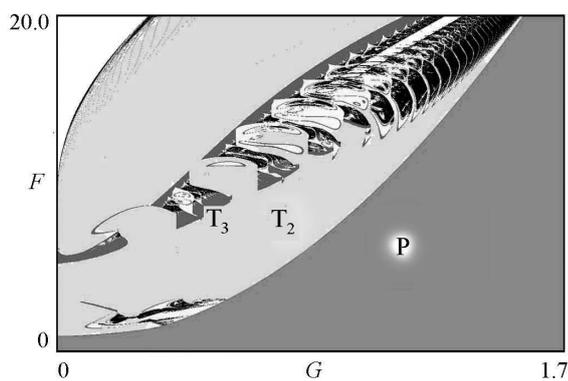


Рис. 9. Карта ляпуновских показателей дискретной системы Лоренц-84, $a = 0.25$, $b = 1$. Шаг дискретизации $h = 0.1$

Fig.9. Lyapunov chart of discrete Lorentz-84 model, $a = 0.25$, $b = 1$. Discretization parameter $h = 0.1$

квазипериодических бифуркаций внутри языков – обращение в нуль соответствующего показателя в данном случае сигнализирует о наличии бифуркации удвоения тора.

3. Отображение Броера–Симо–Витоло

Наконец, обратимся к отображению, предложенному Броером, Симо и Витоло (Broer H., Simó C., Vitolo R.) [20, 30–32]:

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= e^{i\omega} w_n [1 - \gamma(\gamma\mu + az_n + \gamma z_n^2)] + \gamma^3 [\varepsilon_1 (w_n^*)^4 + \varepsilon_2 z_n^4], \\ z_{n+1} &= z_n + \gamma(1 - |w_n^2| - z_n^2). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь w – комплексная переменная, а z – действительная, $a, \mu, \omega, \gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ – параметры. Авторы позиционируют ее как базовую модель для анализа квазипериодических бифуркаций. Однако это достаточно сложная математическая конструкция, которая представляется достаточно формальной моделью.

Для этой модели карта на плоскости $(\mu, \delta/2\pi)$ представлена на рис. 10. Использовано представление $\omega = \omega_0 + \gamma\delta$. Вслед за [31, 32] рассмотрен случай $\omega_0 = 2\pi/5$, что отвечает резонансу 1 : 5. Значения остальных параметров указаны в подписи к рисунку.

Можно видеть как определенные аналогии с представленными выше иллюстрациями, так и существенные отличия. Так, для представленных выше примеров картина режимов гораздо более сложная, чем для данной формальной модели. Причина, вероятно, состоит в том, что отображение (6) содержит явным образом параметр ω_0 и в данном случае описывает только соответствующий резонанс 1 : 5.

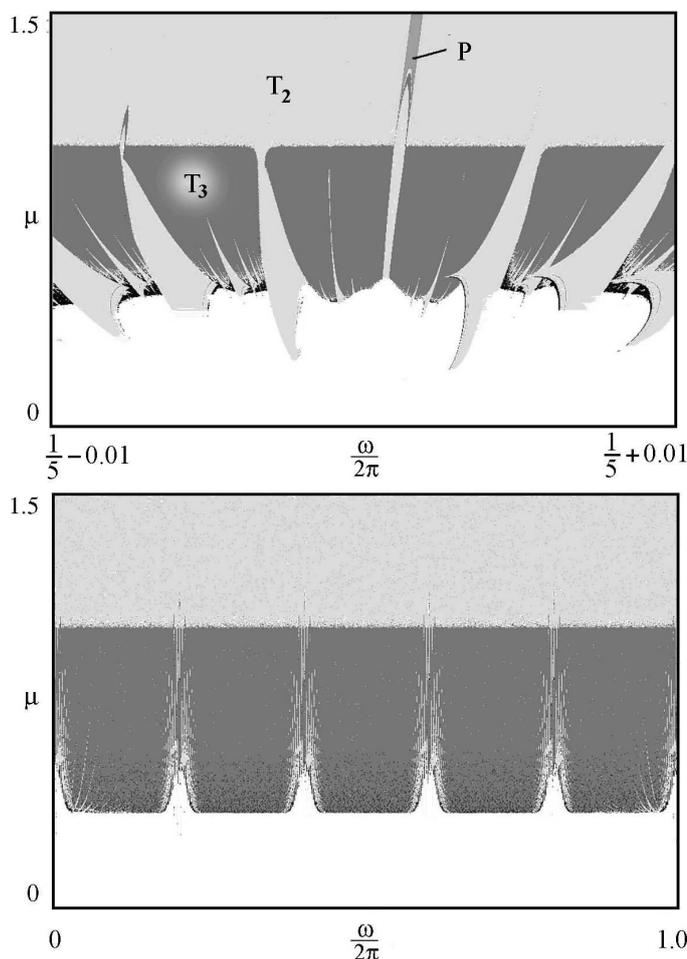


Рис. 10. Ляпуновская карта отображения Симо–Броера–Витоло в разных масштабах. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1, a_1 = -1, a_2 = 1/\sqrt{2}, \gamma = 0.1$

Fig.10. Lyapunov chart of Simo–Broer–Vitolo map in different scales. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1, a_1 = -1, a_2 = 1/\sqrt{2}, \gamma = 0.1$

Заключение

Трехмерные отображения могут описывать основные свойства систем с двух- и трехчастотной квазипериодичностью. Удобным примером могут служить отображения, полученные дискретизацией по схеме Эйлера из динамических уравнений, описывающих потоки (дифференциальные уравнения) с двухчастотной квазипериодичностью и бифуркацией Неймарка–Сакера. В этом плане наиболее удобным является автогенератор квазипериодических колебаний с возможным состоянием равновесия.

Одним из основных феноменов в таком отображении является квазипериодическая бифуркация Хопфа. Она приходит на смену бифуркации Неймарка–Сакера в системе-прототипе. Наблюдаемая картина существенным образом зависит от трех параметров и может быть исследована как эволюция ляпуновской карты на плоскости параметров при вариации шага дискретизации. При малых значениях этого параметра картина близка к традиционной системе языков Арнольда, которые, однако, теперь наблюдаются на базе двухчастотных режимов и погружены в трехчастотную область. Новым моментом является появление встроенных в эти языки областей периодических резонансов высокого порядка.

С ростом параметра дискретизации картина меняется. Языки с характерными остриями-основаниями сменяются полосами двухчастотных режимов со встроенными поперечными полосами периодических резонансов, от которых, в свою очередь, отходит новая система веерообразных языков двухчастотных режимов. Фазовые портреты внутри языков сменяются от многооборотных инвариантных кривых к системе изолированных овалов.

Могут быть предложены и другие варианты трехмерных отображений с квазипериодической бифуркацией Хопфа. Для дискретной системы Лоренц-84 могут быть подобраны значения параметров и сечения пространства параметров, приводящие к достаточно полной для квазипериодической бифуркации Хопфа картине. Отображение Симо–Броера–Витоло в предложенной авторами области параметров выявляет только часть существенной картины режимов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 15-02-02893.

Библиографический список

1. Гукенхеймер Дж., Холмс П. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Ижевск: РХД, 2002. 560 с.
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос. 2-е издание. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
3. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах: Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах. М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 320 с.
4. Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988. 253 с.
5. Thompson J.M.T., Stewart H.B. Nonlinear dynamics and chaos: Geometrical methods for engineers and scientists. Chichester: Wiley, 1986. 376 p.
6. Постнов Д.Э. Введение в динамику итерированных отображений. Саратов: Издательство Саратовского университета, 2007. 160 с.
7. Kuznetsov Yu.A. Elements of applied bifurcation theory. New York: Springer-Verlag, 1998, 591 p.

8. *Meijer H.G.E.* Codimension 2 bifurcations of iterated maps. Doctoral Thesis. Utrecht University, 2006.
9. *Wiggins S.* Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos. New York: Springer-Verlag, 2003. 843 p.
10. *Elhadj Z., Sprott J.C.* A minimal 2-D quadratic map with quasi-periodic route to chaos // *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 2008. Vol. 18, № 5. P. 1567.
11. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Поздняков М.В., Седова Ю.В.* Универсальное двумерное отображение и его радиофизическая реализация // *Нелинейная динамика*. 2012. Т. 8, № 3. С. 461.
12. *Arrowsmith D.K., Cartwright J.H.E., Lansbury A.N., Place C.M.* The Bogdanov map: bifurcations, mode locking, and chaos in a dissipative system // *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 1993. Vol.3, № 4. P. 803.
13. *Кузнецов А.П., Савин А.В., Седова Ю.В.* Бифуркация Богданова–Такенса: от непрерывной к дискретной модели // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2009. Т.17, № 6. С. 139.
14. *Gonchenko S. V., Ovsyannikov I. I., Simó C., Turaev D.V.* Three-dimensional Hénon-like maps and wild Lorenz-like attractors // *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 2005. Vol. 15, № 11. P. 3493.
15. *Gonchenko S. V., Meiss J. D., Ovsyannikov I. I.* Chaotic dynamics of three-dimensional Hénon maps that originate from a homoclinic bifurcation // *Regul. Chaotic Dyn.* 2006. Vol. 11, №. 2. P. 191.
16. *Адилова А.Б., Кузнецов А.П., Савин А.В.* Динамика связанных дискретных осцилляторов Ресслера // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2013. Т. 21, № 5. С. 108.
17. *Richter H.* The generalized Henon maps: Examples for higher-dimensional chaos // *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 2002. Vol. 12, № 6. P. 1371.
18. *Richter H.* On a family of maps with multiple chaotic attractors // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2008. Vol. 36, № 3. P. 559.
19. *Elhadj Z., Sprott J.C.* Classification of three-dimensional quadratic diffeomorphisms with constant Jacobian // *Frontiers of Physics in China*. 2009. Vol. 4, № 1. P. 111.
20. *Broer H, Simó C., Vitolo R.* Quasi-periodic bifurcations of invariant circles in low-dimensional dissipative dynamical systems // *Regul. Chaotic Dyn.* 2011. Vol. 16, № 1-2. P. 154.
21. *Кузнецов А.П., Сатаев И.В., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В.* Физика квазипериодических колебаний. Саратов: Издательский центр «Наука», 2013. 424 с.
22. *Заславский Г.М.* Физика хаоса в гамильтоновых системах. М.; Ижевск: ИКИ, 2004. 288 с.
23. *Морозов А.Д.* Резонансы, циклы и хаос в квазиконсервативных системах. М.; Ижевск: ИКИ, 2005. 424 с.
24. *Matsumoto T., Chua L., Tokunaga R.* Chaos via torus breakdown // *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. 1987. Vol. 34, №. 3. P. 240.
25. *Anishchenko V.S., Nikolaev S.M., Kurths J.* Peculiarities of synchronization of a resonant limit cycle on a two-dimensional torus // *Phys. Rev. E*. 2007. Vol. 76. P. 046216.
26. *Анищенко В.С., Николаев С.М.* Генератор квазипериодических колебаний. Бифуркация удвоения двумерного тора // *Письма ЖТФ*. 2005. Т. 31, вып. 19. С. 88.

27. *Анищенко В.С, Николаев С.М.* Устойчивость, синхронизация и разрушение квазипериодических колебаний // *Нелинейная динамика*. 2006. Т. 2, № 3. С. 267.
28. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Stankevich N.V.* A simple autonomous quasiperiodic self-oscillator // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2010. Vol. 15. P. 1676.
29. *Кузнецов А.П., Станкевич Н.В.* Автономные системы с квазипериодической динамикой: Примеры и свойства (обзор) // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2015. Т. 23, № 3. С. 71.
30. *Kuznetsov A.P., Sedova Yu.V.* The simplest map with three-frequency quasi-periodicity and quasi-periodic bifurcations // *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 2016. Vol. 26, № 8. P. 1630019.
31. *Broer H, Simó C., Vitolo R.* Hopf saddle-node bifurcation for fixed points of 3D-diffeomorphisms: Analysis of a resonance «bubble» // *Physica D*. 2008. Vol. 237, № 13. P. 1773.
32. *Vitolo R., Broer H., Simó C.* Routes to chaos in the Hopf-saddle-node bifurcation for fixed points of 3D-diffeomorphisms // *Nonlinearity*. 2010. Vol. 23. P. 1919.
33. *Broer H., Simó C., Vitolo R.* The Hopf-saddle-node bifurcation for fixed points of 3D-diffeomorphisms: The Arnol'd resonance web. Reprint from the Belgian Mathematical Society. 2008. P. 769.
34. *Shil'nikov A., Nicolis G., Nicolis C.* Bifurcation and predictability analysis of a low-order atmospheric circulation model // *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 1995. Vol. 5, № 6. P. 1701.
35. *Broer H., Simó C., Vitolo R.* Bifurcations and strange attractors in the Lorenz-84 climate model with seasonal forcing // *Nonlinearity*. 2002. Vol. 15, №. 4. P. 1205.

References

1. Guckenheimer J., Holmes P. J. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Applied Mathematical Sciences. Vol. 42. 3rd ed. New York: Springer, 1990.
2. Kuznetsov S.P. *Dynamic Chaos*. 2nd ed. Fizmatlit: Moscow, 2006. 356 p. (in Russian).
3. Anishchenko V.S. *Dynamical Chaos: Models and Experiments: Appearance Routes and Structure of Chaos in Simple Dynamical Systems*. World Scientific: Singapore. 1995.
4. Schuster H.G., Just W. *Deterministic Chaos: An Introduction*. John Wiley & Sons, 2006.
5. Thompson J.M.T., Stewart H.B. *Nonlinear Dynamics and Chaos: Geometrical Methods for Engineers and Scientists*. Chichester: Wiley, 1986. 376 p.
6. Postnov D.E. *Introduction to the Dynamics of Iterable Maps*. Saratov: Saratov University Press, 2007. 160 p. (in Russian).
7. Kuznetsov Yu.A. *Elements of Applied Bifurcation Theory*. New York: Springer-Verlag, 1998. 591 p.
8. Meijer H.G.E. *Codimension 2 Bifurcations of Iterated Maps*. Doctoral Thesis. Utrecht University, 2006.
9. Wiggins S. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. New York: Springer-Verlag, 2003. 843 p.

10. Elhadj Z., Sprott J.C. A minimal 2-D quadratic map with quasi-periodic route to chaos. *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 2008. Vol. 18, No. 5. P. 1567.
11. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Pozdnyakov M.V., Sedova Y.V. Universal two-dimensional map and its radiophysical realization. *Nelineinaya dinamika*. 2012. Vol. 8, №3. P. 461 (in Russian).
12. Arrowsmith D.K., Cartwright J.H.E., Lansbury A.N., Place C.M. The Bogdanov map: bifurcations, mode locking, and chaos in a dissipative system. *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 1993. Vol.3, № 4. P. 803.
13. Kuznetsov A.P., Savin A.V., Sedova Y.V. Bogdanov-Takens bifurcation: From flows to discrete systems. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2009. Vol. 17, № 6. P. 139 (in Russian).
14. Gonchenko S.V., Ovsyannikov I.I., Simó C., Turaev D.V. Three-dimensional Hénon-like maps and wild Lorenz-like attractors. *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 2005. Vol. 15, № 11. P. 3493.
15. Gonchenko S. V., Meiss J. D., Ovsyannikov I. I. Chaotic dynamics of three-dimensional Hénon maps that originate from a homoclinic bifurcation. *Regul. Chaotic Dyn.* 2006. Vol. 11, №. 2. P. 191.
16. Adilova A.B., Kuznetsov A.P., Savin A.V. Complex dynamics in the system of two coupled discrete Rössler oscillators. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics* 2013. Vol. 21, № 5. P. 108. (in Russian).
17. Richter H. The generalized Henon maps: Examples for higher-dimensional chaos. *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 2002. Vol. 12, № 6. P. 1371.
18. Richter H. On a family of maps with multiple chaotic attractors. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2008. Vol. 36, № 3. P. 559.
19. Elhadj Z., Sprott J.C. Classification of three-dimensional quadratic diffeomorphisms with constant Jacobian. *Frontiers of Physics in China*. 2009. Vol. 4, № 1. P. 111.
20. Broer H, Simó C., Vitolo R. Quasi-periodic bifurcations of invariant circles in low-dimensional dissipative dynamical systems. *Regul. Chaotic Dyn.* 2011. Vol. 16, № 1–2. P. 154.
21. Kuznetsov A.P., Sataev I.R., Stankevich N.V. Tyuryukina L.V. Physics of Quasi-periodic Oscillations. Saratov: Publishing Center «Nauka», 2013. 252 p. (in Russian).
22. Zaslavsky G.M. The Physics of Chaos in Hamiltonian Systems. World Scientific, 2007.
23. Morozov A.D. Resonances, Cycles and Chaos in Quasi-conservative Systems. Moscow; Izhevsk: Regular and Chaotic Dynamics, 2005. 424 p. (in Russian).
24. Matsumoto T., Chua L., Tokunaga R. Chaos via torus breakdown. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. 1987. Vol. 34, №. 3. P. 240.
25. Anishchenko V.S., Nikolaev S.M., Kurths J. Peculiarities of synchronization of a resonant limit cycle on a two-dimensional torus. *Phys. Rev. E*. 2007. Vol. 76. P. 046216.
26. Anishchenko V., Nikolaev S. Generator of quasi-periodic oscillations featuring two-dimensional torus doubling bifurcations. *Technical Physics Letters*. 2005. Vol. 31, № 10. P. 853.
27. Anishchenko V.S., Nikolaev S.M. Stability, synchronization and destruction of quasi-periodic motions. *Nelineinaya dinamika*. 2006. Vol. 2, № 3. P. 267 (in Russian).
28. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Stankevich N.V. A simple autonomous quasi-

- periodic self-oscillator. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2010. Vol. 15. P. 1676.
29. Kuznetsov A.P., Stankevich N.V. Autonomous systems with quasi-periodic dynamics. Examples and their properties: Review. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2015. Vol. 23, № 3. P. 71 (in Russian).
 30. Kuznetsov A.P., Sedova Yu.V. The simplest map with three-frequency quasi-periodicity and quasi-periodic bifurcations. *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 2016. Vol. 26, № 8. P. 1630019.
 31. Broer H., Simó C., Vitolo R. Hopf saddle-node bifurcation for fixed points of 3D-diffeomorphisms: Analysis of a resonance «bubble». *Physica D*. 2008. Vol. 237, № 13. P. 1773.
 32. Vitolo R., Broer H., Simó C. Routes to chaos in the Hopf-saddle-node bifurcation for fixed points of 3D-diffeomorphisms. *Nonlinearity*. 2010. Vol. 23. P. 1919.
 33. Broer H., Simó C., Vitolo R. The Hopf-saddle-node bifurcation for fixed points of 3D-diffeomorphisms: The Arnol'd resonance web. Reprint from the Belgian Mathematical Society. 2008. P. 769.
 34. Shil'nikov A., Nicolis G., Nicolis C. Bifurcation and predictability analysis of a low-order atmospheric circulation model. *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 1995. Vol. 5, № 6. P. 1701.
 35. Broer H., Simó C., Vitolo R. Bifurcations and strange attractors in the Lorenz-84 climate model with seasonal forcing. *Nonlinearity*. 2002. Vol. 15, №. 4. P. 1205.

Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, заведующий базовой кафедрой динамических систем Саратовского госуниверситета. Имеет звание профессора. Область научных интересов: динамические системы, теория бифуркаций, синхронизация, квазипериодические колебания и их приложения. Лауреат гранта Президента Российской Федерации, Соросовский профессор (2000, 2001). Опубликовал более 100 статей в российских и международных научных журналах. Автор оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов СГУ и Лицея прикладных наук. Автор и соавтор 12 монографий, учебников и задачников по нелинейной динамике, теории колебаний и физике. Среди них: «Физика квазипериодических колебаний» «Нелинейность: от колебаний к хаосу», «Нелинейные колебания», «Линейные колебания и волны (сборник задач) и др.

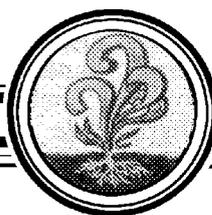


410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38
 Саратовский филиал ИРЭ имени В.А. Котельникова РАН
 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 www.sgtn.d.narod.ru
 E-mail: apkuz@rambler.ru



Седова Юлия Викторовна – родилась в Саратове (1979), окончила Саратовский государственный университет (2001). Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (2004) по специальности радиопизика. Работает в СФирЭ им. В.А. Котельникова РАН старшим научным сотрудником. Опубликовала 40 научных статей по направлению нелинейная динамика.

410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38
 Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
 E-mail: sedovayv@rambler.ru



ШУМЫ В ЛАМПЕ НА ПОГЛОЩЕНИИ, ВЫЗВАННЫЕ ФЛУКТУАЦИЯМИ В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ

Д. И. Трубецков^{1,2}, А. А. Фунтов¹, Н. В. Чижмотря¹

¹Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

²Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31

E-mail: dtrubetskov@yahoo.com, aafuntov@mail.ru, n.v.chizhmotrya@gmail.com

Поступила в редакцию 28.06.2017

В данной работе исследуются шумы в усилителе на поглощении – вакуумном СВЧ приборе, в котором усиление происходит благодаря сдвигу фаз между электронным потоком и переменными составляющими поля, возникающего благодаря присутствию поглощающих стенок. Следует отметить, что в лампе на поглощении, называемой также резистивным усилителем, отсутствует необходимость в замедляющей системе и что почти полностью отсутствует обратная связь между выходом и входом.

В последнее время к нему вновь проявлено внимание, в частности из-за возможности использования метаматериалов, увеличивающих коэффициент усиления. В ранних работах на основе экспериментальных данных упоминалось, что усилитель на поглощении имеет довольно высокие шумы, однако теоретическая оценка проведена не была.

Исследуется линейная теория устройства с бесконечно широким электронным потоком при учете только нарастающей волны. Получено выражение для коэффициента усиления и проведена оценка фактора шума в предположении, что лампа имеет резонаторное входное и выходное устройства, и что шумы вызваны некоррелированными флуктуациями тока и скорости в отсутствие минимума потенциала.

В настоящей работе впервые проведена теоретическая оценка фактора шума усилителя на поглощении.

Показано, что при рассмотренных параметрах коэффициент усиления может достигать более 20 dB при длине резистивной секции равной 30 см, а фактор шума достигает 24 dB.

При введённых в данной работе допущениях и при взятых для расчета типичных параметрах катода и резонаторов получен довольно большой фактор шума при достаточно высоком коэффициенте усиления.

Ключевые слова: Резистивный усилитель, линейная теория, шумы в электронных потоках.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-51-58

Образец цитирования: Трубецков Д.И., Фунтов А.А., Чижмотря Н.В. Шумы в лампе на поглощении, вызванные флуктуациями в электронном потоке // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 4. С. 51–58. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-51-58

NOISES IN RESISTIVE WALL AMPLIFIER, CAUSED BY FLUCTUATIONS IN THE ELECTRON BEAM

D. I. Trubetskov^{1,2}, A. A. Funtov¹, N. V. Chizmotrya¹

¹Saratov State University

83, Astrakhanskaya str., 410012 Saratov, Russia

²National Research Nuclear University «MEPhI»

31, Kashirskoe shosse, 115409 Moscow, Russia

E-mail: dtrubetskov@yahoo.com, aafuntov@mail.ru, n.v.chizmotrya@gmail.com

Received 28.06.2017

In this paper, noise in resistive wall amplifier – vacuum microwave device is studied, in which in which the gain is due to the phase shift between the electron beam and the alternating field components due to the presence of absorbing walls. It should be noted that in resistive wall amplifier, there is no need for a slowing system and that almost completely there is completely lacks the feedback between the output and the input.

Recently, attention has been paid to it, in particular, because of the possibility of using metamaterials that increase the gain factor. In early works, on the basis of experimental data, it was mentioned that resistive wall amplifier has rather high noises, but no theoretical estimate has been made.

The linear theory of a device with an infinitely wide electronic flow is considered when only an increasing wave is taken into account. An expression for the gain was obtained and an estimate of the noise factor was made assuming that the lamp has a resonant input and output device and that the noise is caused by uncorrelated current and velocity fluctuations in the absence of a minimum potential.

In the present work, the theoretical estimation of the noise factor of the amplifier for absorption was carried out for the first time.

It is shown that with the parameters considered, the gain can reach more than 20 dB for a resistor section length equal to 30 cm, and the noise factor reaches 24 dB.

With the assumptions introduced in this paper and the typical parameters of the cathode and resonators taken to calculate, a rather large noise factor is obtained at a sufficiently high gain.

Keywords: Resistive wall amplifier, linear theory, noise.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-51-58

Paper reference: Trubetskov D.I., Funtov A.A., Chizmotrya N.V. Noises in resistive wall amplifier, caused by fluctuations in the electron beam. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 4. P. 51–58. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-51-58

Введение

В последнее время вновь проявлен интерес к усилителю на поглощении (резистивному усилителю), поскольку появилась возможность обход технологических трудностей его изготовления за счет применения метаматериалов [1, 2]. В связи с этим представляется важным теоретически оценить фактор шума F усилителя, поскольку имеются лишь экспериментальные результаты по данному параметру из ранних работ [3].

Цель данной работы состоит в анализе зависимостей фактора шума F усилителя на поглощении от его параметров. Для фактора шума используется выражение из работы [4]

$$F = 10 \lg \left| 1 + \frac{|E_{j,v}|^2}{|E_T|^2} \right|, \quad (1)$$

где $\overline{|E_{j,v}|^2}$ – среднеквадратичное значение амплитуды поля (определяемое на входе в пространство взаимодействия), создаваемое флуктуациями тока и скорости в электронном потоке; $\overline{|E_T|^2}$ – среднеквадратичное значение амплитуды поля, возбуждаемого тепловыми флуктуациями в источнике сигнала (определенными на входе в пространство взаимодействия).

1. Дисперсионное уравнение и расчет амплитуд парциальных волн

Для расчета полей, возбуждаемых в усилителе предварительно модулированным по плотности и по скорости электронным потоком, рассмотрим модель с резонаторными входным и выходным устройствами (рис. 1). Пусть бесконечно широкий электронный поток движется вдоль оси x и пронизывает сетки входного резонатора. Предполагается, что условия для возникновения усиления на поглощении появляются в пространстве за модулирующими сетками.

В одномерном и линейном приближении из уравнения движения, уравнения непрерывности и выражения для плотности тока получаем

$$\tilde{v} = -i \frac{\eta E_x}{\omega - \beta v_0}, \quad (2)$$

$$\tilde{j} = -i \frac{\omega_p^2 \varepsilon_0 E_x}{\omega (1 - \beta/\beta_e)^2}, \quad (3)$$

где η – удельный заряд электрона; v_0 – постоянная составляющая скорости потока; \tilde{v} , \tilde{j} – переменные составляющие скорости и плотности тока; E_x – переменная амплитуда напряженности электрического поля; $\beta_e = \omega/v_0$; $\omega_p^2 = \eta\rho_0/\varepsilon_0$; ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума; ω_p – плазменная частота для бесконечно широкого потока. Считаем, что средний заряд электронов потока скомпенсирован ионным фоном, а все переменные величины изменяются по закону $e^{i(\omega t - \beta x)}$, где $i = \sqrt{-1}$, ω – угловая частота, β – постоянная распространения. Заметим, что вместо ω_p можно ввести $\omega_q = \omega_p R(\beta_e, r)$, где R – фактор редукции, учитывающий конечные размеры потока, r – характерный геометрический размер.

В рамках одномерного приближения находим, что

$$\tilde{j} + \varepsilon_k i \omega E_x = 0, \quad (4)$$

где ε_k – комплексная проницаемость, $\varepsilon_k = \varepsilon (1 - i\sigma/(\omega\varepsilon))$, σ – проводимость среды.

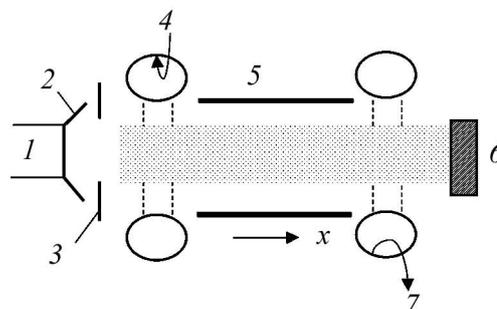


Рис. 1. Модель резистивного усилителя с резонаторным входным и выходным устройствами: 1 – катод, 2 – фокусирующий электрод, 3 – ускоряющий электрод, 4 – входной сигнал, 5 – среда с комплексной диэлектрической проницаемостью, 6 – коллектор, 7 – выходной сигнал

Fig. 1. The model of resistive wall amplifier with resonator-like input and output devices: 1 – cathode, 2 – focusing electrode, 3 – accelerating electrode, 4 – input signal, 5 – the medium with complex permittivity, 6 – collector, 7 – output signal

Подставив (3) в (4) с учетом выражения для ε_k , получим дисперсионное уравнение

$$1 = \frac{\omega_q^2}{\varepsilon' [1 - i\sigma/(\omega\varepsilon)] (\omega - \beta v_0)^2}, \quad (5)$$

где $\varepsilon' = \varepsilon/\varepsilon_0$.

Решение уравнения (5) имеет вид $\beta = (\beta_e \pm \beta_q)/\sqrt{\varepsilon_k/\varepsilon_0}$, где $\beta_q = \omega_q/v_0$. Его удобно переписать следующим образом:

$$\beta = \beta_e \pm \beta_q(p + iq) / \sqrt{\varepsilon'} = \beta_e + \beta_q \xi_{1,2} \quad (6)$$

или

$$\beta_1 = \beta_e + \beta_q (\operatorname{Re} \xi_1 + i \operatorname{Im} \xi_1),$$

$$\beta_2 = \beta_e - \beta_q (\operatorname{Re} \xi_1 + i \operatorname{Im} \xi_1),$$

где $\xi_1 = -\xi_2 = (p + iq)/\sqrt{\varepsilon'}$, $p = (1/\sqrt{2})\sqrt{\sqrt{1 + [\sigma/(\omega\varepsilon)]^2 + 1} / \sqrt{1 + [\sigma/(\omega\varepsilon)]^2}}$,
 $q = (1/\sqrt{2})\sqrt{\sqrt{1 + [\sigma/(\omega\varepsilon)]^2} - 1} / \sqrt{1 + [\sigma/(\omega\varepsilon)]^2}$.

Решения для скорости и плотности тока запишем с учетом (2) и (3) в виде

$$\tilde{v} = -i\eta \sum_{n=1}^2 \frac{E_n e^{i(\omega t - \beta_n x)}}{\omega - \beta_n v_0}, \quad \tilde{j} = -i\omega\omega_q^2 \varepsilon_0 \sum_{n=1}^2 \frac{E_n e^{i(\omega t - \beta_n x)}}{(\omega - \beta_n v_0)^2}, \quad (7)$$

где E_i – амплитуды парциальных волн при $x = 0$ и $t = 0$. На входе в секцию с комплексной диэлектрической проницаемостью ($x = 0$) соотношения (7) принимают вид

$$E_1 - E_2 = i \frac{\omega_q \xi_1}{\eta} \tilde{v}(0), \quad E_1 + E_2 = i \frac{\xi_1^2}{\omega \varepsilon_0} \tilde{j}(0). \quad (8)$$

Решив систему (8), после простых преобразований получим

$$E_{1,2} = \frac{i\xi_1^2}{2} \left(\frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} \pm \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right), \quad (9)$$

Для модулей квадратов амплитуд парциальных волн находим

$$|E_{1,2}|^2 = A^2 |\xi_1|^4 \left[\left(\frac{\eta}{\omega_q \omega \varepsilon_0} \tilde{j}(0) \pm \frac{\tilde{v}(0)}{2 \operatorname{Re} \xi_1} \right)^2 + \left(\frac{\eta (\operatorname{Re}^2 \xi_1 - \operatorname{Im}^2 \xi_1)}{2 \omega_q \omega \varepsilon_0 \operatorname{Re} \xi_1 \operatorname{Im} \xi_1} \tilde{j}(0) \pm \frac{\tilde{v}(0)}{2 \operatorname{Im} \xi_1} \right)^2 \right], \quad (10)$$

где $A = \frac{\text{Re}\xi_1 \text{Im}\xi_1}{|\xi_1|^2} \frac{\omega_q}{\eta}$. Подставив (9) в (7), получим

$$\begin{aligned} \tilde{v} &= \frac{\xi_1 \eta}{2\omega_q} e^{i(\omega t - \beta_e x)} \left[-e^{-i\beta_q \xi_1 x} \left(\frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} + \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right) + e^{i\beta_q \xi_1 x} \left(\frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} - \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right) \right], \\ \tilde{j} &= \frac{\omega \varepsilon_0}{2} e^{i(\omega t - \beta_e x)} \left[e^{-j\beta_q \xi_1 x} \left(\frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} + \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right) + e^{i\beta_q \xi_1 x} \left(\frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} - \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

2. Расчёт коэффициента усиления

Для оценки коэффициента усиления по напряжению воспользуемся формулой из монографии [5] для случая резонатора, настроенного на частоту сигнала,

$$U_2/U_1 = -Y_e/G_2,$$

где $U_{1,2}$ – переменное напряжение во входном и выходном резонаторах, соответственно; G_2 – активная параллельная проводимость выходного резонатора; $Y_e = iI_0 \tilde{j}/(j_0 U_1)$ – электронная проводимость потока в выходном резонаторе; I_0, j_0 – постоянные составляющие тока и плотности тока потока.

Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{(v_0 + \tilde{v}(0))^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = v_0 \tilde{v}(0) = \eta U_1. \quad (12)$$

С учетом (11) и (12) выражение для Y_e в случае бесконечно тонкого зазора можно записать как $Y_e = i \frac{I_0}{4V_0} \frac{\omega}{\xi_1 \omega_q} e^{-i\beta_e x} (e^{-i\beta_q \xi_1 x} - e^{i\beta_q \xi_1 x})$, где V_0 – ускоряющее напряжение. Тогда коэффициент усиления в случае одной нарастающей волны примет вид

$$G = 20 \lg \left| \frac{C}{\xi_1} \right| + 8.69 BCN, \quad \text{где } C = \frac{I_0 \omega}{4V_0 G_2 \omega_q}, \quad B = \frac{2\pi \text{Im}\xi_1}{C}, \quad N = \frac{\beta_q x}{2\pi}.$$

3. Оценка фактора шума

Произведем оценку фактора шума F в случае распространения одной нарастающей волны. Предположим, что катод эмитирует электроны в режиме температурного ограничения тока и что на вход пространства поглощающей секции поступает полный некоррелированный дробовой шум. Тогда, если депрессия дробового шума отсутствует, средний квадрат амплитуды плотности тока дробового шума равен

$$\overline{|\tilde{j}(0)|^2} = 2e\Delta f I_0/S,$$

где e – заряд электрона; I_0 – полный ток электронного потока, S – площадь поперечного сечения потока, Δf – ширина полосы, в которой находятся составляющие плотности тока, средний квадрат которой равен $\overline{|\tilde{j}(0)|^2}$.

Для расчета среднеквадратичных флуктуаций скорости воспользуемся формулой из работы [4]

$$\overline{|\tilde{v}(0)|^2} = (4 - \pi) \eta k T_c \Delta f / I_0,$$

где k – постоянная Больцмана, T_c – температура катода в градусах Кельвина. Тогда, усреднив (10) по ансамблю, получим среднеквадратичное значение амплитуды, создаваемой флуктуациями тока и скорости, в случае одной нарастающей волны

$$\overline{|E_{j,v}|^2} = \frac{|\xi_1|^2}{4} \left(\frac{|\xi_1|^2}{(\omega\varepsilon_0)^2} \frac{2e\Delta f I_0}{S} + (4 - \pi) \left(\frac{\omega_q}{\eta} \right)^2 \frac{\eta k T_c \Delta f}{I_0} \right). \quad (13)$$

Найдем амплитуду нарастающей волны, вызванной тепловыми флуктуациями в источнике сигнала в рамках модели входного устройства, для которой $\tilde{v}(0) = \eta U(0)/v_0$ (здесь $U(0)$ – амплитуда флуктуационного напряжения на сетках входного резонатора). Если источник теплового сигнала, имеющий температуру T в градусах Кельвина, согласован с поглощающей секцией, то мощность тепловых шумов, забираемая от источника, определяется по формуле $P = kT\Delta f$. Тогда средний квадрат амплитуды флуктуационного напряжения на сетках имеет вид

$$\overline{|U(0)|^2} = kT\Delta f/G_1, \quad (14)$$

где G_1 – активная параллельная проводимость входного резонатора.

Для вычисления $\overline{|E_T|^2}$ следует в формуле (10) положить $\tilde{j}(0) = 0$. Тогда, из (10) с учетом сказанного и с привлечением соотношения (14) находим

$$\overline{|E_T|^2} = |\xi_1|^2 \left(\frac{\omega_q}{\eta} \right)^2 \frac{\eta k T \Delta f}{4V_0 G_1}. \quad (15)$$

Подставляя (13) и (15) в формулу (1), в случае одной нарастающей волны получим фактор шума

$$F = 10 \lg \left| |\xi_1|^2 \mathbf{a}_1 + (4 - \pi) \mathbf{a}_2 + 1 \right|,$$

где $\mathbf{a}_1 = (4v_0 e V_0 G_1)/(\varepsilon_0 \omega^2 k T)$, $\mathbf{a}_2 = (2V_0 T_c)/(I_0 T G_1)$.

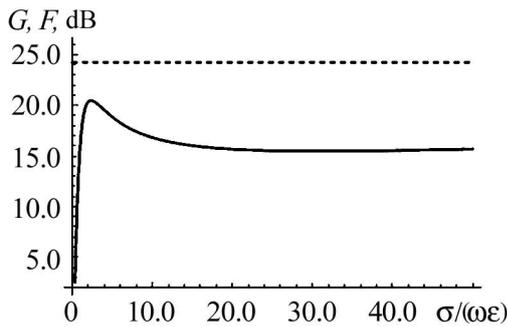


Рис. 2. Зависимости коэффициента усиления (сплошная линия) и фактора шума (пунктирная линия) от $\sigma/(\omega\varepsilon)$ при $C = 0.12$, $CN = 0.5$, $\varepsilon' = 10$

Fig. 2. Dependence of the gain (solid line) and noise factor (dotted line) on $\sigma/(\omega\varepsilon)$, when $C = 0.12$, $CN = 0.5$, $\varepsilon' = 10$

На рис. 2 приведены зависимости коэффициента усиления и фактора шума от величины $\sigma/(\omega\varepsilon)$ в случае учета одной нарастающей волны для лампы с параметрами: $T = 300$ К, $T_c = 1160$ К, $\omega = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^9$ 1/с, $G_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ 1/Ом, $V_0 = 1$ кВ, $I_0 = 10$ мА. Таким образом, $\mathbf{a}_1 = 0.83$, $\mathbf{a}_2 = 309$. Видно, что коэффициент усиления имеет максимум, а фактор шума слабо зависит от $\sigma/(\omega\varepsilon)$, так как при выбранных параметрах (типичных для клистронов) флуктуации скорости вносят много больший вклад в F , чем флуктуации тока ($\mathbf{a}_2 \gg \mathbf{a}_1$).

Заключение

Проведена оценка коэффициента усиления и фактора шума при учете нарастающей волны в предположении, что лампа имеет резонаторное входное устройство и что шумы вызваны некоррелированными флуктуациями тока и скорости в отсутствие минимума потенциала. Показано, что при рассмотренных параметрах коэффициент усиления может превышать 20 dB при длине резистивной секции равной 30 см, а фактор шума достигает 24 dB.

Библиографический список

1. Rowe T., Behdad N., Booske J. // *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2015. Vol. 43, № 7. Pp. 2123–2131.
2. Rowe T., Behdad N., Booske J. // *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2016. Vol. 44, № 10. Pp. 2476–2484.
3. Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V. // *Proceedings of the IRE*. 1953. Vol. 41. Pp. 865–875.
4. Пирс Дж. Лампа с бегущей волной. М.: Сов. радио, 1952. 230 с.
5. Клистроны. М.: Сов. радио, 1952. 226 с.

References

1. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulation. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2015. Vol. 43, Iss. 7. Pp. 2123–2131.
2. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifier design using periodically spaced inductive meandered lines. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2016. Vol. 44, Iss.10. Pp. 2476–2484.
3. Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V. The resistive-wall amplifier. *Proceedings of the I.R.E.* 1953. Vol. 41. Pp. 865–875.
4. Pierce J.R. Traveling-wave tubes. *Bell Labs Technical Journal*. 1950. Vol. 29, Iss. 3. Pp. 390–460.
5. Hamilton D.R., Knipp J.K., Kuper J.B.H. Klystrons and microwave triodes. New York: McGraw-Hill, 1948. 533 p. (MIT Radiation Laboratory Series. Volume 7.)



Трубецков Дмитрий Иванович – родился (1938) в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ, профессор кафедры прикладной математики НИЯУ МИФИ, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования. Научный руководитель Лицея прикладных наук и факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника сверхвысоких частот, теория колебаний и волн, нелинейная динамика, история науки. Автор более двадцати учебных пособий и монографий, а также более двухсот статей в периодической печати.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет
E-mail: dtrubetskov@yahoo.com



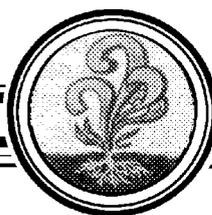
Фунтов Александр Андреевич – родился в Балаково Саратовской области (1992). Окончил СГУ (2014). В настоящее время – аспирант кафедры электроники колебаний и волн. Автор шести научных публикаций. Область научных интересов – вакуумная СВЧ-электроника.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет
E-mail: aafuntov@mail.ru



Чижмотря Николай Владимирович – родился (1994) в Саратове, окончил Саратовский государственный университет им. Чернышевского (2017). Имеет диплом бакалавра по направлению 03.03.03 «Радиофизика» и диплом магистра по направлению 03.04.03 «Радиофизика». Область научных интересов – теория колебаний и волн, электроника СВЧ.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет
E-mail: n.v.chizmotrya@gmail.com



О ВОЗМОЖНОМ ТЕОРЕТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ В ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛБВ И ПРИБОРОВ, СОДЕРЖАЩИХ МЕТАМАТЕРИАЛЫ

Н. В. Чижмотря

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, д. 83, корп. 8
E-mail: n.v.chizhmotrya@gmail.com

Поступила в редакцию 1.07.2017

В работе представлен краткий обзор теории устройств, использующих диэлектрик в качестве электродинамической системы. Основной акцент сделан на рассмотрении диэлектрического лазера Черенкова и усилителя на поглощении. Обращение к рассмотрению данных устройств связано прежде всего с перспективой их применения в коротковолновой части диапазона. Описан принцип действия диэлектрического лазера Черенкова на примере двумерной модели с планарной геометрией, анализ которой был проведен с помощью теории малого сигнала и ограничен рассмотрением ТМ мод. Получение дисперсионного уравнения для планарного диэлектрического лазера Черенкова заключалось в шивании полей на границах раздела сред. Указаны основные преимущества данного устройства, в частности, достаточно большое усиление и возможность перестройки в широком диапазоне частот. Описаны основные недостатки и возможности их устранения с помощью включения метаматериала в геометрию диэлектрического лазера Черенкова. Представлено краткое описание изитрона, который по сути являлся первым устройством, использующим метаматериал. Отдельное внимание уделено анализу усилителя на поглощении, в котором достаточно большое усиление и широкая полоса пропускания прибора сочетаются с возможным избавлением от технологических трудностей его изготовления за счет использования метаматериалов. Рассмотрена одномерная модель усилителя на поглощении с комплексной резистивной средой и резонаторными входным и выходным устройствами. Получено дисперсионное уравнение для данного случая и выражение для расчета коэффициента усиления прибора. Построены зависимости параметра изменения плазменной частоты и усиления от характеристик среды.

Ключевые слова: Диэлектрик, диэлектрический лазер Черенкова, метаматериал, изитрон, усилитель на поглощении.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-59-70

Образец цитирования: Чижмотря Н.В. О возможном теоретическом подходе в линейной теории диэлектрической ЛБВ и приборов, содержащих метаматериалы // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 4. С. 59–70. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-59-70

ABOUT POSSIBLE THEORETICAL APPROACH IN THE LINEAR THEORY OF DIELECTRIC TWT AND DEVICES CONTAINING METAMATERIALS

N. V. Chizhmotrya

National Research Saratov State University
83, Astrakhanskaya str., 410012 Saratov, Russia
E-mail: n.v.chizhmotrya@gmail.ru

Received 1.07.2017

In this paper we present overview of devices using a dielectric as a slow-wave structure. There are increased focus on consideration of dielectric Cherenkov maser (DCM) and resistive-wall amplifier (RWA). This type of devices may be advance in THz range. The principle of the DCM operation is described by two-dimensional planar model with the indication of main advantages of this device. In particular, there are sufficiently large gain and possibility of great tunability range (by varying the beam voltage). And furthermore, main problems and the possibility of their solving with the use of metamaterials are provided in the article. A dispersion relation for planar DCM is obtained by using small signal theory, which was limited to TM modes. Brief description of easitron is presented, which was the first device using metamaterial. Resistive-wall amplifier is a high-power design with a large bandwidth. One of the main shortcomings of RWA is difficulties of manufacturing. The analysis of this device using the one-dimensional model with resonating input and output elements, in this regard was also highlighted. A dispersion equation and gain factor expression for this case are obtained. Dependence between phase factor (gain factor) and characteristics of the medium are constructed.

Keywords: Dielectric, dielectric Cherenkov maser, metamaterial, easitron, resistive-wall amplifier.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-59-70

Paper reference: Chizhmotrya N.V. About possible theoretical approach in the linear theory of dielectric TWT and devices containing metamaterials. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 4. P. 59–70. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-59-70

Введение

Современный этап развития СВЧ-приборов, среди которых большое значение имеют устройства типа лампы бегущей волны, связан с необходимостью перехода в коротковолновую часть диапазона (THz диапазон).

В последнее время вновь проявлен интерес к усилителю О-типа на поглощении, принцип действия которого основан на использовании сдвига фаз между электронным током и переменными составляющими поля, возникающего благодаря наличию поглощающей среды. Возвращение к идее рассмотрения данного устройства [1–3] связано с его возможными преимуществами по сравнению с ЛБВ. Прежде всего, стоит отметить слабую зависимость усиления от ускоряющего напряжения и отсутствие паразитной обратной связи. Между тем, одним из основных недостатков усилителя на поглощении является сложность его изготовления. Возможное использование метаматериалов, к которым в настоящее время проявляется интерес, дает надежду снятия технологических трудностей его изготовления, а также может привести к улучшению его усилительных характеристик [4–6].

1. Диэлектрический мазер Черенкова

Остановимся кратко на результатах, полученных при рассмотрении простейшей модели [7]. Исследуемая в [7] структура представляла собой неограниченный однородный диэлектрик, пронизываемый бесконечно широким плоскопараллельным пучком электронов. Как оказалось, если невозмущенная скорость пучка превосходит фазовую скорость распространения волны в бесконечном диэлектрике, то состояние пучка будет неустойчивым, и возникающие в пучке флуктуации плотности и скорости будут распространяться в виде волн с растущей экспоненциально со временем амплитудой. При этом наряду с волнами плотности заряда будут распространяться электромагнитные волны также с нарастающей амплитудой.

Рассмотренный случай неограниченного диэлектрика и бесконечно широкого потока электронов достаточно хорошо описывает взаимодействие пучка с диэлектриком, а выводы, полученные при исследовании данной модели, остаются в силе также для ограниченных пучков. Тем интересней перейти к рассмотрению конкретной геометрии, а именно, обратиться к исследованию диэлектрического мазера Черенкова (ДМЧ), представляющего собой плоский волновод, внутренние стенки которого покрыты слоем диэлектрика, где движется ленточный электронный поток [8]. Схематически такой мазер изображен на рис. 1.

Анализ ограничен рассмотрением ТМ мод, а также предполагалось, что все величины меняются по закону $e^{j(\omega t - \beta z)}$. Далее приведем необходимые выкладки для получения дисперсионного соотношения. Используем систему уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{D} &= \rho, \\ \nabla \times \vec{B} &= 0, \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

и систему материальных уравнений

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu \vec{H}, \\ \vec{D} &= \varepsilon \vec{E}, \end{aligned} \quad (2)$$

где \vec{H} и \vec{E} – напряженности магнитного и электрического полей; \vec{B} и \vec{D} – индукция магнитного и электрического полей; \vec{J} – плотность электрического тока (тока проводимости); ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, соответственно.

Перепишем третье уравнение системы (1) в виде

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \vec{i} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \vec{k} = -\frac{\partial B_x}{\partial t} \vec{i} - \frac{\partial B_y}{\partial t} \vec{j} - \frac{\partial B_z}{\partial t} \vec{k}.$$

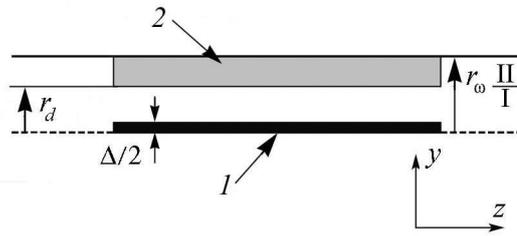


Рис. 1. Геометрия планарного диэлектрического мазера Черенкова. Ленточный электронный пучок (1) имеет толщину Δ (полная толщина электронного потока), r_w – полуввысота волновода; $(r_w - r_d)$ – толщина диэлектрического слоя (2). Ось x направлена от нас

Fig. 1. Planar dielectric Cherenkov maser geometry. Electron beam (1) has thickness Δ , the waveguide half height is r_w , and the dielectric liner (2) has thickness $(r_w - r_d)$. Axes x is directed from us

Расписывая полученное соотношение по компонентам и используя систему уравнений (2), имеем:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x, \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} + j\beta E_x = j\omega\mu H_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z. \end{cases} \quad (3)$$

Переписывая аналогичным образом четвертое уравнение системы (1), получаем:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\varepsilon E_x, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} + j\beta H_x = -j\omega\varepsilon E_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z. \end{cases} \quad (4)$$

Исходя из предположения о том, что пучок бесконечен в направлении оси x , находим из (4) выражения для компонент полей

$$E_y = -\frac{\beta}{\omega\varepsilon} H_x, \quad E_z = \frac{j}{\omega\varepsilon} \frac{\partial H_x}{\partial y}.$$

Подставляя полученные выражения для компонент полей в первое уравнение системы (3), имеем:

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + (\omega^2\varepsilon\mu - \beta^2) H_x = 0. \quad (5)$$

Решением уравнения (5) является функция вида

$$H_x = a \cos(hy) + b \sin(hy), \quad h = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu - \beta^2}.$$

Для областей I и II на рис. 1 она примет вид

$$H_{x,I} = a_I \cos(h_I y) + b_I \sin(h_I y), \quad h_I^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2,$$

$$H_{x,II} = a_{II} \cos(h_{II} y) + b_{II} \sin(h_{II} y), \quad h_{II}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r - \beta^2,$$

где $c^2 = 1/(\varepsilon\mu)$.

Воспользовавшись уравнением непрерывности $\partial\rho/\partial t + \nabla J = 0$ ($\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}$, $J = J_0 + \tilde{J}$) и выражением для плотности тока $J = \rho v$, находим соотношение для ВЧ-плотности пространственного заряда $\tilde{\rho}$

$$\tilde{\rho} = \frac{\beta\rho_0\tilde{v}}{(\omega - \beta v_0)}. \quad (6)$$

Для нахождения неизвестной величины переменной составляющей скорости, фигурирующей в выражении для $\tilde{\rho}$, запишем уравнение движения для электронного потока, движущегося в направлении оси z

$$m \frac{d}{dt} (\gamma v) = -|e| E_{z,I}, \text{ где } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

из которого следует, что

$$\tilde{v} = \frac{j |e| E_{z,I}}{m \gamma^3 (\omega - \beta v_0)}. \quad (7)$$

Возвращаясь к (6), с учетом (7) имеем

$$\tilde{\rho} = \frac{j \beta \rho_0 |e| E_{z,I}}{m \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2}. \quad (8)$$

Для определения коэффициентов a_I , a_{II} , b_I и b_{II} воспользуемся следующими граничными условиями.

- 1) Тангенциальная составляющая \vec{E} и нормальная составляющая \vec{D} непрерывны, то есть

$$E_{z,I}(r_d) = E_{z,II}(r_d),$$

$$E_{y,I}(r_d) = \varepsilon_r E_{y,II}(r_d).$$

- 2) Тангенциальная компонента \vec{E} исчезает на поверхности стенки волновода, то есть

$$E_{z,II}(r_w) = 0.$$

- 3) Согласно теореме Гаусса

$$E_{y,I} \left(\frac{\Delta}{2} \right) = E_{\text{пучка}} = \frac{\tilde{\rho} \Delta}{2 \varepsilon_0}.$$

С помощью представленных выше граничных условий находим связи между коэффициентами

$$a_I = b_I \frac{\rho_0 |e| h_I}{2 \varepsilon_0 m \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2} = -b_I \frac{I}{I_A} \frac{2 \pi h_I c^3}{W v_0 \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2}, \quad a_{II} = b_{II} \frac{\cos(h_{II} r_w)}{\sin(h_{II} r_w)},$$

где $I_A = (4 \pi \varepsilon_0 m c^3) / |e|$, $I = -v_0 \rho_0 \Delta W$, и дисперсионное соотношение для рассматриваемой системы

$$\frac{h_{II}}{\varepsilon_r} \frac{[\cos(h_{II} r_d) - C_{II} \sin(h_{II} r_d)]}{[\sin(h_{II} r_d) + C_{II} \cos(h_{II} r_d)]} = h_I \frac{[\cos(h_I r_d) - C_I \sin(h_I r_d)]}{[\sin(h_I r_d) + C_I \cos(h_I r_d)]}, \quad (9)$$

где $C_I = (\rho_0 |e| h_I) / (2 \varepsilon_0 m \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2) = -(I / I_A) (2 \pi h_I c^3) / (W v_0 \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2)$, $C_{II} = \cos(h_{II} r_w) / \sin(h_{II} r_w)$.

В случае, когда $C_I \rightarrow 0$, а r_d – очень малая величина, дисперсионное уравнение (9) примет вид

$$\frac{h_{II}}{\varepsilon_r} \tan [h_{II} (r_w - r_d)] = \frac{1}{r_d}. \quad (10)$$

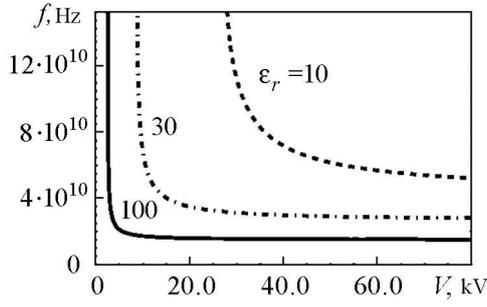


Рис. 2. Зависимость частоты от ускоряющего напряжения при различных значениях диэлектрической проницаемости ϵ . Вычисления проведены при $r_w = 1$ мм и $r_d = 0.5$ мм

Fig. 2. Dependence between frequency and beam voltage for different values of dielectric constant ϵ . Calculations were carried out at $r_w = 1$ mm and $r_d = 0.5$ mm

Воспользовавшись тем, что $h_{II}^2 = (\omega^2/c^2)\epsilon_r - \beta^2$ и $\beta = \omega/v_0$, имеем

$$\omega = \frac{\pi/2}{[(r_w - r_d) + r_d/\epsilon_r] \sqrt{\epsilon_r/c^2 - 1/v_0^2}} \quad (11)$$

На рис. 2 представлена зависимость частоты от ускоряющего напряжения при различных значениях диэлектрической проницаемости слоя.

Оказалось, что относительно малые изменения напряжения соответствуют очень большим изменениям частоты, приводящим к чрезвычайно большой перестройке в полосе пропускания.

В случае ненулевого тока (C_1 мало, но не равно нулю), соотношение (9) может быть представлено следующим образом:

$$\frac{h_{II}}{\epsilon_r} \frac{1}{\pi/2 - h_{II}(r_w - r_d)} = \frac{1}{r_d + K/(\omega - v_0\beta)^2}, \quad (12)$$

где K – величина, пропорциональная току пучка. Решение (12) должно быть близко к ω/v_0 , так как величина тока мала и волновое число можно представить в виде: $\beta = \beta_e + \delta\beta$, где $\beta_e = \omega/v_0$. Тогда в первом приближении имеем

$$\begin{aligned} (\delta\beta)^3 &= -\frac{h_{II}}{[\epsilon_r(r_w - r_d) + r_d]\beta} \frac{(I/I_A)2\pi c^3}{Wv_0^3\gamma^3} = \\ &= -\frac{\epsilon_r^2(\pi/2)^2}{[\epsilon_r(r_w - r_d) + r_d]^3} \frac{(I/I_A)2\pi c^3}{(\omega/v_0)Wv_0^3\gamma^3} = -C^3, \end{aligned} \quad (13)$$

где C – параметр усиления Пирса. Полное выражение для постоянной распространения нарастающей волны примет вид

$$\beta = \frac{\omega}{v_0} + \left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) C.$$

Выражение для коэффициента усиления в зависимости от диэлектрической проницаемости может быть записано так: $G = 20 \text{ Log}_{10} |e^{\sqrt{3}Cz/2}|$. Для пучка с током 1 А и напряжением 75 кВ относительный коэффициент усиления составляет 1 дБ/см.

Возможность контролировать взаимодействие ограничивается диэлектрическими свойствами материалов, как частотными характеристиками, так и прочностью диэлектрика. В частности, присутствие электронов часто приводит к пробое диэлектрика. Поэтому на первый план выходят попытки решения проблем, возникающих при использовании диэлектрических замедляющих систем. Многообещающим

является применение композиционных структур или метаматериалов, появление которых может привести к существенно новым достижениям в области электронного взаимодействия.

Что же такое метаматериал? По своей сути, метаматериал – это композиционный материал, свойства которого обусловлены не столько свойствами составляющих его элементов, сколько искусственно созданной периодической структурой из макроскопических элементов, обладающих произвольными размерами и формой [9]. Интерес к материалам с отрицательным коэффициентом преломления начинается с работы В.Г. Веселаго, в которой были рассмотрены вопросы электродинамики сред с одновременно отрицательными значениями ε и μ [10]. Такие среды с отрицательным показателем преломления были названы «левосторонними».

Таким образом, геометрию планарного ДМЧ можно расширить путем включения в данную структуру метаматериалов (рис. 3), что и было проделано авторами [11]. Рассматриваемая композиционная структура представляла собой массив кольцевых резонаторов и проволочек, для которого диэлектрическую постоянную и магнитную проницаемость можно представить в виде [11, 12]

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon p}^2}{\omega^2} \right), \quad (14)$$

$$\mu(\omega) = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_{\mu p}^2}{\omega_{\mu 0}^2 + j\Gamma_{\mu}\omega - \omega^2} \right), \quad (15)$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость свободного пространства; μ_0 – магнитная проницаемость свободного пространства; $\omega_{\varepsilon p}$ – электрическая плазменная частота; $\omega_{\mu p}$ – магнитная плазменная частота; Γ_{μ} – магнитное затухание; $\omega_{\mu 0}$ – резонансная частота магнитных элементов, составляющих метаматериал.

Аналитический подход в анализе устройств, содержащих структуры из метаматериала, остается таким же, как и в случае рассмотрения диэлектрически нагруженных приборов. Это связано с тем, что метаматериал состоит из некоторого числа идентичных элементов (в рассматриваемом случае – массив кольцевых резонаторов и тонких проволочек), образующих периодическую структуру, и в том случае, когда размер элементов сравним с величиной внешнего возмущения, метаматериал становится однородным для возмущения; то есть распространяющаяся волна «не видит» его внутреннюю структуру. Следовательно, свойства метаматериала могут быть описаны с помощью макроскопических параметров – диэлектрической и магнитной проницаемости среды, аппроксимированных по всему материалу, вместо того, чтобы учитывать каждый элемент внутренней структуры материала.

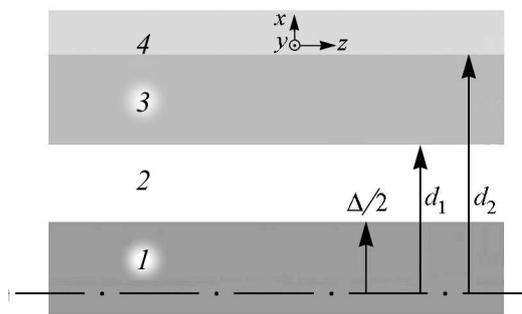


Рис. 3. Рассматриваемая геометрия ДМЧ со вставками из метаматериала: 1 – электронный поток, 2 – вакуум, 3 – метаматериал, 4 – металл

Fig. 3. Geometry of DCM with metamaterial boundaries considered in this article. 1 – electron beam, 2 – vacuum, 3 – metamaterial, 4 – metall

2. Изитрон. Усилитель на поглощении

Оригинальный прибор – изитрон – был представлен в 1950 году L.R. Walker на конференции по электронным лампам. Устройство представляло собой 3-см лампу, использующую полуволновые проволочки в качестве резонансных элементов. Причем лампа не была описана в литературе. Позднее Дж. Пирс обсудил действие такого сорта многорезонаторного клистрона в книге [13] и в статье [14].

Рассмотрим лампу, подобную резистивному усилителю, но в которой электронный поток окружен серией резонаторов в виде коробочек, как показано на рис. 4 [14].

Проводимость, которую «видит» электронный пучок при прохождении через свободное пространство или в пространстве дрейфа без потерь, является емкостной. Структура из резонаторов обеспечивает индуктивную составляющую проводимости на краю электронного потока, тем самым компенсируя емкостную, что приводит к уменьшению сил пространственного заряда и улучшению группировки электронов при прохождении вдоль массива резонаторов. Система далее поддерживает не две бегущие волны постоянной амплитуды, а растущую и затухающую. Поскольку синхронизм между невозмущенной электромагнитной волной и электронным потоком отсутствует, работа изитрона будет слабо зависеть от потенциала пучка, помимо этого, отсутствует какая-либо обратная связь.

Элементарная теория усилителя на поглощении (УП) представлена в работах [1–3], на основных результатах которых мы и остановимся.

Для простоты рассмотрим модель с резонаторными входным и выходным устройствами. Пусть бесконечно широкий электронный поток со средней скоростью v_0 , с плотностью тока $J_0 = \rho_0 v_0$ (ρ_0 – постоянная плотность заряда) движется в направлении оси x и пронизывает сетки входного резонатора. Предполагается, что условия для возникновения усиления на поглощении появляются в пространстве за модулирующими сетками.

Найдем собственные электромагнитные волны системы. Решение будем искать в виде

$$E_x = A e^{j(\omega t - \beta x)}, \quad (16)$$

где A – амплитуда, ω и β – круговая частота и постоянная распространения.

Частоту ω считаем заданной. Искомой является постоянная распространения β , которая в общем случае комплексна $\beta = \text{Re}\beta + j \text{Im}\beta$. Волна, для которой $\text{Im}\beta > 0$, нарастает с координатой x по закону $e^{\text{Im}\beta x}$.

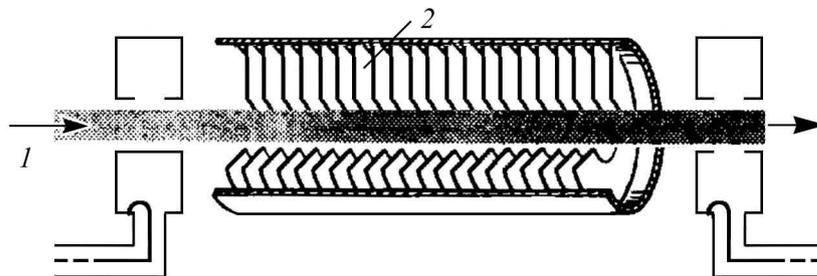


Рис. 4. Схема изитрона [14]: 1 – электронный пучок, 2 – цепочка резонаторов

Fig. 4. Cross section of Easitron [14]: 1 – electron beam, 2 – set of resonators

В рамках одномерного приближения из уравнения Максвелла

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon_k j \omega \vec{E} \quad (17)$$

(\vec{H} и \vec{E} – напряженности магнитного и электрического полей; $\varepsilon_k = \varepsilon (1 + \sigma/(j\omega\varepsilon))$ – комплексная проницаемость; σ – проводимость среды) имеем

$$\text{div} (\vec{J} + \varepsilon_k j \omega \vec{E}) = 0, \quad (18)$$

поскольку $J = J_x$ и $E = E_x$

$$\tilde{J} + \varepsilon_k j \omega \tilde{E}_x = 0. \quad (19)$$

С учетом выражения для ε_k , получаем

$$\tilde{J} = -j\omega\varepsilon \left(1 + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon} \right) \tilde{E}_x. \quad (20)$$

Для рассматриваемой задачи уравнения движения и непрерывности и выражение для плотности тока примут вид

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \frac{e}{m} E_x; \quad (21)$$

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial x} = -\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}; \quad (22)$$

$$\tilde{J} = \rho_0 \tilde{v} + \tilde{\rho} v_0. \quad (23)$$

Здесь v_0, ρ_0 – постоянные составляющие скорости и плотности объемного заряда потока; $\tilde{v}, \tilde{\rho}$ – переменные составляющие скорости и плотности тока; e/m – удельный заряд электрона; E_x – переменная амплитуда напряженности электрического поля. Считаем, что средний заряд электронов потока скомпенсирован ионным фоном, а все переменные величины изменяются по закону $e^{j(\omega t - \beta x)}$, где $j = \sqrt{-1}$, ω – угловая частота, β – постоянная распространения. С учетом этого запишем

$$j(\omega - \beta v_0) \tilde{v} = \frac{e}{m} E_x, \quad (24)$$

$$-j\beta \tilde{J} + j\omega \tilde{\rho} = 0, \quad (25)$$

$$\tilde{J} = \rho_0 \tilde{v} + \tilde{\rho} v_0. \quad (26)$$

Из полученных уравнений легко получить выражения для \tilde{v} и \tilde{J}

$$\tilde{v} = -\frac{j(e/m)E_x}{(\omega - \beta v_0)}; \quad (27)$$

$$\tilde{J} = -\frac{j\omega_p^2 \omega E_x \varepsilon_0}{(\omega - \beta v_0)^2}, \quad (28)$$

где $\omega_p^2 = e\rho_0/(m\varepsilon_0)$, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, ω_p – плазменная частота для бесконечно широкого потока.

Подставляя выражение (20) в (28), переходим к дисперсионному уравнению рассматриваемой одномерной задачи

$$1 = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon' (1 + \sigma/(j\omega\varepsilon)) (\omega - \beta v_0)^2}, \quad (29)$$

где $\varepsilon' = \varepsilon/\varepsilon_0$. Решение уравнения (29) имеет вид

$$\beta_{1,2} = \beta_e \pm \frac{\beta_p}{\sqrt{\varepsilon_k/\varepsilon_0}}, \quad (30)$$

где $\beta_e = \omega/v_0$, $\beta_p = \omega_p/v_0$, $\varepsilon_k/\varepsilon_0 = \varepsilon' (1 + \sigma/(j\omega\varepsilon))$.

Выражение (30) удобно записать в виде

$$\beta_{1,2} = \beta_e \pm \beta_p \frac{p + jq}{\sqrt{\varepsilon'}}. \quad (31)$$

Безразмерные коэффициенты p и q в зависимости от параметра $\omega\varepsilon/\sigma$ представлены ниже (рис. 5).

Волна, для которой $\text{Im } \beta > 0$, нарастает экспоненциально с координатой x . Коэффициент усиления G волны равен

$$G = 20 \text{Log}_{10} \left| e^{\beta_p \frac{q}{\sqrt{\varepsilon'}}} \right| \left[\frac{\text{dB}}{\text{m}} \right]. \quad (32)$$

Максимальное значение G имеет при $\omega\varepsilon/\sigma = 1/\sqrt{3}$ (см. рис. 5)

$$G \cong \frac{3}{\sqrt{\varepsilon'}} \beta_p \left[\frac{\text{dB}}{\text{m}} \right]. \quad (33)$$

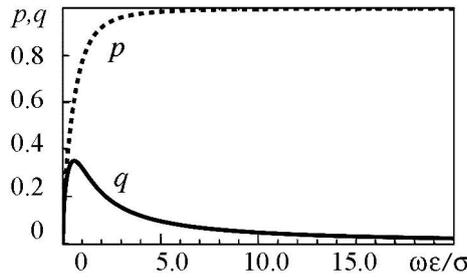


Рис. 5. Зависимость p и q от $\omega\varepsilon/\sigma$ для грубой модели усилителя на поглощении

Fig. 5. Variation of phase factor p and gain parameter q with $\omega\varepsilon/\sigma$ for crude model of resistive-wall amplifier (RWA)

Физическая причина усиления в одномерной задаче состоит в том, что в соответствии с (20) ток \tilde{J} содержит компоненту, находящуюся в противофазе с полем E . Вследствие этого средняя мощность $\{P\}$ взаимодействия поля и тока, которая имеет вид $(1/2) \text{Re} J^* E$, оказывается отрицательной

$$\begin{aligned} \{P\} &= \frac{1}{2} \text{Re} J^* E = \frac{1}{2} \text{Re} (j\omega\varepsilon - \sigma) E E^* = \\ &= -\frac{1}{2} \sigma E E^* < 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Таким образом, электроны в среднем замедляются, их энергия передается электромагнитному полю.

Заключение

Из краткого обзора следует, что интерес к изучению материалов, для которых оба параметра – диэлектрической и магнитной проницаемостей – или хотя бы один из них, могут быть меньше нуля в некотором диапазоне частот, не является случайным, поскольку предварительные результаты показывают уникальную возможность для вакуумных микроволновых приборов, снизить или исключить электрический пробой и зарядку диэлектрика, присущие диэлектрически нагруженным структурам, при этом появляется необходимость исследования существенно новых явлений, связанных с применением различных композиционных структур. Кроме того, возникает потребность возвращения к старым идеям, в том числе к исследованию усилителя на поглощении, поскольку включение метаматериалов дает надежду снятия технологических трудностей его изготовления, а также может привести к улучшению его усилительных характеристик.

Библиографический список

1. *Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V.* The resistive-wall amplifier // Proceedings of the I.R.E. 1953. Vol. 41. P. 865–875.
2. *Birdsall C.K., Whinnery J.R.* Waves in an electron stream with general admittance walls // Journal of Applied Physics. 1953. Vol. 24, No.3. P. 314.
3. *Лопухин В.М., Веденов А.А.* Усилитель на поглощении // Успехи физических наук. 1954. Т. LIII, вып. 1. С. 69–86.
4. *Rowe T., Booske J.H., Behdad N.* Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulations // IEEE Transactions on Plasma Science. 2015. Vol. 43, No.7. P. 2123–2131.
5. *Rowe T., Behdad N., Booske J.H.* Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers // IEEE International Vacuum Electronics Conference, IVEC-2015.
6. *Rowe T., Behdad N., Booske J.H.* Metamaterial design for a metamaterial-enhanced resistive wall amplifier // IEEE International Vacuum Electronics Conference, IVEC-2016. P. 77–78.
7. *Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б.* Медленные электромагнитные волны // Успехи физических наук. 1951. Т. XLIV, вып. 3. С. 321–368.
8. *Carlsten B.E.* Small-signal analysis and particle-in-cell simulations of planar dielectric Cerenkov masers for use as high-frequency, moderate-power broadband amplifiers // Physics of Plasmas. 2002. Vol. 9, No.5. P. 1789–1800.
9. *Вендик И.Б., Вендик О.Г.* Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот: Обзор // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, вып. 1. С. 3–28.
10. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ // Успехи физических наук. 1967. Т. 92, вып. 3. С. 517–526.
11. *French D.M., Shiffler D., Cartwright K.* Electron beam coupling to a metamaterial structure // Physics of Plasmas. 2013. Vol. 20, No.8. 083116.
12. *Вольпян О.Д., Кузьмичёв А.И.* Отрицательное преломление волн. Введение в физику и технологию электромагнитных метаматериалов / Под ред. Г.М. Зверева. Киев; Москва: Аверс, 2012. 360 с.

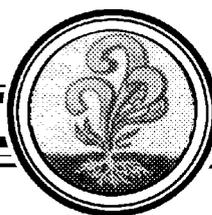
13. *Пирс Дж.* Лампа с бегущей волной / Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1952.
14. *Pierce J.R.* The wave picture of microwave tubes // *The Bell System Technical Journal*. 1954. Vol. 33, No.6. P. 1343–1372.

References

1. Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V. The resistive-wall amplifier. *Proceedings of the I.R.E.* 1953. Vol. 41. P. 865–875.
2. Birdsall C.K., Whinnery J.R. Waves in an electron stream with general admittance walls. *Journal of Applied Physics*. 1953. Vol. 24, No.3. P. 314.
3. Lopyhin V.M., Vedenov A.A. *Advances in Physical Sciences*. 1954. Vol. 53. P. 69–86.
4. Rowe T., Booske J.H., Behdad N. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulations. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2015. Vol. 43, No.7. P. 2123–2131.
5. Rowe T., Behdad N., Booske J.H. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers. *Proceedings of the IVEC-2015*.
6. Rowe T., Behdad N., Booske J.H. Metamaterial design for a metamaterial-enhanced resistive wall amplifier. *Proceedings of the IVEC-2016*. P. 77–78.
7. Akhiezer A.I., Fainberg Ya.B. *Advances in Physical Sciences*. 1951. Vol. 44. P. 321–368 (in Russian).
8. Carlsten B.E. Small-signal analysis and particle-in-cell simulations of planar dielectric Cerenkov masers for use as high-frequency, moderate-power broadband amplifiers. *Physics of Plasmas*. 2002. Vol. 9, No.5. P. 1789–1800.
9. Vendik I.B., Vendik O.G. Metamaterials and their application in microwaves: A Review. *Technical Physics*. 2013. Vol. 58, No.1. P. 1–24.
10. Veselago V.G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ и μ . *Sov. Phys. Usp.* 1968. Vol. 10. P. 509–514.
11. French D.M., Shiffler D., Cartwright K. Electron beam coupling to a metamaterial structure. *Physics of Plasmas*. 2013. Vol. 20, No.8. 083116.
12. Volpian O.D., Kuzmichev A.I. Negative Waves Refraction. Introduction in Physics and Technology of Electromagnetic Metamaterials. Kiev; Moscow: Avers, 2012. 359 p. (in Russian).
13. Pierce J.R. Traveling-Wave Tubes. *Bell Labs Technical Journal*. 1950. P. 390–460.
14. Pierce J.R. The Wave Picture of Microwave Tubes. *The Bell System Technical Journal*. 1954. Vol. 33, No.6. P. 1343–1372.



Чижмотря Николай Владимирович – родился в Саратове (1994), окончил Саратовский государственный университет им. Чернышевского (2017). Имеет диплом бакалавра по направлению 03.03.03 «Радиофизика» и диплом магистра по направлению 03.04.03 «Радиофизика». Круг научных интересов – теория колебаний и волн, электроника СВЧ.
410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: n.v.chizmotrya@gmail.com



О ПЕРИОДИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ МЕЖДУ СОБОЙ И С ПОЛЯМИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Н. А. Голованов

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, д. 83
E-mail: golovanov6494@gmail.com

Поступила в редакцию 3.07.2017

В работе рассмотрен механизм периодического взаимодействия электронных потоков применительно к варианту двухлучевой ЛБВ, на примере системы состоящей из двух электронных пучков, разделенных металлическим экраном с отверстиями. Отверстия обеспечивают взаимодействие электронных пучков с электромагнитным полем. Такой (периодический) характер взаимодействия выражается в том, что волновые процессы в потоках представляются бесконечным набором пространственных гармоник, а взаимодействие потоков сводится к их непрерывному взаимодействию между собой и полем замедляющей электродинамической системы. Рассмотрена одномерная модель непрерывного и дискретного двухлучевого взаимодействия. Получено дисперсионное уравнение и построены зависимости его корней и коэффициента усиления от параметра рассинхронизма. Для данной системы без учета встречного излучения переменные величины описываются суперпозицией пяти парциальных волн. В зависимости от величины параметра пространственного заряда основной вклад в усиление вносит либо электронно-волновое взаимодействие, либо взаимодействие с линией замедления. По сравнению с однолучевой ЛБВ и ЛБВ с двумя непрерывно взаимодействующими потоками в модели с периодическим взаимодействием наблюдается значительное повышение коэффициента усиления и увеличение диапазона параметра рассинхронизма между средней скоростью потоков и фазовой скоростью невозмущенной волны.

Ключевые слова: Интерференция, двухпотоковая неустойчивость, непрерывное взаимодействие электронных потоков, периодическое взаимодействие электронных потоков, двухлучевая ЛБВ.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-71-81

Образец цитирования: Голованов Н.А. О периодическом взаимодействии двух электронных потоков между собой и с полями электродинамических систем // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 4. С. 71–81. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-71-81

ABOUT PERIODIC INTERACTION OF TWO ELECTRON STREAMS BETWEEN THEMSELVES AND WITH FIELDS OF ELECTRODYNAMICS SYSTEMS

N. A. Golovanov

Saratov State University
83, Astrakhanskaya str., 410012 Saratov, Russia
E-mail: golovanov6494@gmail.com

Received 3.07.2017

In this paper, brief review of new and early publications devoted to the interaction of electron streams and the enhancement due to the interference of partial waves in streams, and due to instability is adduced. The lay emphasis on the consideration the mechanism of periodic interaction of electron streams as applied to option of the variant double-stream traveling-wave tube, on the example of system consisting of two electron beams divided by the metallic perforated screen, which interact with the electromagnetic field. The addressing to this topic is due primarily to the fact that the two-stream instability and regime of the interference amplification, which take place with the continuous and periodic interaction of two different-speed electron streams, will allow creating new terahertz range devices. The periodic nature of the interaction is expressed in the fact that the wave processes in the streams are represented by an infinite set of spatial harmonics, and the interaction of the streams is reduced to their continuous interaction between themselves and with field of electrodynamics system. A one-dimensional model of continuous and discrete two-beam interaction is considered. The dispersion equation is obtained and the functional connection of its roots and the amplification factor from the parameter of desynchronism are constructed. Variable data are described by superposition of five partial waves for two electron beams interacting with electromagnetic field without backward radiation. Gain is determined either by electron-wave interaction or by interaction with circuit according to value of space-charge parameter. The variant of the device in which the discrete interaction is realized shows a significant increase in the gain and an increase in the band of the desynchronism parameter between the average flow velocity and the phase velocity of the unperturbed wave, in which there is an amplification compared to a one-beam traveling-wave tube and traveling-wave tube with two continuously interacting streams.

Keywords: Interference, two-stream instability, periodic interaction of electron streams, discrete interaction of electron streams, double-stream traveling-wave tube.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-71-81

Paper reference: Golovanov N.A. About periodic interaction of two electron streams between themselves and with fields of electrodynamics systems. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 4. P. 71–81. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-71-81

Введение

Естественный путь развития СВЧ электроники, как и прежде, это исследование новых способов усиления и генерации сигнала, а также продвижение в область всё более высоких частот (THz диапазон). Так, при освоении терагерцового диапазона, отдельное внимание уделяется многолучевым приборам, начиная от многорезонаторных многоканальных клистронов, до многолучевых гибридных ЛБВ, представляющих собой синтез электронно-волновой лампы и лампы с бегущей волной. Одним из способов усиления входного сигнала в подобных приборах является использование механизма двухпотоковой неустойчивости, возникающей в непрерывно взаимодей-

ствующих электронных потоках. Представляется, что введение в прибор конструктивного элемента, обеспечивающего дискретный характер взаимодействия потоков, приведет к улучшению результатов. Так, объединенная научная группа представителей США, Китая и Кореи уже предпринимали попытки по исследованию различных вариантов устройств, работающих в коротком диапазоне длин волн, и в основе которых лежит использование механизма двухпоточковой неустойчивости [1, 2], Авторы этих работ отмечают улучшение выходных характеристик исследуемых приборов, однако, указанные выводы основаны на результатах компьютерного моделирования, а не эксперимента.

В связи с тем, что исследования по данной теме активно ведутся и появляется всё больше новых публикаций, была предпринята попытка рассмотреть механизм двухпоточковой неустойчивости на основе концепции электронных пространственных гармоник применительно к двухлучевой ЛБВ.

1. Обзор основных работ

Напомним, что в линейной теории для систем, состоящих из двух непрерывно взаимодействующих электронных потоков, переменные величины описываются суперпозицией четырех парциальных волн, параметры которых можно подобрать таким образом, чтобы усиление достигалось лишь за счет интерференции волн с постоянными амплитудами, о чем подробно было написано в работе [3]. Авторы указывают, что в интерференционном режиме можно получить значительное усиление, причем коэффициент усиления будет расти с увеличением частоты.

Помимо интерференционного режима, усиление в подобных системах можно получить за счет неустойчивости, когда начальное возмущение с течением времени возрастает в процессе взаимодействия волн и приводит к росту их амплитуды. Для линейного случая непрерывного взаимодействия электронных потоков данный механизм подробно описан в работе [4], где автор указывает на то, что область применения неустойчивости оказывается ограниченной и задается управляющими параметрами: рабочей и плазменной частотой электронных потоков, а также их скоростями.

Что же касается теории дискретного взаимодействия, то следует выделить работу [5]. В ней впервые авторами было учтено влияние всех пространственных гармоник тока обоих потоков и показано, что при дискретном взаимодействии электронных потоков уже нет четко выраженной границы области действия механизма двухпоточковой неустойчивости, что делает применение данного подхода привлекательным на высоких частотах.

2. Периодическое взаимодействия двух электронных потоков

Рассмотрим взаимодействие электрического поля замедляющей линии с двухскоростным электронным потоком, который образован путем смещения двух односкоростных электронных потоков, каждый со своими скоростями v_{e1} , v_{e2} , между которыми расположен металлический экран с отверстиями, не являющийся замедляющей системой. Предположим, что эти скорости близки к фазовой скорости v_0 одной пространственной гармоники поля линии замедления, тогда остальные гармоники можно считать далекими от скоростей потоков и взаимодействием электронов с полем этих гармоник можно пренебречь. Далее, для простоты будет рассматриваться

одномерная задача в приближении слабых сигналов, то есть в любой точке поперечного сечения двухскоростного потока амплитуда продольного электрического поля, действующего на электроны, одинакова.

Периодический характер взаимодействия потоков обусловлен тем, что они взаимодействуют между собой только при прохождении над одним и тем же отверстием в пластинке, а при пролете над пластинкой, потоки взаимодействуют только с полем замедляющей линии. Тогда поле пространственного заряда первого (второго) потока, в котором движется второй (первый) поток, периодически будет меняться с периодом системы, то есть имеется разделение всего пространства взаимодействия на последовательность зон модуляции и дрейфа.

Записывая уравнение движения электронов, непрерывности и выражение для плотности тока в одномерном приближении можно получить уравнения для плотности тока обоих потоков \tilde{j}_1 и \tilde{j}_2 в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{j}_1}{\partial z^2} + 2j\beta_{e1} \frac{\partial \tilde{j}_1}{\partial z} - (\beta_{e1}^2 - \beta_{p1}^2) \tilde{j}_1 + \beta_{p1}^2 \tilde{j}_2 &= 2j\beta_{e1} \frac{C_1^3}{SK} \tilde{E}_z, \\ \frac{\partial^2 \tilde{j}_2}{\partial z^2} + 2j\beta_{e2} \frac{\partial \tilde{j}_2}{\partial z} - (\beta_{e2}^2 - \beta_{p2}^2) \tilde{j}_2 + \beta_{p2}^2 \tilde{j}_1 &= 2j\beta_{e2} \frac{C_2^3}{SK} \tilde{E}_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\beta_{ek} = \omega/v_{ek}$, $\beta_{pk} = \omega_p/v_{ek}$, ω – частота сигнала; ω_p – плазменная частота пучков (считаем одинаковой для обоих пучков); $C_k^3 = I_{0k}K_k/(4V_{0k})$ – параметр усиления Пирса; \tilde{E}_z – амплитуда продольной составляющей электрического поля; $k = 1, 2$ – номера электронных потоков. Полученная система (1) совместно с уравнением возбуждения линии передачи электронным потоком без учета встречного излучения [6]

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} + j\beta_0 \tilde{E}_z = -\frac{\beta_0^2 SK}{2} (\tilde{j}_1 + \tilde{j}_2),$$

где β_0 – постоянная распространения волны в отсутствие электронных потоков, описывают полную систему рабочих уравнений. Далее она решалась при следующих условиях: искомое поле периодической структуры представлялось в виде $\tilde{E}_z = \tilde{E}_z e^{-j\beta z}$, где β – постоянная распространения волны в линии при наличии электронных потоков, а плотности токов обоих потоков, следуя работам [7, 8], представлялись как бесконечный набор пространственных гармоник $\tilde{j}_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{j}_n e^{-j(\beta+2\pi n/l)z}$, $\tilde{j}_2 = \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{j}_m e^{-j(\beta+2\pi m/l)z}$ со своими номерами n и m .

Дисперсионное уравнение после преобразований будет иметь вид

$$\begin{aligned} (j\delta - b + jd) \left(1 - \frac{(\beta_p/(\beta_e C))^2}{((j\delta - h) + n/(CN_l))^2} - \frac{(\beta_p/(\beta_e C))^2}{((j\delta + h) + m/(CN_l))^2} \right) &= \\ &= \left(\frac{1}{((j\delta - h) + n/(CN_l))^2} + \frac{1}{((j\delta + h) + m/(CN_l))^2} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

При получении (2), по аналогии с работой [9], были введены следующие параметры: $h = (1 - v_{e1}/v_{e2})(C(1 + v_{e1}/v_{e2}))^{-1}$ – характеризует разность скоростей электронных потоков; $\delta = x + jy$ – характеризует постоянную распространения волны в линии с электронным потоком; b – отклонение средней скорости потоков от скорости невозмущенной волны в линии; $CN_l = C\beta_e l/(2\pi)$ – параметр, отвечающий за периодическое взаимодействие потоков.

В зависимости от значения управляющих параметров, уравнение (2) может описывать как однолучевую ЛБВ, так и непрерывное или периодическое взаимодействие двух электронных потоков. Его решение было проведено для случая оптимального электронно-волнового взаимодействия $h\beta_e C/\beta_p = \sqrt{3}/2 \approx 1$, что позволило связать параметры, характеризующие электронный поток и тем самым уменьшить в уравнении количество неизвестных переменных.

Дисперсионное уравнение (2) описывает пять взаимодействующих парциальных волн и не имеет аналитического решения, поэтому значения корней были найдены численно и представлены графически на рис. 1. Как следует из графиков, одна из волн всегда имеет постоянную амплитуду, остальные могут иметь постоянную амплитуду или экспоненциально возрастать в определенных интервалах изменения параметров, затухать. Фазовые скорости двух из этих волн близки к средней скорости электронов первого потока, двух других – к скорости второго. В частном случае равенства скоростей двух потоков ($h = 0$) в системе распространяются три волны со своими фазовыми скоростями: с постоянной, убывающей и возрастающей амплитудой, близкие по скорости к средней скорости $v_e = (v_{e1} + v_{e2})/2$ потоков, что

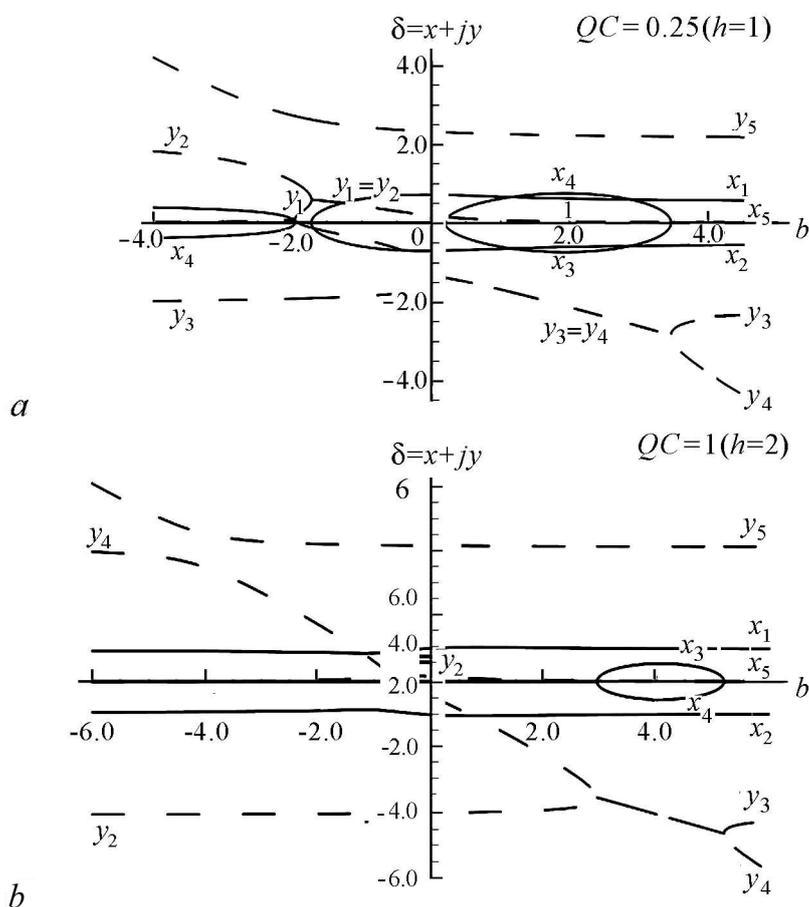


Рис. 1. Зависимость корней $\delta_i = x_i + jy_i$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) дисперсионного уравнения (2) от параметра b : сплошные линии – действительные части (x_i) корней, пунктирные – мнимые части (y_i)

Fig. 1 Dependence of the roots $\delta_i = x_i + jy_i$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) of the dispersion equation (2) from parameter b . Solid lines – the real parts (x_i) of roots, dashed lines – the imaginary parts (y_i) of the roots

аналогично теории ЛБВ и подтверждает правильность построенной теории для двух потоков.

Результаты поведения корней уравнения (2), представленные на рис.1, соответствуют случаю периодического взаимодействия электронных потоков ($n = m = 0$). Здесь $QC = (\omega_p/(2C\omega))^2$ – мера сил поля пространственного заряда, вызывающих разгруппировку электронов, относительно напряженности поля линии, приводящей к группировке пучка; $C = (I_0 R_C / (4U_0))^{1/3}$ – параметр усиления; I_0 – ток электронного пучка; U_0 – ускоряющее напряжение; R_C – сопротивление связи электронного потока с высокочастотным полем; ω_p – плазменная частота; ω – частота генерации.

В соответствии с представленными рисунками, при больших значениях b , когда скорости обоих электронных потоков значительно отличаются от скорости волны в линии, постоянные распространения пяти волн близки к тем, которые наблюдаются в отсутствие связи между потоками и полем линии замедления. В данной области распространяются четыре электронные волны, постоянные распространения которых близки к соответствующим постоянным распространения волн в двухлучевой лампе ($\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_5$ при $b > 0$ и $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ при $b < 0$). Амплитуда двух из этих волн не изменяется с расстоянием ($x_3 = x_4 = 0$); амплитуда одной (δ_1) нарастает, а другой (δ_2) – убывает. Кроме того, в данной области в линии распространяется электромагнитная волна, фазовая скорость которой близка к фазовой скорости невозмущенной волны в линии (δ_4 при $b > 0$ и δ_5 при $b < 0$).

В области уменьшения значений параметра b наблюдается взаимодействие медленных волн пространственного заряда (МВПЗ) медленного потока (δ_3) с волной линии (δ_5). В результате, амплитуда волны медленного потока нарастает ($x_3 > 0$), а амплитуда образовавшейся после взаимодействия волны (δ_4) убывает. При этом максимальное значение постоянной нарастания x_3 достигается при совпадении скорости МВПЗ медленного потока со скоростью волны в линии при $b = 2h$.

Фазовые постоянные (мнимые части корней) y_3, y_4, y_5 при изменении параметра скорости b изменяются примерно так же, как в ЛБВ с односкоростным потоком. Отличие состоит в том, что роль медленной и быстрой волн пространственного заряда односкоростного потока в данном случае играют МВПЗ медленного потока и БВПЗ быстрого потока. При дальнейшем смещении скорости электронов v_{ek} относительно скорости невозмущенной волны v_0 и переходе в область отрицательных значений b происходит деформация постоянных распространения волн, скорости которых близки к средней скорости электронов (δ_1, δ_2). При малой величине параметра QC (рис. 1, *a*) преобладает взаимодействие с линией ($x_3 > x_1$), а при большей величине QC (рис. 1, *b*) преобладает электронно-волновое взаимодействие потоков ($x_1 > x_3$).

После решения дисперсионного уравнения был рассчитан коэффициент усиления в системе как отношение суммарного поля на выходе пространства взаимодействия $E(L)$, к суммарному полю на входе $E(0)$. Для этого были предварительно получены выражения для скорости и плотности тока обоих потоков в виде

$$\frac{\tilde{v}_{ek}}{v_{ek}} = \frac{1}{2jV_{0k}\beta_e C} \left(\frac{(h^2 + \delta^2)(h + i\delta)}{(h^2 + \delta^2)^2 + 8QC(\delta^2 - h^2)} \right) Ez, \quad (3)$$

$$\frac{\tilde{j}_k}{I_{ek}} = -\frac{j}{2V_{0k}\beta_e C^2} \left(\frac{8QC Ch - (1 + Ceh)(h + i\delta)^2}{(h^2 + \delta^2)^2 + 8QC(\delta^2 - h^2)} \right) Ez. \quad (4)$$

Затем были сформулированы следующие начальные условия: во-первых, сумма амплитуд всех волн на входе в пространство взаимодействия равна входному сигналу $\sum_{i=1}^5 E_i(0) = E^0$; во-вторых, предполагалось отсутствие начальной модуляции пучков по скорости $\sum_{i=1}^5 \tilde{v}_{ki}(0) = 0$ и плотности $\sum_{i=1}^5 \tilde{j}_{ki}(0) = 0$. Используя указанные начальные условия, можно найти амплитуды всех парциальных волн (ввиду сложности выражений и их громоздкости здесь они не приводятся). Коэффициент усиления по мощности получаем в следующем виде:

$$G = 20 \log_{10} \left| \frac{E(L)}{E(0)} \right| = 20 \log_{10} \left| \sum_{i=1}^5 E_i(z) e^{(2\pi CN_L)\delta_i} \right|, \quad (5)$$

где δ_i – корни дисперсионного уравнения (2). Построенные на основе (5) зависимости $G = f(b)$ для двухлучевой ЛБВ в сравнении с однолучевой ЛБВ при одинаковых параметрах представлены на рис. 2.

Из представленных графиков следует, что существуют две области значений параметра b , усиление в которых отлично от нуля. Первый максимум усиления наблюдается при совпадении средней скорости двухскоростного электронного потока v_e со скоростью невозмущенной волны в линии v_0 и по аналогии с однолучевой ЛБВ обусловлен взаимодействием с полем электромагнитной волны. Величина усиления в данной области сильно зависит от параметра QC , поскольку он характеризует величину группирующих сил в электронных потоках. Вторая область с центром примерно при $b = 2h$ соответствует взаимодействию МВПЗ медленного потока с волной линии. Начальная амплитуда этой волны в данной области по параметру b значительно превосходит начальную амплитуду нарастающей волны, возникающей в результате электронно-волнового взаимодействия. Поэтому основной вклад в усиление вносит медленный поток и его взаимодействие с линией, а вклад электронно-волнового взаимодействия в усиление мал.

Полученные результаты позволяют сделать следующий вывод: при большой величине параметра пространственного заряда и достаточной длине системы использование двухлучевого взаимодействия потоков может существенно повысить усиление ЛБВ и увеличить ра-

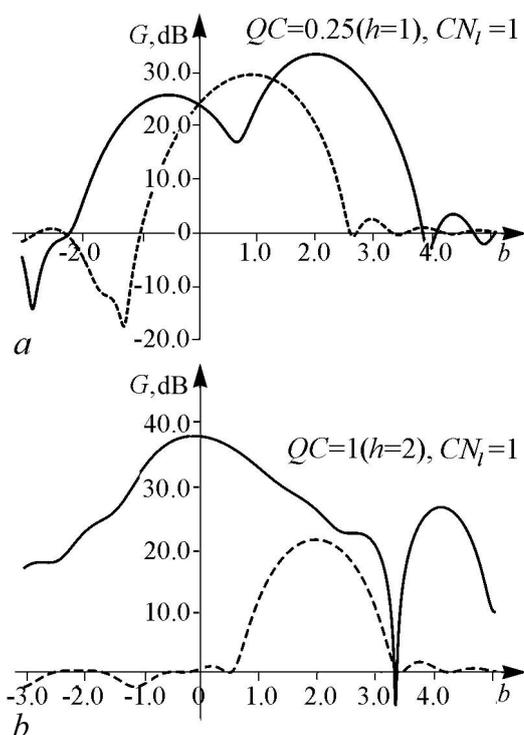


Рис. 2. Зависимость коэффициента усиления ЛБВ с двухскоростным потоком от параметра b : пунктирная линия – результаты для однолучевой ЛБВ; сплошная линия – результаты для двухлучевой ЛБВ с непрерывным взаимодействием

Fig. 2. Dependence of the gain of a traveling-wave tube with a two-velocity stream from parameter b : dashed lines – the one-beam traveling-wave tube; solid lines – the two-beam continuous interaction of electron streams

бочую полосу за счет проявления дополнительного механизма электронно-волнового взаимодействия.

После непрерывного взаимодействия, было рассмотрено решение дисперсионного уравнения (2) и найдены коэффициенты усиления для случая больших пространственных зарядов $QC = 1$ ($h = 2$) при периодическом взаимодействии электронных потоков. На рис. 3 приведены полученные зависимости действительной (x_i) и мнимой (y_i) частей уравнения (2) для гармоник с номерами $n = m = \pm 1$.

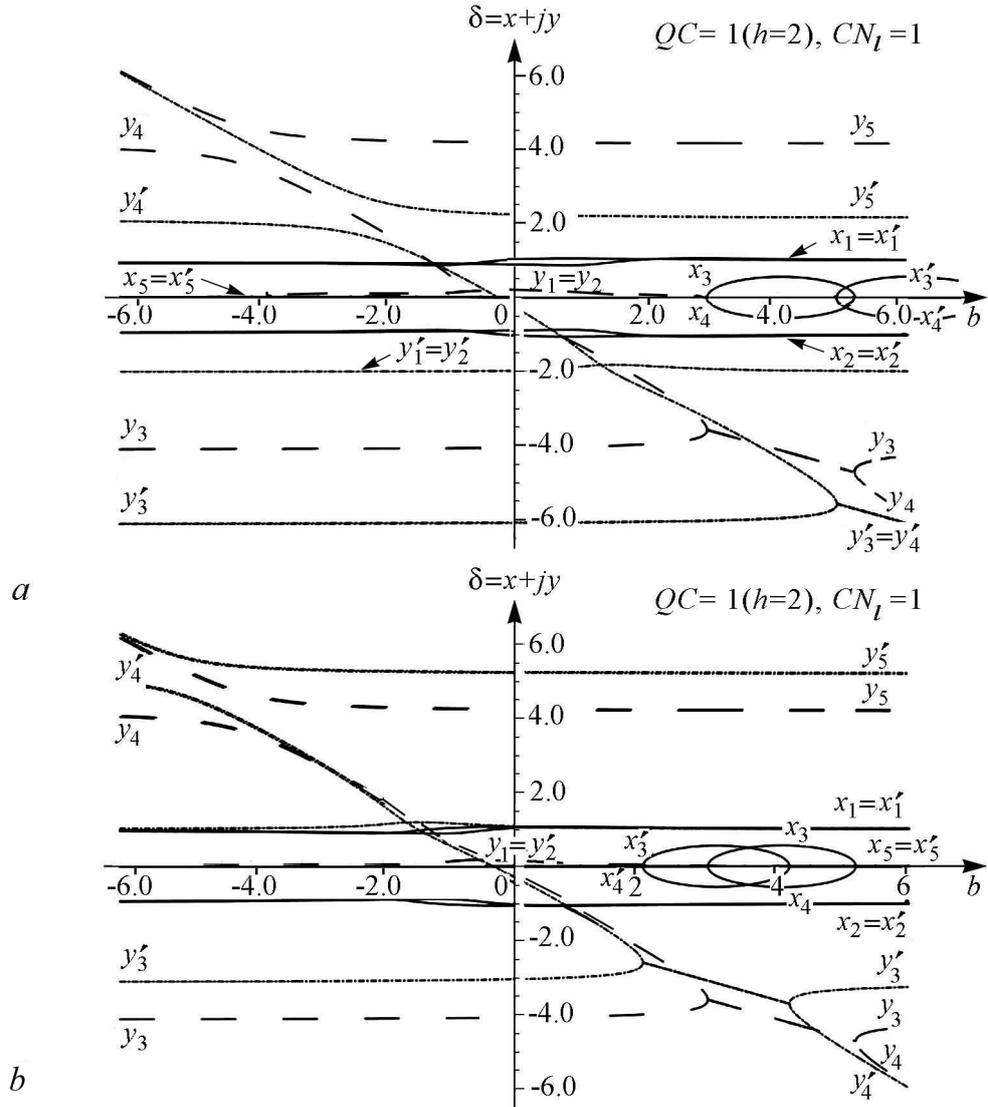


Рис. 3. Зависимости корней дисперсионного уравнения (2) от параметра b для различных гармоник: $n = m = -1$ (а), $n = m = 1$ (б). Штриховая линия – мнимая часть корней для гармоник $n = m = 0$; сплошная линия с обозначениями без штрихов – действительная часть корней для гармоник $n = m = 0$; штрих-пунктирная линия – мнимая часть корней для гармоник $n = m = \pm 1$; сплошная линия с обозначениями со штрихами – действительная часть корней для гармоник $n = m = \pm 1$

Fig. 3. Dependence of the roots of the dispersion equation (2) from parameter b at various harmonics n, m : dashed lines – the imaginary part of the roots for $n = m = 0$; solid lines with symbols without strokes – the real part of roots for $n = m = 0$; chain lines – the imaginary parts of the roots for $n = m = \pm 1$; solid lines with symbols with strokes – the real parts of roots for $n = m = \pm 1$

На рис. 3, а видно, что в дискретном случае, для заданных номеров гармоник, по-прежнему наблюдается преобладание электронно-волнового взаимодействия ($x_1 > x_3$). Однако происходит смещение области изменения амплитуды волн (δ_3, δ_4) в сторону меньших значений параметра b , а также расширяется область преобладания фазовой скорости волны над средней скоростью электронов ($y_1 > 0$ и $y_2 > 0$). Стоит отметить, что по мере роста параметра характеризующего дискретность CN_l , поведение корней будет всё ближе к случаю непрерывного взаимодействия. На рис. 3, б видно, что для гармоник с отрицательными номерами область нарастания амплитуд волн будет смещена в сторону больших значений параметра b . Для двух парциальных волн (δ_1, δ_2) значения мнимой части корней (y_1, y_2) смещается в отрицательную область, где происходит преобладание средней скорости электронов над фазовой скоростью волны. Результаты показывают, что в зависимости от значения параметра CN_l будет преобладать электронно-волновое взаимодействие, взаимодействие с линией или при сильной разнице скоростей электронных потоков друг относительно друга, взаимодействие двух ЛБВ.

Что же касается коэффициента усиления, то он определялся по аналогии с непрерывным взаимодействием, только теперь номера гармоник n и m отличны от нуля. Полученные результаты приведены на рис. 4.

Из представленных зависимостей видно, что линейная теория периодического взаимодействия потоков теоретически демонстрирует лучшие результаты по сравнению как с обычной ЛБВ, так и с двухлучевой ЛБВ в которой взаимодействие носит непрерывный характер. Из положительных особенностей можно отметить, что существенно увеличилась область усиления по параметру b , а также в данном случае заметен рост коэффициента усиления. Однако в представленной модели не учитывается расстояние между потоками, что теоретически должно повлиять на прохождение потоков друг относительно друга и итоговое значение коэффициента усиления в системе.

Выводы

Проведенный анализ в рамках линейной теории позволяет сделать два основных вывода:

- использование дискретного характера взаимодействия двух попутных разноско-

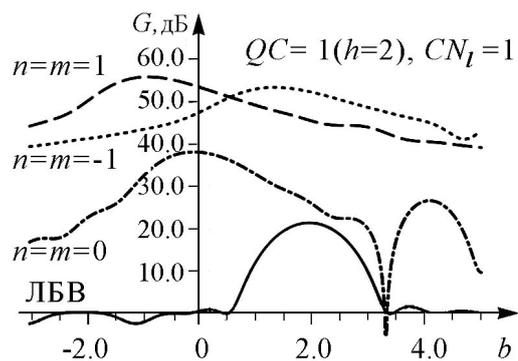


Рис. 4. Зависимость коэффициента усиления от параметра b : сплошная линия – ЛБВ; штриховая линия – периодическое взаимодействие гармоник с номерами $n = m = 1$; штрих-пунктирная линия – двухлучевое непрерывное взаимодействие гармоник с номерами $n = m = 0$; пунктирная линия – периодическое взаимодействие гармоник с номерами $n = m = -1$

Fig. 4. Dependence of the gain of a traveling-wave tube with a two-velocity stream from parameter b : solid lines – the traveling-wave tube; dashed lines – the periodic interaction of the harmonics with numbers $n = m = 1$; chain lines – the continuous interaction of the harmonics with numbers $n = m = 0$; dotted lines – the periodic interaction of the harmonics with numbers $n = m = -1$

ростных электронных потоков существенно расширяет полосу усиления ЛБВ и повышает коэффициент усиления устройства;

- особенности двухпотоковой неустойчивости и режим интерференционного усиления, имеющие место при периодическом взаимодействии двух разнородных попутных электронных потоков, создают предпосылки для разработки новых приборов терагерцового диапазона с улучшенными характеристиками.

Автор выражает особую благодарность Д.И. Трубецкову за обсуждение результатов и интерес, проявленный к данной работе.

Автор принимал участие в выполнении гранта РФФИ № 16-02-00238, № 16-32-00-468 мол_а.

Библиографический список

1. Zhang Y. and Dong L. Enhanced coherent terahertz Smith–Purcell superradiation excited by two electron-beams // *Optic Express*. 24 September 2012. Vol. 20, No.20.
2. Zhang Y., Zhou Y., Dong L. THz radiation from two electron-beams interaction within a bi-grating and a subwavelength holes array composite sandwich structure // *Optic Express*. 23 September 2013. Vol. 21, No.19.
3. Трубецков Д.И., Титов А.В., Фунтов А.А. Об интерференционном усилении в электронно-волновой лампе (линейная теория) // *Письма в ЖТФ*. 2013. Т. 39, вып. 21. С. 86–94.
4. Haeff A.V. The electron-wave tube – a novel method of generation and amplification of microwave energy // *Proc. IRE*. 1949. Vol. 37. Pp. 4–10.
5. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Дискретное взаимодействие двух электронных потоков // *Изв. вузов СССР. Радиотехника*. 1962. Т. 5, вып. 2. С. 143–157.
6. Шевчик В.Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М. Советское радио, 1970. 584 с.
7. Солнцев В.А., Тагер А.С. О периодическом взаимодействии электронных потоков // *Изв. вузов СССР. Радиофизика*. 1959. Т. 2, вып.1. С. 101.
8. Бернашевский Г.А. Пространственные гармоники электронной волны. Письма в редакцию // *Радиотехника и электроника*. 1957. Т. 2. С. 124–125.
9. Видулов И.К., Тагер А.С. Взаимодействие двухскоростного электронного потока с высокочастотным полем линии замедления // *Радиофизика и электроника*. 1962. Т. 5. С. 826–837.

References

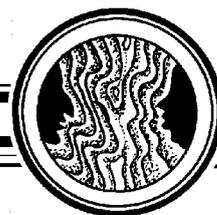
1. Zhang Y. and Dong L. Enhanced coherent terahertz Smith–Purcell superradiation excited by two electron-beams. *Optic Express*. 24 September 2012. Vol. 20, No.20.
2. Zhang Y., Zhou Y., Dong L. THz radiation from two electron-beams interaction within a bi-grating and a subwavelength holes array composite sandwich structure. *Optic Express*. 23 September 2013. Vol. 21, No.19.
3. Trubetskov D.I., Titov A.V. Funtov A.A. About interference gain in electron-wave tube. *Technical Physics Letters*. 2013. Vol. 39, No.21. Pp. 86–94 (in Russian).

4. Haeff A.V. The electron-wave tube – a novel method of generation and amplification of microwave energy. *Proc. IRE*. 1949. Vol. 37. Pp. 4–10.
5. Shevchik V.N., Trubetskov D.I. Discrete interaction between two electron beams. *Izv. VUZ. Radiotekhnika*. 1962. Vol. 5, Iss. 2 Pp. 143–157 (in Russian).
6. Shevchik V.N., Trubetskov D.I. Analytical Calculations in Microwave Electronics. M. Soviet Radio, 1970. 584 p. (in Russian).
7. Solntsev V.A., Tager A.S. About periodical electron beam interaction. *Izv. VUZ. Radiotekhnika*. 1959. Vol. 2, Iss.1. P. 101 (in Russian).
8. Bernashevsky G.A. Space harmonics of electron wave. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 1957. Vol. 2. Pp. 124–125 (in Russian).
9. Vikulov I.K., Tager A.S. Interaction between double-speed electron beam and RF field of interaction circuit. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 1962. Vol. 5. Pp. 826–837.



Голованов Никита Андреевич – родился в 1994 году в Нижнем Новгороде, окончил Саратовский государственный университет им. Чернышевского (2017). После окончания СГУ работает инженером на предприятии АО НПП «ИСТОК» им. А.И. Шокина в городе Фрязино Московской области.

410012 Саратов, ул. Астраханская, д. 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
E-mail: golovanov6494@gmail.com



АЛЕКСЕЙ ЮРЬЕВИЧ ЖАЛНИН

30.10.1977 – 27.08.2017



27 августа 2017 года, на сороковом году жизни скоропостижно скончался Алексей Юрьевич Жалнин – старший научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН, талантливый молодой ученый, полный творческих замыслов, успешный составить себе известность исследованиями в области нелинейной динамики.

Алексей родился в 1977 году в городе Балашове Саратовской области. Еще в школьные годы интересовался физикой и математикой, активно участвовал в олимпиадах по физике. Окончил физико-технический лицей в Саратове и поступил в Саратовский государственный университет в 1995 году. Уже в студенческие годы занимался научными исследованиями. В 2000 году окончил факультет нелинейных процессов, защитив дипломную работу под руководством профессора Б.П. Безручко.

В 2000–2003 годах Алексей, как аспирант базовой кафедры динамических систем факультета нелинейных процессов СГУ, ведет активную научную работу, и в 2003 году под руководством профессора С.П. Кузнецова с успехом защищает кандидатскую диссертацию «Особенности сложной динамики нелинейных систем, связанные с разрушением квазипериодических движений и режимов хаотической синхронизации». С 2003 года работает в лаборатории теоретической нелинейной динамики Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, участвует в выполнении научных исследований, в том числе проектов по грантам РФФИ и РНФ.

Для Алексея была характерна широкая эрудиция в науке и смежных областях, глубина и продуманность сформированной научной картины. Им получены интересные и важные результаты по целому ряду перспективных и привлекающих внимание научных направлений.

В частности, им предложена и исследована в соавторстве с С.П. Кузнецовым допускающая физическую реализацию система, характеризующая наличием грубого странного нехаотического аттрактора, в которой воспроизводится механизм его возникновения, описанный в абстрактной модели Ханта и Отта. Впервые указан пример системы механической природы с автоколебательным поведением, ассоциируемым со странным нехаотическим аттрактором, что вводит в оборот концепцию странных нехаотических автоколебаний. Другой принципиально важный результат составляет вклад в нейродинамику: Алексеем указаны и изучены ситуации, когда системы, построенные на основе нейронов ФитцХью–Нагумо, могут демонстрировать поведение, относящееся к классу гиперболического хаоса.

Алексей активно работал над проблемой практического использования хаоса; ему принадлежат перспективные разработки на основе хаоса схем коммуникации, использующих особенности гиперболической динамики и характеризующих свойствами, аналогичными преимуществам фазовой модуляции в сравнении с амплитудной модуляцией в традиционной радиотехнике.

Алексей активно поддерживал международные контакты. Его посещения исследовательских центров в Германии (университет Потсдама), Англии (университет Портсмута), Кореи (университет Кангвон) вылилось в интересные и важные публикации, совместные с иностранными коллегами. В последнее время он внес значительный вклад в работы по исследованию сложной динамики механических систем, проводимые совместно с коллегами из Ижевска, в частности, в плане выявления в консервативных неголономных системах («кельтский камень») типов динамики, подобных аттракторам в диссипативных системах.

Научное наследие Алексея составляют более 20 научных работ, опубликованных в самых авторитетных международных и отечественных журналах. Ряд его работ был представлен и в журнале «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика». Его научные результаты, несомненно, послужат основой дальнейших перспективных исследований и разработок.

Уход из жизни Алексея Жалнина – невосполнимая потеря для науки и для нас, его коллег и сподвижников.

Коллеги
СФ ИРЭ РАН, ФНИ СГУ
30.08.2017

Научное издание

Зав. редакцией *Н.Н. Левина*
Редакторы *Н.Н. Левина, Л.А. Сидорова*
Оформление художника *Д.В. Соколова*
Оригинал-макет подготовлен
И.А. Пономаревой, О.Н. Строгановой
в пакете *L^AT_EX*

Подписка на 2018 год
осуществляется по Объединенному Каталогу «Пресса России»
Раздел: 30. «Научно-технические издания.
Известия РАН. Известия ВУЗов»
и по Интернет-Каталогу Агентства «Книга-Сервис»
а также по Договору между Подписчиком
(юридическим или физическим лицом)
и Издателем (Саратовским государственным университетом)

Цена годовой подписки (6 номеров) договорная
Заявки на заключение Договора принимаются
по почте, по телефону редакции, по эл. почте редакции

Адрес редакции: 410012 Саратов, Астраханская, 83
Тел./факс: (845-2) 52-38-64
E-mail: and@nonlin.sgu.ru

Сайт журнала <http://andjournal.sgu.ru>

Распространение журнала осуществляется
редакцией журнала по адресной системе

**Условия подписки на электронную версию журнала на сайте
Научной электронной библиотеки <http://elibrary.ru>**

Сдано в набор 10.07.2017. Подписано к печати 5.09.2017
Формат 70x108/16. Бумага офсетная. Печать офсетная
Усл. печ. л. 7,35 (5,25). Уч.-изд. л. 7,0. Заказ № 127–Т.

Отпечатано в Типографии ФГБОУ ВО СНИГУ
410012 Саратов, Б.Казачья, 112А, тел. (845-2) 27-33-85

© Редакция журнала
«Известия вузов. ПНД», 2017
© Оформление художника
Д.В. Соколова, 2017