

Журнал включен в «Перечень периодических научных и научно-технических изданий РФ,
рекомендованных для публикации основных результатов диссертаций
на соискание ученой степени доктора наук»

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений
ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА
научно-технический журнал

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год

Том 22, № 4, 2014, Саратов

СО Д Е Р Ж А Н И Е

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Кузнецов А.П., Селиверстова Е.С., Трубецков Д.И., Тюрюкина Л.В. Феномен
уравнения ван дер Поля..... 3

АВТОВОЛНЫ. САМООРГАНИЗАЦИЯ

Мухин Р.Р. Динамический хаос: Трудный путь открытия..... 43

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Наплеков Д.М., Тур А.В., Яновский В.В. Структурно сложная граница с зеркально-
диффузной индикатрисой отражения..... 55

Корнилов М.В., Сысоев И.В. Исследование эффективности метода нелинейной
причинности по Грейнджеру в случае сильной синхронизации систем .. 66

Пономаренко В.И., Караваев А.С. Использование платформы Arduino в изме-
рениях и физическом эксперименте..... 77

Усанов Д.А., Горбатов С.С., Кваско В.Ю., Фадеев А.В. Нелинейная динамика
формирования пространственно-неоднородной структуры в р-і-п диоде .. 91

АВТОВОЛНЫ. САМООРГАНИЗАЦИЯ

Усанов Д.А., Рытик А.П., Бондаренко А.В. Влияние изменения температуры
среды реакции Бриггса–Раушера на характер автоколебательного
процесса..... 100

КНИЖНАЯ ПОЛКА СТУДЕНТА

Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н. О науке, событиях в истории изучения света,
колебаний, волн, об их исследователях, а также глоссы и этимоны 106

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ

Ковылов Н.Б. О терминах и определениях 114

Аникин В.М. Физика и интеллектуальное саморазвитие личности 117

C O N T E N T S

REVIEWS OF ACTUAL PROBLEMS OF NONLINEAR DYNAMICS

- Kuznetsov A.P., Seliverstova E.S., Trubetskov D.I., Turukina L.V.* Phenomenon of the van der Pol equation 3

AUTOWAVES. SELF-ORGANIZATION

- Mukhin R.R.* Dynamical chaos: The difficult path discovering 43

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY

- Naplekov D.M., Tur A.V., Yanovsky V.V.* Structurally complex boundary with specular-diffuse reflection indicatrix 55

- Kornilov M.V., Sysoev I.V.* Investigating nonlinear Granger causality method efficiency at strong synchronization of systems 66

- Ponomarenko V.I., Karavaev A.S.* Using Arduino platform in the measurements and the physical experiment 77

- Usanov D.A., Gorbatov S.S., Kvasko V.Yu., Fadeev A.V.* Nonlinear dynamics of the formation of a spatially inhomogeneous structure in PIN diode 91

AUTOWAVES. SELF-ORGANIZATION

- Usanov D.A., Rytik A.P., Bondarenko A.V.* Temperature changes effect on the Briggs–Rauscher reaction of the self-oscillating process 100

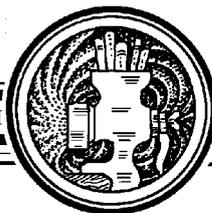
STUDENT’S BOOKSHELF

- Izmailov Igor V., Poizner Boris N.* About science, events in the history of the study of light, oscillations, waves, their researchers, as well as glosses and etymons 106

METHODICAL PAPERS IN NONLINEAR DYNAMICS

- Kovylov N.B.* Terms and definitions 114

- Anikin V.M.* Physics and intellectual development of personality 117



ФЕНОМЕН УРАВНЕНИЯ ВАН ДЕР ПОЛЯ

А. П. Кузнецов^{1,2}, Е. С. Селиверстова², Д. И. Трубецков^{2,3}, Л. В. Тюрюкина^{1,2}

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

²Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

³Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ

Настоящий обзор посвящен знаменитому голландскому ученому Балтазару ван дер Полю, который внес ощутимый вклад в развитие радиотехники, физики и математики. В обзоре выделен лишь один момент его творчества, связанный с уравнением, носящим его имя, и удивительно широким диапазоном применения этого уравнения в естествознании. В обзоре изложены следующие вопросы.

- Биография ван дер Поля, его уравнение и предполагаемые предшественники.
- О вкладе А.А. Андропова в теорию автоколебаний.
- Уравнение ван дер Поля и моделирование процессов в человеческом организме (модели сердца и системы «сердце–сосуды»; моделирование процессов в толстой кишке; модель возбуждающих и тормозящих нейронных взаимодействий; моделирование синхронизации при обработке и передаче информации в нейронных сетях; моделирование различных задач, связанных с опорно-двигательным аппаратом человека; модель голосовых связок).
- Развитие и модификации уравнения ван дер Поля.

Ключевые слова: Уравнение ван дер Поля, автоколебания, биофизика, ламповый генератор, нейрон, синхронизация.

К 125-летию со дня рождения Балтазара ван дер Поля

«Так называемое уравнение ван дер Поля – в своей упрощенной форме – впервые было записано ван дер Полем. Это уравнение было не первым, соответствующим автоколебательным режимам. Предыдущие уравнения были получены для некоторых определенных экспериментальных ситуаций, как показали Пуанкаре, Блондель и Джанет. Ван дер Полю удалось убедить людей в том, что его простое уравнение и его простые решения могли послужить парадигмой для объяснения различных режимов.

Его открытие также оказало влияние как на динамику, так и на физические процессы. Введя графическое представление, он также внес вклад в изменение метода изучения нелинейных феноменов. В этом смысле, связь его имени с этим уравнением – подходящий способ, чтобы его отблагодарить».

Ginoux J.M., Letellier C. [1]

Приступая к работе над данным обзором, авторы не ожидали, что придется реферировать огромное количество весьма разнообразных статей. В обзоре изложе-



ны биографические данные о ван дер Поле, вывод его уравнения, обсуждение исследований предполагаемых предшественников, работ по применению уравнения к анализу человеческого организма, развития и модификаций уравнения.

1. О Балтазаре ван дер Поле

Уравнение ван дер Поля, генератор ван дер Поля, метод ван дер Поля решения нелинейных уравнений теории колебаний – эти термины присутствуют практически во всех книгах о колебаниях. В то же время о человеке с красивым именем Балтазар, соотечественнике Гюйгенса, написано немного [1,2].

Балтазар ван дер Поль (Balthazar van der Pol) родился 27 января 1889 года в городе Утрехте в Голландии. Отец его был широко образованным человеком и благотворно влиял на развитие способностей сына, которого с раннего детства интересовали медицина, музыка и шахматы. Он умел играть на виолончели, фортепиано и скрипке. В 1911 году Балтазар поступил в Утрехтский университет, который окончил в 1916 году по специальности физика и математика. Затем для продолжения учебы он уехал на несколько лет в Англию, где сначала работал у известного радиоспециалиста Дж.А. Флеминга, а потом стажировался в Кембридже в Кавендишской лаборатории. Директором лаборатории в то время был знаменитый Дж.Дж. Томпсон, открывший электрон, предложивший одну из первых атомных моделей, создавший большую интернациональную школу физиков-экспериментаторов. Эти годы пребывания в Англии определили будущие научные интересы ван дер Поля – электротехника и теория колебаний. В 1919 году он вернулся на родину и три года работал под руководством создателя классической электронной теории Х.А. Лоренца в Институте Тейлора в Гарлеме, будучи ассистентом профессора. 27 апреля 1920 года в Утрехтском университете ван дер Поль защитил докторскую диссертацию «Влияние ионизированного газа на распространение электромагнитных волн и его применение к радио, которое заключается в измерениях тлеющего разряда». Диссертация основывалась на экспериментальных данных, полученных им в Кембридже. В 1922 году его назначили старшим физиком электрической лаборатории фирмы «Филиппс» в Эйндховене, в которой он руководил научными исследованиями с 1922 по 1949 год. Одновременно ван дер Поль занимался и преподавательской деятельностью: с 1938 года он читал лекции по теоретической электротехнике в Делфтском университете, а в 1957 и 1958 гг. читал специальные курсы в Калифорнийском университете в Беркли и в Корнельском университете в Итаке. С 1945 по 1946 годы ван дер Поль являлся Президентом Временного университета в Эйндховене, который был основан для замены других нидерландских университетов, находившихся в то

время на оккупированных территориях. В 1946 году за работу в роли Президента он стал Кавалером Ордена Нидерландского Льва. Еще раньше, в 1927 году за установление радиотелефонной связи между Нидерландами и Нидерландской Ост-Индией ван дер Поль получил Орден Оранских-Нассау.

В период с 1949 по 1956 годы Балтазар ван дер Поль являлся главой Международного совещательного комитета по радиокommunikациям (CCIR) и как постоянное ответственное должностное лицо CCIR занимал должность технического консультанта Международного союза телекоммуникаций (ITU).

Он был выдающимся деятелем в различных обществах, созданных для содействия изучению радиосвязи. В 1920 году ван дер Поль стал членом Института радиоинженеров (США), в 1934 – вице-президентом этого Института, а в 1935 был награжден почетной медалью за вклад в теорию цепей.

Балтазар ван дер Поль являлся почетным членом Института радиоинженеров Австралии. Следует также отметить, что он был уважаем во многих иностранных университетах и академиях, в частности, в 1953 году Датская академия технических наук присудила ему Золотую медаль Вальдемара Поульсена за выдающийся вклад в радиотехнику, за международное научное сотрудничество и организацию технических вопросов, касающихся радиосвязи. В 1956 году Технический университет Варшавы присвоил ему почетную ученую степень, а Французская академия наук в 1957 году сделала его своим членом-корреспондентом.

Он основал голландский журнал «Физика» и общество радиоинженеров Голландии. В последние годы жизни Балтазар ван дер Поль стал интересоваться теорией чисел, в особенности, теорией и приложением тета-функций. Следует отметить его собственные «Лекции по современному единому подходу к эллиптическим функциям и эллиптическим интегралам», которые он читал в Корнельском университете в 1958 году. Лекции ван дер Поля на тему «Радиотехника и теория чисел» содержат описание восьми проблем, решение которых требует знания теории чисел. С возрастом ван дер Поль не только не утратил своего интереса к музыке, но и пытался связать ее с такой фундаментальной наукой, как математика. В 1955 году в Сент-Эндрюсском университете состоялась его лекция, повествующая о связи математики и музыки. Умер ван дер Поль 6 октября 1959 года в провинции Вассенар, Голландия.

2. Уравнение ван дер Поля

Основные результаты работ ван дер Поля в области нелинейных колебаний были опубликованы в 1934 году в Proc. IRE (т. 22, № 9), а на русском языке – в 1935 году в виде брошюры «Нелинейная теория электрических колебаний» [3], предисловие к которой написал С.Э. Хайкин. Основную идею этого автообзора ван дер Поль формулирует так.

«Из дальнейшего будет видно, что большая часть рассматриваемых типичных колебательных явлений могут быть исследованы и объяснены при помощи антисимметрической характеристики формы $i = \alpha u - \gamma u^3$. С одной стороны, в этом уравнении отсутствует член βu^2 , который, как известно, необходим для объяснения детектирования и модуляции, и не является существенным для понимания большей части тех разнообразных колебательных явлений, которые мы разберем ниже. С другой стороны, введение

нелинейного члена γu^3 , чем наше нелинейное рассмотрение отличается от элементарного и хорошо изученного линейного рассмотрения колебательных явлений, привело в течение четырнадцати лет к целому ряду новых результатов и лучшему пониманию колебательных явлений, с которыми работникам в области радиотехники приходится почти ежедневно сталкиваться и которые не могут быть объяснены при помощи элементарной линейной теории.

<...> Мы рассмотрим ряд случаев, которые характеризуются дифференциальными уравнениями, приведенными ниже в простейшей форме:

$$u'' - \alpha(1 - u^2)u' + \omega^2 u, \quad (\varepsilon = \frac{\alpha}{\omega} \ll 1)$$

– это уравнение описывает триодный генератор с одной степенью свободы – автоколебания;

$$u'' - \alpha(1 - u^2 - \varepsilon_2 u^4)u' + \omega^2 u = 0, \quad (\varepsilon = \frac{\alpha}{\omega} \ll 1)$$

– то же, что и в предыдущем случае, но со вторым нелинейным членом, учитывающим новые черты характеристики...» [3, с. 91].

Напомним, как получают приведенные в цитате уравнения (по крайней мере, одно из них) применительно к схеме триодного генератора с колебательным контуром в цепи сетки лампы (рис. 1, а), следуя работе [4].

Сеточными токами пренебрегаем. На основании законов Кирхгофа для тока I и напряжения U в колебательном контуре имеем

$$I = -C \frac{dU}{dt}, \quad (1)$$

$$RI = U - L \frac{dI}{dt} - M \frac{dI_a}{dt}. \quad (2)$$

Величина $(-M \frac{dI_a}{dt})$ есть эдс, которая наводится в контуре под воздействием на него анодного тока I_a , протекающего по катушке в цепи анода (слагаемое $(-M \frac{dI_a}{dt})$ можно назвать эдс обратной связи). Подставляя (1) и производную $\frac{dI}{dt} = -C \frac{d^2 U}{dt^2}$ в

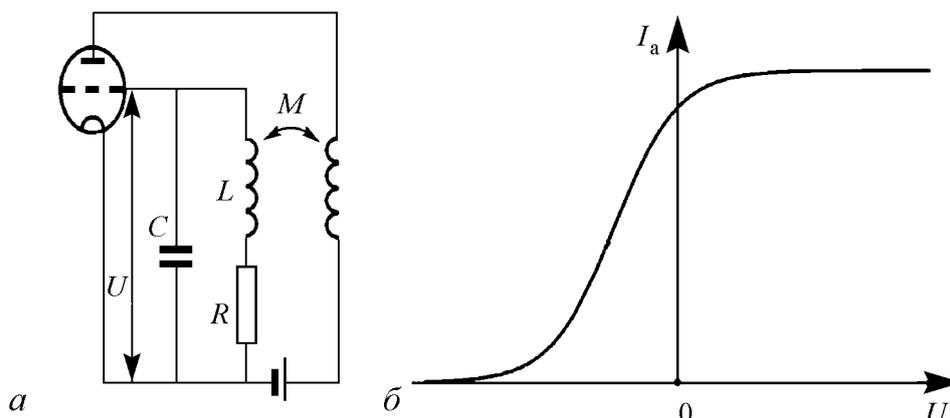


Рис. 1. Схема генератора ван дер Поля с контуром в цепи сетки (а) и характеристика лампы, аппроксимированная кубическим полиномом (б)

уравнение (2), находим

$$LC \frac{d^2U}{dt^2} - [MS(U) - RC] \frac{dU}{dt} + U = 0, \quad (3)$$

где $S(U) = \frac{dI_a}{dU}$ – крутизна характеристики лампы в предположении, что анодный ток I_a зависит только от U , и поэтому $\frac{dI_a}{dt} = \frac{dI_a}{dU} \frac{dU}{dt} = S(U) \frac{dU}{dt}$. Уравнение (3) есть нелинейное уравнение лампового генератора. Предположим далее, что анодно-сеточную характеристику лампы можно аппроксимировать полиномом $I_a = I_{a0} + S_0U + S_1U^2$ (рис. 1, б). Тогда $S(U) = S_0 + 2S_1U$, где $S_2 = 2S_1$. Если ввести новые переменные $\alpha = (MS_0 - RC) \frac{1}{LC}$, $\beta = \frac{MS_2}{(RC - MS_0)}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, то уравнение (3) примет вид

$$\frac{d^2U}{dt^2} - \alpha [1 - \beta U^2] \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0. \quad (4)$$

В уравнении (4) величина α показывает, насколько сильно возбужден генератор (при $\alpha < 0$ условия возбуждения не выполняются). Величина β характеризует амплитуду колебаний: чем меньше β , тем больше амплитуда. Вводя безразмерные переменные и параметры

$$\tau = \omega_0 t, \quad x = \beta^{1/2} U, \quad \lambda = \alpha \omega_0,$$

окончательно получим

$$\ddot{x} - \lambda(1 - x^2)\dot{x} + x = 0, \quad (5)$$

где $\ddot{x} = \frac{d^2x}{d\tau^2}$, $\dot{x} = \frac{dx}{d\tau}$.

Чаще всего только это уравнение и называют уравнением ван дер Поля. Заметим, что при другой нормировке уравнение ван дер Поля можно записать иначе:

$$\ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x = 0. \quad (6)$$

Это уравнение иногда удобнее использовать, поскольку для него при значении $\lambda = 0$ имеет место бифуркация Андронова–Хопфа (см., например, [5]), в результате которой и возникают автоколебания. Уравнение (6) имеет ясный физический смысл и описывает универсальный механизм возникновения автоколебаний через бифуркацию Андронова–Хопфа, возможность как квазигармонических, так и релаксационных колебаний.

В ряде случаев вместо уравнения (4) используют уравнение Рэлея

$$\ddot{y} - \sigma(1 - y^2)\dot{y} + y = 0, \quad (7)$$

которое после дифференцирования и замены переменной $\dot{y} = x$, принимает вид (5) с $\lambda = \sigma$, $3/\sigma = 1$, $\omega_0 = 1$.

После опубликования в 1926 году своего уравнения ван дер Поля много внимания уделял исследованию релаксационных колебаний.

В связи с этим отметим, что уравнение (7) при $\sigma \gg 1$ удобно использовать для анализа релаксационных колебаний. Введением нового времени $\tau = t/\sigma$ и переменной $x = y/\sigma$ можно перенести параметр σ в коэффициент при старшей производной и получить уравнение

$$\sigma^{-2}\ddot{x} - (1 - \dot{x}^2)\dot{x} + x = 0,$$

которое имеет асимптотическое решение.

3. О предшественниках

Замечательный физик-теоретик Лев Альбертович Вайнштейн любил говорить: «Не успеешь что-нибудь открыть, как набегут предшественники». На открытие уравнения ван дер Поля предшественники «набежали» усилиями Jean-Marc Ginoux и Christophe Letellier спустя 86 лет, когда была опубликована их статья «Van der Pol and the history of relaxation oscillations: Toward the emergence of a concept» [1].

В статье, начиная с названия, акцент сделан на релаксационные колебания. Как пишут авторы статьи, релаксационные колебания обычно связывают с именем ван дер Поля, а именно с его работами по исследованию лампового генератора. Приведем далее цитату из указанной статьи.

«Наша цель состоит в том, чтобы узнать, как на самом деле были открыты релаксационные колебания. Просматривая литературу с девятнадцатого столетия, мы обнаружили четыре автоколебательные системы, в которых наблюдались релаксационные колебания».

Поскольку нет смысла пересказывать статью, кратко опишем четыре обнаруженные автоколебательные системы.

- Французский инженер Жан-Мари-Жерар Лескьер в 1880 году, подсоединив работающее как генератор динамо к магнито-электрической машине, обнаружил периодическую инверсию во вращении машины, хотя источник тока был постоянным.

Как указано в статье, много лет спустя французский инженер Пол Джанет (1863–1937) обнаружил, что между коллекторными щетками динамо-машины возникает разность потенциалов, которая может быть нелинейной функцией тока, то есть обнаруженный феномен объясняется существованием нелинейной вольт-амперной характеристики системы.

- В 1899 году британский физик Вильямс Дю Бож Дюддель устранил шум электрической дуги, используемой в маяках и уличных фонарях, включив в цепь дуги конденсатор и индуктивность, соединенные последовательно. В цепочке из индуктивности и емкости возникал переменный ток. Дюддель назвал этот феномен музыкальной дугой, указав, что сама дуга действует как преобразователь, превращающий часть постоянного тока в переменный, частота которого варьируется изменением L и C . Впоследствии была высказана идея, что дуга может быть рассмотрена как отрицательное сопротивление.

Французский инженер Анри Блондель (1863–1938) провел обширные исследования музыкальной дуги, используя цепочку Дюдделя. Он назвал ее «поющей дугой». Блондель наблюдал синусоидальные колебания, разрывные колебания

и нерегулярные перемежающиеся колебания, которые сегодня квалифицировали бы как хаотические.

- Далее авторы выделяют мультивибратор Абрахама и Блоха (1917), который они определяют как автогенератор, содержащий две лампы, аналогичные аудиону (триоду) Ли де Фореста (1907).

Следует заметить, что до сих пор речь шла о наблюдении автоколебаний и слабых попытках дать им физическое толкование. Следующий шаг: в 1919 году французский инженер Пол Джанет обнаружил аналогию между тремя системами, такими как триод, электрическая дуга и генератор с последовательным возбуждением. По поводу своего открытия он написал: «Получение и поддержание колебаний во всех этих системах проистекает преимущественно из присутствия в цепи чего-то аналогичного отрицательному сопротивлению». Также Джанет установил, что вышеописанные устройства генерируют несинусоидальные колебания и могут быть описаны одним и тем же дифференциальным уравнением.

- Пожалуй, главный момент статьи [1] содержится в отрывке, который процитируем.

«В 1880-х годах Пуанкаре развил свою математическую теорию дифференциальных уравнений и представил идею предельного цикла следующим образом: замкнутые кривые, которые удовлетворяют нашим дифференциальным уравнениям и к которым асимптотически приближаются другие кривые, определяемые тем же самым уравнением.

<...>Александра Андронова (1901–1952 гг.) обычно считают первым обнаружившим признаки предельного цикла в прикладных задачах, а именно в автоколебательной электрической цепи. Гинокс и Петитгирард недавно обнаружили, что Пуанкаре провел цикл лекций в Ecole des Postes et Telegraphes (сегодня Sup' Telecom), в которых он показал, что существование автоколебаний в музыкальной дуге соответствует предельному циклу».

Далее приводятся выкладки, принадлежащие Пуанкаре и доказывающие устойчивость обнаруженного им колебательного режима. Следует вывод: «Это обсуждение показывает, что Пуанкаре был первым, кто показал, что его «математический» предельный цикл важен для радиоинженерии. До сих пор Андронова неверно считают первым догадавшимся до более общего уравнения в 1929 году».

4. Александр Александрович Андронов и теория автоколебаний

В связи с подобным выводом необходимо обратиться к сделанному А.А. Андроновым, опираясь на книги [6, 7].

Сегодня нет нужды доказывать, что задача об исследовании периодических автоколебаний в системе сводится к задаче нахождения предельных циклов и определения их параметров.

Введение предельных циклов в теорию колебаний, несомненно, связано с именем Александра Александровича Андропова (подробности его биографии можно найти в книге В.Д. Горяченко «Андронов Александр Александрович» [6]). Андронов с 1925 по 1929 год был аспирантом Л.И. Мандельштама в Московском университете. Его диссертация носила название «Предельные циклы Пуанкаре и теория

автоколебаний». Когда Андронов работал над диссертацией, нелинейная теория колебаний еще только начиналась как самостоятельное научное направление. Правда, в 1926 году ван дер Поль впервые графически исследовал несинусоидальные автоколебания на фазовой плоскости.

Как пишет автор книги [6] о работе А.А. Андропова над диссертацией, – «начало работы, по рассказу Г.С. Горелика, ...было весьма скромным». И далее. «А.А. Андронов составил простейшие, идеализированные до предела математические модели динамики часов и лампового генератора. Он построил фазовые портреты этих систем, выяснил, что совокупность спиралей наматывается на замкнутую фазовую траекторию как изнутри, так и снаружи. Замкнутая кривая соответствует установившимся колебаниям (автоколебаниям), спираль – процессам установления. Несколько раньше (А.А. Андронов об этом знал) аналогичный фазовый портрет построил ван дер Поль при аппроксимации характеристики лампы кубической кривой». Самое главное, что усмотрел Андронов – обнаруженные им и ван дер Полем замкнутые фазовые кривые и предельные циклы, открытые в 1881 году А. Пуанкаре вне всякой связи с физикой, – одно и то же. «До А.А. Андропова математики не подозревали, что предельные циклы «живут» в прикладных задачах, а физики и инженеры, занимающиеся исследованием колебаний, не знали, что уже существует математический аппарат, необходимый для общей теории колебательных процессов». Вот слова А.А. Андропова: «Предельный цикл есть геометрический образ, изображающий в фазовом пространстве периодическое движение автоколебательной системы; он представляет собой замкнутую кривую, к которой асимптотически приближаются соседние фазовые траектории».

Таким образом, у Андропова речь идет не о решении частной задачи, а о целом классе колебательных систем – автоколебательных.

Первая теория лампового генератора, предложенная Андроновым, использовала ступенчатую характеристику лампы. И в ней еще было стремление свести нелинейную задачу к линейной. Но в решенной задаче есть самое главное для понимания автоколебаний – существование замкнутых траекторий на фазовой плоскости и их идентичность предельным циклам Пуанкаре. Поскольку аппарат отыскания предельных циклов в какой-то степени был уже разработан в математике, теория автоколебаний стала по-настоящему нелинейной. Это позволило Л.И. Мандельштаму так оценить работу А.А. Андропова: «Здесь мы имеем действительно адекватный нашим нелинейным задачам, не имеющий «линейных воспоминаний» математический аппарат. ...Опираясь на этот аппарат, можно будет создавать новые понятия, специфичные для нелинейных систем, можно будет вырабатывать новые руководящие точки зрения, которые позволяют мыслить нелинейно».

С 1929–1930 годов вполне можно говорить о школе Мандельштама–Андропова. Более того, можно говорить о смещении центра исследований по нелинейной физике в СССР, в Россию, где он находится и сейчас. А.А. Андронов сделал необычайно много для нелинейной физики, многое из сделанного осталось в науке навсегда, однако особое место занимает книга «Теория колебаний» [8], написанная вместе с А.А. Виттом и С.Э. Хайкиным. Ученик А.А. Андропова профессор Н.В. Бутенин писал по этому поводу: «Вряд ли можно переоценить значение этой книги в становлении нелинейной теории колебаний как в нашей стране, так и во всем мире. Ведь, в сущности, впервые появилась книга, где с ясной теоретической позиции излагались основы теории нелинейных колебаний как сложившейся науки; эта теория иллюстрировалась многочис-

ленными примерами из различных областей физики и техники. Исследователи получили в руки мощное оружие для решения задач, возникающих при рассмотрении нелинейных динамических систем.

Следует сказать, что в это время на Западе, а также в Америке, сколь-нибудь существенных новых исследований в области теории нелинейных колебаний не было. Появление «Теории колебаний» значительно оживило исследования в области нелинейных колебаний, особенно сильный сдвиг произошел тогда, когда Минорский выпустил книгу, значительная часть которой является простым изложением ряда глав «Теории колебаний» (с четким указанием источника). Несколько позже в переводе книга «Теория колебаний» была издана в США». К этому можно лишь добавить, что в 1981 году вышло третье издание книги (второе вышло в 1959 году с существенными дополнениями, сделанными Е.А. Леонтович и Н.А. Железцовым), тождественное первому изданию 1937 года. Книга сразу стала библиографической редкостью.

Первое издание книги вышло без фамилии Витта на обложке. Почему? Ответ находим в статье Е.Л. Фейнберга [9].

«Наступила страшная эпоха. Пошли и другие аресты. Так, исчезли два молодых очень талантливых ученика Л.И. [Мандельштама] – С.П. Шубин (который был также учеником и И.Е. Тамма) и А.А. Витт, который в соавторстве с А.А. Андроновым и С.Э. Хайкиным только что закончил фундаментальный труд, подводящий итог совместным с Л.И. работам по теории колебаний, особенно нелинейных, для которых были развиты новые методы рассмотрения необъятного круга практически важных проблем. В частности, Андроновым было введено понятие «автоколебаний» и т.п. Это был новый прорыв в важнейшем направлении физики. Отсюда и пошла школа Андропова, созданная потом в Москве и в Горьком. Но книгу нельзя было издать с именем «врага народа» Витта на обложке. Однако не издать ее было преступлением перед наукой. Пришлось пойти на тяжелую моральную жертву: оставить на ней лишь имена Андропова и Хайкина. Если эти высоко моральные люди и пошли на такой шаг (несомненно, для них это была жертва!), то это свидетельство тому, что эта книга была нужна! После войны она была переведена и издана в США (мне кажется, без ведома авторов), а после смерти Сталина (к тому времени скончался и Андронов) переиздана у нас с восстановленным именем Витта (более чем через 20 лет после первого издания, что само по себе показывает – это классический труд, сохранивший свое значение на долгие времена). Тоже характерный эпизод из истории и нашей эпохи и школы Мандельштама.

Несмотря ни на что, даже «с петлей на шее» школа Мандельштама развивалась и работала».

Об Александре Адольфовиче Витте почти ничего не написано. Но вот яркий штрих к его портрету [10].

«Известно, сколь тщательно Л.И. [Мандельштам] готовился к каждому занятию со студентами. Вспоминаю один эпизод. На семинаре Л.И. должен был быть доклад о шредингерской теории атома водорода. Заболел докладчик. Л.И. обратился к аудитории и сказал, что он не берется сделать без подготовки доклад, но что здесь присутствует один человек, который может это превосходно сделать, и назвал Александра Адольфовича Витта. А.А. Витт смутился, однако пошел к доске и сделал блестящий доклад, продолжавшийся около двух часов. Л.И. вышел перед нами с очень довольным видом, развел руками и сказал: «Не правда ли, поразительно». Насколько помню, раздались аплодисменты».

Чтобы понять масштаб личности А.А. Андропова, приведем слова Г.С. Горелика – одного из известных и талантливых наших физиков. Он писал следующее. «Я лично не знал и не знаю ни одного человека, который бы отличался от моего идеала хорошего человека меньше, чем А.А. Андронов. Полное бескорыстие, абсолютное отсутствие лицемерия, мелкого «ученого» самолюбия, академического чванства; бесконечная готовность жертвовать своим спокойствием, если нужно помочь товарищу или просто человеку, деятельная доброжелательность ко всему живому и талантливому!

<...>Он обладал обширным умом и богатой, разносторонней культурой. В круг его непосредственных научных интересов входили: вся физика, математика, техника, астрономия. Его живейшим образом интересовало все – естествознание, медицина, история, литература, живопись. Он был знатоком русской культуры. Речь А.А. Андропова была сильной, остроумной, неотразимой. Вместе с тем, он был прост в обращении, отзывчив и чистосердечен. В нем не было эгоизма и неуверенного в себе мелкого самолюбия».

Вот еще небольшой штрих к портрету А.А. Андропова. До 1931 года Л.И. Мандельштам и А.А. Андронов думали, что первыми сопоставили автоколебания с предельными циклами, но вскоре обнаружили, что интуитивно это было сделано практически одновременно с открытием предельных циклов. В дальнейшем они всегда упоминали об этом. Вот выдержка из статьи А.А. Андропова с соавторами: «...Для того чтобы не извращать исторической перспективы, необходимо сделать предварительное следующее замечание. За десять лет до открытия радио французский инженер Леотэ (1885) изучал автоколебания в некотором устройстве автоматического регулирования, исследовал фазовое пространство этого устройства и вычертил для него интегральные кривые и предельные циклы (не давая им этого названия: он, по-видимому, не был знаком с опубликованной несколько раньше работой Пуанкаре, в которой предельные циклы впервые появились в математике). По причинам, о которых мы здесь не будем говорить, замечательные работы Леотэ были почти полностью забыты».

Заметим, что в книге А.Т. Филиппова «Многоликий солитон» [11] есть более подробные сведения о Леотэ. В книге указано, что Анри Леотэ (1847–1916) – французский математик, преподаватель знаменитой Политехнической школы в Париже. Статья Леотэ, о которой пишет А.А. Андронов, была полностью забыта. В то же время другие труды Леотэ по теории машин и механизмов, по различным приложениям математического анализа позволили ему в 1890 году стать членом Парижской академии наук.

Заметим, что в статье [1] французских исследователей о предшественниках имя Леотэ вообще не упоминается. Можно с уверенностью утверждать, что Андронов не знал о работе Пуанкаре, упоминаемой в статье [1].

5. Об использовании уравнения ван дер Поля в различных областях естествознания

Во время одной из своих лекций Балтазар ван дер Поля заявил, что предложенное им дифференциальное уравнение может описывать различные процессы, невзирая на их происхождение. Тогда же он и привел примеры систем, в которых наблюдаются автоколебания: «...пневматический молот, скрежетание ножа по тарелке, развеивание флага на ветру, гудящий звук, иногда создаваемый пожарным краном, скрип

двери, паровая машина с малым маховиком, периодическое возникновение эпидемий, экономических кризисов и депрессий, дрожь от холода, менструации и, наконец, биение сердца».

С момента введения уравнения ван дер Поля прошло 88 лет. За это время вышеприведенный список примеров автоколебательных систем пополнился различными интересными системами, некоторые примеры оказались неверными. Однако нет сомнения, что уравнение ван дер Поля занимает достойное место в «коллекции» универсальных моделей теории колебаний. Ниже представлен перечень некоторых применений уравнения к задачам естествознания.

Уравнение ван дер Поля используется в радиотехнике для описания не только триодного генератора, но и генератора на туннельном диоде [12] или транзисторного генератора [13]. Его вывод может быть обоснован из настолько простых и общих физических соображений [14], что уравнение оказывается применимым к широкому спектру самых различных задач. Один из ярких примеров: ван дер Поля (в соавторстве с ван дер Марком) обсуждает эффективность применения этого уравнения для описания кардиоритмов [15] (основные результаты этого исследования приведены далее, в разделе 6 обзора). Пример из нашего времени: виркатор – прибор микроволновой электроники, который используется как мощный генератор излучения в СВЧ и даже рентгеновском диапазонах. Отдельный виркатор может вести себя аналогично осциллятору ван дер Поля [16]. При учете обратной связи по потоку электронов можно прийти к модели связанных осцилляторов ван дер Поля–Дуффинга [17]. Объединение нескольких виркаторов в систему может приводить к увеличению мощности в режиме синхронных колебаний [18,19]. Два связанных виркатора исследованы в [18] также с использованием модели осцилляторов ван дер Поля.

В работе [20] набор осцилляторов ван дер Поля предлагается использовать для моделирования системы управления сфазированным излучением полупроводниковых элементов. В [21] зонд, обладающий свойствами осциллятора ван дер Поля, используется для сканирующего атомно-силового микроскопа. В [22] модель осцилляторов ван дер Поля используется для описания образования структур в радиочастотных разрядах в условиях микрогравитации. В [23] неавтономный осциллятор ван дер Поля моделирует нелинейные вынужденные колебания в плазме. Еще одна работа [24] посвящена термоэмиссионным разрядам. В [25] модель осциллятора ван дер Поля использована для описания ионизационных волн. В [26] два связанных осциллятора ван дер Поля привлекаются к описанию гидродинамики низкотемпературной плазмы: анализируются колебания в турбулентном потоке, обтекающем два цилиндра. Колебания в магнитосфере и эксперименты с низкотемпературной плазмой обсуждаются в [27]. Модель ван дер Поля используется для описания транспорта в сверхрешетках в [28].

Переход к наноразмерным системам делает актуальной задачу построения квантовой версии осциллятора ван дер Поля. Соответствующие вопросы обсуждаются в работе [29], в частности, исследуется влияние квантовых флуктуаций на динамику двух связанных осцилляторов. Показано, что фазовая синхронизация в квантовой модели оказывается более грубой (robust), чем в классической.

Осциллятор ван дер Поля появляется в задачах лазерной физики, например, при анализе динамики мод [30]. Отметим, что при описании синхронизации лазеров используются различные варианты фазовой модели [31–35], эквивалентные фазово-

му приближению для связанных осцилляторов ван дер Поля.

В работе [36] осциллятор ван дер Поля используется для обсуждения задач физики атмосферы. Предлагается грубая модель тропического циклона в форме пространственной автоколебательной системы, описывающей спиральное образование вокруг вертикальной оси. Модельная система имеет вид двух связанных модифицированных осцилляторов ван дер Поля. Уравнение ван дер Поля появляется в гидродинамической задаче образования вихрей при обтекании цилиндра [37], а также при описании следа в обтекающем потоке [38].

В работе [39] осциллятор ван дер Поля находит приложение в робототехнике при моделировании поворачивающегося робота.

Осциллятор ван дер Поля используется и в информационных задачах и приложениях. Например, в [40] рассмотрена возможность генерации сигналов с фрактальными свойствами на основе данной модели. В [41] описан метод скрытой передачи информации с низкочастотным спектром, основанный на алгоритме генерации автоколебаний в дискретном осцилляторе ван дер Поля.

Весьма многочисленны примеры использования осциллятора ван дер Поля при моделировании процессов в человеческом организме. В работе [42] голосовые связи представлены как система двух связанных осцилляторов ван дер Поля в условиях шума и с отстройкой между их собственными частотами. Существует понятие отоакустической эмиссии – это звук, генерируемый в наружном слуховом проходе колебаниями наружных волосковых клеток ушной улитки. Она может быть вызванной, то есть инициированной внешним звуковым сигналом. В [43] предложено моделировать возникающие при этом процессы осциллятором ван дер Поля, возбуждаемым внешним сигналом.

В работе [44] походка человека (локомоторные движения) исследуется с помощью модели диссипативно связанных осцилляторов ван дер Поля. При этом рассмотрены случаи как двух, так и трех осцилляторов с необходимой геометрией связи. В работе [45] представлена модель сердечно-сосудистой системы, которая является комбинацией уравнения ван дер Поля и информационной модели в форме сети Вольтерры. В [46] методология осцилляторов ван дер Поля и Рэля используется при обсуждении экспериментов с взаимодействием различных механических ритмов типа вращений. В [47] система связанных уравнений ван дер Поля была получена из расширенной версии модели Вильсона и Коуэна для динамики ряда возбуждающих и тормозных нейронных подгрупп как для диссипативной, так и для реактивной связи. В работе [48] обсуждаются взаимодействия между тремя основными частотными ритмами миоэлектрической активности у человека с использованием модели в виде кольца осцилляторов. Остановимся подробнее на результатах работ [42–50].

6. Уравнение ван дер Поля и моделирование процессов в человеческом организме

6.1. Модель сердца (1928). Первым доказательством применимости уравнения ван дер Поля к моделированию процессов в человеческом организме явилась уже упомянутая статья [15] под названием «Сердцебиение, рассмотренное в рамках модели релаксационных колебаний, и электрическая модель сердца», авторами которой являлись ван дер Поля и ван дер Марк (1928). Они рассматривали сердце

как систему с тремя связанными элементами, которым соответствовали синусный узел (S), предсердие (A) и желудочек (V). Авторы представили сердце как систему одинаковых взаимосвязанных релаксационных систем, описываемых уравнением

$$\ddot{v} - \alpha(1 - v^2)\dot{v} + \omega^2 v = 0 \quad (8)$$

и дополнили ее запаздывающим элементом, необходимым для моделирования передачи стимула от предсердия через атрио-вентрикулярный узел к желудочку. В данной модели импульс передавался только в одном направлении, то есть от синуса к предсердию, и затем от предсердия к желудочку. В качестве одной из таких релаксационных систем ван дер Поль и ван дер Марк выбрали систему с неоновой лампой, через которую проходит прерывистый разряд (рис. 2).

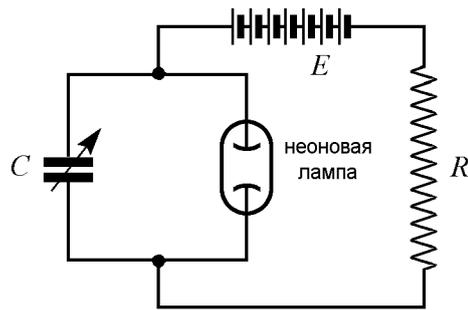


Рис. 2. Система, способная генерировать релаксационные колебания. Она состоит из неоновой лампы, конденсатора приблизительно на 1 мкФ, сопротивления порядка 1 МОм и батареи на 180 В, [15]

Затем, опираясь на выдвинутые предположения, они создали прибор, схематичное изображение которого приведено на рис. 3.

«Электрическое сердце», созданное ван дер Полем и ван дер Марком, представляло собой весьма приближенную модель сердца, однако позволяло моделировать некоторые «режимы» работы реального органа. В частности, оно хорошо отражало предсердно-желудочковую блокаду (эффект постепенного уменьшения связи между предсердием и желудочком) и, как отмечают авторы, точно воспроизводило известные натурные эксперименты.

Когда электрическая модель сердца функционировала в нормальном режиме, подавался небольшой импульс на желудочек. Если это делалось сразу же после си-

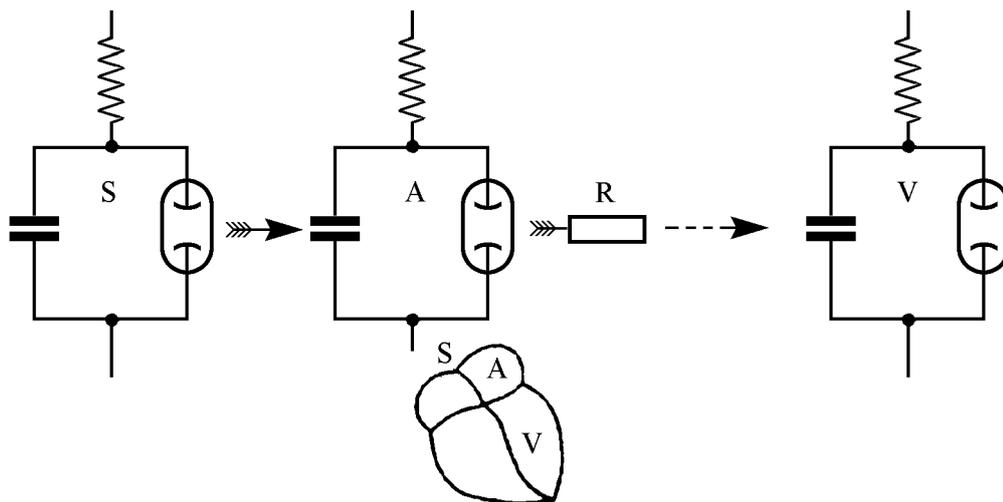


Рис. 3. Схематическое представление сердца тремя релаксационными системами: S (синусный узел), A (предсердие) и V (желудочек). R – запаздывающая система, представляющая в модели конечное время, необходимое для того, чтобы стимул прошел через (A–V)-узел. [15]

столии (сокращения) желудочка, то в системе ничего не происходило, так как конденсатор в V находился в периоде невозбудимости. Однако, если этот эксперимент повторялся немного позже, то происходило возбуждение желудочковой экстрасистолии (несвоевременное сокращение сердечной мышцы; в данном эксперименте – несвоевременная вспышка неоновой лампы). Авторы обнаружили зависимость между величиной стимула, необходимого для вызова желудочковой экстрасистолии, и фазой цикла желудочка: величина стимула экспоненциально убывала с увеличением фазы. Необходимо отметить, что подобный закон прослеживается в экспериментах с реальным органом.

Также в работе [15] приведено описание предсердной экстрасистолы и экстрасистолии синусного узла, которые сходны с экстрасистолией желудочка.

Конечно, сегодня используются другие, более сложные модели, но работа [15], будучи одной из первых, задала правильную структуру модели сердца.

6.2. Моделирование колоректальной миоэлектрической функции у людей (1976). Известно, что стенка толстой кишки состоит из множества ячеек (их длина – 100...400 мкм), расположенных в виде решетки. Внутри этих ячеек спонтанно возникают колебания трансмембранного потенциала, которые получили название медленной волновой активности. Такие медленные волны играют важную роль в моторике желудочно-кишечного тракта. Проведенные авторами [48] клинические эксперименты показали, что в ткани толстой кишки присутствуют три различных частотных паттерна: колебания на низкой частоте 0.05 Гц, на более высокой частоте 0.12 Гц, а также периоды нулевой активности. Математическое моделирование этих частотных паттернов проводилось на основе уравнения ван дер Поля

$$\ddot{x} - \lambda(a^2 - x^2)\dot{x} + \omega^2 x^2 = 0, \quad (9)$$

где x – колебания трансмембранного потенциала, частота которых определяется величиной ω , амплитуда – величиной a , а отклонение формы колебаний от синусоидальной – λ . Уравнение ван дер Поля использовалось из-за его простоты и пригодности для моделирования электрической и биологической динамики. Простота означает, что подобное моделирование требует относительно недолгого поиска необходимых параметров в отличие от моделей типа Ходжкина–Хаксли. Авторы рассмотрели три математические модели автономной колебательной ячейки стенки толстой кишки.

Первая модель включала в себя кольцо из четырех осцилляторов ван дер Поля, каждый из которых имел собственную частоту. С помощью этой модели путем изменения начальных условий были получены три устойчивых решения с разными частотами: синфазное (низкочастотное), среднефазное, 90° (решение на несвязанной частоте) и противофазное (высокочастотное). Нулевая активность получалась путем суммирования выходов двух осцилляторов, находящихся в противофазе. Известно, что получение различных решений путем изменения начальных условий не характерно для физиологии человека, и поэтому была исследована возможность переключения на различные колебательные моды с помощью подачи внешнего возмущения, представляющего собой прерывистую (дискретную) синусоидальную волну. В качестве альтернативы внешнему стимулу было исследовано переключение между модами посредством введения случайного шума; непрерывного внешнего стимула,

частота которого изменялась случайным образом, а также путем случайного возмущения параметра собственной частоты одного из осцилляторов в кольце.

Уравнение ячейки второй модели представляет собой осциллятор с жестким возбуждением

$$\ddot{x} + \lambda(b - cx^2 + dx^4)\dot{x} + \omega^2x = 0, \quad (10)$$

характеризующийся нулевым устойчивым состоянием и неустойчивым предельным циклом (имеется в виду, что колебаний не будет, нулевая точка, соответствующая нулевой активности, является устойчивой точкой данной модели осциллятора). Особенности динамики данного уравнения при изменении характерных параметров рассмотрены, например, в [51]. Основным отличием данной модели от первой является то, что нулевая активность получается без суммирования сигналов двух генераторов. Это было достигнуто путем изменения базового уравнения.

В третьей модели уравнение ван дер Поля после применения преобразования Льенара $y = -\dot{x} + \lambda(a^2x - x^3/3)$ и добавления члена первого порядка приобретает вид

$$\begin{cases} \dot{x} = \lambda(a^2x - \frac{x^3}{3}) - y, \\ \dot{y} = \omega^2(x - by). \end{cases} \quad (11)$$

Один осциллятор такого типа при $b = 0$ демонстрирует колебания, отвечающие предельному циклу. Однако при значении параметра $b > 0$ в системе будут наблюдаться затухающие колебания.

Связанные осцилляторы такого типа определяют низкочастотную и высокочастотную моды при $b = 0$. Нулевая активность в данной системе будет наблюдаться при $b > 0$ после некоторого переходного процесса.

По словам авторов [48], во время написания данной работы имелось мало информации о структуре эквивалентной схемы и о вероятных значениях параметров. Поэтому с помощью простейшей модели авторы попытались воспроизвести различные явления, полученные ими экспериментально. Также было показано, что две базовые измеренные частоты могут быть воспроизведены посредством использования одинаковых связанных осцилляторов, а введение двух видов ячеек стенки толстой кишки не является необходимым.

6.3. Связанные осцилляторы ван дер Поля – модель возбуждающих и тормозящих нейронных взаимодействий (1980). В конце двадцатого века часто предпринимались попытки связать процессы, происходящие в нервных клетках, с наблюдаемыми электроэнцефалограммами (ЭЭГ). Было экспериментально подтверждено существование тесной связи между постсинаптическим потенциалом (управляет возбудимостью клетки) и ЭЭГ, что впоследствии стало толчком к созданию математической модели, описывающей взаимодействие локальных популяций нейронов.

Пионерами в моделировании процессов, происходящих в мозге, стали Вилсон и Коуэн (1972) [49]. Они получили систему дифференциальных уравнений для двух нейронных популяций: возбуждающей и тормозящей. В их модели предполагалось, что нейроны активируются, только если их постсинаптический потенциал превысит определенное значение (знаменитый закон «все или ничего»).

Постсинаптический потенциал для каждой популяции представлял собой суперпозицию сигналов, приходящих от остальных популяций. Модельные уравнения Вилсона–Коуэна для M взаимодействующих нейронных подгрупп двух популяций (расширение модели) имеют вид

$$\begin{cases} \tau_{em}\dot{E}_m + E_m = (k_{em} - r_{em}E_m)S_{em}(N_{em}), \\ \tau_{im}\dot{I}_m + I_m = (k_{im} - r_{im}I_m)S_{im}(N_{im}), \\ N_{em} = \sum_{n=1}^M (c_{mn}E_n - c'_{mn}I_n) + P_{em}, \\ N_{im} = \sum_{n=1}^M (d'_{mn}E_n - d_{mn}I_n) + P_{im}, \\ m = 1, \dots, M, \end{cases}$$

где точка означает дифференцирование по времени; $E_m(t)$ и $I_m(t)$ – активности m -й возбуждающей и m -й тормозящей подгрупп. Индексы e и i соответствуют «возбуждающей» и «тормозящей» популяциям, в то время как m и n обозначают подгруппы. В первом и втором уравнениях системы τ_{jm} – временная нейронная постоянная мембраны для m -й возбуждающей или тормозящей подгруппы в соответствии с $j = e$ или $j = i$; r_{jm} представляет собой абсолютный рефрактерный период; S_{jm} – функция отклика, отражающая ожидаемую долю нейронов на пороге возбуждения; P_{jm} – возбуждение или торможение, идущее от рецепторов к нервному центру; k_{jm} – максимальное значение функции отклика, а c_{mn} , c'_{mn} , d_{mn} , d'_{mn} – коэффициенты взаимодействия между возбуждающими и тормозящими подгруппами. Как известно, спектры мощности ЭЭГ содержат большое количество максимумов на разных частотах, связанных друг с другом нелинейно. Поэтому эффективной моделью сложных явлений, отражением которых является ЭЭГ, могут стать связанные осцилляторы ван дер Поля. Введя в модель Вилсона–Коуэна некоторые упрощения, а именно предполагая, что функция отклика имеет вид логистической кривой, автор работы [47] пришел к системе уравнений для связанных релаксационных генераторов с двумя степенями свободы. Затем, разложив функцию отклика в ряд Тейлора, он окончательно получил:

$$\begin{cases} \ddot{E}_1 + \omega_{11}^2(E_1 + \mu_1 E_2) = \\ = \beta_{e1}c_{11} \left\{ [1 - 4\alpha_{e1}^2 c_{11}^2 (E_1 + \lambda_1 E_2)^2] (\dot{E}_1 + \lambda_1 \dot{E}_2) - (\beta_{e1}c_{11}\tau_{e1})^{-1} \dot{E}_1 \right\}, \\ \ddot{E}_2 + \omega_{22}^2(E_2 + \mu_2 E_1) = \\ = \beta_{e2}c_{22} \left\{ [1 - 4\alpha_{e2}^2 c_{22}^2 (E_2 + \lambda_2 E_1)^2] (\dot{E}_2 + \lambda_2 \dot{E}_1) - (\beta_{e2}c_{22}\tau_{e2})^{-1} \dot{E}_2 \right\}, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_{11}^2 &= \beta_{e1}(\beta_{i1}c'_{11}d'_{11} + \beta_{i2}c'_{12}d'_{21}), \\ \omega_{22}^2 &= \beta_{e2}(\beta_{i1}c'_{21}d'_{12} + \beta_{i2}c'_{22}d'_{22}), \\ \mu_1 &= (\beta_{i1}c'_{11}d'_{12} + \beta_{i2}c'_{12}d'_{21})/(\beta_{i1}c'_{11}d'_{11} + \beta_{i2}c'_{12}d'_{21}), \\ \mu_2 &= (\beta_{i1}c'_{21}d'_{11} + \beta_{i2}c'_{22}d'_{21})/(\beta_{i1}c'_{21}d'_{12} + \beta_{i2}c'_{22}d'_{22}), \\ \lambda_1 &= c_{12}/c_{11}, \quad \lambda_2 = c_{21}/c_{22}. \end{aligned}$$

Здесь E – амплитуды возбуждающих популяций (автор пренебрег амплитудой тормозящей активности вследствие ее малости по сравнению с возбуждающей); τ_{e1}, τ_{e2} – временные нейронные постоянные возбуждающих популяций; $c'_{11}, d'_{11}, c'_{12}, d'_{21}, c'_{21}, d'_{12}, c'_{22}, d'_{21}, d'_{22}, c_{11}, c_{22}, c_{21}, c_{12}$ – коэффициенты взаимодействия между популяциями; $\beta_{e1,2} = k_{e1,2}\alpha_{e1,2}/\tau_{e1,2}$, где $k_{e1,2}$ – максимальное значение функции отклика, а $\alpha_{e1,2}$ – коэффициенты пропорциональности при разложении функции отклика в ряд Тейлора.

Следует отметить, что для упрощения функции отклика может применяться не только разложение в ряд Тейлора. Например, в [52] функция отклика имеет вид обратной тангенциальной функции.

На рис. 4 представлена схема взаимодействия между двумя связанными возбуждающими и тормозящими популяциями. Вследствие использованной автором [47] аппроксимации исчезает взаимосвязь между тормозящими популяциями I_1 и I_2 , а также петли обратной связи этих популяций.

В случае $\mu_1 = \mu_2 = 0$ (отсутствие резонанса) решение низшего порядка системы (12) имеет вид

$$E_m = A_m e^{i\omega_{mm}t} + \text{c.c.}, \quad (13)$$

где A_m – комплексная амплитуда, а c.c. обозначает комплексно-сопряженный член, $m = 1, 2$. В предположении, что A_m – медленно меняющаяся функция времени T , с применением операции усреднения в [47] получена система автономных уравнений относительно квадратов амплитуд

$$\begin{cases} \frac{dQ_1}{dT} = \gamma_1(q_1 - Q_1 - 2\lambda_1^2 Q_2)Q_1, \\ \frac{dQ_2}{dT} = \gamma_2(q_2 - Q_2 - 2\lambda_2^2 Q_1)Q_2, \end{cases} \quad (14)$$

где $\gamma_m = 4\alpha_{em}^2 \beta_{em} c_{mm}^3$, $Q_m = |A_m|^2$, $q_m = (k_{em} \alpha_{em} c_{mm} - 1)/(\gamma_m \tau_{em})$, $m = 1, 2$.

Фазовые портреты, соответствующие (14), представлены на рис. 5. Для простоты предполагается, что два осциллятора идентичны, то есть $\beta_{e1} = \beta_{e2}$, $c_{11} = c_{22}$, $\tau_{e1} = \tau_{e2}$, $\lambda_1 = \lambda_2$ и, следовательно, $q_1 = q_2 = q$, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ и $\gamma_1 = \gamma_2$. В случае $2\lambda_2^2 > 1$ устойчивы одномодовые решения, а двумодовые колебания, наоборот, неустойчивы. В случае $2\lambda_2^2 < 1$ становятся устойчивыми двумодовые колебания, а одномодовые решения теряют устойчивость.

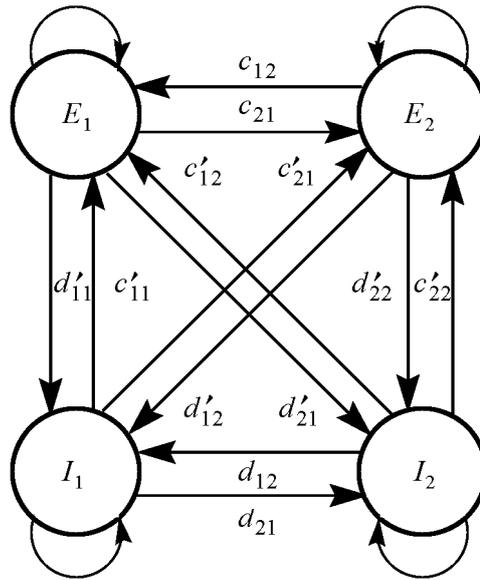


Рис. 4. Схема взаимодействия двух связанных возбуждающих и тормозящих нейронных популяций. Круги представляют возбуждающую и тормозящую популяции. Коэффициенты взаимосвязи показаны над стрелками. [47]

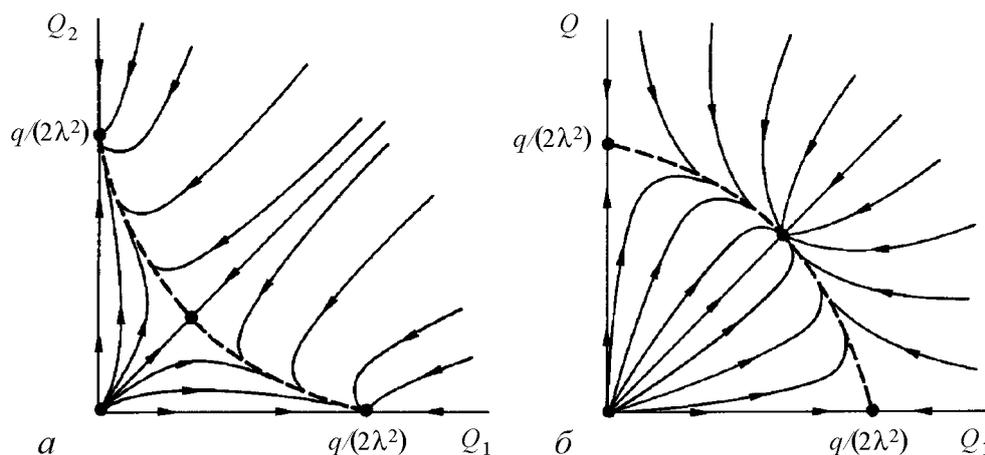


Рис. 5. Схематичные фазовые портреты в случае идентичных осцилляторов ($q_1 = q_2 = q$, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\gamma_1 = \gamma_2$). Центральная особая точка представляет собой неустойчивое седло в случае a ($2\lambda^2 > 1$) и устойчивый узел в случае b ($2\lambda^2 < 1$). [47]

Также был рассмотрен случай внутреннего резонанса ($\omega_{11} \cong \omega_{22}$), в котором возможен захват колебаний.

Результаты, полученные в данной работе, являются чисто теоретическими и не сравниваются с экспериментально полученными ЭЭГ. По мнению автора [47], в дальнейшем они могут быть использованы для интерпретации ЭЭГ путем связи физиологических параметров с коэффициентами системы связанных осцилляторов ван дер Поля.

6.4. Линейные и нелинейные жесткость и трение при моделировании колебательных движений конечности человека (1995). Моделирование движения конечности человека как автоколебательного осциллятора является довольно сложным процессом. Основной задачей при таком моделировании является определение функций упругости и трения. Для решения этой задачи авторы [46] используют метод, названный ими « W -метод», предполагающий, что колебательные движения определяются следующим дифференциальным уравнением:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + W(x, \dot{x})\omega_0 = 0, \quad (15)$$

где x – пространственное отклонение от исходного положения, точка означает дифференцирование по времени, а W содержит все консервативные и диссипативные отклонения от канонического осциллятора. Умножая (15) на dx/dt и производя интегрирование, получаем

$$\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \omega_0^2 x^2) + W(x, \dot{x})\omega_0 \dot{x} dt = 0$$

или, что эквивалентно,

$$-W(x, \dot{x}) = \frac{d(\dot{x}^2 + \omega_0^2 x^2)}{2d\omega_0 x} = \frac{d(\xi^2 + \dot{\xi}^2)}{2d\xi}, \quad (16)$$

где $\xi = \omega_0 x$, а точка теперь означает дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \omega_0 t$. Видно, что полученная величина является производной по координате от

полной энергии осциллятора в данной точке и может быть получена из экспериментальных данных. Метод состоит в вычислении значения W для каждого значения ξ и $d\xi/dt$ и последующем разложении функции W в ряд Тейлора по $\xi^p(d\xi/dt)^q$ с целью определения слагаемых жесткости и трения, вносящих значительный вклад в W , и порядка величины их коэффициентов. Авторы ограничились исследованием W -функции только в пределах маятниковой колебательной динамики. Согласно этой теории, испытуемый в положении сидя раскачивает ручной маятник. Колебания такой системы можно описать уравнением

$$mL_{\text{eq}}^2 \ddot{\theta} + gmL_{\text{eq}} \sin \theta + W(x, \dot{x}) = 0, \quad (17)$$

где m – полная масса руки и маятника, L_{eq} – эквивалентная длина маятника, mL_{eq}^2 – момент инерции относительно оси вращения, располагающейся в запястье. Инерционный $mL_{\text{eq}}^2 \ddot{\theta}$ и гравитационный $gmL_{\text{eq}} \sin \theta$ моменты легко вычислить экспериментально из графика координаты траектории. Зная эти две величины, можно найти $W(x, \dot{x})$. Полученные значения $W(x, \dot{x})$ затем раскладываются в ряд Тейлора, и методом множественной регрессии (анализ связи между несколькими независимыми и зависимой переменными) определяется, какие слагаемые трения и деформации вносят существенный вклад в движение. Коэффициенты данной автоколебательной системы находятся из уравнения

$$mL_{\text{eq}}^2 \ddot{\theta} + gmL_{\text{eq}} \sin \theta = -c_{10}\theta - c_{30}\theta^3 - c_{12}\theta\dot{\theta}^2 - c_{01}\dot{\theta} - c_{03}\dot{\theta}^3 - c_{21}\theta^2\dot{\theta}.$$

Следует отметить, что в данном разложении основными нелинейными слагаемыми, описывающими трение и деформацию, являются слагаемые Рэлея ($\dot{\theta}^3$), ван дер Поля ($\theta^2\dot{\theta}$) и Дуффинга (θ^3). Было проведено три эксперимента. В первом эксперименте испытуемый садился на стул и клал руки на подлокотник. Затем ему давали маятник и заставляли раскачивать его от запястья в нормальной плоскости. Испытуемый при раскачивании должен был смотреть на стену перед собой, а для раскачивания маятника использовать только запястье. В ходе эксперимента регистрировалась пространственно-временная характеристика системы, затем определялся момент вращательной инерции. После эксперимента данные анализировались при помощи W -подхода. Эксперимент показал, что с увеличением вращательной инерции увеличивается вклад линейной и кубической жесткости, а вклад линейного трения и трения, выраженного переменными Рэлея и ван дер Поля, уменьшается. На рис. 6 показаны наблюдаемый и моделируемый фазовые портреты системы «запястье–маятник».

Во втором эксперименте колебательные движения маятника совершались на частотах, выше и ниже собственной (собственная частота системы «запястье–маятник» $\omega = \sqrt{g/L_{\text{eq}}}$). Задача этого эксперимента подобна задаче первого за исключением того, что для настройки колебаний маятника на частоты $0.8\omega_0$, $1.05\omega_0$ и $1.6\omega_0$ был использован метроном (прибор, отмечающий короткие промежутки времени равномерными ударами). Эксперимент показал, что с увеличением частоты отстройки увеличивается вклад «трения ван дер Поля», в то время как «трение Рэлея» остается постоянным, а вклад линейного трения уменьшается. В зависимости от направления отклонения частоты колебаний от собственной, линейная и кубическая компоненты жесткости вычитались или прибавлялись к суммарной жесткости.

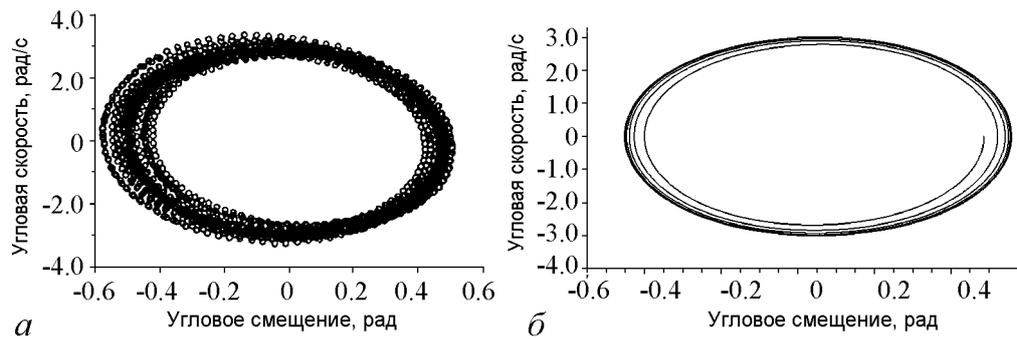


Рис. 6. Наблюдаемый [46] (а) и моделируемый (б) фазовые портреты. Моделируемый фазовый портрет получен на основе (16). Значения коэффициентов: $m = 1.117$ кг, $L_{eq} = 0.333$ м, $c_{10} = 1.541$, $c_{30} = -1.124$, $c_{01} = -0.096$, $c_{03} = 0.010$, $c_{21} = 0.439$

С увеличением момента инерции увеличивались коэффициент линейной жесткости, а также коэффициенты нелинейного трения ван дер Поля и Рэлея, а коэффициент линейного трения, наоборот, уменьшался. Третий эксперимент имел своей целью установление связи между вкладами консервативных и неконсервативных слагаемых и амплитуды колебаний. Амплитуда определялась пространственными маркерами, размещенными впереди и сзади плоскости, в которой совершались колебания. Эксперимент показал, что при уменьшении амплитуды коэффициент линейной жесткости возрастает, а жесткость Дуффинга становится все более и более отрицательной. Коэффициенты при нелинейных слагаемых затухания увеличивались с уменьшением амплитуды, в то время как коэффициент линейного трения уменьшался. Быстрее увеличивались коэффициенты при нелинейных слагаемых затухания у более крупных маятников. С ростом момента инерции коэффициент линейного трения убывал.

Для обобщения зависимостей, полученных в ходе экспериментов, была составлена таблица.

Коэффициенты, полученные с помощью W -подхода, дали приемлемые модели эмпирически наблюдаемых явлений.

Таблица

Эксперимент 1:	Линейное трение	Трение ВдП	Трение Рэлея	Линейная жесткость	Кубическая жесткость
Вращательная инерция +	–	–	–	+	+
Эксперимент 2:					
Вращательная инерция +	–	+	+	+	+
Частота отстройки +	–	+	const	+	–
Эксперимент 3					
Вращательная инерция +	–	+	+	нет данных	нет данных
Амплитуда –	–	+	+	+	–

«+» обозначает увеличение, «–» – уменьшение величины, const означает, что величина остается постоянной. «Нет данных» – в работе не упомянуты.

6.5. Моделирование бипедального опорно-двигательного аппарата связанными нелинейными осцилляторами ван дер Поля (2003). Перемещения людей и животных, такие как ходьба, бег или плавание, как известно, осуществляются ритмичными, синхронизированными движениями. Координация движений происходит в центральной нервной системе, которая генерирует сигналы в соответствии с желаемой траекторией движения. Сигналы генерируются так называемым генератором маршрута, представляющим собой сеть взаимосвязанных нелинейных осцилляторов. Каждой траектории движения отвечает определенный набор параметров и определенная степень «связанности» между осцилляторами.

Экспериментально установлено, что при ходьбе человек использует около 200 вариантов движения. Моделирование такого перемещения возможно только за счет существенного уменьшения рассматриваемых вариантов. На рис. 7 представлена трехмерная модель, которая охватывает наиболее важные состояния, определяющие походку.

Авторы работы [44] рассматривали двумерную модель, которая была способна осуществлять движения, параллельные саггитальной плоскости (плоскости, делящей объект на левую и правую части). Данная модель характеризуется тремя следующими состояниями: 1) передвижением на «негнувшихся ногах» по типу поворотного маятника, 2) сгибанием колена из положения «стоя», а также 3) сгибанием голеностопного сустава лодыжки (рис. 8).

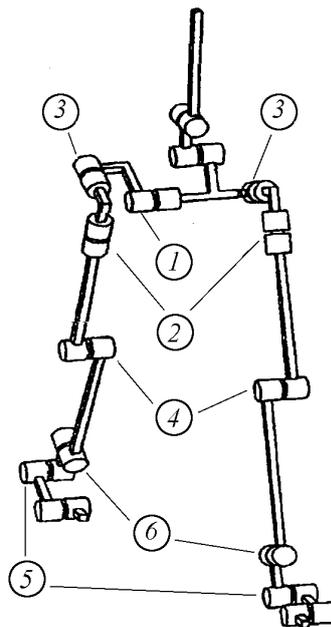


Рис. 7. Трехмерная модель, характеризующаяся шестью основными состояниями, определяющими походку [44]

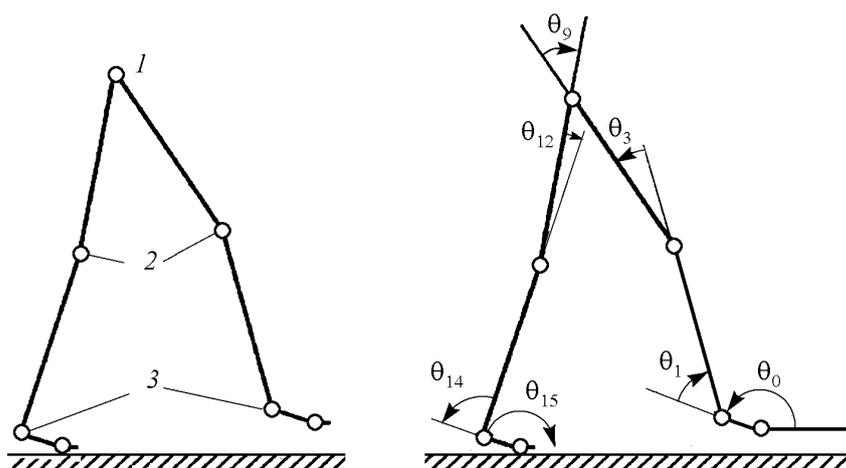


Рис. 8. Двумерная модель, характеризующаяся тремя детерминантами походки и относительными углами [44]

Перемещение людей и животных носит ритмичный характер, и поэтому системы управления опорно-двигательным аппаратом должны создавать ритмические, синхронизированные движения разных частей конечности. Такие системы управления также должны изменять частоту, амплитуду и фазу движения в зависимости от походки. В данной работе в качестве «генератора маршрута» используется набор связанных нелинейных осцилляторов ван дер Поля. Система дифференциальных уравнений для описания движения имеет вид

$$\ddot{\theta}_q - \varepsilon_q [1 - p_q(\theta_q - \theta_{q0})^2] \dot{\theta}_q + \Omega_q^2(\theta_q - \theta_{q0}) - c_{q,i} [\dot{\theta}_i(\theta_i - \theta_{i0})] - \sum_{k=1}^m c_{q,k}(\dot{\theta}_q - \dot{\theta}_k) = 0, \quad \text{где } k = 1, 2, \dots, m,$$

где θ_q – углы, отвечающие за динамику системы (см. рис. 8), $c_{q,i}$ – коэффициент связи между двумя осцилляторами θ_i и θ_q с различными частотами, $c_{q,k}$ – коэффициент связи между двумя осцилляторами с одинаковыми частотами.

Как указывают авторы [44], экспериментально доказано, что осцилляторы с частотой ω могут синхронизироваться с осцилляторами, частота которых равна $n\omega$, где n – целое число (рис. 9). Нелинейный член $c_{q,i} [\dot{\theta}_i(\theta_i - \theta_{i0})]$ характеризует связь между двумя осцилляторами θ_i и θ_q с различными частотами, а $c_{q,k}(\dot{\theta}_q - \dot{\theta}_k)$ отвечает за связь между двумя осцилляторами с одинаковыми частотами.

В предположении малой нелинейности модели решения аппроксимируются гармоническими функциями, после чего с помощью метода гармонического баланса

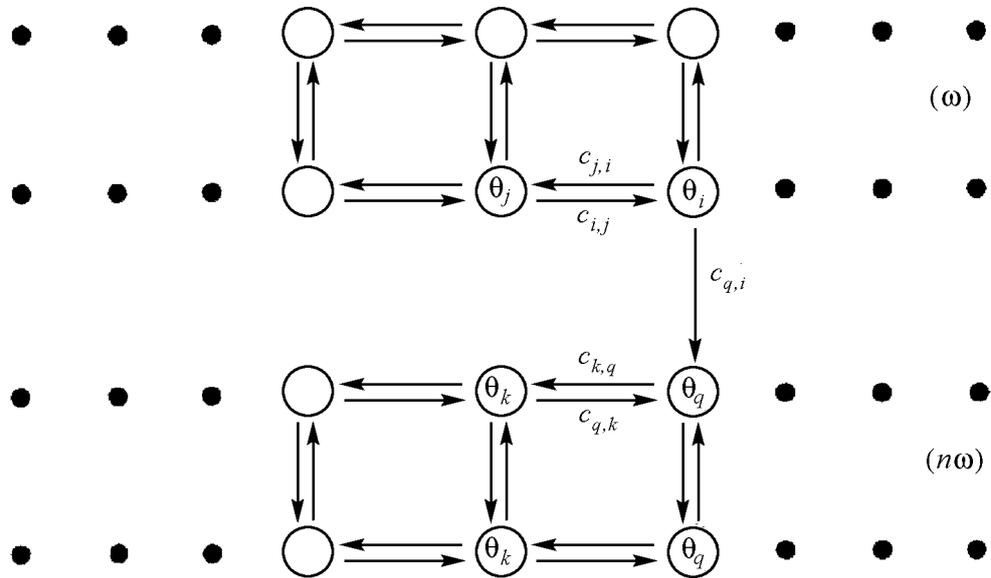


Рис. 9. Структура связи между осцилляторами ван дер Поля [44]

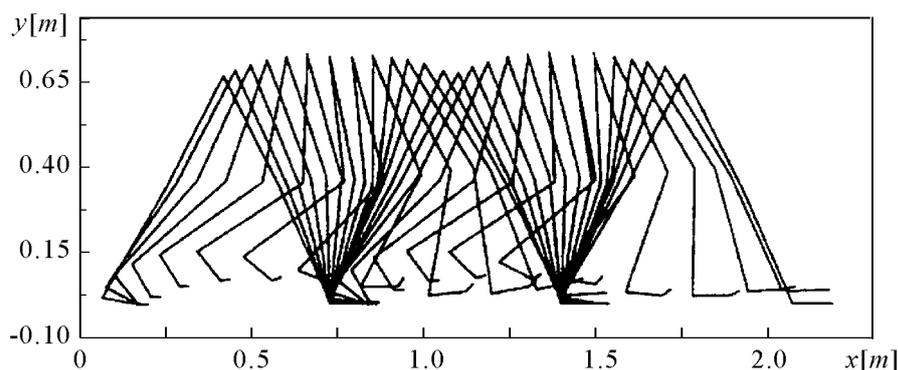


Рис. 10. Контурное изображение походки с длиной шага 0.68 м [44]

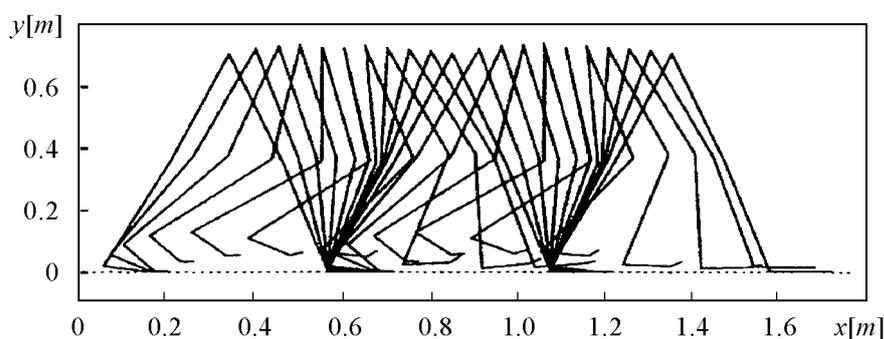


Рис. 11. Контурное изображение походки с длиной шага 0.44 м [44]

находятся необходимые параметры осцилляторов p_q и Ω_q (параметры, отвечающие за изменение походки).

Контурные изображения походки, полученные в процессе моделирования, представлены на рис. 10, 11.

Авторы [44] показали, что бипедальное передвижение возможно моделировать с помощью взаимосвязанных осцилляторов ван дер Поля. Путем изменения параметров этих осцилляторов можно получить модуляцию длины шага и частоты походки.

6.6. Моделирование поворота автоматизированной системы на основе осцилляторов ван дер Поля (2005). В настоящее время нелинейные дифференциальные уравнения широко используются в роботостроении для решения огромного количества задач, например, таких как автоматизированное передвижение, поворот и движение конечности. В работе [39] было исследовано влияние различных морфологических конфигураций на поворот автоматизированной системы. Объектом изучения являлась роботизированная платформа (рис. 12), в основе исследования которой лежала система двух связанных осцилляторов ван дер Поля:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{\text{hip}} + \mu(x_{\text{hip}}^2 - 1)\dot{x}_{\text{hip}} + \omega^2 x_{\text{hip}} = G_{\text{infb}} + G_{\text{hip-knee}}x_{\text{knee}}, \\ \ddot{x}_{\text{knee}} + \mu(x_{\text{knee}}^2 - 1)\dot{x}_{\text{knee}} + \omega^2 x_{\text{knee}} = G_{\text{infb}} + G_{\text{knee-hip}}x_{\text{hip}}, \end{cases} \quad (18)$$

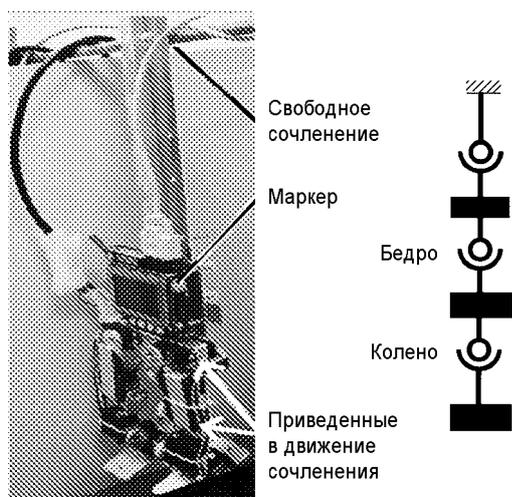


Рис. 12. Экспериментальная установка и ее эквивалентное представление [39]. Моделируемая система представляется в виде тройного маятника со свободным верхним шарниром и двумя нижними шарнирами, присоединенными к выходу нелинейного осциллятора. На систему помещен цветной маркер – координата этого маркера используется в качестве сигнала обратной связи

малом режиме. Во втором эксперименте участвовали уже две степени свободы: шарниры были активированы синхронно. Наблюдались устойчивые колебания, амплитуда которых достигала 201 пиксельную единицу. Тем не менее, этот режим в течение переходной фазы характеризовался случайными всплесками. В третьем эксперименте с двумя степенями свободы, при так называемом нейронном захвате ($G_{\text{hip-knee}} = G_{\text{knee-hip}}$), система достигает своего устойчивого состояния очень быстро и характеризуется наибольшей амплитудой – 206 единиц.

Также в [39] был экспериментально исследован вопрос о постепенном высвобождении степеней свободы (сначала был активирован тазобедренный шарнир, а коленный был «заморожен»). В [39] установлено, что использование обеих степеней свободы с начала эксперимента является более эффективным, как относительно максимально достижимой амплитуды колебаний, так и устойчивости режима.

Таким образом, самая большая эффективность (относительно амплитуды колебаний и устойчивости режима) была достигнута при использовании двух степеней свободы совместно с сильным нейронным захватом; наименьшую эффективность, как и следовало ожидать, продемонстрировала система с одной степенью свободы. Сравнение эффективности морфологических конфигураций приведено на рис. 13.

Авторы подчеркивают, что использование при моделировании осцилляторов ван дер Поля существенно упростило исследование, приведя к уменьшению зоны поиска решений с помощью ЭВМ, и позволило сосредоточить внимание на результирующих характеристиках.

где $\mu \geq 0$ – параметр затухания, ω – свободная частота осциллятора, fb – сигнал обратной связи, G_{in} – коэффициент обратной связи, а $G_{\text{hip-knee}}$ и $G_{\text{knee-hip}}$ – коэффициенты перекрестной связи.

С моделью было проведено три эксперимента. В первом эксперименте была активирована только одна степень свободы, а именно выход осциллятора был подключен только к тазобедренному шарниру. Максимальная амплитуда колебаний системы при такой конфигурации достигла 163 пиксельных единиц, и в системе существовал устойчивый колебательный режим. Затем осциллятор подключили к коленному шарниру. Максимальная амплитуда колебаний составила всего лишь 61 пиксельную единицу, а предельный цикл содержал составные замкнутые круговые области, что означало функционирование в неоптимальном режиме.

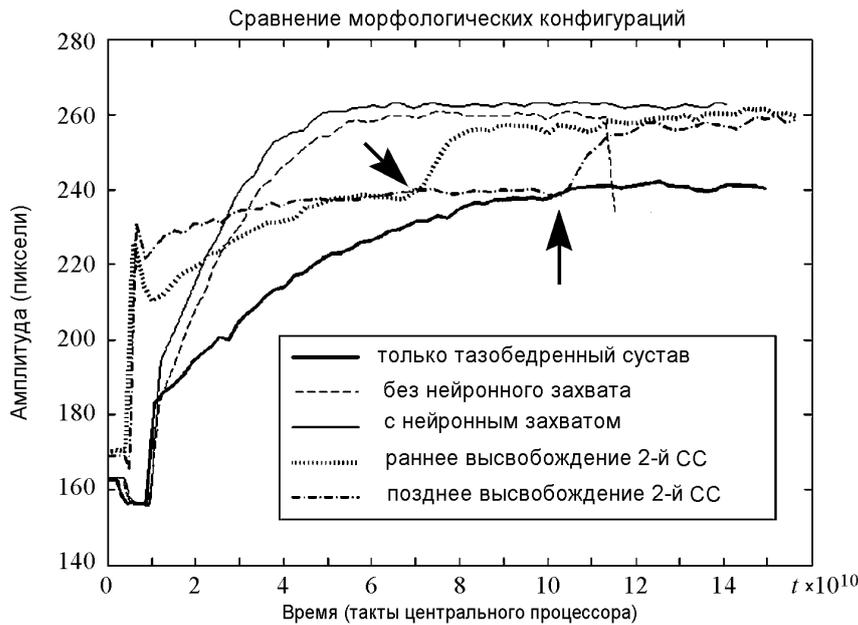


Рис. 13. Сравнение пяти морфологических конфигураций [39]. Стрелки обозначают время высвобождения второй степени свободы и активации ее осциллятора

6.7. Синхронизация при обработке и передаче информации в нейронных сетях (2007). В работе [50] нейросистема представляет собой простейшую нейронную сеть, состоящую из нескольких синаптически связанных нейронов. Динамическое моделирование такой сети позволяет понять, как происходят преобразования временной информации в памяти человека и его органах чувств. Связь между различными частями мозга осуществляется посредством синхронизации – центрального механизма нейронно-информационных процессов. Как свидетельствуют эксперименты, синхронная активность нейронов отвечает за такие процессы, как распознавание объекта и координация информации.

В рамках модели Бонхоффера–ван дер Поля, которую использует автор, уравнение одной ячейки сети имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y - \frac{x^3}{3}, \\ \dot{y} = \varepsilon(x + a), \end{cases} \quad (19)$$

где x – нормированный мембранный потенциал, y – ток активации, ε определяет временной масштаб, параметр a характеризует порог возбудимости. Затем рассматривается система из двух связанных осцилляторов Бонхоффера–ван дер Поля:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = F_1(x_1, x_2, y_1, y_2, d), \\ \frac{dy_1}{dt} = \varepsilon(x_1 + a_1), \\ \frac{dx_2}{dt} = F_2(x_1, x_2, y_1, y_2, d), \\ \frac{dy_2}{dt} = \varepsilon(x_2 + a_2), \end{cases} \quad (20)$$

где

$$F_1 = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - y_1 + d(x_2 - x_1),$$

$$F_2 = x_2 - \frac{x_2^3}{3} - y_2 + d(x_1 - x_2),$$

а d определяет связь между осцилляторами.

При аналитическом исследовании системы (20) было обнаружено, что в ней могут существовать два синхронных режима: синфазный и противофазный. Возникают эти режимы только при достижении параметром связи определенного значения.

В работе [50] был проведен вычислительный эксперимент, в котором также обнаружены синфазные и противофазные решения (рис. 14, 15).

В ансамбле, состоящем из трех колебательных элементов, были обнаружены синфазный режим и три смешанных режима. В смешанном режиме два элемента из трех колеблются синфазно, а третий – в противофазе к ним (рис. 16, 17).

Также была рассмотрена цепочка из 50 связанных элементов. Полученные при ее исследовании результаты позволили предположить, что при некоторых значени-

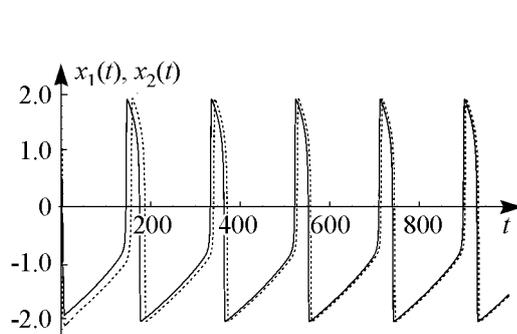


Рис. 14. Временная диаграмма синфазного режима колебаний двух связанных элементов. Параметры: $d = 0.01$, $\varepsilon = 0.02$, $a_1 = 0.995$, $a_2 = 0.994$. Начальные условия: $x_1(0) = y_1(0) = 1$, $x_2(0) = y_2(0) = 0.5$

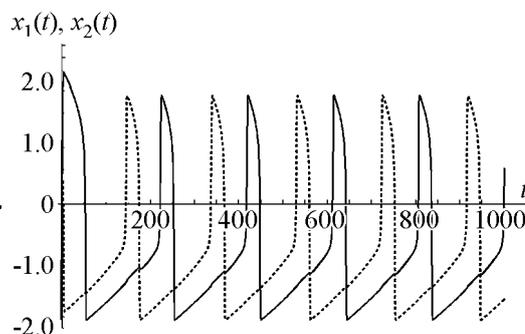


Рис. 15. Временная диаграмма противофазного режима колебаний двух связанных элементов. Параметры: $d = 0.01$, $\varepsilon = 0.02$, $a_1 = 0.995$, $a_2 = 0.994$. Начальные условия: $x_1(0) = y_1(0) = 0.4$, $x_2(0) = y_2(0) = -2$

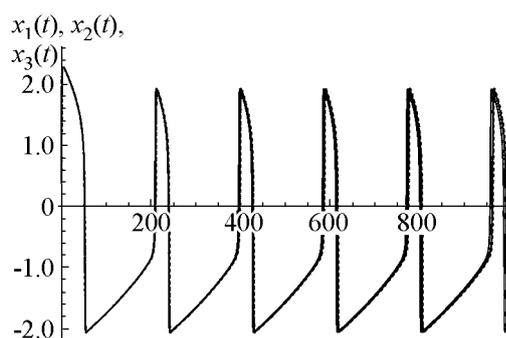


Рис. 16. Временная диаграмма синфазного режима колебаний трех связанных элементов. Параметры: $d = 0.01$, $\varepsilon = 0.02$, $a_1 = 0.995$, $a_2 = 0.994$, $a_3 = 0.993$. Начальные условия: $x_1(0) = y_1(0) = 0.4$, $x_2(0) = 0.4$, $y_2(0) = -2$, $x_3(0) = y_3(0) = -2$

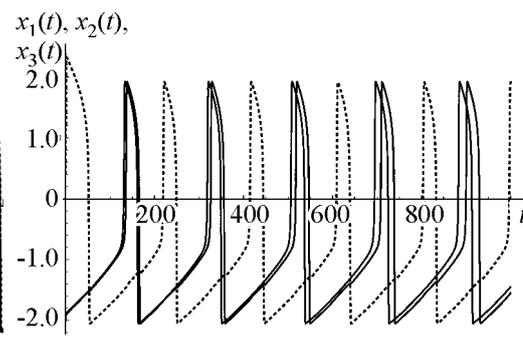


Рис. 17. Временная диаграмма смешанного режима колебаний трех связанных элементов. Параметры: $d = 0.01$, $\varepsilon = 0.02$, $a_1 = 0.995$, $a_2 = 0.994$, $a_3 = 0.993$. Начальные условия: $x_1(0) = 0.4$, $y_1(0) = -2$, $x_2(0) = -2$, $y_2(0) = 0.4$, $x_3(0) = -2$, $y_3(0) = 0.4$

ях параметров возможно существование 2^{N-1} различных устойчивых режимов глобальной синхронизации, где N – количество элементов в системе. При небольшой связи, когда синхронизация всех элементов отсутствует, обнаружено явление кластерной синхронизации (формирование групп соседних элементов, колеблющихся на одной частоте).

Таким образом, на основе уравнения Бонхоффера–ван дер Поля автору [50] удалось пронаблюдать синхронизацию между нейроноподобными элементами, что, по-видимому, позволит в дальнейшем исследовать и управлять синхронизацией в более сложных нейронных образованиях.

6.8. Моделирование связей в системе «сердце–сосуды» (2013). В настоящее время весьма актуальным и перспективным является изучение феномена биосинхронизации. Под биосинхронизацией авторы [45] понимают влияние подсистем организма друг на друга посредством существующих между ними взаимосвязей. Как правило, биосистемы обладают сложной пространственно распределенной структурой. Классические методы исследования таких систем, основанные на анализе каждой составляющей, приводят к сложным для интерпретации математическим моделям. Альтернативой классическому подходу является метод идентификации сложных систем, в основе которого лежат модельные уравнения. В работе [45] приведена модель пульсового механизма, построенная по результатам изменения перемещения стенок артериального сосуда. Известно, что такая система работает в режиме устойчивых колебаний, а с ростом частоты амплитуда колебаний такой системы уменьшается, что соответствует предельному циклу, поэтому выбор модели очевиден, это – уравнение ван дер Поля

$$\ddot{x} + \varepsilon(x^2 - r^2)\dot{x} + ax = 0, \quad (21)$$

где \ddot{x} – ускорение стенки артерии, \dot{x} – ее скорость, x – перемещение, $\omega = \sqrt{a}$ – частота основного гармонического колебания.

Но в уравнении (20) амплитуда колебаний не зависит от частоты, что противоречит физике рассматриваемого процесса. Для устранения этого несоответствия авторы «добавили» в (21) слагаемое из уравнения Рэля, описывающее затухание. В итоге было получено уравнение:

$$\ddot{x} + [\varepsilon_1(x^2 - r^2) + \varepsilon_2(\dot{x}^2 - \omega_0 r^2)]\dot{x} + ax = 0. \quad (22)$$

Учитывая влияние подсистемы сердца и, полагая, что она представлена своим выходным сигналом $e(t)$ – сигналом ЭКГ, авторы [45] получили уравнение

$$\ddot{x} + [\varepsilon_1(x^2 - r^2) + \varepsilon_2(\dot{x}^2 - \omega_0 r^2)]\dot{x} + ax = F_{CB}(x, e), \quad (23)$$

где $F_{CB}(x, e) = (\dot{x} - \dot{e})[\alpha - \beta(x - e)^2]$. Здесь x – перемещение стенки сосуда, e – электрокардиосигнал, зарегистрированный синхронно с сигналом пульсовой волны. Неизвестные параметры α и β определяются с помощью метода наименьших квадратов, а параметры $\varepsilon_1, \varepsilon_2, r, a, \omega_0$ – с помощью пульсограммы.

Вид функции связи $F_{CB}(x, e)$ определен авторами [45] «на основе физических представлений о взаимодействии двух связанных колебательных систем».

Затем было проведено сравнение фазовых портретов исходной системы и модельной (рис. 18).

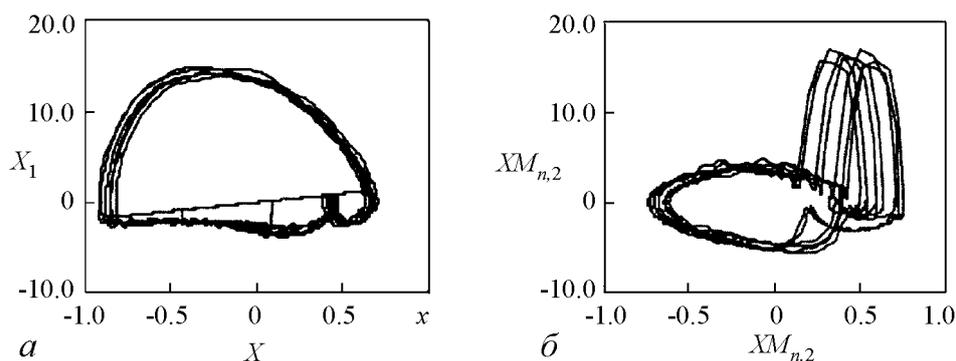


Рис. 18. Фазовые портреты объекта (а) и модельной системы (б). [45]

Из рис. 18 видно, что фазовые портреты исходной и модельной системы сильно различаются. Для улучшения описания в качестве функции связи затем была использована информационная модель в форме нейронной сети Вольтерры (динамическая сеть, позволяющая производить нелинейную обработку последовательности сигналов $e(t)$, задержанных относительно друг друга; в данном случае с помощью этой сети строится аппроксимация функции связи), адекватно представляющая сложные нелинейные связи в сердечно-сосудистой системе.

Таким образом, динамика системы «сердце–сосуды» может быть представлена с помощью комбинированной модели, основой которой являются уравнение ван дер Поля–Рэля, а также уравнение, описывающее работу сети Вольтерры. Такая модель содержит физиологически обусловленные параметры, которые могут выступать в роли характеристических признаков при решении задач диагностики.

6.9. Голосовые связки – два связанных осциллятора ван дер Поля (2013).

Недавние исследования показали, что динамику осциллятора голосовой связки во время посылки звукового сигнала можно моделировать с помощью уравнения ван дер Поля, это поможет существенно упростить ее анализ и понимание основных принципов функционирования.

Некоторые расстройства голоса, связанные с десинхронизацией между левой и правой связками, вызванной натяжением ткани или асимметрией массы, приводят к генерированию субгармоники, бифонации (присутствию в спектре звука двух

независимых частот) и несимметричным колебаниям. Модель связанных осцилляторов ван дер Поля используется авторами [42] для анализа влияния степени асимметрии и степени связи на колебания, генерируемые голосовыми связками.

В работе [42] считается известным, что движение ткани голосовых связок (рис. 19) описывается поверхностной волной, которая распространяется в направлении воздушного потока.

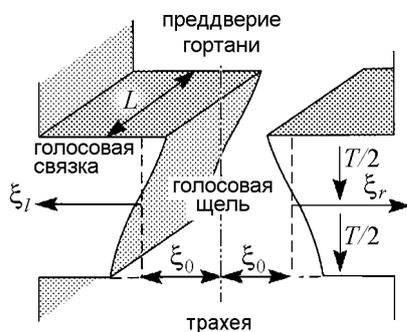


Рис. 19. Схема голосовых связок. [42]

Движение правой голосовой связки подчиняется уравнению

$$M_r \ddot{\xi}_r + B_r(1 + \eta_r \xi_r^2) \dot{\xi}_r + K_r \xi_r = P_g, \quad (24)$$

где ξ_r – изменение формы ткани в середине голосовой щели; M_r , B_r и K_r – соответственно, масса, затухание и жесткость, отнесенные к единице площади медиальной поверхности голосовых связок; η_r – нелинейный коэффициент затухания; P_g – среднее давление воздуха на голосовую щель. Движение левой связки описывается аналогичным уравнением.

Среднее давление воздуха на гортань записано в [42] в следующем виде:

$$P_g = \left(\frac{P_s}{k_t} \right) \frac{a_1 - a_2}{a_1}, \quad (a_1, a_2 > 0), \quad (25)$$

где P_s – давление под голосовыми связками, k_t – трансгортанный коэффициент давления, а a_1 и a_2 – области поперечного сечения гортани на нижнем и верхнем краях голосовых связок, соответственно. Зоны голосовой щели описываются уравнением

$$a_{1,2}(t) = L [\xi_0 + \xi_r(t \pm \tau_r)] + L [\xi_0 + \xi_l(t \pm \tau_l)], \quad (26)$$

где L – длина голосовых связок, ξ_0 – половина ширины гортани в случае, когда голосовые связки находятся в состоянии покоя, $\tau_{r,l}$ – время задержки поверхностной волны для прохождения половины высоты гортани T .

В случае малых смещений и небольшой задержки волны, уравнение (25) было аппроксимировано в [42] уравнением

$$P_g = \frac{P_s}{k_t \xi_0} (\tau_r \dot{\xi}_r + \tau_l \dot{\xi}_l). \quad (27)$$

Далее, отбрасывая подиндексы r и l у всех параметров, кроме коэффициента жесткости, авторы [42] допускают, что $C = P_s \tau / (k_t \xi_0)$ и, считая, что $C \geq B/2$, полагают $x_{l,r} = \sqrt{\eta B / (2C - B \xi_{l,r})}$. Вводя время $\tau = \sqrt{(K_r/M)t}$, авторы [42] получают систему двух связанных осцилляторов ван дер Поля

$$\ddot{x}_r - \mu(1 - x_r^2) \dot{x}_r + x_r = \alpha(\dot{x}_r - \dot{x}_l), \quad (28)$$

$$\ddot{x}_l - \mu(1 - x_l^2) \dot{x}_l + x_l = \alpha(\dot{x}_l - \dot{x}_r), \quad (29)$$

где $\mu = (2C - B) / \sqrt{MK_r}$, $\alpha = C / \sqrt{MK_r} \geq 0$ – параметр связи, а $Q = K_l / K_r \geq 0$ – параметр асимметрии.

Чтобы иметь представление о значениях коэффициентов, входящих в систему уравнений (28)–(29), в [42] рассмотрены значения параметров, соответствующие строению голосовых связок взрослого мужчины. Эти параметры имеют следующие значения: $M = 0.5$ г/см², $B = 50$ дин с/см³, $K = 200000$ дин/см³, $\tau = 1$, $k_t = 1.1$, которые дают значения коэффициентов $\mu = 0.30$ и $\alpha = 0.23$. Параметр асимметрии лежит в интервале $0 \leq Q \leq 1$. Этот диапазон значений для параметра Q означает, что левая голосовая связка является менее жесткой, чем правая. Чем меньше Q , тем серьезнее патология.

При увеличении степени связи между осцилляторами модель демонстрирует переход из несинхронизированного режима в синхронизированный. При увеличении степени асимметрии связанные осцилляторы ван дер Поля начинают совершать колебания в одной фазе с равными амплитудами.

Рассмотренная в [42] модель голосовых связок является сильно упрощенной, однако позволяет провести теоретическое исследование динамики голосовых связок. В дальнейшем авторы [42] намерены усовершенствовать данную модель и попытаться описать с ее помощью более сложные динамические процессы, например, такие как перекрытие противоположных голосовых связок.

7. Развитие и модификации уравнений ван дер Поля

Отметим, что возможны различные варианты развития и обобщения уравнения ван дер Поля. Например, в уравнении ван дер Поля–Дуффинга

$$\ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x + \beta x^3 = 0, \quad (30)$$

учитывается дополнительная кубическая нелинейность. С физической точки зрения это отвечает учету эффекта неизохронности малых колебаний, то есть зависимости их периода от амплитуды.

Другим важным вариантом развития является увеличение числа взаимодействующих осцилляторов. В этом случае важным оказывается подход, который состоит в поэтапном упрощении уравнений: в переходе к укороченным уравнениям (их часто называют уравнениями Ландау–Стюарта) и далее к фазовой модели. Такой подход возможен, когда управляющий параметр, величина связи и частотная расстройка осцилляторов являются малыми. Тогда становится возможным применение метода медленно меняющихся амплитуд. Отметим в плане формирования соответствующей методологии работу Р.В. Хохлова [53], в которой был обоснован метод поэтапного упрощения уравнений.

Даже задача о двух связанных осцилляторах ван дер Поля оказывается достаточно сложной [54–57]. В простейшем случае связь осуществляется через скорости изменения переменных, что отвечает ее диссипативному характеру. Это наиболее простой тип связи. Для связанных осцилляторов наблюдаются такие классические эффекты, как синхронизация с соотношением частот 1:1, различные режимы кратной синхронизации и возможность квазипериодических колебаний (биений). В рамках фазового приближения, когда можно считать, что осцилляторы движутся по своим стационарным орбитам, эта система приводит к новой важной модели – уравнению Адлера–Хохлова [5, 7 (с.51–55), 51, 53, 54, 58]

$$\dot{\theta} = -\frac{\Delta}{2} - \mu \sin \theta, \quad (31)$$

где θ – относительная фаза осцилляторов, Δ – параметр их частотной расстройки. С помощью уравнения Адлера можно найти аналитически форму основного языка синхронизации на плоскости параметров (частотная расстройка осцилляторов – величина связи): $2\mu = |\Delta|$. Из характерных эффектов за пределами фазовой модели отметим режим «гибели колебаний», когда за счет диссипативного влияния связи автоколебания оказываются подавленными [54].

Альтернативный вариант – реактивная связь, которая является существенно более тонким эффектом [55–57]. Для реактивной связи уравнение Адлера получается только во втором порядке по величине связи ϵ , что требует учета возмущений

стационарных орбит. В результате основной язык синхронизации имеет вид корневой особенности: $\varepsilon \propto \sqrt{|\Delta|}$. Из новых эффектов отметим возможность фазовой бистабильности, то есть сосуществование устойчивых синфазных и противофазных колебаний [55, 56]¹.

Возможен также учет и других факторов. Так можно учесть влияние малой дополнительной нелинейности по типу осциллятора Дуффинга, а также малую неидентичность осцилляторов по управляющему параметру λ . В рамках фазовой модели это приводит к обобщенному фазовому уравнению, которое получено и исследовано в [59, 60]. В рамках приближения Ландау–Стюарта задача о неизохронных осцилляторах с обоими типами связи подробно обсуждается в [57].

Весьма интересным оказывается случай существенно неидентичных по параметру λ подсистем. Возникает новый режим широкополосной синхронизации [61, 62]. Его физическая природа состоит в доминировании осциллятора с большим значением управляющего параметра λ , в результате чего возникает возможность синхронизации в сколь угодно широком интервале частотных расстроек. На плоскости параметров картина бифуркаций с учетом возможности широкополосной синхронизации обсуждается в [63, 64]. Отметим, что в [63] описан и соответствующий эксперимент с радиоэлектронными осцилляторами с неидентичными параметрами.

Переход к трем осцилляторам существенно усложняет картину. Фазовая модель в случае диссипативной связи представлена в [5]. Режим синхронизации всех трех осцилляторов в этом случае может быть найден аналитически. Можно показать, что на плоскости частотных расстроек соответствующая область имеет вид параллелограмма². Этим, фактически, возможности аналитического исследования исчерпываются, и необходимо переходить к компьютерному анализу. Весьма эффективным в этом случае оказывается двухпараметрический ляпуновский анализ, когда на плоскости параметров области с разными типами режимов выявляются с помощью расчета спектра показателей Ляпунова [65–68]. Это могут быть те или иные периодические режимы, режимы двухчастотной квазипериодичности, трехчастотной квазипериодичности, хаоса. Квазипериодическим режимам отвечают аттракторы в виде инвариантных торов разной размерности. Отметим, что для трех осцилляторов картина также зависит от геометрии связи, а именно наблюдается отличие случаев цепочки и кольца (сети) из осцилляторов. Так, для кольца область полной синхронизации уже не дается параллелограммом. При отказе от фазового приближения картина усложняется, область полной синхронизации меняет свое устройство: дополнительно появляется бифуркация Неймарка–Сакера и бифуркации коразмерности два [69].

Дадим иллюстрации в виде ляпуновских карт для трех связанных в цепочку и

¹В принципе возможна также и связь через ускорение [5], в [12] ее называют гироскопической связью (*gyroscopic coupling*). Отметим, что реактивную связь в [57] называют консервативной, возможен также механический термин «упругая» связь (*elastic coupling*) [12].

²Этот результат представлен в монографии П.С. Ланды [5]. Интересно, что точно такая же фазовая модель для трех связанных лазеров и аналогичный результат были независимо получены заметно позже в [31].

кольцо осцилляторов ван дер Поля, описываемых уравнениями:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x + \mu f(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) &= 0, \\ \ddot{y} - (\lambda - y^2)\dot{y} + (1 + \Delta_1)y + \mu(2\dot{y} - \dot{x} - \dot{z}) &= 0, \\ \ddot{z} - (\lambda - z^2)\dot{z} + (1 + \Delta_2)z + \mu f(\dot{z}, \dot{y}, \dot{x}) &= 0. \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь $f(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = (\dot{x} - \dot{y})$ для цепочки и $f(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = (2\dot{x} - \dot{y} - \dot{z})$ для кольца, λ – параметр возбуждения автономных осцилляторов, Δ_1 и Δ_2 – частотные расстройки второго и третьего осцилляторов относительно первого, μ – коэффициент связи.

Соответствующие ляпуновские карты представлены на рис. 20, причем рис. 20, *a* относится к цепочке, а рис. 20, *б* – к случаю кольца. На этих картах обозначены области с режимами разного типа. На рис. 20, *a* область полной синхронизации всех трех осцилляторов P близка к параллелограмму. Некоторое отличие обусловлено приближенным характером фазовой модели. Можно видеть также две характерные полосы режимов двухчастотной квазипериодичности T_2 , располагающиеся вдоль линий

$$\Delta_1 = 0, \quad \Delta_1 = \Delta_2. \quad (33)$$

В соответствии с (32) они отвечают резонансным условиям, когда совпадают частоты первого–второго и второго–третьего осцилляторов. Для кольца на рис. 20, *б* можно видеть еще одну дополнительную полосу, отвечающую резонансному условию $\Delta_2 = 0$, когда совпадают частоты первого–третьего осцилляторов.

Двухчастотные режимы отвечают частичной синхронизации, когда захвачены соответствующие пары осцилляторов, но захват уже не точный. Вся эта картина погружена в область трехчастотной квазипериодичности T_3 . Отметим, что внутри полос T_2 имеются тонкие области точных резонансов высших порядков. Возможны также и резонансные двухчастотные торы разных типов. На рис. 20 они представлены различными «лучами», расходящимися от центра рисунка.

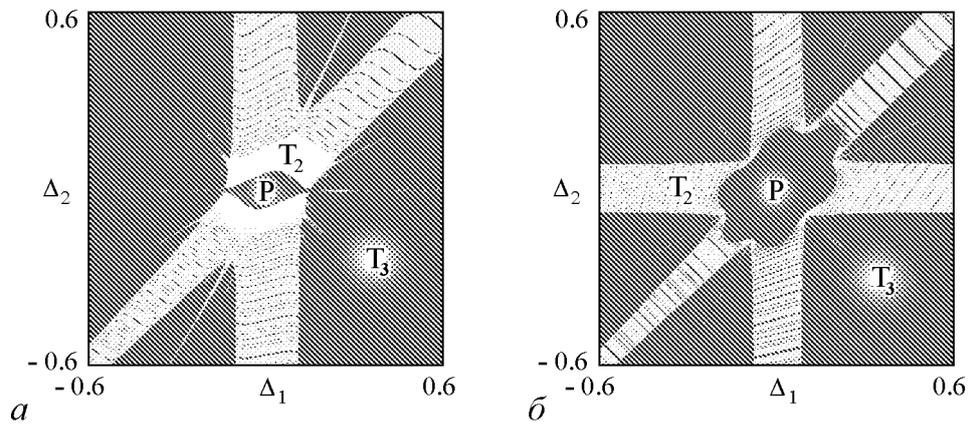


Рис. 20. Карты ляпуновских показателей системы (32): *a* – случай цепочки, *б* – случай кольца; $\lambda = 0.1$, $\mu = 0.04$, P – периодический режим, T_2 – двухчастотная квазипериодичность, T_3 – трехчастотная квазипериодичность

За счет диссипативного характера связи могут возникать различные варианты доминирования осцилляторов и, соответственно, разные типы широкополосной

синхронизации [66, 67]. Интересно, что такие механизмы могут приводить к тому, что уменьшение диссипативной связи поэтапно выводит «за порог» возбуждения все новые осцилляторы. Тогда происходит каскад квазипериодических бифуркаций Хопфа, приводящих к мягкому возникновению инвариантных торов все более и более высокой размерности [68]. Эту ситуацию можно охарактеризовать как сценарий Ландау–Хопфа, который, таким образом, оказывается возможным в системе связанных осцилляторов ван дер Поля.

Заметим, что геометрия связи для трех осцилляторов с учетом возможности ее одностороннего характера может приводить к большому количеству вариантов. Так, семь случаев в рамках фазовой модели представлены в [70]. Увеличение числа осцилляторов еще более увеличивает возможное число вариантов, размерность наблюдаемых инвариантных торов, что заметно усложняет картину [69, 71]. В частности, может возникать множество режимов, отвечающих полной синхронизации осцилляторов [71].

Для кольца или цепочки из нескольких осцилляторов возникает еще одна особенность: необходимость учета знака коэффициента связи. Положительный коэффициент представляет собой собственно диссипативную связь, а отрицательный – «активную». Иногда об этих двух случаях говорят, как о притягивающем и отталкивающем взаимодействиях, поскольку первый тип связи стремится синхронизовать осцилляторы в фазе, а второй – в противофазе [72,73]. Активная связь не является физически неоправданной, она появляется в некоторых задачах лазерной физики [32] и динамики нейронов [74]. Изменение знака связи не сказывается существенно на динамике цепочки осцилляторов, отличие состоит лишь только в том, что синфазная синхронизация сменяется противофазной. Для сети или кольца изменение знака связи меняет устройство области полной синхронизации. Обсуждение случая кольца с активной связью можно найти в [75].

Анализ реактивной связи для трех осцилляторов представляет достаточно сложную задачу [76]. Фазовая модель в этом случае содержит как члены первого порядка по связи (в этом отличие от случая двух осцилляторов), так и квадратичные [76]. Отбросив квадратичные члены, получаем консервативную модель. Таким образом, слабая связь приводит к слабо диссипативному возмущению консервативной динамики [77]. Интересно, что консервативная динамика может возникать и в диссипативно связанной цепочке осцилляторов. Природа этого эффекта состоит в возможности свойства обратимости во времени (*reversibility*) за счет выбора собственных частот, приводящего к симметрии в системе [78]. Отметим, что некоторые вопросы и влияние типа нелинейности обсуждаются в [12].

Дальнейшая модификация может достигаться за счет усложнения архитектуры сети, например, можно построить кольцо из трех блоков, каждый из которых представлен кольцом. Можно использовать блоки из большего числа осцилляторов [79]. В то же время ансамбли из большого числа осцилляторов ван дер Поля или редуцированных фазовых осцилляторов представляют собой отдельную проблематику, которой посвящено множество оригинальных публикаций и монографий.

В заключение отметим, что материалы разделов статьи 1–6 доложены на XIV Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах»

памяти профессора А.П. Сухорукова (26–31 мая 2014 г., Можайск, Московская область), а также на Международной научно-технической конференции АПЭК (25–27 сентября 2014 г., Саратов, СГТУ им. Ю.А. Гагарина).

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих научных школ России, грант НШ-828.2014.2 и грант НШ-1726.2014.2, и при поддержке грантов РФФИ № 12-02-00342, 13-02-01209 и 14-02-00329.

Библиографический список

1. *Ginoux J.M., Letellier C.* Van der Pol and the history of relaxation oscillations: Toward the emergence of a concept // *Chaos*. 2012. Vol. 22, № 2. P. 023120-15.
2. *Cartwright M.L.* Balthazar Van der Pol // *Journal London Math. Soc.* 1960, Vol. 35. P. 367.
3. *Ван дер Поль Балт.* Нелинейная теория электрических колебаний / Пер. Я.А. Копиловича. М.: Гос. изд-во по технике связи, 1935. 42 с.
4. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2010. 560 с. (глава 14).
5. *Ланда П.С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980. 360 с.
6. *Горяченко В.Д.* Андронов Александр Александрович. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2001.
7. *Трубецков Д.И.* Синхронизация: ученый и время. Лекции на школах «Нелинейные дни в Саратове для молодых». Вып. 2. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2006. 112 с.
8. *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959.
9. *Фейнберг Е.Л.* Родоначальник. О Леониде Исааковиче Мандельштаме // *УФН*. 2002. Т. 172. С. 102.
10. *Фабрикант В.А.* О Л.И. Мандельштаме // *Академик Мандельштам. К 100-летию со дня рождения*. М.: Наука, 1979. С. 234.
11. *Филиппов А.Т.* Многоликий солитон. М.: Наука, 1986. 230 с.
12. *Cveticanin L.* On the Van der Pol oscillator: An overview // *Applied Mechanics and Materials*. 2013. Vol. 430. P. 3.
13. *Kuang Y.C., Biernacki P.D., Lahrachi A., Mickelson A.* Analysis of an experimental technique for determining Van der Pol parameters of a transistor oscillator // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1998. Vol. 46, № 7. P. 914.
14. *Van der Pol B.* On relaxation-oscillations // *Philosophical Magazine & Journal of Science*. 1926. Vol. 2, № 11. P. 978.
15. *Van der Pol B. and van der Mark J.* The heartbeat considered as a relaxation oscillation, and an electrical model of the heart // *Philosophical Magazine & Journal of Science*. 1928. Vol. 6, № 38. P. 763.
16. *Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Филиппенко Н.М., Фоменко Г.П.* Нелинейные колебания виртуального катода в триодной системе // *Радиотехника и электроника*

*А. П. Кузнецов, Е. С. Селиверстова, Д. И. Трубецков, Л. В. Тюрюкина
Изв. вузов «ПНД», т. 22, № 4, 2014*

- ника. 1992. Т. 37, № 7. С. 1242.
17. *Магда И.И., Пащенко А.В., Романов С.С.* К теории пучковых обратных связей в генераторах с виртуальным катодом // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Плазменная электроника и новые методы ускорения. 2003. № 4. С. 167.
 18. *Sze H., Price D., Harteneck B.* Phase locking of two strongly coupled vircators // J. Appl. Phys. 1990. Vol. 67, № 5. P. 2278.
 19. *Репин Б.Г., Дубинов А.Е.* Исследование режимов фазировки трех виркаторов в рамках модели связанных осцилляторов Ван-дер-Поля // Журнал технической физики. 2006. Т. 76, вып. 4. С. 99.
 20. *Liao P., York R.A.* A new phase-shifterless beam-scanning technique using arrays of coupled oscillators // IEEE transactions on microwave theory and techniques. 1993. Vol. 41, № 10. P. 1810.
 21. *Yabuno H., Kaneko H., Kuroda M., Kobayashi T.* Van der Pol type self-excited micro-cantilever probe of atomic force microscopy // Nonlinear Dyn. 2008, № 54. P. 137.
 22. *Menzel K.O., Bockwoldt T., Arp O., Piel A.* Modeling Dust-Density Wave Fields as a System of Coupled van der Pol Oscillators // IEEE Transactions on Plasma Science. 2013. Vol. 41, № 4. P. 735.
 23. *Miwadinou C.H., Hinviy L.A., Monwanou A.V. Chabi Orou J.B.* Nonlinear dynamics of plasma oscillations modeled by a forced modified Van der Pol–Duffing oscillator. arXiv:1308.6132.
 24. *Klinger T., Greiner F., Rohde A., Piel A.* Van der Pol behavior of relaxation oscillations in a periodically driven thermionic discharge // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 52, № 4. P. 4316.
 25. *Klinger T., Piel A., Seddighi F., Wilke C.* Van der Pol Dynamics of ionization waves // Physics Letters A. 1993. Vol. 182, № 2, 3. P. 312.
 26. *Гембаржевский Г.В.* Электроразрядный эффект в плазменном течении следа: перераспределение энергии пульсаций в область низких частот // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35, вып. 5. С. 95.
 27. *Lashinsky H., Rosenberagn J., Detrick L.* Power line radiation: Possible evidence of van der Pol oscillations in the magnetosphere // Geophysical Research Letters. 1980. Vol. 7, № 10. P. 837.
 28. *Sun Z.Z., Sun Y., Wang X.R., Cao J.P., Wang Y.P., Wang Y.Q.* Self-sustained current oscillations in superlattices and the van der Pol equation // Applied Physics Letters. 2005. Vol. 87. 1821100.
 29. *Tony E.L. and Sadeghpour H.R.* Quantum synchronization of quantum van der Pol oscillators with trapped ions // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 111, № 23. 234101.
 30. *Лэмб У.* Теория оптических мазеров. В сб.: Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М.: Мир, 1966. с. 281.
 31. *Rampalon E., Lapucci A.* Locking-range analysis for three coupled lasers // Optics letters. 1993. Vol. 18, № 22. P. 1881.
 32. *Khibnik A.I., Braimanc Y., Kennedyd T.A.B., Wiesenfeldd K.* Phase model analysis of two lasers with injected field // Physica D. 1998. Vol. 111, № 1-4. P. 295.
 33. *Braimanc Y., Kennedyd T.A.B., Wiesenfeldd K., Khibnik A.I.* Entrainment of solid-state laser arrays // Phys. Rev. A. 1995. Vol. 52. P. 1500.

34. *Khibnik A.I., Braimanc Y., Protopopescu V., Kennedy T.A.B., Wiesenfeld K.* Amplitude dropout in coupled lasers // *Phys. Rev. A.* 2000. Vol. 62. P. 063815.
35. *Глова А.Ф.* Синхронизация излучения лазеров с оптической связью // *Квантовая Электроника.* 2003. № 4. С. 283.
36. *Каганов В.И.* Ветроэнергетический метод предотвращения развития тропического циклона // *Письма в ЖТФ.* 2006. Т. 32, вып. 6. С. 42.
37. *Skop R.A., Griffin O.M.* A model for the vortex-excited resonant response of bluff cylinders // *Journal of Sound and Vibration.* 1973. Vol. 27, № 2. P. 225.
38. *Facchinetti M.L., Langre E., Biolley F.* Vortex shedding modeling using diffusive van der Pol oscillators // *Comptes Rendus Mecanique.* 2002. Vol. 330, № 7. P. 451.
39. *Veskos P., Demir Y.* Developmental acquisition of entrainment skills in robot swinging using van der Pol oscillators // *Proceedings of the Fifth International Workshop on Epigenetic Robotics: Modeling Cognitive Development in Robotic Systems Lund University Cognitive Studies.* 2005. P. 87.
40. *Пащенко Р.Э., Пащенко Э.И., Максютя Д.В.* Формирование фрактальных сигналов на основе уравнения ван дер Поля // *Системы управления, навигации и связи.* 2009, вып. 3(11). С. 225.
41. *Зайцев В.В., Зайцев О.В.* Способ защиты информации с использованием алгоритма генерации хаотических автоколебаний // *Вестник СамГУ – естественнонаучная серия.* 2006, № 9(49). С. 66.
42. *Lucero J. and Schoentgen J.* Modeling vocal fold asymmetries with coupled van der Pol oscillators // *Proceedings of Meetings on Acoustics.* 2013. Vol. 19. 060165. P. 1.
43. *Long G.R., Tubis A., Jones K.L.* Modeling synchronization and suppression of spontaneous otoacoustic emissions using Van der Pol oscillators: Effects of aspirin administration // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. Vol. 89, № 3. P. 1201.
44. *Dutra M.S., de Pina Filho A.C., Romano V.F.* Modeling of a bipedal locomotor using coupled nonlinear oscillators of Van der Pol // *Biol. Cybern.* 2003. Vol. 88. P. 286.
45. *Булдаков Н.С., Самочетова Н.С., Ситников А.В., Суятинов С.И.* Моделирование связей в системе «сердце-сосуды» // *Наука и образование, Электронный научно-технический журнал.* 2013. С. 123.
46. *Beek P.J., Schmidt R.C., Morris A.W., Sim M.-Y., Turvey M.T.* Linear and nonlinear stiffness and friction in biological rhythmic movements // *Biol. Cybern.* 1995. Vol. 73, № 6. P. 499.
47. *Kawahara T.* Coupled van der Pol oscillators – A model of excitatory and inhibitory interactions // *Biol. Cybern.* 1980. Vol. 39. P. 37.
48. *Linkens D.A., Taylor I., Duthie H.L.* Mathematical modeling of the colorectal myoelectrical activity in humans // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering.* 1976. Vol. BME-23, № 2. P. 101.
49. *Wilson H.R., Cowan J.D.* Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons // *Biophys. J.* 1972. Vol. 12. P. 1.
50. *Осипов Г.В.* Синхронизация при обработке и передаче информации в нейронных сетях. Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации «Хранение и обработка информации в биологических системах», Нижний Новгород, 2007.
51. *Кузнецов А.П., Кузнецов С. П., Рыскин Н.М.* Нелинейные колебания. М.: Изд-во

Физматлит, 2002. 292 с.

52. *Селиверстова Е.С.* О двух моделях автоколебаний в нефизических системах // Изв. вузов. ПНД. 2013. Т. 21, № 3. С. 112.
53. *Хохлов Р.В.* К теории захватывания при малой амплитуде внешней силы // ДАН СССР. 1954. Т. 97, № 3. С. 411.
54. *Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003, 494 с. (Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences, Cambridge university press, 2001, 432 p.)
55. *Balanov A.G., Janson N.B., Postnov D.E., Sosnovtseva O.* Synchronization: from simple to complex. Springer, 2009. 437 p.
56. *Rand R., Holmes P.J.* Bifurcation of periodic motions in two weakly coupled van der Pol oscillators // Int. J. Non-Linear Mechanics. 1980. Vol. 15. P. 387.
57. *Ivanchenko M., Osipov G., Shalfeev V., Kurths J.* Synchronization of two non-scalar-coupled limit-cycle oscillators // Physica D. 2004. Vol. 189, № 1–2. P. 8.
58. *Adler R.A.* A study of locking phenomena in oscillators // Proc. IRE. June 1946. Vol.34, №34. P.351.
59. *Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В.* Связанные осцилляторы ван дер Поля и ван дер Поля–Дуффинга: Фазовая динамика и компьютерное моделирование // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008. Т. 16, № 4. С. 101.
60. *Kuznetsov A.P., Stankevich N.V., Turukina L.V.* Coupled van der Pol–Duffing oscillators: Phase dynamics and structure of synchronization tongues // Physica D. 2009. Vol. 238, № 14. P. 1203.
61. *Кузнецов А.П., Паксютов В.И., Роман Ю.П.* Особенности синхронизации в системе неидентичных связанных осцилляторов ван дер Поля и ван дер Поля – Дуффинга. Широкополосная синхронизация // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 4. С. 3.
62. *Kuznetsov A.P., Roman Ju.P.* Properties of synchronization in the systems of non-identical coupled van der Pol and van der Pol–Duffing oscillators. Broadband synchronization // Physica D. 2009. Vol. 238, № 16. P. 1499.
63. *Кузнецов А.П., Емельянова Ю.П., Селезнев Е.П.* Синхронизация связанных автоколебательных систем с неидентичными параметрами // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18, № 2. С. 62.
64. *Astakhov V., Koblyanskii S., Shabunin A., Kapitaniak T.* Peculiarities of the transitions to synchronization in coupled systems with amplitude death // Chaos. 2011. Vol. 21, № 2. 023127(12).
65. *Baesens C., Guckenheimer J., Kim S., MacKay R.S.* Three coupled oscillators: mode locking, global bifurcations and toroidal chaos // Physica D. 1991. Vol. 49. PP. 387.
66. *Emelianova Yu.P., Kuznetsov A.P., Sataev I.R., Turukina L.V.* Synchronization and multi-frequency oscillations in the low-dimensional chain of the self-oscillators // Physica D. 2013. Vol. 244, № 1. P. 36.
67. *Емельянова Ю.П., Кузнецов А.П., Тюрюкина Л.В.* Динамика трех неидентичных по управляющим параметрам связанных осцилляторов ван дер Поля // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19, № 5. С. 76.

68. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R., Turukina L.V.* About Landau–Hopf scenario in a system of coupled self-oscillators // *Physics Letters A.* 377. 2013. 3291.
69. *Emelianova Y.P., Kuznetsov A.P., Turukina L.V., Sataev I.R., Chernyshov N.Yu.* A structure of the oscillation frequencies parameter space for the system of dissipatively coupled oscillators // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.* 2014. Vol. 19, № 4. P. 1203.
70. *Mendelowitz L., Verdugo A., Rand R.* Dynamics of three coupled limit cycle oscillators with application to artificial intelligence // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.* 2009. Vol. 14, Issue 1, January. P. 270.
71. *Rand R., Wong J.* Dynamics of four coupled phase-only oscillators // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.* 2009. Vol. 14, Issue 11, November. P. 3901.
72. *Hong H., Strogatz S.H.* Kuramoto Model of Coupled Oscillators with Positive and Negative Coupling Parameters: An Example of Conformist and Contrarian Oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 106. 054102.
73. *Hong H., Strogatz S.H.* Mean-field behavior in coupled oscillators with attractive and repulsive interactions // *Phys. Rev. E.* 2012. Vol. 85. 056210.
74. *Borgers C., Kopell N.* Synchronization in networks of excitatory and inhibitory neurons with sparse, random connectivity // *Neural Computation,* 2003. Vol. 15. P. 509.
75. *Rompala K., Rand R., Howland H.* Dynamics of three coupled van der Pol oscillators with application to circadian rhythms // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.* 2007. Vol. 12, № 5. P. 794.
76. *Кузнецов А.П., Чернышов Н.Ю., Тюрюкина Л.В.* Синхронизация и квазипериодические колебания трех реактивно связанных осцилляторов // *Нелинейная динамика.* 2013. Т. 9, № 1. С. 11.
77. *Pikovsky A., Rosenau P.* Phase compactons // *Physica D.* 2006. Vol. 218. P. 56.
78. *Topaj D. and Pikovsky A.* Reversibility vs synchronization in oscillator lattices // *Physica D.* 2002. Vol. 170. P. 118.
79. *Bridge J., Rand R., Sah S.M.* Dynamics of a ring network of phase-only oscillators // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* Vol. 14, Issue 11, November 2009. P. 3901.

Поступила в редакцию 11.07.2014

PHENOMENON OF THE VAN DER POL EQUATION

A. P. Kuznetsov^{1,2}, E. S. Seliverstova², D. I. Trubetskov^{2,3}, L. V. Turukina^{1,2}

¹Kotel'nikov Institute of Radio-engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch

²Saratov State University

³National Research Nuclear University MEPhI

This review is devoted to the famous Dutch scientist Balthasar van der Pol, who made a significant contribution to the development of radio-engineering, physics and mathematics. The review outlines only one essential point of his work, associated with the equation that bears his name, and has a surprisingly wide range of applications in natural sciences. In this review we discuss the following matters.

А. П. Кузнецов, Е. С. Селиверстова, Д. И. Трубецков, Л. В. Тюрюкина
Изв. вузов «ПНД», т. 22, № 4, 2014

- The biography of van der Pol, history of his equation and supposed precursors.
- The contribution of A.A. Andronov in the theory of self-oscillations.
- Van der Pol equation and modeling of processes in the human body (the model of the heart beat and of the «heart–vessels» system; modeling of processes in the large intestine; models of excitatory and inhibitory neural interactions; modeling synchronization in processing and transfer of information in neural networks; various problems related to human musculoskeletal apparatus; modeling the vocal cords).
- Development and modifications of the van der Pol equation.

Keywords: Van der Pol equation, oscillations, biophysics, vacuum-tube oscillator, neuron, synchronization.

Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, заведующий базовой кафедрой динамических систем Саратовского госуниверситета. Имеет звание профессора. Область научных интересов: динамические системы, теория бифуркаций, синхронизация, квазипериодические колебания и их приложения. Лауреат гранта Президента Российской Федерации, Соросовский профессор (2000, 2001). Опубликовал более 100 статей в российских и международных научных журналах. Научный руководитель студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика». Автор оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов СГУ и Лицея прикладных наук. Автор и соавтор 12 монографий, учебников и задачников по нелинейной динамике, теории колебаний и физике. Среди них: «Физика квазипериодических колебаний», «Нелинейность: от колебаний к хаосу», «Нелинейные колебания», «Линейные колебания и волны (сборник задач) и др.



410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38
 Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
 им. В.А. Котельникова РАН
 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
www.sgtnd.narod.ru
 E-mail: apkuz@yandex.ru



Селиверстова Екатерина Сергеевна – родилась в Энгельсе Саратовской области (1993). Окончила среднюю школу №16 г.Энгельса с золотой медалью (2010). Студентка 5 курса факультета нелинейных процессов СГУ им. Н.Г. Чернышевского. Область научных интересов – теория колебаний и волн.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: esseliverstova@yandex.ru



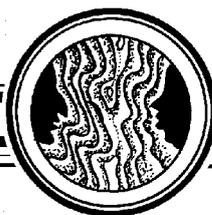
Трубецков Дмитрий Иванович – родился в Саратове (1938). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ, профессор кафедры прикладной математики НИЯУ МИФИ, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования. Научный руководитель Лицея прикладных наук и факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника сверхвысоких частот, теория колебаний и волн, нелинейная динамика, история науки. Автор более двадцати учебных пособий и монографий, а также более двухсот статей в периодической печати.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
115409 Москва, Каширское шоссе, 31
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
E-mail: dtrubetskov@yahoo.com



Тюрюкина Людмила Владимировна – родилась в 1977 году. Окончила факультет нелинейных процессов в Саратовском госуниверситете (2000). Кандидат физико-математических наук (2003, СГУ), имеет звание доцента по специальности радиофизика (2009). В настоящее время – старший научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, доцент базовой кафедры динамических систем СГУ. Область научных интересов – новые аспекты явления синхронизации в системах различной физической природы (радиофизические системы, модели турбулентности, модели биофизических систем и др.); контроль (управление) неустойчивыми режимами; динамический хаос; физические системы с гиперболическими аттракторами. Автор более 30 статей в российских и зарубежных журналах. Соавтор монографии «Физика квазипериодических колебаний» и 3 учебных пособий.

410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН
410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
www.sgtn.d.narod.ru
E-mail: lvtur@rambler.ru



ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС: ТРУДНЫЙ ПУТЬ ОТКРЫТИЯ

Р. Р. Мухин

Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова,
филиал Национального исследовательского технологического университета
«Московский институт стали и сплавов»

Динамический хаос – примечательная веха развития науки ушедшего века – привлекает пристальное внимание представителей разных областей знания. Теория хаоса не только описывает широкий круг явлений в различных разделах физики и других естественных наук и проникает в гуманитарную сферу, но и существенно повлияла на научную картину мира. Какие особенности развития науки, экономических и общественных условий обусловили то, что длинный и трудный путь открытия хаоса начался именно в конце XIX века и растянулся на десятилетия? Поиск ответов на эти вопросы является предметом данной работы.

Ключевые слова: Динамический хаос, динамическая система, сложность, неинтегрируемость, неустойчивость.

Открытие динамического хаоса явилось одним из крупнейших достижений науки XX века. Динамический хаос вместе с тесно связанной с ней теорией самоорганизации явился ядром общей теории нелинейных явлений, получившей название нелинейной динамики. Сразу оговоримся, что везде речь будет идти о классическом хаосе. Квантовый хаос, исследования которого в настоящее время интенсивно проводятся, требует отдельного рассмотрения. Открытие хаоса явилось открытием особого рода по сравнению с другими достижениями, сформировавшими научную картину мира, оно не укладывается в обычную схему научного открытия. Сейчас, когда со времени открытия хаоса прошло несколько десятилетий, можно попытаться осмыслить пройденный путь и упомянутые особенности, постараться понять, когда и почему это открытие стало возможным.

Общепризнанная схема построения новой физической теории следующая. При построении физической теории, согласно А. Эйнштейну [1. С. 266–267], следует придерживаться двух положений, которые он назвал «внешним оправданием» и «внутренним совершенством». Под внешним оправданием понимается соотнесение с реальностью, с опытными фактами. Внутреннее совершенство предполагает согласованность, логическую стройность и простоту, красоту математических построений.

Вспомним эстетический критерий П. Дирака, одним из свидетельств которого является надпись его рукой на стене кафедры теоретической физики МГУ: «Physical law should have mathematical beauty». Этот критерий находится в фундаменте всего творчества Дирака – новая теория должна основываться на красивой и разумной математике. Оба вышеназванных положения Эйнштейна следует рассматривать в единстве, они взаимодействуют между собой и сложным образом переплетаются.

Новым фундаментальным теориям предшествует накопление опытных фактов, различных парадоксов, логических непоследовательностей или иного рода трудностей, сплетенных в один клубок и не укладывавшихся в схему старой теории. Для разрешения возникших трудностей вводятся дополнительные допущения, которые на время улучшают ситуацию, но появившиеся новые трудности продолжают подмывать основы старой теории. Становится ясно, что кардинальные изменения неизбежны, требуется изменить физические основы старой теории, которая бывает вынуждена уступить место новым представлениям, сопровождаемые созданием соответствующего математического формализма. Появление новой теории приводит к разрешению всей совокупности накопившихся трудностей. Утвердившаяся новая теория успешно предсказывает и описывает новые явления, добавляет новые черты или даже существенно меняет научную картину мира и, кроме того, выявляет преемственность по отношению к старой теории, указывает на ее место, определяя ее границы применимости. Подобная схема реализовалась в начале прошлого века при создании таких фундаментальных физических теорий, как теория относительности и квантовая механика.

Во всей своей полноте описанная картина неприменима к созданию теории хаоса. Начнем с «внешнего оправдания». Накопление экспериментальных фактов, для которых в старой теории отсутствует последовательная и непротиворечивая интерпретация, служит очень весомым аргументом, что «не все ладно в датском королевстве». Как известно, решающее значение для создания квантовой теории имела неспособность классической физики объяснить экспериментально наблюдаемое распределение энергии в непрерывном спектре излучения абсолютно черного тела, дискретные спектры химических элементов и устойчивость атомов [2]. В открытии хаоса дело обстояло иначе. При исследовании процессов в генераторе ван дер Поля с помощью головных телефонов было обнаружено присутствие какого-то шума [3]. Этот результат вызвал некоторый интерес, о чем свидетельствует опубликованный результат в таком солидном издании как «Nature». Но интерес быстро угас, и лишь после открытия хаоса было понято, что в данном случае наблюдалось его проявление. Если представить экспериментальные результаты как ответы природы на задаваемые вопросы, то эти вопросы следует ставить так, чтобы ответы на них были четкими и ясными. Еще П.Л. Капица требовал, чтобы эксперимент был *однозначным*. Для интерпретации таких фактов, как в работе [3], в то время всегда можно было привлечь соображения о принципиальной неустранимости внешнего шума. Видимо, это сыграло не последнюю роль в том, что немногочисленные прямые экспериментальные данные не составили ту эмпирическую базу, которая могла лечь в основу «внешнего оправдания» при исследованиях хаоса.

Автору известно лишь одно прямое воздействие эксперимента на теоретические изыскания в области хаотической динамики. В своих исследованиях нелинейных дифференциальных уравнений, стимулированных задачами радиотехники,

М. Картрайт и Дж. Литтлвуд не опирались на достижения своих предшественников в теории динамических систем (А. Пуанкаре, Дж. Биркгоф). Хотя полученные Картрайт и Литтлвудом результаты (1945) были совершенно непонятны, известные им экспериментальные результаты ван дер Поля придавали определенную уверенность в правильности их работы [4].

Перейдем к критерию внутреннего совершенства по отношению к динамическому хаосу. Здесь отличия еще более расходятся от общеизвестной схемы. Отсутствовал этап создания новой концептуальной структуры, которая призвана составить основу новой теории. Например, в квантовой теории этот этап соответствовал созданию матричной, волновой или иной другой формы квантовой механики. Тогда формируются новые фундаментальные структуры (часто в виде уравнений), новая система понятий, новый язык, что позволяет адекватно описывать изучаемую область реального мира. Новая концептуальная структура должна быть внутренне согласованной, она может приобретать разные формы, которые со временем воспринимаются в качестве единой теории (как это произошло с нерелятивистской квантовой механикой, объединившей теории Гейзенберга, Шредингера, Дирака). С созданием новой концептуальной структуры обычно связывают формирование новых взглядов и новой картины мира. Все описанное для теории хаоса можно применить лишь частично, ее развитие пошло по другому пути. В теории хаоса не создавалась новая физическая основа. Она осталась неизменной, выраженной в уравнениях классической механики и классической электродинамики. Центр тяжести перенесся на получение следствий, на свойства решений этих уравнений, и тут неожиданно открылось новое поле возможностей для значительного обогащения наших представлений о мире. При этом потребовалось существенное дополнение системы понятий и языка классической физики.

Поскольку явление хаоса относится к свойствам решений уравнений, исключительную роль здесь сыграла математика, и первый этап длинного и трудного пути был математическим. Затем выстроенные и вновь создающиеся математические конструкции были применены для интерпретации вполне конкретных физических явлений. Такое разделение в определенной степени условно, его не следует считать хронологически разделенным во времени, а скорее в логическом отношении. Сами математические вопросы, о которых пойдет речь, вопросы глубокие и нетривиальные, появились в проблемах, в значительной степени поставленных физикой.

Можно задаться вопросом: чем обусловлено то, что в конце XIX века начались исследования, которые привели к открытию хаоса? Могли ли они начаться раньше? Ведь уже к концу XVIII века классическая механика была хорошо разработана и имела большую и содержательную историю. Чтобы ответить на поставленные вопросы следует рассмотреть несколько аспектов. Период с конца XVIII по XIX век включительно в развитии классической механики имел принципиальное значение. Тогда была создана аналитическая механика с новым математическим формализмом и новой системой понятий. Созданный аппарат явился мощным средством решения самых разнообразных задач. Но подлинное значение аналитической механики выявилось позже, когда она легла в основу квантовой механики, статистической механики и продолжающейся до настоящего времени разработки квантовой теории поля. Другим фактором явилось состояние математики во второй половине XIX века

вследствие логики ее внутреннего развития. Произошла глубокая реформа математики, заложившая новые каноны математической строгости и обоснованности [5]. Утвердилась методология, направленная на выявление условий и границ истинности каждого математического утверждения. Особое значение получили теоремы существования, в частности теорема существования и единственности решения дифференциальных уравнений и четкое различие необходимых и достаточных условий. Одной из форм выражения новой идейной атмосферы была постановка вопроса о неразрешимости той или иной задачи. Для наших целей важнейшее значение имела та сторона аналитической механики, что ее математический формализм достиг высокой степени совершенства, постановку задач и решения можно было проводить дедуктивным путем, подобно как в самой математике.

Конечно, сказанное справедливо, например, для квантовой механики или для любой достаточно развитой области теоретической физики. Чаще всего задачи решаются на «физическом уровне строгости», который обычно весьма далек от канонической строгости и доказательности, принятых в математике. Такой подход вполне закономерен, поскольку обычно считается, что результаты, полученные при более строгом решении задачи, добавляют не очень много нового и не оправдывают дополнительных, порой немалых, потраченных усилий. Крайним случаем использования математического аппарата является ситуация в современной квантовой теории поля, когда самые разные методы современной математики используются эвристически в попытках нащупать закономерности, уделяя мало внимания вопросам обоснования. Такой путь вполне конструктивен, с достижением положительных результатов можно будет заняться и обоснованием. Здесь видна параллель с подходом XVIII века, когда только что родившийся математический анализ с успехом применялся для решения огромного количества самых разнообразных задач классической механики и ответившихся от нее гидромеханики и теории упругости. При этом вопросы применимости используемых методов, обоснованности результатов находились на заднем плане, не делалось большого различия между точным и приближенным решением, далеко не всегда оценивались погрешности вычислений, с легкостью пользовались расходящимися рядами и т.п.

В использовании математики для решения физических задач имеется еще другой крайний случай, который, как оказалось, также является конструктивным. Существуют стимулированные физической проблематикой *такие математические задачи, очень трудные в математическом отношении, решение которых дает возможность выявить нетривиальную «тонкую структуру» физических явлений, совершенно неочевидных и не лежащих на поверхности, недоступных при рассмотрении на обычном «физическом уровне» строгости.* Здесь заключается ключевой момент. После своей постановки такая задача смещается в математическую плоскость, приводится в действие весь арсенал математических методов, находящихся на самом переднем крае математической науки, решение проводится на принятом в математике уровне строгости и доказательности. Это тот случай, когда «цель оправдывает средства», полученный результат стоит своей высокой цены. Такой подход к задачам математики, поставленным естественным образом, в отечественной науке восходит к П.Л. Чебышеву и его школе, а в явном виде он был представлен А.Н. Колмогоровым в его докладе на Всемирном конгрессе математиков в Амстердаме в 1954 году [6]. Поэтому данный подход я предложил назвать программой Чебышева–Колмогорова.

На таком пути и был открыт хаос. Началом отсчета являются исследования А. Пуанкаре по интегрированию дифференциальных уравнений. Классическая физика вплоть до конца XIX века опиралась на интегрируемые системы, в которых достигался идеал исчерпывающего описания на языке траекторий. Такой подход как нельзя лучше соответствовал парадигме о простоте устройства мира, что главные его особенности можно описать на основе систем с простым поведением. В течение длительного времени интегрируемость уравнений воспринималось как само собой разумеющееся. В случаях, которые не укладывались в данную схему, все равно исходили из интегрируемых систем, а неинтегрируемость учитывалась в виде поправок. Таким образом, задачи подразделялись на проинтегрированные и непроинтегрированные. Описанный подход, несмотря на его во многих практически важных случаях достаточность, оставался внутренне неудовлетворительным, что отчетливо видно в свете новых, сложившихся к концу XIX века представлений о математической строгости. Кроме того, решения на основе интегрируемых систем не давали ответа на некоторые насущные вопросы прикладных задач (к примеру, связанных с проблемой устойчивости Солнечной системы).

Возможен другой подход, когда неинтегрируемость рассматривается как самостоятельная сущность без обращения к интегрируемым системам. Поворотным пунктом в понимании принципиального различия между интегрируемыми и неинтегрируемыми системами стали фундаментальные труды А. Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» [7], «О проблеме трех тел и об уравнениях механики» [8], «Новые методы небесной механики» [9], созданные в 1881–1899 годах. Напрашивается параллель с другим фундаментальным трудом – пятитомной «Небесной механикой» (1798–1825) П.С. Лапласа, в котором подведены итоги развития механики к началу XIX века. Данная параллель неслучайна, отличия в названиях отражают не просто различия в подходах двух великих математиков, она носит принципиальный характер, здесь две разные философии. С одной стороны – жесткий лапласовский детерминизм (демон Лапласа), с другой – идеи о сложном поведении, неоднозначности, неопределенности. В указанных трудах [7–9] Пуанкаре вводит в круг идей и понятий, положивших начало целому ряду новых областей математики и механики. Поразительное богатство наследия Пуанкаре легло в основу многих исследований нескольких поколений математиков и не исчерпано до сих пор. Со времен Ньютона, в течение двух веков продолжалось господство количественных методов, когда сложилась парадигма явных решений и точных формул. В противовес сложившимся представлениям Пуанкаре показал, что в подавляющем большинстве дифференциальные уравнения являются неинтегрируемыми, интегрируемые системы образуют относительно небольшое число «счастливых» случаев. Говоря современным языком, это означало смену парадигмы, которая была воспринята научным сообществом довольно болезненно. Для неинтегрируемых динамических систем характерны неустойчивость, наличие сложных движений, многообразие поведения, недостижимость всей полноты информации, ограниченная предсказуемость поведения. Все эти идеи Пуанкаре развивал в своих дальнейших работах, но главным образом они достались в наследство XX веку. Эти работы Пуанкаре являются первой реперной точкой в истории хаоса. Произошла переоценка ценностей, указанные работы Пуанкаре положили начало новому этапу – качественным методам исследования, что значительно расширило класс изучаемых систем. По иронии судьбы, первое достоверно установленное проявление хаоса, которое получило на-

звание гомоклинической структуры, Пуанкаре обнаружил при исправлении ошибки в своем конкурсном мемуаре «О проблеме трех тел и об уравнениях механики» [10]. Данная работа Пуанкаре является примером реализации программы Чебышева–Колмогорова.

Появление новой фундаментальной физической теории сопровождается соответствующими новыми физическими понятиями. Явление хаоса оказалось связанным со свойствами решений уравнений и совершенно естественно, что новые фундаментальные понятия имели математическую природу. Главным из них стало понятие *неинтегрируемости* систем нелинейных дифференциальных уравнений, приведшее к настоящему времени к большому и интенсивно развивающемуся разделу математики. Неинтегрируемость не есть отсутствие решения системы, решение существует и оно единственно. Неинтегрируемость связана с характером решения, и она обусловлена сложным поведением системы. Понадобилось пройти длинный путь, прежде чем пришло понимание принципиального различия между непроинтегрированными и интегрируемыми системами. По словам Пуанкаре, «система дифференциальных уравнений может быть только более или менее интегрируемой» [11. С. 55]. Интегрируемые системы (но необязательно проинтегрированные) скорее исключение, чем правило, соотношение между ними и интегрируемыми системами примерно то же, что между регулярными и хаотическими движениями. И тех, и других бесконечно много, но это множества разной мощности. Не будем останавливаться на других важнейших понятиях нелинейной динамики – аттрактор, бифуркация, гомоклиническая структура и др., которые широко проникают в различные области не только естественных, но уже и гуманитарных наук.

События складывались так, что потребовались целые десятилетия, прежде чем стало возможным говорить об открытии хаоса. Наверно, главная трудность состояла в том, что не было очевидным наличие каких-либо явлений, для объяснений которых требуется глубокая перестройка сложившихся представлений. Сначала следовало доказать, что такие явления действительно существуют. И начальный этап был математическим.

Было необходимо установление следующих черт явления.

- Наличие сложных движений динамических систем, принципиально отличных от известных простых периодических и квазипериодических движений. При чем сложное поведение является свойством самой системы, а не результатом воздействия внешних шумов. Такое поведение могут демонстрировать системы с небольшим числом свободы.
- Установление механизма такого поведения. Им выступает внутренняя локальная неустойчивость системы, следствием чего является чувствительная зависимость от начальных условий (или параметров системы).
- Устойчивость сложных движений, которые нельзя уничтожить малыми возмущениями системы.
- Хаотическая динамика представляет собой типичное свойство физических систем, она проявляется в самых разнообразных физических ситуациях. Системы только с регулярным поведением являются редкими.

Установление всей совокупности черт потребовало усилий многих выдающихся людей и предопределило растянувшийся на восемь десятилетий период, после которого стало возможным говорить об открытии хаоса, и оно получило признание

научного сообщества. Трудности усугублялись еще тем, что, как оказалось, области хаоса являются очень узкими, но принципиально важно их наличие.

Реализация программы Чебышева–Колмогорова в целом ряде важнейших исследований убедительно показала, что сложные движения динамических систем с небольшим числом свободы действительно существуют и при определенных условиях являются типичным свойством этих систем. Помимо трудов самого Пуанкаре, сюда надо отнести теорию Колмогорова–Арнольда–Мозера (теория КАМ), работы М. Картрайта и Дж. Литтлвуда по нелинейным дифференциальным уравнениям, основополагающую работу Э. Лоренца по атмосферной конвекции, биллиарды Синая и некоторые другие. В качестве антипримера, когда исследование проводилось на обычном для теоретической физики уровне полноты и строгости, приведем работу А.З. Грасюка и А.Н. Ораевского по динамике процессов в лазере [12], выполненной в ФИАНе в то же самое время, что и работа Лоренца, явившейся важнейшей вехой в открытии хаоса [13]. В своей работе авторы получили систему уравнений, с точностью до обозначений совпадающей с системой Лоренца. Работа Грасюка и Ораевского [12] поступила в печать 28 июня 1962 года, а работу Лоренца [13] редакция «*Journal of Atmospheric Sciences*» получила 18 ноября 1962 года. Лоренц провел исследование полученной им системы уравнений по всем канонам математической строгости и обстоятельности, привлекая всю мощь современной математики, чего не было сделано в работе [12]. В итоге Лоренц пришел к выдающемуся результату, навсегда вошедшему в классику науки. Как иронию судьбы можно воспринять тот факт, что совсем рядом с ФИАНом, в МГУ, в те годы действовал семинар Колмогорова по теории динамических систем, на котором, можно сказать, «выискивали» физические задачи о системах со сложным поведением [14]. Будь упомянутая работа по динамике лазера известна участникам семинара, история могла развиваться по другому пути. Подводя итог, можно еще раз подчеркнуть, имеются такие физические задачи, что только предельно строгий математический анализ дает возможность выявить их нетривиальную сущность. Здесь мы встречаемся с еще одной продуктивной формой взаимодействия физики и математики.

Создание теории хаоса питалось старыми и вновь появляющимися задачами физики, механики и техники. О проблеме интегрирования дифференциальных уравнений было сказано выше. Двумя другими такими старыми проблемами классической физики, не решенными до настоящего времени, является обоснование статистической механики и возникновение турбулентности. В 1920–1930-е годы под влиянием запросов радиотехники и теории автоматического регулирования усилился интерес к нелинейной тематике. Период 1927–1937 годов можно отнести ко второй реперной точке в открытии хаоса. Тогда интенсифицировались исследования по теории динамических систем, были заложены основы теории нелинейных колебаний, сложилась эргодическая теория, немного позже появилась статистическая теория турбулентности, было установлено наличие сложной динамики в биллиардных задачах. В этот период вышли две классические монографии: «Динамические системы» Дж. Биркгофа и «Теория колебаний» А.А. Андропова, А.А. Витта и С.Э. Хайкина, в которых подытожены достигнутые к тому времени результаты исследований нелинейных явлений.

Однако масса накопленных фактов в то время еще не достигла того критического значения, чтобы совершился прорыв в новую область. Понадобилась постановка новых физических задач и создание новых математических инструментов.

С определенной долей условности к третьей реперной точке отнесем 1954 год, когда Колмогоров заложил основы теории КАМ, в которой была решена поставленная еще Пуанкаре «основная проблема» динамики – о влиянии возмущений на интегрируемую гамильтонову систему. После этого до конца 1970-х годов было получено плотное множество важнейших результатов. В указанный период были развиты новые математические методы, феномен хаоса был обнаружен в различных физических системах, была построена его теория, начались экспериментальные исследования хаоса. Надо сказать, что указанный период явился заметным рубежом в развитии науки вообще. Тогда в одном временном интервале сошлись и переплелись несколько факторов, в совокупности оказавших мощное воздействие на прогресс самых разных областей знания. Во-первых, глубокие изменения в силу внутренней логики развития математики получила теория динамических систем. Другой важнейшей предпосылкой явились внешние условия. В 1940–1950-е годы были поставлены и начали осуществляться «большие проекты», позволившие развернуть научные исследования в невиданных ранее масштабах: атомная проблема, управляемый термоядерный синтез, освоение космического пространства, сверхзвуковая авиация и др. Реализация этих проектов дала жизнь не одному направлению фундаментальной науки, в том числе и в интересующей нас области. Это привело к постановке новых физических задач (создание новых ускорителей, плазменные исследования и др.), которые заострили внимание к нелинейным динамическим системам.

Значение внешних условий можно видеть на следующем примере. В 1930–1940-е годы школа Андропова была мировым лидером в исследовании нелинейных колебаний. Многие вопросы в этой области были стимулированы задачами теории автоматического регулирования, теснейшим образом связанными с проблемами оборонного характера. В США сочли, что в данной области наметилось серьезное отставание от СССР и требуется неотложное изменение ситуации, инициаторами выступили два выходца из России – С. Лефшец (один из крупнейших математиков того времени) и Н. Минорский. В США были развернуты широкие исследования по нелинейным колебаниям. В дальнейшем Лефшец организовал исследовательский Центр (Research Institute in Advanced Study) в Martin Company, которая являлась одним из ведущих производителей техники в США. В деятельности Центра существенное место занимала нелинейная тематика [15,16]. Здесь мы сталкиваемся с любопытным феноменом «холодной войны».

Для понимания происходивших событий необходимо затронуть еще один важнейший фактор, без которого уже невозможно представить науку второй половины XX века. Речь идет о вычислительном эксперименте – новом методе научного исследования, отличного от теории и лабораторного эксперимента. Появление вычислительного эксперимента стало возможным с созданием быстродействующих ЭВМ. Заметим, что первые ЭВМ предназначались главным образом для работ по атомной проблеме. Вычислительный эксперимент отличен от численных методов. В вычислительном эксперименте варьированием параметров, начальных условий и т.д. стараются выяснить устройство рассматриваемой модели в целом выделением ее характерных черт, элементов внутренней структуры, особенностей поведения. Все эти качества исследуемой системы заранее неизвестны. Вычислительный эксперимент представляет эвристический метод исследования не только в физике, но и в современной математике. С его помощью выбираются направления для дальнейших

аналитических исследований, появился даже термин «экспериментальная математика». В своей работе [13] Лоренц как раз сочетал аналитическое рассмотрение с вычислительным экспериментом, такой симбиоз привел его к успеху. Заметим, что у Грасюка и Ораевского не было возможности так широко пользоваться ЭВМ, как у Лоренца. В ФИАНе имелась менее мощная, чем у Лоренца, машина «Урал» на сотню пользователей, она часто ломалась [17]. Вычислительный эксперимент М. Эно и К. Хейлеса [18], явившийся одним из первых примеров обнаружения хаоса в конкретной физической системе, стал одним из важнейших факторов, свидетельствовавших о существовании феномена хаоса. Не будет ошибкой сказать, что без вычислительного эксперимента, с помощью которого изучаются свойства конкретных физических систем, открытие хаоса как реального феномена нашего мира едва ли было возможным.

Научное сообщество не спешило с признанием открытия феномена хаоса, несмотря на наличие в 1960-е годы убедительных аргументов в пользу этого. Вот как в начале 1960-х годов воспринималась гомоклиническая структура, обнаруженная А. Пуанкаре еще в 1890 году. Известный специалист по механике Л.Н. Сретенский в статье, приуроченной 50-летию со дня смерти Пуанкаре, просто констатировал наличие сложных движений в задаче трех тел [19]. Еще не было осознания того, что здесь *принципиально новое*, не известное ранее. Работа Э. Лоренца не получила признания до самой середины 1970-х годов. Сам Лоренц, будучи скромным и непритязательным человеком, не предпринял больших усилий для пропаганды своих результатов. Он дважды обращался к С. Уламу, который сам внес значительный вклад в изучение нелинейных явлений, но не встретил понимания. В 1971 году Д. Рюэль на конференции по статистическим методам в турбулентности обрисовал механизм перехода к турбулентным течениям (позднее названный сценарием Рюэля–Такенса) и впервые упомянул о том, что потом получило название странного аттрактора. Лоренц присутствовал на этой конференции и, видимо, был единственным, кому были созвучны эти идеи, получившие полное подтверждение в его модели. Но Лоренц промолчал [20]. Другое свидетельство. Л.П. Шильников предложил (1965) модель с хаотическим поведением, ставшую классической и нашедшую широкое применение для описания многочисленных явлений в различных физических системах. Первой, кому Шильников рассказал о своем результате, была Е.А. Леонтович, много сделавшей для продолжения исследований своего мужа, А.А. Андропова. Позднее Леонтович вспоминала о впечатлении, произведенной на нее этой моделью: «Мне хотелось сказать, что этого не может быть» [21. С. 477]. В приведенных примерах, с одной стороны, проявился естественный консерватизм научного сообщества, воспринимавшего все новое только при наличии убедительной и надежной аргументации. В данном случае хаотическое движение в маломерных системах казалось невероятным, эти системы вели себя «не так, как им положено», они, казалось, противоречили всему накопленному опыту. С другой стороны, консерватизм еще усиливался вследствие сложившихся убеждений, что только радикальное обновление физических основ теории, в которых сосредоточена «квинтэссенция» представлений о мире, может повлечь за собой глубокие концептуальные изменения в картине мира. Извлечение следствий относили к чему-то вторичному, способному лишь дополнить картину, снабдив ее некоторыми деталями, не затрагивая основ. Все предшествующее развитие физики убеждало в справедливости такого подхода.

Открытие хаоса явилось важнейшим фактором в утверждении нелинейной парадигмы. С обретением нелинейности у научной картины мира появилось новое измерение, которое фундаментальным образом изменило наши представления. С античных времен культивируется разделяемая очень многими физиками идеология о простоте устройства мира, в основе которого лежат некие первичные элементы, будь то атомы древних или современные кварки. Другим основополагающим элементом физической идеологии являлось доминирование линейного подхода в описании природы, чему способствовали замечательные успехи физики XIX – начала XX веков. Созданные тогда две фундаментальные физические теории – классическая электродинамика и квантовая механика – представляют линейные теории. Доведенный до совершенства линейный математический аппарат стал неотъемлемым элементом математических методов физики. Его наглядные, наполненные физическим содержанием образы позволяли предвидеть результат, почти не проводя вычислений.

Нелинейное мышление, восходящее к Л.И. Мандельштаму и А.А. Андронову, как всякое глубокое положение вышло за первоначальные свои рамки и начинает оказывать глубокое воздействие далеко за пределами физики. Нелинейная парадигма проникает не только во все естественные науки, но и в сферу экономических и гуманитарных наук. Открытие хаоса способствовало пониманию того, что область проявления статистических законов намного шире, чем это традиционно предполагалось. Развитие нелинейной динамики иначе поставило вопрос о соотношении фундаментального и прикладного, что считать «передним краем» науки, пересмотреть и дополнить некоторые положения, лежащие в основе нашего миропонимания. С нелинейностью приходит сложность, неоднозначность. Путь достижения данного состояния не единственен, имеются иные пути, которые необязательно следует рассматривать с оценочных позиций «лучше» или «хуже», они просто другие. По полученным следствиям нельзя однозначно восстановить причины. Из одного состояния, пусть даже с незначительно различающимися исходными данными система обязательно придет в состояние с близкими параметрами. Список фундаментальных отличий линейного и нелинейного мира можно продолжить. Исследования хаоса приоткрыли наличие сложности в таких объектах, которые традиционно относили к системам с простым поведением. В этом контексте само явление динамического хаоса представляет хотя и очень важную, но все же частность. Проявление сложности мира необозримо и систематическое изучение этого только начинается.

Библиографический список

1. *Эйнштейн А.* Автобиографические заметки // А. Эйнштейн. Собр. научн. трудов. Т. 4. М.: Наука, 1967. С. 259.
2. *Джеммер М.* Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука, 1985.
3. *Van der Pol D., van der Mark J.* Frequency demultiplication // Nature. 1927. Vol. 120. P. 363.
4. *Cartwright M., Littlewood J.E.* On non-linear differential equation of the second order: $\ddot{y} - k(1 - y^2)\dot{y} + y = b\lambda k \cos(\lambda t + \alpha)$, k large // London Math. Soc. 1945. Vol. 20. Part 3. P. 180.

5. *Молодший В.Н.* О. Коши и революция в математическом анализе первой четверти XIX века // Истор.-матем. исслед. 1978. Вып. 23. С. 32.
6. *Колмогоров А.Н.* Общая теория динамических систем и классическая механика // Proc. Intern. Congr. Math. 1954. Amsterdam. Vol. 1. P. 315.
7. *Пуанкаре А.* О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.-Л.: ОГИЗ, 1947.
8. *Poincaré H.* Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique // Acta Math. 1890. Vol. 13. P. 1.
9. Пуанкаре А. Новые методы небесной механики // Избр. труды: В 3 т. М.: Наука, 1971–1974.
10. *Аносов Д.В.* Пуанкаре и проблемы Оскара II // Истор.-матем. исслед. 2001. II сер. Вып. 6 (41). С. 57.
11. *Биркгоф Дж.* Динамические системы. Ижевск: РХД, 1999.
12. *Грасюк А.З., Ораевский А.Н.* Переходные процессы в молекулярном генераторе // Радиотехника и электроника. 1964. Т. 9, № 3. С. 524.
13. *Lorenz E.* Deterministic nonperiodic flow // J. Atmosph. Sci. 1963. Vol. 20. P. 130.
14. *Арнольд В.И., Мешалкин Л.Д.* Семинар А.Н. Колмогорова по избранным вопросам анализа (1958–59) // Успехи мат. наук. 1960. Т. 15, вып. 1. С. 247.
15. *Aubin D., Dahan Dalmedico A.* Writing the history of dynamical systems and chaos // Historia Mathematica. 2002. Vol. 29. P. 273.
16. *Dahan Dalmedico A.* La renaissance des systèmes dynamiques aux Etats-Unis après la deuxième guerre mondiale // Suppl. Rendiconti dei circolo math. Palermo. 1994. Ser. II. Vol. 34. P. 133.
17. *Ораевский А.Н.* Устное сообщение 17.04.2003.
18. *Henon M., Heiles C.* The applicability of the third integral of motion: Some numerical experiments // Astron. J. 1964. Vol. 69, № 1. P. 73.
19. *Сретенский Л.Н.* Творчество Анри Пуанкаре // Вопр. истории естествозн. и техники. 1963. Вып. 15. С. 30.
20. *Dahan Dalmedico A.* History and epistemology of models: Meteorology (1946–1963) as a case study // Arch. Hist. Sci. 2001. Vol. 5. P. 395.
21. *Шильников Л.П.* Гомоклинические траектории: От Пуанкаре до наших дней // Математические события XX века. М.: ФАЗИС, 2003. С. 465.

Поступила в редакцию 17.06.2014

DYNAMICAL CHAOS: THE DIFFICULT PATH DISCOVERING

R. R. Mukhin

Sary Oskol Technological Institute named after A.A. Ugarov, the Branch of National
Research Technological University «Moscow Institute of Steel and Alloys»

Dynamic chaos – a remarkable milestone development of science of the last century – has attracted the attention of different areas of knowledge. Chaos theory describes not

only a wide range of phenomena in various fields of physics and other natural sciences and penetrates into the humanitarian sphere, but also significantly influenced the scientific picture of the world. What features of the development of science, economic and social conditions led to that long and difficult path of discovery of chaos began precisely at the end of the XIX century and stretched out for decades? Finding answers to these questions is the subject of this paper.

Keywords: Dynamic chaos, dynamical system, complexity, nonintegrability, instability.



Мухин Равиль Рафкатович – родился в Челябинской области (1947), окончил Московский инженерно-физический институт (1976). Защитил кандидатскую диссертацию по химической физике (1991, Институт органического синтеза и углекислоты АН Казахстана) и докторскую диссертацию по истории динамического хаоса (2011, ИИЕТ РАН). Автор монографии «Очерки по истории динамического хаоса» (2007, 2012). Область научных интересов: история физико-математических наук. В настоящее время профессор Старооскольского технологического института (НИТУ МИСиС).

309516 Белгородская обл., Старый Оскол, мкр-н Макаренко, 42
Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова, филиал
Национального исследовательского технологического университета
«Московский институт стали и сплавов»
E-mail: mukhiny@mail.ru



СТРУКТУРНО СЛОЖНАЯ ГРАНИЦА С ЗЕРКАЛЬНО-ДИФFUЗНОЙ ИНДИКАТРИСОЙ ОТРАЖЕНИЯ

Д. М. Наплеков¹, А. В. Тур², В. В. Яновский¹

¹Институт монокристаллов, Национальная Академия Наук Украины

² Université de Toulouse [UPS], CNRS, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie

В работе предложен способ моделирования зеркально-диффузного характера отражения света от реальных поверхностей. Модель структурно сложной отражающей границы основана на открытых бильярдах. Индикатриса отражения от этой границы при всех углах падения состоит только из зеркального пика и диффузной компоненты. Зависимость доли зеркальной компоненты от угла падения может быть любой наперед заданной функцией, ее выбор будет определять также и вид диффузной компоненты. Показано, что генерируемая поверхностью индикатриса отличается от ламбертовой и хорошо совпадает с экспериментально наблюдаемыми индикатрисами отражения от реальных границ.

Ключевые слова: Диффузное отражение света, открытый бильярд.

Введение

Диффузный характер отражения света от различных поверхностей впервые рассматривался Иоганном Ламбертом, который в работе [1] предложил индикатрису диффузного отражения в виде $I(\varphi) = I_0 \cos \varphi$, где φ угол отражения. Эта индикатриса в целом адекватно описывает диффузное отражение от различных поверхностей и благодаря своей простоте широко используется как модельная индикатриса диффузного отражения. Однако точная индикатриса отражения от реальных физических объектов, как правило, существенно отличается от ламбертовой. Поэтому были предложены другие модели, приводящие к более близким к реальности индикатрисам отражения. К таким моделям относятся основанная на физической оптике модель Бэкмана–Спизичино [2], на геометрической оптике модель Торэнса–Спароу [3] и ряд других [4–6]. Во всех этих моделях как, правило, рассматривается один из компонентов индикатрисы отражения, например, лепесток зеркального отражения, и не учитывается взаимосвязь между зеркальной и диффузной компонентами. Эти модели используются, в частности, при автоматической обработке изображений, получении информации о форме и физических свойствах объектов, определении движения, нахождении одинаковых объектов на снимках с разными условиями освещения, например, на спутниковых фотографиях. Яркость объекта на изображении напрямую зависит от его индикатрисы отражения.

Разумеется, индикатриса отражения также важна для описания множества других физических явлений. Большое значение индикатриса отражения приобретает, в проблемах оптической биомедицинской диагностики, лазерной хирургии и деструкции биотканей, клеток и биомолекул, наконец, в лазерной микро- и макродиагностике [7, 8]. Она используется для описания не зеркального характера отражения от границ реальных тел, в том числе границы скинтилляционного кристалла [9]. При этом классическое описание распространения света в скинтилляционном кристалле с диффузно отражающей поверхностью приводит к интегральному уравнению светосбора с сингулярным ядром. Поиск и анализ его точных решений сталкивается с серьезными трудностями. Естественным выходом из такой ситуации является моделирование процессов распространения света в кристалле с помощью бильярда (см., например, [10]), повторяющего форму кристалла. Однако в обычном бильярде отражение от границы происходит по зеркальному закону, тогда как индикатриса отражения от границ кристалла часто имеет существенную диффузную компоненту. Чтобы преодолеть это противоречие, необходим простой способ моделирования отражения от границы с существенной диффузной компонентой.

Для этого рассмотрим открытый бильярд определенного типа, имеющий, как будет показано ниже, определенную зеркально-диффузную индикатрису отражения, подходящую для моделирования диффузно отражающей поверхности. Открытым называется бильярд, граница которого является незамкнутой и имеет участки, через которые лучи могут как попадать, так и покидать бильярд. Такие бильярды интенсивно изучаются в настоящее время (см., например, [11–13]). Основное внимание уделяется распределению времен нахождения внутри открытого бильярда, которое может иметь экспоненциальный или степенной закон спада. Нас однако будет интересовать индикатриса отражения, формирующаяся из параллельного пучка падающих на отверстие в границе бильярда лучей.

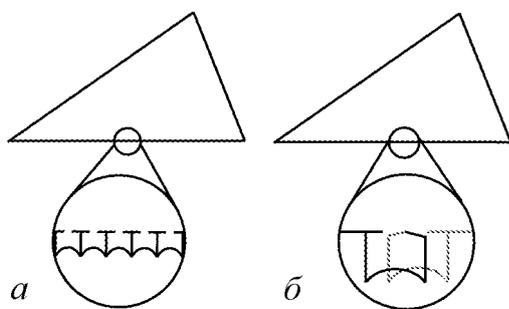


Рис. 1. Показаны два способа построения глобальной границы из микроскопических бильярдов. *a* – структурно сложная граница глобального бильярда, полученная состыковкой «микроскопических» открытых рассеивающих бильярдов. Периодическая верхняя плоская часть границы обеспечивает значительную зеркальную компоненту отражения. *б* – граница глобального бильярда, полученная наложением «микроскопических». В этом случае плоские участки границы отсутствуют и зеркальная компонента определяется только свойствами «микроскопических» бильярдов

Для моделирования диффузного отражения будем использовать границу, имеющую нетривиальную структуру. Такая макроскопически плоская граница состоит из «микроскопических» открытых бильярдов одного или нескольких разных видов. Возможные варианты устройства такой границы показаны на рис. 1. В первом варианте (рис. 1, *a*) отражение от границы в целом преимущественно идеально зеркальное с поправкой, обусловленной лучами, попавшими в микроскопический бильярд. Во втором варианте (рис. 1, *б*) формированию границы микроскопические бильярды наложены друг на друга таким образом, что граница макроскопического глобального бильярда целиком состоит из входов в микроскопические бильярды. В этом случае соотно-

шение между зеркальной и диффузной компонентами отражения от границы зависит только от индикатрис отражения микроскопических открытых бильярдов.

В целом, в основе такого моделирования лежит не попытка непосредственно проследить ход лучей при отражении от реальной поверхности, а стремление использовать общие свойства хаотических процессов. Так, например, в случае сильного хаоса независимо от конкретного физического процесса (излучение света с поверхности Солнца или вылет атомов из ячейки Кнудсена) распределение направлений вылета будет ламбертовым. Соответственно для построения модели идеально матовой поверхности в качестве микроскопического можно выбрать любой бильярд, закрытая форма которого обладает сильно хаотической динамикой. При достаточно маленькой величине входного окна индикатриса отражения, генерируемая таким бильярдом, будет полностью совпадать с модельной индикатрисой Ламберта [14]. В нашей работе предлагается метод построения специального открытого бильярда, который при всех углах падения будет давать кроме диффузной еще и зеркальную компоненту отражения. Причем зеркальная компонента отражения будет иметь любую исходно заданную зависимость от угла падения, в частности, и экспериментально наблюдаемую для определенных поверхностей [15].

Кроме характеристики отражения от сложно устроенной границы, индикатриса отражения открытого бильярда имеет отношение и к другим важным физическим явлениям. Так, например, современные методы литографии позволяют создание наноразмерных структур, транспортные свойства которых имеют множество интересных «аномалий». Находящиеся на уровне Ферми электроны в этих структурах существуют в баллистическом режиме и образуют двумерный электронный газ. Размеры системы много меньше длины свободного пробега электронов, поэтому ее сопротивление определяется не обычным диффузным рассеянием электронов, а (как минимум для коротких траекторий) отражением от границ структуры [16]. Наблюдаемые аномалии можно успешно объяснить в рамках модели классического движения частицы в открытом бильярде, где в роли границы бильярда выступает граница структуры, а в роли движущихся в бильярде частиц – непосредственно электроны. Сравнение классического и квантового подхода показывает [17], что классический подход находится в полном согласии с результатами квантового описания системы. Таким образом, изучение транспорта через открытые бильярды имеет также важное значение и для развития современной наноразмерной электроники.

1. Построение границы бильярда

Основная идея построения бильярда с индикатрисой отражения, содержащей зеркальную и диффузную компоненты, заключается в следующем. За основу построения берется бильярд с полностью регулярной динамикой, обладающий следующим свойством: при небольшом входном окне практически все лучи падающего пучка выходят после всего двух столкновений с границей практически в направлении зеркального отражения. Чем меньше размер входного окна, тем меньше будет отклонение от зеркального направления. Другими словами, такой бильярд имеет индикатрису отражения близкую к зеркальной. Далее его граница искажается определенным образом для появления диффузной компоненты. Способ искажения осно-

ван на изменении части поверхности бильярда, на которую падает пучок параллельных лучей, при выбранном угле падения на отверстие в границе такого бильярда. Ясно, что доля зеркальной компоненты будет определяться частью границы бильярда, не претерпевшей изменений, а доля диффузной – частью границы, подверженной специальным изменениям. Смысл деформации части границы заключается в стремлении обеспечить многократность столкновений луча с границей бильярда до его выхода из открытого бильярда. При этом такие лучи хаотизируются, теряют память об угле падения и, следовательно, будут давать вклад в диффузную компоненту.

Такими образом граница этого бильярда разбивается на достаточно маленькие участки с расчетом, чтобы при любом угле падения пучка он не мог целиком попасть внутрь одного участка при первом отражении от границы. Далее у каждого участка берется его часть и заменяется на другую измененную форму. Тогда те лучи падающего пучка, что попали на неизмененную часть границы, по-прежнему выйдут за два столкновения, а попавшие на новую часть границы положат начало более длинным и сложным траекториям. Множество этих траекторий и сформирует диффузную часть отражения. Выбор частей исходной границы, которые будут заменены, диктуется требуемыми свойствами воспроизводимой индикатрисы. Например, если при некотором угле падения нам надо, чтобы зеркально отражалась половина лучей, можно половину соответствующего участка границы оставить, а половину заменить. Если при другом угле падения надо отражать зеркально 90% лучей, соответственно оставим 90% того участка, на который попадет пучок при этом угле падения, и т.д. Полученная в итоге зависимость доли зеркальной компоненты от угла падения не будет полностью совпадать с заложенной таким образом, но будет достаточно сильно с ней коррелировать, чтобы отличия было несложно скомпенсировать.

Таким образом, за основу построения возьмем бильярд в форме криволинейного треугольника (рис. 2), две стороны которого задаются уравнением

$$y = \pm \frac{x}{2a}(2a - x), \quad x \in [0, a]. \quad (1)$$

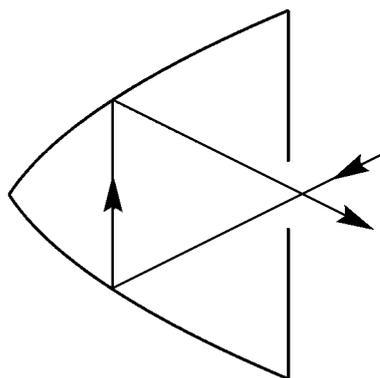


Рис. 2. Параболический открытый бильярд и падающая в него траектория. Любая траектория, попавшая в него, после двух столкновений покидает бильярд в направлении «зеркального» отражения

Третья сторона является плоской. Криволинейная часть границы обладает следующим свойством: все лучи, исходящие из точки $(a, 0)$, после двух отражений возвращаются в нее. Таким образом, расстояние a можно считать фокусным расстоянием этого бильярда.

Описание движения в бильярде можно проводить разными способами, в рассматриваемом случае удобно воспользоваться лагранжевым подходом к описанию бильярдов [18]. Основная причина этого связана с возможностью рассматривать и сравнивать фазовые пространства как исходных бильярдов, так и их объединений. Кроме того, в этом формализме исключитель-

но наглядно выглядит результат появления отверстия на границе бильярда, что удобно для качественных соображений о свойствах открытых бильярдных систем. Границу замкнутого бильярда в этом формализме удобно описывать параметром $s \in S^1$. Основным элементом, определяющим состояние бильiardной частицы, является отдельный прямолинейный сегмент траектории. Каждый такой сегмент однозначно определяется началом и концом прямолинейного отрезка, начинающегося и заканчивающегося на границе бильярда. В координатах натурального параметра его можно задать как (s_1, s_2) , где $s_1 \in S^1$ и $s_2 \in S^1$. Этот направленный отрезок однозначно определяет следующий сегмент бильiardной траектории (s_2, s_3) :

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, фазовое пространство бильярда содержится в двумерном торе $T^2 = S^1 \times S^1$. Однако не каждый прямолинейный отрезок, начинающийся и заканчивающийся на границе бильярда, лежит внутри него и, следовательно, может быть сегментом бильiardной траектории. Поэтому фазовое пространство таких бильярдных систем – тор с дырками. Более подробно этот подход изложен в работе [18]. Также просто выглядит структура динамического уравнения, определяющего следующий сегмент (\bar{s}_1, \bar{s}_2) по предыдущему,

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= s_2, \\ \bar{s}_2 &= f(s_1, s_2), \end{aligned}$$

где функция $f(s_1, s_2)$ определяется формой бильярда и обладает некоторыми общими и универсальными свойствами (см., например, [19]). В частности, она является инволюцией, поскольку для бильярдных систем всех форм удовлетворяет тождеству

$$f(f(s_1, s_2), s_2) = s_1.$$

При изучении и демонстрации фазового портрета удобно пользоваться разверткой тора в виде единичного квадрата. Тогда построенный в рамках описанного выше подхода фазовый портрет исходного параболического бильярда будет иметь вид, показанный на рис. 3. Видно, что движение лучей в таком бильярде является полностью регулярным, хаотическая компонента в фазовом пространстве отсутствует.

Поместим входное отверстие бильярда величины Δ в центре его плоской стороны. Через это входное окно лучи могут попадать и покидать бильiard, что делает его открытым. Разобьем теперь криволинейные границы исходного бильярда на участки таким образом,

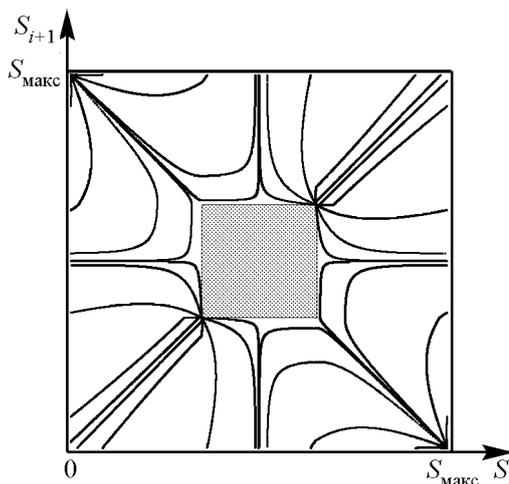


Рис. 3. Фазовый портрет траекторий криволинейного треугольного бильярда: регулярная динамика, хаотическая компонента в фазовом пространстве отсутствует

чтобы каждый участок соответствовал проекции входного отверстия на соответствующую сторону (рис. 4). Координаты граничных точек этих участков задаются отображением

$$\begin{cases} x_{n+1} = a \left(1 + \frac{2y_n + \Delta}{2(a - x_n)} - \sqrt{\left(1 + \frac{2y_n + \Delta}{2(a - x_n)} \right)^2 - \frac{2y_n + \Delta}{a - x_n} - \frac{\Delta}{a}} \right), \\ y_{n+1} = \pm \frac{x_{n+1}(2a - x_{n+1})}{2a} \end{cases}$$

с начальным условием $x_0 = y_0 = 0$. По мере приближения к плоской стороне границы размер этих участков границы уменьшается до нулевого, поэтому при приближении к плоской стороне на некоторое заданное расстояние процедура разбиения границы на участки прекращается. Это расстояние может быть выбрано сколь угодно маленьким.

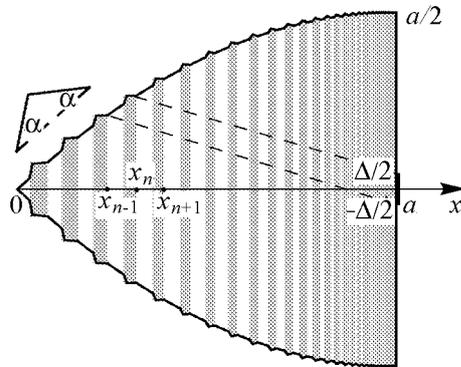


Рис. 4. Вид границы рассматриваемого бильярда. Граница разбита на участки, соответствующие проекции входного окна. У каждого участка часть изначально гладкой границы заменена на две стороны равностороннего треугольника с углом α

Разобьем теперь каждый из полученных участков границы на две части в соответствии с некоторой произвольно выбираемой функцией угла падения $0 < f(\varphi) < 1$, так что координаты разделяющей точки будут иметь вид

$$\begin{cases} x'_n = x_n + f(\varphi_n)(x_{n+1} - x_n), \\ y'_n = \pm \frac{x'_n(2a - x'_n)}{2a}, \\ \tan \varphi_n = \frac{a - x_n}{y_n + \Delta/2}. \end{cases}$$

Первую часть каждого из участков оставим нетронутой, эти части границы будут генерировать зеркальную часть индикатрисы бильярда. Вторую часть каждого участка заменим на выпуклую кривую любого другого вида. В качестве наиболее простой замены были взяты две стороны равностороннего треугольника с углом α при них. Так что в итоге граница бильярда приобретает вид, показанный на рис. 4.

Типичный фазовый портрет бильярда такого вида показан на рис. 5. Видно, что на фазовом портрете сохраняются некоторые следы регулярной динамики. Чем больше общая доля зеркальной компоненты, тем более явно они выражены. Серия занятых траекторией областей вдоль диагонали $y = x$

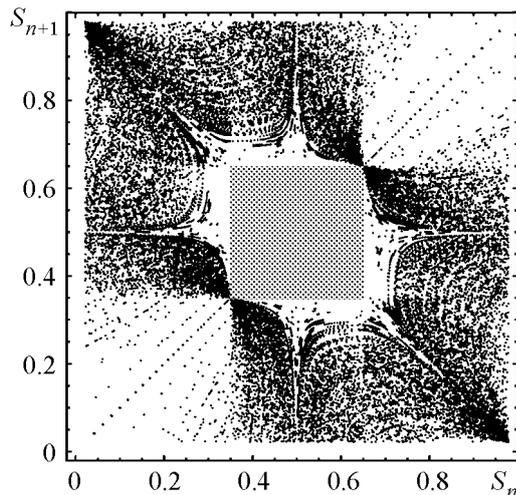


Рис. 5. Фазовый портрет бильярда с параметрами $a = 100$, $\Delta = 5$, $\alpha = 0.6$, $f(\varphi) = 0.92$, $N = 20000$

соответствует двум последовательным столкновениям со сторонами равностороннего треугольника. Каждая из этих областей соответствует своему треугольнику на границе бильярда. В окрестности этих областей находится запрещенная зона сложной формы, внутрь которой траектория не может заходить. Ее появление связано с тем, что рассматриваемый бильярд не является строго выпуклым.

2. Полученные результаты. Сравнение с экспериментальными

Точный вид границы бильярда и, соответственно, генерируемая им индикатриса зависят от достаточно большого числа параметров – размера входного окна Δ , угла равносторонних треугольников α и функции $f(\varphi)$. Размер входного окна является одним из основных параметров. Для того, чтобы индикатриса имела зеркально-диффузный характер, он должен быть выбран достаточно маленьким – много меньше параметра криволинейного бильярда a . В противном случае появится направленное отражение не только в зеркальном, но и в других направлениях. Кроме того, для некоторых бильярдов при расчете разбиения границы размер входного окна Δ_{br} брался меньше реального Δ . Это приводило к более мелкому разбиению границы, что делало зависимость доли зеркальной компоненты от угла падения более гладкой. Таким образом, с входным окном фактически связано два параметра. При построении границы бильярда бралось значение Δ_{br} . При построении индикатрисы, которую этот бильярд генерирует, для расчета попадания и выхода лучей бралось $\Delta > \Delta_{br}$.

Угол α может выбираться достаточно произвольно. В принципе, его можно выбирать не одинаковым для всех треугольников границы, а как некоторую функцию угла падения $\alpha(\varphi)$. Как оказалось, выбор этой функции незначительно влияет на индикатрису бильярда и не может качественно изменить ее вид. Исключением является только такой подбор углов α , когда попадающие в бильярд лучи выходят из бильярда после одного столкновения со стороной равностороннего треугольника. Например, $\alpha = \pi/4$ для первого участка границы. При таком выборе появится сильное обратное отражение лучей, а в диффузной части индикатрисы в соответствующем направлении появится провал.

Выбор вида функции $f(\varphi)$ в значительной степени определяет долю зеркально отраженных лучей для угла падения φ . Генерируемая бильярдом зависимость не полностью совпадает с $f(\varphi)$, однако сильно коррелирует с ней, так что выбором вида $f(\varphi)$ можно подобрать форму границы бильярда практически для любой желательной зависимости зеркальности от угла падения. Вид диффузной части индикатрисы, так же существенно зависит от выбора $f(\varphi)$. Можно было бы ожидать, что независимо от этого выбора будет формироваться диффузная компонента такого же вида, как у всех бильярдов с сильно развитым хаосом. Однако это оказалось не так, выбор зависимости зеркальности от угла падения определяет и вид диффузной части индикатрисы.

Выбором функции $f(\varphi)$ можно, например, добиться того, чтобы построенный бильярд давал такую же зависимость средней зеркальности от угла падения, как и наблюдаемая экспериментально. Были построены бильярды с зависимостями, совпадающими с экспериментально полученными данными из работ [20]. На рис. 6, а, г показаны зависимости доли зеркально отраженных лучей от угла падения у этих бильярдов, усредненные по небольшому диапазону углов падения, плавные кривые – эксперимент. Точные зависимости осциллируют с высокой частотой и некоторой ам-

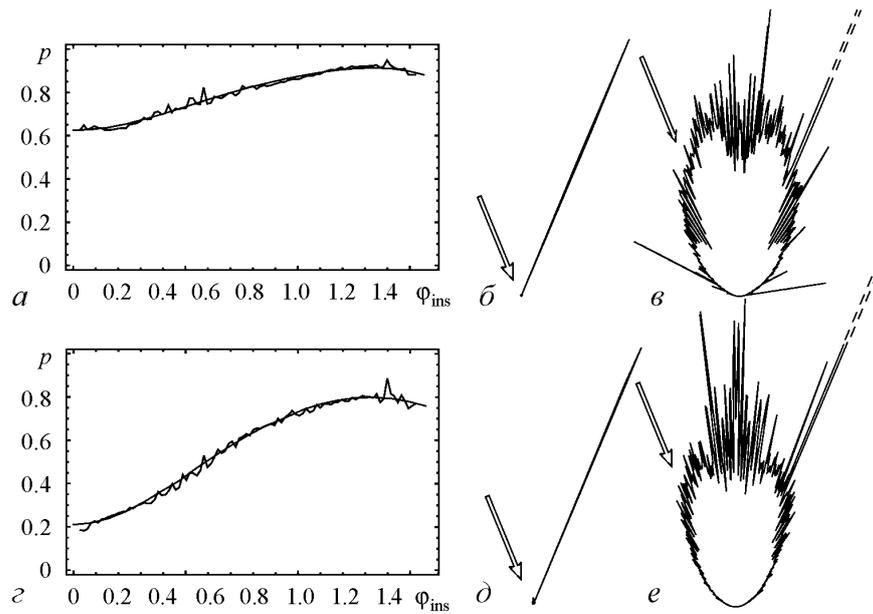


Рис. 6. *a, z* – зависимость доли зеркальной компоненты от угла падения, генерируемая билиардом. Плавная кривая – экспериментально наблюдаемая зависимость. *б, д* – общий вид индикатрисы отражения, генерируемой билиардом для показанного стрелкой угла падения $\varphi = 0.393$. *в, е* – вид диффузной части индикатрисы. *a, б, в* – для билиарда с параметрами $a = 100$, $\alpha = 0.05$, $\Delta_{br} = 0.45$, $\Delta = 0.7$, $f(\varphi) = 0.622 + 1.07\varphi - 1.765\varphi^2 + 1.42\varphi^3 - 0.41653\varphi^4$. *z, д, е* – билиард с параметрами $a = 100$, $\alpha = 0.05$, $\Delta_{br} = 0.45$, $\Delta = 0.7$, $f(\varphi) = -0.03e^{-60*(\varphi-0.18)^2} + 0.158 + 1.8563\varphi - 2.292\varphi^2 + 1.5647\varphi^3 - 0.4446\varphi^4 + 0.008055\varphi^5$, $N = 10^7$ траекторий

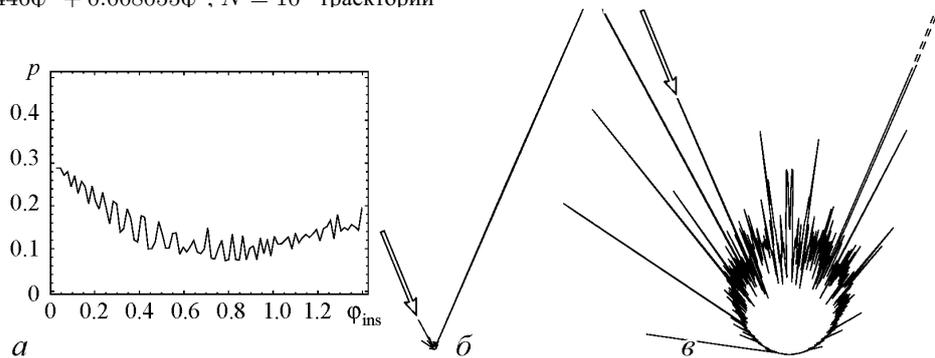


Рис. 7. *a* – зависимость доли зеркальной компоненты от угла падения, генерируемая билиардом с индикатрисой, близкой к ламбертовой. Параметры билиарда $a = 100$, $\alpha = 0.05$, $\Delta = 1$, $f(\varphi) = 0.3 + 0.075\varphi$, $N = 10^7$ траекторий. *б, в* – индикатриса этого билиарда, угол падения $\varphi = 0.41$

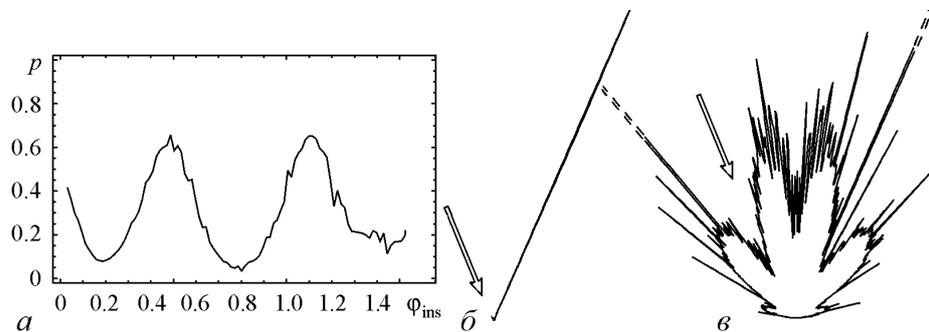


Рис. 8. *a* – зависимость доли зеркальной компоненты от угла падения, генерируемая билиардом с параметрами $a = 100$, $\alpha = 0.05$, $\Delta_{br} = 0.45$, $\Delta = 0.7$, $f(\varphi) = 0.5 - 0.3 \sin 10\varphi$, $N = 10^7$ траекторий. *б, в* – индикатриса этого билиарда, угол падения $\varphi = 0.41$

плитудой, зависящими от шага разбиения границы. На рис. 6, б, д показан общий вид индикатрис отражения этих бильярдов. На рис. 6, в, е показан вид диффузной части этих индикатрис.

Видно, что полученные индикатрисы, имеющие реально наблюдаемые зависимости зеркальности от угла падения, существенно отличаются от модельной индикатрисы Ламберта. Однако и реально наблюдаемые индикатрисы так же сильно отличаются от модельной, это отклонение описывается β фактором индикатрисы. Сравнение зависимости β фактора от угла падения для полученных индикатрис с экспериментальными данными из работы [15] показывает, что генерируемые соответствующими бильярдами индикатрисы качественно отличаются от модельной индикатрисы в ту же сторону, что и реально наблюдаемые. Другими словами, реальные индикатрисы диффузного отражения, как правило, более острые, чем индикатриса Ламберта и для близких к нормальному углов падения выглядят примерно, как показанные на рис. 6.

Для другого выбора зависимости зеркальности от угла падения (рис. 7, а) диффузная часть может иметь вид, хорошо совпадающий с модельной индикатрисой Ламберта (рис. 7, б, в), а также и сильно отличающийся как от нее, так и от приведенных выше индикатрис (рис. 8). Таким образом, для экспериментально наблюдаемых зависимостей зеркальности от угла падения форма диффузной части индикатрисы так же совпадает с экспериментально наблюдаемой. Для других зависимостей зеркальности диффузная часть индикатрисы также другая.

Выводы

В работе предложен способ нахождения формы границы открытого бильярда, генерирующего зеркально-диффузную индикатрису отражения с исходно заданной зависимостью доли зеркальной компоненты от угла падения лучей на входное окно бильярда. Были построены бильярды, у которых эта зависимость совпадает с экспериментально наблюдаемой. Бильярды с такой индикатрисой можно использовать в качестве микроскопических при построении модели диффузно отражающей границы.

Вид диффузной части индикатрисы отражения бильярдов рассматриваемого типа оказался зависящим от выбора вида зависимости доли зеркальной компоненты от угла падения и в общем случае не совпадающим с модельной индикатрисой Ламберта. Для бильярдов с экспериментально наблюдаемой зависимостью зеркальности от угла падения вид диффузной части индикатрисы отличается от модельной и качественно совпадает с экспериментально наблюдаемыми индикатрисами.

Библиографический список

1. *Lambert J.H.* Photometria sive de mensura et gradibus luminus, colorum et umbrae. Augsburg: Eberhard Klett, 1760.
2. *Beckmann P., Spizzichino A.* The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces. NY:Pergamon, 1963.
3. *Torrance K., Sparrow E.* Theory for off-specular reflection from roughened surfaces // J. Opt. Soc. Am. 1967. Vol. 57, № 9. P. 1105.
4. *Oren M., Nayar S.K.* Generalization of the Lambertian model and implications for machine vision // Int. J. Comput. Vision. 1995. Vol. 14. P. 227.
5. *Ginneken B., Stavridi M., Koenderink J.J.* Diffuse and specular reflectance from rough surfaces // Applied Optics. 1998. Vol. 37. P. 130.

6. *Wolff L.B.* Diffuse-reflectance model for smooth dielectric surfaces // *J. Opt. Soc. Am. A.* 1994. Vol. 11, № 11. P. 2956.
7. Оптическая биомедицинская диагностика: Т. 1, 2 / Пер. с англ. Под ред. В.В. Тучина. М.: Физматлит, 2007.
8. *Oliveira L., Carvalho M.I., Nogueira E., and Tuchin V.V.* The characteristic time of glucose diffusion measured for muscle tissue at optical clearing // *Laser Phys.* 2013. Vol. 23. P. 075606-1-7.
9. *Глобус М.Е., Гринёв Б.В.* Неорганические сцинтилляторы. Харьков: Акта, 2000.
10. *Гринев Б.В., Найденов С.В., Яновский В.В.* О спектрометрических закономерностях светособирания в сцинтилляционных детекторах // *ДАН Украины.* 2003. № 4. С. 88.
11. *Altmann E.G., Portela J.S.E., Tel T.* Leaking chaotic systems // *Rev. Mod. Phys.* 2013. Vol. 85. P. 869.
12. *Nagler J., Krieger M., Linke M., Schonke J., Wiersig J.* Leaking billiards // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 75. P. 046204.
13. *Bauerand W., Bertsch G.F.* Decay of ordered and chaotic systems // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 65, № 18. P. 2213.
14. *Naplekov D.M., Tur A.V., Yanovsky V.V.* Scattering by a boundary with complex structure // *Phys. Rev. E.* 2013. Vol. 87. P. 042901.
15. *Hope A., Hauer K.-O.* Three-dimensional appearance characterization of diffuse standard reflection materials // *Metrologia.* 2010. Vol. 47. P. 295.
16. *Micolich A.P., See A.M., Scannell B.C., Marlow C.A., Martin T.P., Pilgrim I., Hamilton A.R., Linke H., Taylor R.P.* Is it the boundaries or disorder that dominates electron transport in semiconductor «billiards»? // *Fortschr. Phys.* 2013. Vol. 61, № 2–3. P. 332.
17. *Brunner R., Meisels R., Kuchar F., Akis R., Ferry D.K., Bird J.P.* Classical and quantum dynamics in an array of electron billiards // *Physica E.* 2008. Vol. 40. P. 1315.
18. *Naidenov S.V., Yanovsky V.V.* Geometric-dynamic approach to billiard systems: I. Projective involution of a billiard, direct and inverse problems // *Theor. Math. Physics.* 2001. Vol. 127, № 1. P. 500.
19. *Naidenov S.V., Yanovsky V.V.* Geometric-dynamic approach to billiard systems: II. Geometric features of involutions // *Theor. Math. Physics.* 2001. Vol. 129, № 1. P. 1408.
20. *Toporets A.S., Mazurenko M.M.* Diffusion reflection by a rough surface // *Zh. Prikl. Spekr.* 1969. Vol. 10, № 3. P. 486.

Поступила в редакцию 12.08.2014

STRUCTURALLY COMPLEX BOUNDARY WITH SPECULAR-DIFFUSE REFLECTION INDICATRIX

D. M. Naplekov¹, A. V. Tur², V. V. Yanovsky¹

¹Institute for Single Crystals, NAS Ukraine

²Université de Toulouse [UPS], CNRS, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie

The way of modeling of specular-diffuse character of light reflection from real surfaces is proposed in the paper. Model of structurally complex reflecting boundary bases

*Д.М. Наплеков, А.В. Тур, В.В. Яновский
Изв. вузов «ПНД», т. 22, № 4, 2014*

on the open billiards. Indicatrix of reflection from this surface for all angles of incidence consists only of specular pike and diffuse component. Dependence of the share of specular component on an angle of incidence may be any predefined function, its choice also defines the shape of diffuse component. It is shown, that generated by the surface indicatrix differs from the Lambert one and well coincides with experimentally observed indicatrices of real surfaces.

Keywords: Diffuse light reflection, open billiard.



Наплеков Дмитрий Михайлович – родился в Харькове (1980), окончил Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина (2002). После окончания ХНУ работает в Институте монокристаллов НАН Украины младшим научным сотрудником. Область научных интересов – теоретическая физика. Автор 10 научных публикаций.

61001 Харьков, пр. Ленина, 60
Институт монокристаллов НАН Украины
E-mail: nmi@datasvit.net



Тур Анатолий Валентинович – родился в Петропавловске (1949), окончил Харьковский государственный университет (1972). После окончания ХГУ работал в Харьковском физико-техническом институте, а затем в Киевском институте космических исследований. В настоящее время работает в Национальном центре научных исследований Франции (CNRS), Университет Пауля Сабатини, Институт астрофизики и планетологии Тулузы. Защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук (1978, Киевский институт космических исследований) и доктора физико-математических наук (1988) в области теоретической физики. Область научных интересов – нелинейная динамика, теория турбулентности, физика плазмы, хаос и нелинейная физика. Автор более 150 научных публикаций и монографии «Конструктивный хаос» (в соавторстве с Ю.Л. Болотиным и В.В. Яновским).

9 avenue du Colonel Roche, BP 44346, 31028 Toulouse Cedex 4, France
Universite de Toulouse [UPS], CNRS, Institut de Recherche en Astrophysique et Planetologie,
E-mail: Anatoly.Tour@irap.omp.eu



Яновский Владимир Владимирович – родился в Полтаве (1950) окончил Харьковский государственный университет (1973). После окончания ХГУ работал в Харьковском физико-техническом институте. В настоящее время работает в Институте монокристаллов НАН Украины (ИМ НАНУ) заведующим теоретическим отделом и преподает на кафедре искусственного интеллекта Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина. Защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук в (1983, Киевский институт космических исследований) и доктора физико-математических наук (1996, ИМ НАНУ) в области теоретической физики. Область научных интересов – теоретическая физика, хаос и теория турбулентности, нелинейная физика. Автор более 250 научных публикаций.

61001 Харьков, пр. Ленина, 60
Институт монокристаллов НАН Украины
E-mail: yanovsky@isc.kharkov.ua



ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА НЕЛИНЕЙНОЙ ПРИЧИННОСТИ ПО ГРЕЙНДЖЕРУ В СЛУЧАЕ СИЛЬНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ СИСТЕМ

М. В. Корнилов¹, И. В. Сысоев^{1,2}

¹Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Определение направления связи между системами по записям их колебаний (временным рядам) – задача, актуальная для многих областей знания, решение которой может существенно осложниться в случае синхронизации. Метод причинности по Грейнджеру является перспективным для её решения, поскольку позволяет надеяться на успех в случае частичной (например, фазовой) синхронизации за счёт учёта не только фазы, но и амплитуды обоих сигналов.

В данной работе на тестовых эталонных системах, имеющих ярко выраженный характерный масштаб, показано, что метод нелинейной причинности по Грейнджеру работоспособен даже в случае сильной фазовой синхронизации систем (с коэффициентом фазовой синхронизации вплоть до 0.95). Полученные результаты проходили проверку на значимость различными методами генерации суррогатных временных рядов, показавшими в итоге схожие оценки.

Ключевые слова: Поиск связанности, причинность по Грейнджеру, моделирование по временным рядам, оценка значимости, суррогатные временные ряды, синхронизация.

Введение

Задача поиска направленной связи между различными системами по их экспериментальным временным рядам актуальна во многих областях знания. Известно, что процессы синхронизации препятствуют её решению. В данной работе рассматривается случай, когда связанные однонаправленной связью системы находятся в состоянии фазовой синхронизации. Такие системы достаточно распространены в природе. Например, это нейронные ансамбли в головном мозге. Существуют несколько подходов к определению направленной связанности: алгоритмы вычисления частичной направленной когерентности [1], энтропии переноса [2], а также подходы, основанные на построении прогностических моделей, к которым относится моделирование фазовой динамики системы [3,4] и используемый в данной работе

метод причинности по Грейнджеру [5]. Автор разработал его применительно к экономике, однако на данный момент он активно применяется в физиологии, например, для поиска связанности между областями головного мозга [6, 7], между мозгом и конечностью [8], в климатологии – для предсказания поведения муссонов [9]. Метод интересен прежде всего тем, что позволяет оперировать короткими рядами, содержащими малое количество точек или колебаний системы и получать оценки даже используя достаточно несложные модели с аппроксимацией нелинейности полиномами невысокой степени [10]. Предполагается, что метод позволит выявить направленную связь в случае фазовой синхронизации, так как учитывает также амплитудную динамику обеих систем. В свете сказанного важную задачу представляет собою оценка работоспособности метода нелинейной причинности по Грейнджеру вблизи порога синхронизации.

В данной работе исследовалась способность метода нелинейной причинности по Грейнджеру выявлять наличие и направление связи для класса однонаправленно связанных синхронизирующей связью систем, имеющих чётко выраженный пик в спектре и демонстрирующих хаотические колебания. Значение параметра связи варьировалось от нуля до величины, при которой наблюдалась сильная синхронизация систем. Степень синхронности оценивалась с помощью коэффициента фазовой синхронизации (который рассчитывался согласно [11]) и по отношению дисперсии разностного сигнала к дисперсии сигнала ведомой системы. Полученные результаты проходили проверку на значимость, для чего использовались суррогатные временные ряды, соответствующие различным гипотезам.

В работе показано, что метод нелинейной причинности по Грейнджеру позволяет выявить преимущественное направление связи даже в случае очень сильной фазовой синхронизации систем. Полученные результаты проходили проверку на значимость в случае, когда связь действительно присутствовала. Доверительные интервалы, полученные на основе различных суррогатных временных рядов, лежат на одном уровне, резкий рост значений наблюдается только в случае сильной синхронизации систем, когда значения коэффициента фазовой синхронизации близки к 0.95.

1. Причинность по Грейнджеру

Напомним суть предложенного Грейнджером метода. Пусть имеются записи колебаний двух систем – ряд $\{x_n\}_{n=1}^N$ от системы X и ряд $\{y_n\}_{n=1}^N$ от системы Y , где $n = 1, 2, \dots, N$ – дискретное время, N – длина рядов. На основе анализа реализаций $\{x_n\}_{n=1}^N$ и $\{y_n\}_{n=1}^N$, которые в общем случае содержат и шумы, требуется определить, влияет ли система Y на систему X или нет. На первом шаге строится индивидуальная модель (динамическая система)

$$x'_{n+\tau} = f(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, \mathbf{c}^s). \quad (1)$$

Здесь x'_n – предсказанное значение в момент времени n (может отличаться от измеренного значения x_n); f – аппроксимирующая функция (если она нелинейна, метод называется нелинейной причинностью по Грейнджеру); l – лаг модели (количество шагов дискретного времени между точками ряда, образующими D_s -мерный вектор состояний модели $\mathbf{x}_n(x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-(D_s-1)l})$; τ – дальность прогноза (расстояние

во времени между предсказываемой точкой и наиболее близкой точкой вектора состояния); D_s – размерность индивидуальной модели (число точек временного ряда, составляющих вектор состояния, который реконструируется методом временных задержек [12, 13]); \mathbf{c}^s – неизвестный вектор коэффициентов, который подбирается методом наименьших квадратов так, чтобы минимизировать среднеквадратичную ошибку аппроксимации (1)

$$\varepsilon_s^2 = \frac{1}{N - n'} \sum_{n=n'+1}^N (x'_n - x_n)^2, \quad (2)$$

где $n' = \tau + (D_s - 1)l$. Следующим шагом строится совместная модель, в которой кроме данных из ряда $\{x_n\}_{n=1}^N$ используется D_a членов из ряда $\{y_n\}_{n=1}^N$

$$x''_{n+\tau} = g(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, y_n, y_{n-l}, \dots, y_{n-(D_a-1)l}, \mathbf{c}^j), \quad (3)$$

где x''_n есть предсказанное моделью значение, \mathbf{c}^j – коэффициенты совместной модели. Минимизированная среднеквадратичная ошибка прогноза совместной модели, аналогично (2), имеет вид

$$\varepsilon_j^2 = \frac{1}{N - n''} \sum_{n=n''+1}^N (x''_n - x_n)^2, \quad (4)$$

где $n'' = \tau + (\max(D_s, D_a) - 1)l$.

При $\varepsilon_j^2 < \varepsilon_s^2$ говорят, что Y действует на X (системы связаны). В качестве меры связанности, как правило, используется показатель *улучшения прогноза*

$$PI = 1 - \frac{\varepsilon_j^2}{\varepsilon_s^2}. \quad (5)$$

Если $PI = 0$ (учёт сигнала Y не помог в предсказании X), то считают, что Y не воздействует на X . Если же $PI \rightarrow 1$ (учёт сигнала Y существенно улучшил предсказание X), считают, что Y воздействует на X .

2. Методика исследования работоспособности метода

В качестве объектов исследования использовались связанные однонаправленной синхронизирующей связью системы Рёсслера [14] (6)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 = x_1 + a_1 x_2 + k(y_2 - x_2), \\ \dot{x}_3 = b_1 - (c_1 - x_1)x_3, \\ \dot{y}_1 = -y_2 - y_3, \\ \dot{y}_2 = y_1 + a_2 y_2, \\ \dot{y}_3 = b_2 - (c_2 - y_1)y_3 \end{cases} \quad (6)$$

и уравнения генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича [15] (7)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0.15x_1 + x_2 - 0.93x_3 + k(y_1 - x_1), \\ \dot{x}_2 = -x_1, \\ 0.2\dot{x}_3 = x_1 - f(x_3), \\ \dot{y}_1 = 0.23y_1 + y_2 - 0.755y_3, \\ \dot{y}_2 = -y_1, \\ 0.2\dot{y}_3 = y_1 - f(y_3), \\ f(p) = 8.592p - 22p^2 + 14.408p^3. \end{cases} \quad (7)$$

Коэффициент связи k менялся от 0 (нет связи) до достижения синхронизации: в случае связанных систем Рёсслера – до $k = 1$, Кияшко–Пиковского–Рабиновича – до $k = 0.06$.

Для обеих систем:

- параметры эталонных осцилляторов были выбраны таким образом, чтобы получить хаотические режимы для каждой подсистемы как в отсутствии, так и при наличии связи;
- уравнения интегрировались методом Рунге–Кутты 4-го порядка, с интервалом выборки $\Delta t = 0.01$;
- отсекался переходный процесс длиной в 1000 единиц безразмерного времени;
- в численном эксперименте использовались ряды длиной 20480 значений;
- в качестве аппроксимирующих функций метода нелинейной причинности по Грейнджеру использовались полиномы третьей степени, $D_s = 2$, $D_a = 1$;
- значения $\tau = 1$ и $l \sim T/3$, где T – характерный период колебаний системы [16];
- рассчитывалось улучшение прогноза как в направлении, в котором связь действительно присутствовала (далее обозначено PI), так и в ложном направлении (далее обозначено rPI).

Использовались два набора параметров для системы Рёсслера, при которых старшие ляпуновские показатели ведомой системы принимали значения 0.06 ($a_1 = 0.146$, $b_1 = 0.3$, $c_1 = 10$, $a_2 = 0.16$, $b_2 = 0.2$, $c_2 = 16$) и 0.11 ($a_1 = 0.25$, $b_1 = 0.2$, $c_1 = 7.5$, $a_2 = 0.21$, $b_2 = 0.15$, $c_2 = 12$) при нулевом значении коэффициента связи k , соответственно.

В качестве наблюдаемых использовались временные ряды координаты x_2 для связанных систем Рёсслера и x_1 для уравнений генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича. На рис. 1 представлены эти временные ряды для случая сильной синхронизации систем. Из графика 1, a видно, что наблюдается синхронизация колебаний, однако периодически имеет место некоторое расхождение траекторий соответствующих координат воздействующей и находящейся под воздействием системы. Для связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича графики координат демонстрируют более регулярное поведение, видно что график воздействующей системы имеет опережение порядка $\pi/2$.

Полученные в результате применения метода нелинейной причинности по Грейнджеру значения PI усреднялись по 20 реализациям. После чего проводилась проверка значимости и специфичности выводов. Для оценки значимости результатов использовались следующие суррогатные временные ряды.

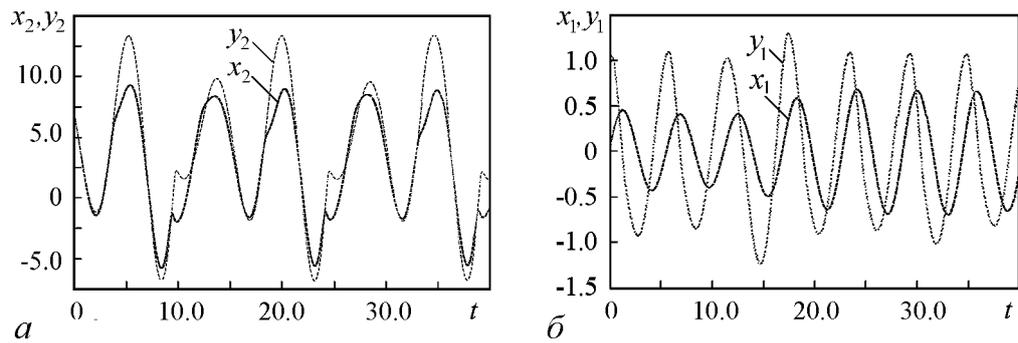


Рис. 1. Временные ряды воздействующей системы $y(t)$ и системы, находящейся под воздействием, $x(t)$ для связанных систем Рёсслера (а) и для связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича (б)

- Построенные на основе тех же систем, что и тестировались, но при отсутствии связи (такое возможно, так как были известны модельные уравнения аттракторов). Данные суррогатные временные ряды рассматривались как эталонные и проверяющие нулевую гипотезу об отсутствии направленной связи, поэтому будем называть их «идеальными». Полученный на их основе 95% доверительный интервал в дальнейшем обозначим PI_{ideal} .
- Построенные с помощью случайного задания значений фаз Фурье-образов сигналов [17]. Полученный на основе данных суррогатных рядов 95% доверительный интервал обозначим PI_{phase} .
- Суррогатные временные ряды, сохраняющие значения функции когерентности [18]. Полученный на их основе 95% доверительный интервал – PI_{coh} .
- Суррогатные временные ряды, полученные перестановкой частей временного ряда системы [19]. Полученный на их основе 95% доверительный интервал – PI_{transp} .

При оценке значимости создавался набор из 100 суррогатных временных рядов и оценивался 95% квантиль.

Под специфичностью понимается способность метода показывать наличие связи в правильную сторону (где она действительно присутствует) и не обнаруживать связь в обратном направлении (в данной работе рассматривались только однонаправленно связанные системы).

3. Обсуждение результатов

Результаты исследования работоспособности метода для связанных систем Рёсслера со старшими показателями Ляпунова $\Lambda = 0.06$ и $\Lambda = 0.11$ и связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича ($\Lambda = 0.059$) представлены на рис. 2, 3, 4, соответственно.

Для связанных систем Рёсслера меры синхронизации, представленные на графиках а и б рис. 2 и 3, ведут себя сходно: с ростом значения коэффициента связи k наблюдается увеличение значения коэффициента фазовой синхронизации $\Psi_{x,y}$ и уменьшение значения $\Delta_{x,y}$ – отношения дисперсии разности сигналов к дисперсии

сигнала, находящегося под воздействием. Это говорит о том, что в данном случае процессы фазовой и амплитудной синхронизации происходят одновременно. При этом чем выше значение старшего ляпуновского показателя системы, тем большие k требуются для достижения одного и того же уровня как $\Psi_{x,y}$, так и $\Delta_{x,y}$.

На графиках $г$ рис. 2 и 3 представлены результаты работы метода нелинейной причинности по Грейнджеру в зависимости от значения k между системами, а также 95% квантили, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных временных рядов. Видно, что значения PI в обоих случаях оказываются значимыми, начиная с достаточно малых $k \sim 0.01$, при которых уже наблюдается заметная синхронизация систем $\Psi_{x,y} \sim 0.5$. При поиске связи в заведомо ложном направлении значения rPI оказываются значимыми при больших значениях k ($k > 0.5$ при $\Lambda = 0.11$). На графиках $в$ рис. 2 и 3 представлены зависимости разности $PI - rPI$ от коэффициента связи, на которых наблюдается максимум при значениях $k \sim 0.5$, что соответствует большому значению фазовой синхронизации системы ($\Psi_{x,y} \sim 0.9$). Однако значения PI в обоих случаях не достигают единицы, что обусловлено в первую очередь тем, что используемая модель слишком проста и недостаточно специализирована для наблюдаемой динамики. При этом следует признать, что метод способен выявить наличие связи и распознать её как однонаправленную даже при сильной фазовой синхронизации.

Для связанных систем уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича результаты исследования представлены на рис. 4. Значения $\Psi_{x,y}$ и $\Delta_{x,y}$ растут с

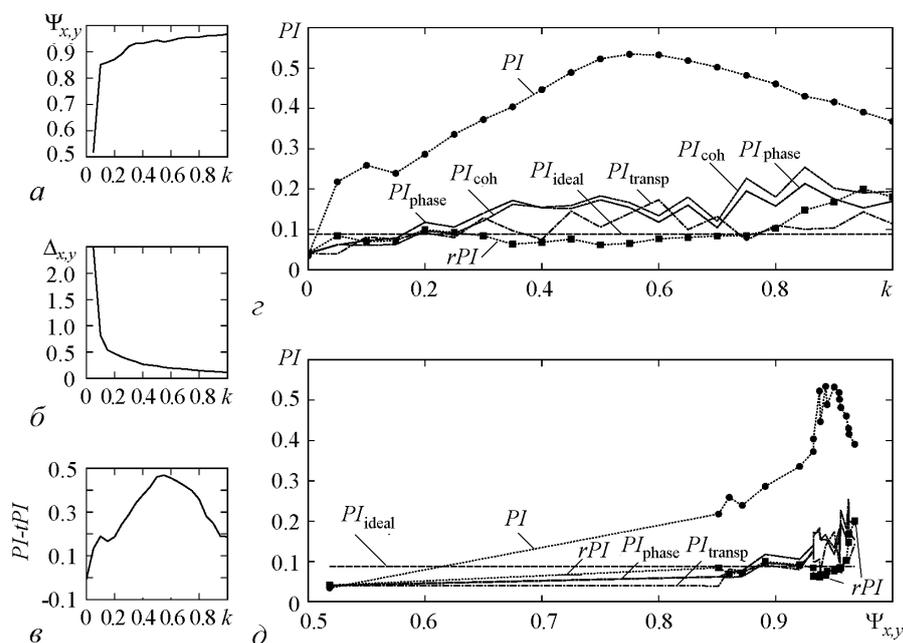


Рис. 2. Для связанных однонаправленной связью систем Рёсслера с старшим ляпуновским показателем, равным 0.06, показаны зависимости следующих величин от значения коэффициента связи между системами: а – коэффициента фазовой синхронизации; б – отношения дисперсии разности исследуемых временных рядов ведущей и ведомой систем к дисперсии временного ряда исследуемой системы; в – разности $PI - rPI$. На графиках г и д – зависимости значений PI и rPI от коэффициента связи и коэффициента фазовой синхронизации, соответственно, а также 95% доверительные интервалы, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных временных рядов

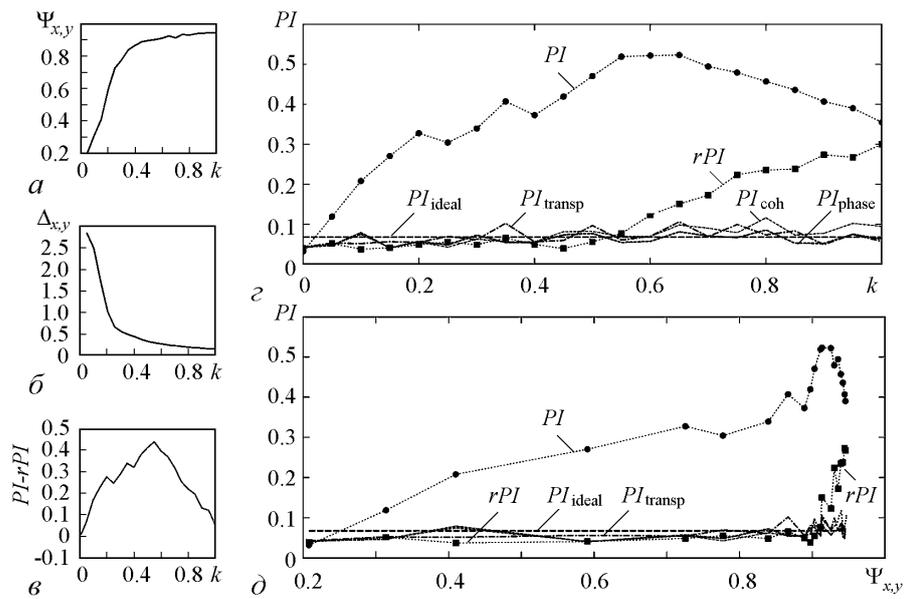


Рис. 3. Для связанных однонаправленной связью систем Рёсслера со старшим ляпуновским показателем, равным 0.11, показаны зависимости следующих величин от значения коэффициента связи между системами: *a* – коэффициента фазовой синхронизации; *б* – отношения дисперсии разности исследуемых временных рядов ведущей и ведомой систем к дисперсии временного ряда исследуемой системы; *в* – разности $PI - rPI$. На графиках *г* и *д* – зависимости значений PI и rPI от коэффициента связи и коэффициента фазовой синхронизации, соответственно, а также 95% доверительные интервалы, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных временных рядов

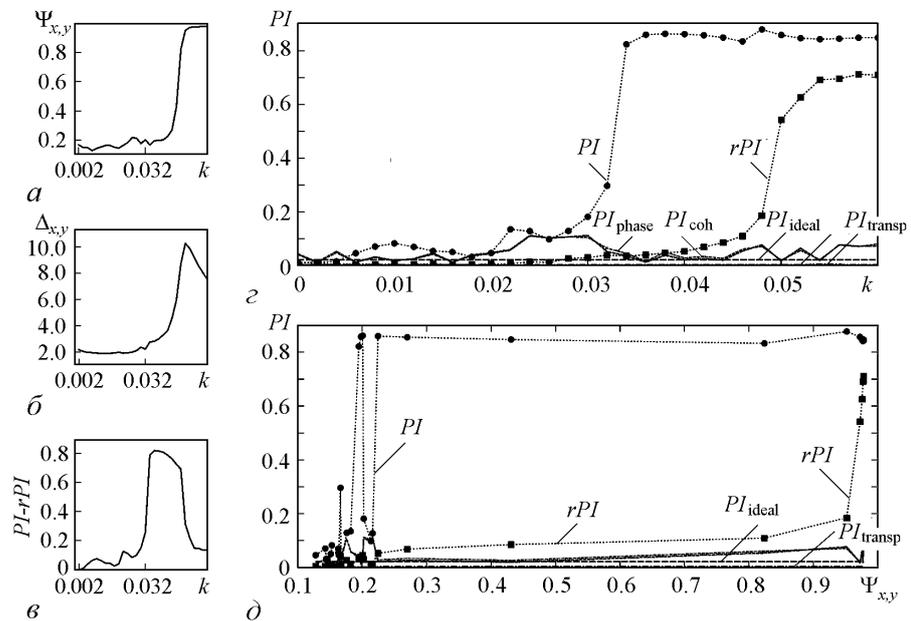


Рис. 4. Для связанных однонаправленной связью уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича показаны зависимости следующих величин от значения коэффициента связи между системами: *a* – коэффициента фазовой синхронизации; *б* – отношения дисперсии разности исследуемых временных рядов ведущей и ведомой систем к дисперсии временного ряда исследуемой системы; *в* – разности $PI - rPI$. На графиках *г* и *д* – зависимости значений PI и rPI от коэффициента связи и коэффициента фазовой синхронизации, соответственно, а также 95% доверительные интервалы, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных временных рядов

увеличением k , таким образом, происходит фазовая синхронизация исследуемых систем, однако амплитудной синхронизации не происходит. Значения PI также оказываются значимыми начиная с достаточно малых значений коэффициента связи $k \sim 0.005$, что соответствует $\Psi_{x,y} \sim 0.15$ – более слабой фазовой синхронизации, чем для связанных систем Рёсслера. Значения rPI оказываются значимыми, начиная с $k \sim 0.03$ и $\Psi_{x,y} \sim 0.2$, то есть имеется небольшой диапазон (как по параметру связи k , так и по коэффициенту фазовой синхронизации), в котором метод чувствителен и одновременно специфичен. Этот диапазон, однако, гораздо меньше, чем для системы Рёсслера. Тем не менее всё-таки можно определить преимущественное направление связи: из рис. 4, в видно, что существует хорошо выраженный интервал значений k , на котором значения PI существенно больше rPI – почти в 10 раз, так что их разница составляет приблизительно 0.8 при максимально возможном значении 1. Только при значениях $\Psi_{x,y} > 0.97$ не удаётся различить даже преимущественное направление связи.

Величины старшего ляпуновского показателя для связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича и систем Рёсслера (с первым набором параметров) очень близки и составляют примерно 0.06, но индивидуальная специфика систем (см. рис. 1) приводит к тому, что в одной паре фазовая синхронизация наступает параллельно с амплитудной, а в другой – нет. При этом в паре систем Рёсслера все типы использованных суррогатных временных рядов позволяют опознать связь в заведомо неверную сторону как незначимую для всех рассмотренных значений $\Psi_{x,y}$ за редким исключением (что укладывается в возможные 5% ошибок), в то время как для пары связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича уже при небольших $\Psi_{x,y} \geq 0.23$ связь в заведомо ложную сторону расценивается по всем суррогатам как значимая.

Отдельно стоит отметить, что 95% доверительные интервалы для всех способов построения суррогатных рядов преимущественно лежат в одном и том же диапазоне. Присутствует увеличение значений 95% доверительных интервалов, полученных для суррогатов, созданных методом случайного задания фаз Фурье-образов и сохраняющих функцию взаимной когерентности сигналов, с увеличением значения k . «Идеальные» суррогаты позволяют получить самую жесткую оценку в случае малых k , таким образом, можно сказать, что при малых коэффициентах связи прочие методы занижают уровень значимости.

Заключение

В данной работе на основе связанных однонаправленной синхронизирующей связью систем, имеющих чётко выраженный пик в спектре (обладающих характерным масштабом), было показано следующее.

- Метод нелинейной причинности по Грейнджеру позволяет выявить однонаправленную связь даже в случае, когда $\Psi_{x,y} = 0.95$, то есть в случае сильной фазовой синхронизации исследуемых систем; при этом амплитудной синхронизации может и не быть.
- Работоспособность метода зависит также от индивидуальных особенностей систем (формы колебаний), а не от степени нерегулярности системы (значения старшего ляпуновского показателя).

- Различные методы оценки значимости на основе генерации суррогатных временных рядов для рассмотренного класса систем дают сходные результаты, несмотря на то, что проверяют различные нулевые гипотезы; наблюдается резкий рост значений 95% квантилей в случае сильной синхронизации систем.
- Наблюдается интервал значений k , при котором метод позволяет выявить преимущественное направление связи (когда PI существенно больше rPI).

При этом значимые результаты были достигнуты при использовании в работе метода достаточно простых аппроксимирующих функций – полиномов третьей степени размерности два.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант № 14-12-00291.

Библиографический список

1. *Baccala L.A., Sameshima K.* Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination // *Biol. Cybern.* 2001. Vol. 84. P. 463.
2. *Schreiber T.* Measuring Information Transfer // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 85. P. 461.
3. *Rosenblum M., and Pikovsky A.* Detecting direction of coupling in interacting oscillators // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64. 045202(R)
4. *Smirnov D. and Bezruchko B.* Estimation of interaction strength and direction from short and noisy time series // *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 68. 046209.
5. *Granger C.W.J.* Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods // *Econometrica.* 1969. Vol. 37, № 3. P. 424.
6. *Baccala L.A., Sameshima K., Ballester G., Do Valle A.C., and Timo-Laria C.* Studing the interactions between brain structures via directed coherence and Granger causality // *Applied sig. processing.* 1998. Vol. 5. P. 40.
7. *Gourevitch B., Le Bouquin-Jeannes R., Faucon G.* Linear and nonlinear causality between signals: methods, examples and neurophysiological applications // *Biological Cybernetics.* 2006. Vol.95. P.349.
8. *Tass P., Smirnov D., Karavaev A., Barnikol U., Barnikol T., Adamchic I., Hauptmann C., Pawelczyk N., Maarouf M., Sturm V., Freund H.-J., and Bezruchko B.* The causal relationship between subcortical local field potential oscillations and Parkinsonian resting tremor // *J. Neural Eng.* 2010. Vol. 7. 016009.
9. *Мохов И.И., Смирнов Д.А.* Эмпирические оценки воздействия различных факторов на глобальную приповерхностную температуру // *Доклады академии наук.* 2009. Т. 426. С. 679.
10. *Корнилов М.В., Сысоев И.В.* Влияние выбора структуры модели на работоспособность метода нелинейной причинности по Грейнджеру // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 2013. Т. 21, № 2. С. 3.
11. *Allefeld C., Kurths J.* Testing for phase synchronization // *Int. J. Bif. Chaos.* 2004. Vol. 14. С. 405.
12. *Packard N., Crutchfield J., Farmer J. and Shaw R.* Geometry from a time series // *Phys. Rev. Lett.* 1980. Vol. 45. P. 712.

13. *Kougioumtzis D.* State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series – the role of the time window length // *Physica D.* 1996. Vol. 95(1). P. 13.
14. *Rössler O.E.* An equation for continuous chaos // *Phys. Lett.* 1976. Vol. A57, № 5. P. 397.
15. *Кияшко С.В., Пиковский А.С., Рабинович М.И.* Автогенератор радиодиапазона со стохастическим поведением // *Радиотехника и электроника.* 1980. Т. 25, № 2. С. 336.
16. *Корнилов М.В., Голова Т.М., Сысоев И.В.* Подбор временных масштабов прогностической модели, используемой для оценки связанности методом нелинейной причинности по Грейнджеру // Тезисы докладов VIII Всероссийской конференции молодых учёных «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». 3–5 сентября Саратов 2013 г. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та. 2013. С. 128.
17. *Schreiber T., and Schmitz A.* Improved surrogate data for nonlinearity tests // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77. P. 635.
18. *Dolan K.T., Neiman A.* Surrogate analysis of coherent multichannel data // *Physical Review. E.* 2002. Vol. 65. 026108.
19. *Thiel M., Romano M. C., Kurths J., Rolfs M., and Kliegl R.* Twin surrogates to test for complex synchronisation // *Europhys. Lett.* 2006. Vol. 75(4). P. 535

Поступила в редакцию 7.07.2014

INVESTIGATING NONLINEAR GRANGER CAUSALITY METHOD EFFICIENCY AT STRONG SYNCHRONIZATION OF SYSTEMS

M. V. Kornilov¹, I. V. Sysoev^{1,2}

¹ Saratov State University

²Kotel'nikov Institute of Radio-engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch

Detecting the direction of coupling between systems using records of their oscillations is an actual task for many areas of knowledge. Its solution can hardly be achieved in case of synchronization. Granger causality method is promising for this task, since it allows to hope for success in the case of partial (e.g., phase) synchronization due to considering not only phases but also amplitudes of both signals.

In this paper using the etalon test systems with pronounced time scale the method of nonlinear Granger causality was shown to be effective even in the case of strong phase-locking, with phase synchronization index up to 0.95. Obtained results were tested for significance by various methods based on surrogates times series generation, which showed similar estimates.

Keywords: Searching for coupling, Granger causality, modelling from time series, significance estimation, surrogate time series, synchronization.



Корнилов Максим Вячеславович – родился в Саратове (1988). Окончил Лицей математики и информатики (2005), механико-математический факультет Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского (2009, присуждена степень бакалавра математики), факультет нано- и биомедицинских технологий (2011, присуждена степень магистра техники и технологии по направлению биомедицинская инженерия). В настоящее время аспирант кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии. С 2011 года работает ассистентом кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии. Научные интересы: анализ временных рядов, математическое моделирование биологических процессов, автоматическое распознавание изображений, компьютерное зрение. Автор более 20 публикаций.

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
E-mail: kornilovmv@gmail.com



Сысоев Илья Вячеславович – родился в Саратове (1983). Окончил Лицей прикладных наук (1999), факультет нелинейных процессов СГУ по специальности «Физика» (2004), защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.03 «Радиофизика» (2007, СГУ). Работал инженером (2004), ассистентом (с 2005 по 2008 годы), в настоящее время работает доцентом на базовой кафедре динамического моделирования и биомедицинской инженерии СГУ им. Н.Г. Чернышевского и по совместительству – старшим научным сотрудником СФ ИРЭ РАН. Основные научные интересы: компьютерная обработка сложных сигналов преимущественно биологической природы, в том числе разработка новых и адаптация существующих методов; математическое моделирование по экспериментальным временным рядам; поиск связности; оценка сложности сигналов. Автор более 70 публикаций, в том числе 16 статей в российских и зарубежных научных журналах, патента на изобретение. Руководитель более 20 дипломных и выпускных квалификационных работ бакалавров, специалистов и магистров.

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН
E-mail: ivssci@gmail.com



ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛАТФОРМЫ ARDUINO В ИЗМЕРЕНИЯХ И ФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

В.И. Пономаренко^{1,2}, А.С. Караваев^{1,2}

¹Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

В работе обсуждаются возможности аппаратно-программной платформы Arduino, как достаточно универсального и простого инструмента, способного занять определенную нишу в исследовательском инструментарии. Представлен пример создания на базе данной платформы радиофизической установки – гибридного хаотического генератора с запаздывающей обратной связью.

Ключевые слова: Нелинейная динамика, хаотический генератор, система с запаздыванием, программируемый микроконтроллер, система сбора данных, радиофизическая установка.

Введение

Проведение экспериментов в радиофизике и электронике требует построения экспериментальных макетов различных устройств, измерения различных физических величин и зачастую автоматизированного управления ходом эксперимента. Современная база электронных компонент и измерительная техника предоставляет весьма широкие возможности для экспериментатора и позволяет создавать измерительные комплексы, обеспечивающие не только сбор данных, но и организацию обратной связи для управления экспериментальным макетом. В то же время для создания специализированного измерительного комплекса необходимы большие временные вложения, а также высокая инженерно-техническая квалификация разработчиков. С другой стороны, универсальные платформы, предлагающие готовые мощные аппаратные модули сбора данных и управления, работающие в широком диапазоне частот и амплитуд сигналов и обеспечивающие их анализ и обработку, а также управление оборудованием с помощью легких в освоении языков графического программирования, обладают при решении ряда задач недостаточной гибкостью. Они отличаются высокой ценой и часто требуют выделения значительных рабочих площадей.

В такой ситуации определенную тактическую нишу занимает программно-аппаратная платформа Arduino. С ее помощью может быть эффективно и быстро

решен целый ряд задач, связанных с постановкой радиофизического эксперимента. Платформу отличает низкая цена, наличие бесплатного программного обеспечения, возможность быстрого освоения за счет использования упрощенных языков программирования, минимальные требования к наличию дополнительных элементов и монтажного оборудования. При этом платформа предоставляет широкие возможности по генерации сигналов, сбору данных и управлению ходом эксперимента.

В данной работе обсуждаются возможности платформы Arduino и приводятся примеры ее использования в качестве системы сбора экспериментальных данных, а также для создания лабораторной установки – гибридного хаотического генератора с запаздывающей обратной связью.

В настоящее время существует множество вариантов построения лабораторных систем, позволяющих осуществлять сбор данных, обработку и анализ сигналов, а также управление внешним оборудованием. Среди таких решений можно выделить платформы, объединяющие достаточно мощные аппаратные модули сбора данных и управления с универсальными драйверами и прикладным программным обеспечением, реализующим графические языки программирования. Такие системы позволяют эффективно решать многие технические и исследовательские задачи, минимизируя затраты времени на разработку, так как предлагаемые аппаратные модули достаточно универсальны, а системы графического программирования требуют минимального времени освоения. Разработчику не требуется тратить значительные ресурсы на изучение языков программирования и совершенствование своей квалификации в разработке электронных систем с программируемыми компонентами. Пожалуй, наиболее известным примером таких систем является продукция National Instruments [1], объединяющая десятки различных модулей сбора данных, универсальные драйвера под все распространенные операционные системы и систему графического программирования LabVIEW. Другим примером таких платформ является профессиональная отечественная система ZETLAB [2], которая хорошо зарекомендовала себя, в том числе, при решении исследовательских задач [3].

Однако платой за универсальность и минимальное время освоения таких платформ является их недостаточная гибкость – при решении ряда задач не хватает возможностей систем графического программирования и приходится программировать аппаратные модули, используя обычные языки программирования. Это требует достаточно детального изучения технических особенностей устройства используемых аппаратных модулей сбора данных и управления. Кроме того, распространение таких платформ ограничивает их высокая цена.

Наиболее гибкие возможности дает создание лабораторных установок «с нуля» с использованием дискретных электронных компонент и относительно мелких микропроцессорных модулей. Например, широкое распространение для таких систем получили Parallax Basic Stamp [4], Handy Board [5], Raspberry PI [6] и др. В этом случае подразумевается самостоятельная разработка программного обеспечения управляющих микропроцессоров на языках программирования высокого уровня и языке ассемблера. Однако такая гибкость и минимальные затраты на материалы достигаются значительными временными затратами и требуют очень высокой инженерной квалификации разработчиков: электронщиков и программистов.

Между двумя подходами, перечисленными выше, существуют промежуточные решения, объединяющие небольшие, недорогие аппаратные модули и программное обеспечение в виде «упрощенных» языков программирования, обладающих существенно большей гибкостью по сравнению с графическими языками программиро-

вания, но не требующих детального изучения особенностей архитектуры конкретных семейств микропроцессоров. Одним из наиболее удачных представителей такого класса аппаратно-программных платформ, по мнению авторов, является в настоящее время платформа Arduino.

Значительный опыт авторов по созданию экспериментальных радиофизических установок с использованием всех перечисленных выше подходов позволяет утверждать, что платформа Arduino, занимает определенную тактическую нишу, существенно снижая время и стоимость разработки при решении целого ряда научно-технических задач.

Arduino – это простая в использовании открытая электронная платформа, включающая так называемые стартовые наборы разработчика (starter kit) и открытое программное обеспечение и предназначенная для быстрого создания интерактивных электронных устройств [7]. Она была создана группой энтузиастов, которые позиционировали свою разработку как платформу для быстрой реализации небольших проектов. Arduino строится на базе микроконтроллеров Atmel [8, 9] и используется для получения сигналов от аналоговых и цифровых датчиков, управления различными исполнительными устройствами и обмена информацией с компьютером при помощи различных интерфейсов.

Все эти устройства представляют собой простые в использовании наборы, предлагающие схожую функциональность. Arduino, в свою очередь, тоже упрощает процесс работы с микроконтроллерами и позволяет при создании простых проектов обойтись без пайки элементов, используя сборку электромеханическими соединителями на макетных платах. Arduino имеет ряд преимуществ перед другими устройствами. Во-первых, это низкая стоимость (розничная цена некоторых модулей Arduino ниже 10 долларов). Во-вторых, программное обеспечение Arduino работает под управлением всех наиболее распространенных операционных систем: Windows, Macintosh OS X и Linux, в то время как большинство других устройств ограничивается одной системой (либо Windows, либо Linux). В-третьих, простая и понятная среда программирования – среда Arduino – подходит как для начинающих пользователей, так и для опытных разработчиков, экономящих свое время. Само программное обеспечение Arduino может быть модифицировано опытными пользователями, поскольку весь проект изначально предполагает открытую архитектуру с возможностью расширения. Пользователи, желающие максимально полно и эффективно использовать возможности микроконтроллера, могут без ограничений использовать любые сторонние компиляторы и внутрисхемные программаторы.

Эта реализация оказалась настолько удачной, что получила широкое распространение для применения в быту, при создании игрушек, а также среди любителей робототехники. В последнее время профессионалы также все чаще используют Arduino для быстрого решения текущих задач. Существует множество интернет-ресурсов, ориентированных на поддержку разработок на базе Arduino, в том числе на русском языке [10].

1. Компоненты платформы Arduino

1.1. Аппаратная часть платформы Arduino. Существует более 20 вариантов базовых модулей Arduino [11] и не менее десятка плат расширения для них. Существует также огромное количество разработок как азиатских, так и отечественных компаний, обеспечивающих совместимость с Arduino. Базовые модули отлича-

ются габаритами, моделями и количеством предустановленных микроконтроллеров, а также набором предустановленных дополнительных элементов. К последним относятся: стабилизаторы на разные напряжения питания, светодиоды, тактовые кнопки, разъемы цифровых портов и коммуникационные разъемы (USB, COM-порты и другие), компоненты, обеспечивающие зарядку Li-Pol аккумуляторов и т.п.

Самый маленький базовый модуль – Arduino Mini (рис. 1, а) имеет стабилизатор питания на 5 В, микроконтроллер Atmel ATmega168, 16 МГц кварцевый резонатор и 24-контактный разъем, контакты которого могут быть программно сконфигурированы для использования в качестве цифровых линий ввода-вывода, выходов ШИМ, последовательных интерфейсов UART, SPI, I2C. Несколько линий могут использоваться в качестве входов 10-битного АЦП.

Базовый модуль Arduino Uno (рис. 1, б) имеет 2 предустановленных микроконтроллера: прогрессивный ATmega328, поддерживающий частоты тактирования до 20 МГц и имеющий 32 Кбайт флеш-памяти команд и 2 Кбайт SRAM-памяти данных, а также ATmega8U2, аппаратно поддерживающий обмен данными через интерфейс USB.

Для разработчиков, которым важно наличие большого объема памяти, нескольких цифровых интерфейсов и большого количества цифровых линий ввода-вывода, удачным решением может оказаться Arduino Mega ADK с установленным микроконтроллером ATmega2560, поддерживающая режим USB-host. Arduino Mega ADK поддерживает до 54 цифровых линий ввода-вывода, до 14 каналов ШИМ, до 16 входов 10-битного АЦП. Имеется 4 последовательных порта UART, 5 интерфейсов SPI, 6 независимых таймеров. Микросхема имеет 256 Кбайт встроенной флеш-памяти, 8 Кбайт SRAM-памяти данных, 4 Кбайт EEPROM и работает на скорости до 16 MIPS.

Самым мощным решением в настоящее время является плата Arduino Due (рис. 2), имеющая предустановленный 32-битный микроконтроллер с ARM-ядром (Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3 в 144-выводном корпусе). Процессор работает на тактовой частоте 84 МГц (до 84 MIPS) и имеет 96 Кбайт ОЗУ, 512 Кбайт флеш-памяти, контроллер прямого доступа к памяти. Плата поддерживает до 54 цифровых линий ввода-вывода, до 12 каналов ШИМ, 16 каналов 12-битного АЦП, 2 канала 12-битного ЦАП, 4 UART, 3 интерфейса SPI, 2 интерфейса I2C, поддерживается USB

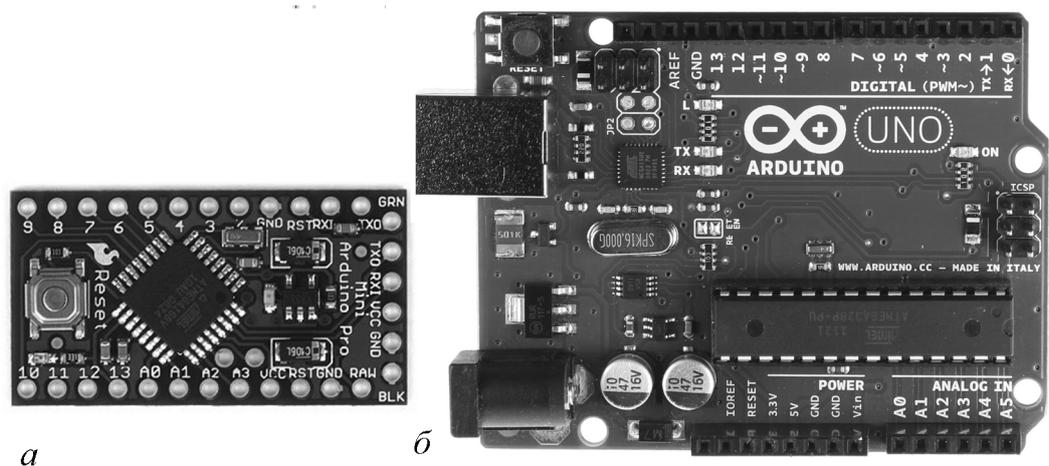


Рис. 1. Внешний вид Arduino Mini (а) и Arduino UNO (б)

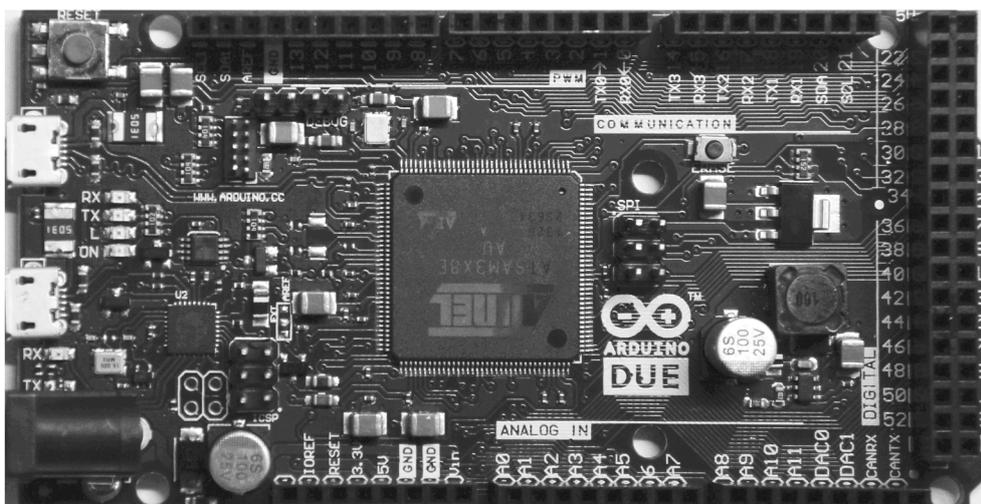


Рис. 2. Внешний вид Arduino DUE

OTG.

Разработчики Arduino используют в своих платах микропроцессоры фирмы Atmel, являющейся признанным мировым лидером в сегменте 8-битных микроконтроллеров.

Платы расширения подключаются через электромеханические разъемы к базовым платам, обеспечивая возможности подключения к компьютерной сети по проводным каналам (плата расширения Ethernet Shield), беспроводным каналам (плата расширения WiFi), организацию передачи данных между устройствами по цифровому радиоканалу Zigbee (Maxstream Xbee Zigbee). Существуют платы расширения со специализированными токовыми драйверами, обеспечивающие подключение электромоторов постоянного тока, шаговых двигателей и сервомоторов (Motor Shield) и другие платы [4].

1.2. Программное обеспечение. Программный комплекс состоит из среды разработки Arduino и программного модуля, расположенного в разделе загрузчика (bootloader) флеш-памяти микроконтроллера. Наличие загрузчика позволяет не использовать внешний ISP-программатор, а загружать микрокод непосредственно через USB, используя специализированную утилиту. Среда разработки Arduino написана на языке JAVA и является кроссплатформенной. Она включает редактор программного кода, отладчик, утилиту-программатор, систему помощи, библиотеки подпрограмм и др. элементы. Среда имеет дружелюбный интуитивно понятный интерфейс в стиле Windows (рис. 3).

Доступны версии для Linux, Mac OS X и Windows. Для загрузки программ и связи с микроконтроллером среда разработки подключается к аппаратной части Arduino по USB-интерфейсу в режиме виртуального COM-порта. Среда разработки основана на языке программирования Processing [12], специально спроектированном для быстрого освоения людьми, не являющимися профессиональными программистами и не имеющими специального опыта работы с микроконтроллерами. Именно поэтому программирование на Arduino очень просто осваивается даже школьниками. Язык программирования аналогичен используемому в проекте Wiring [13]. Это

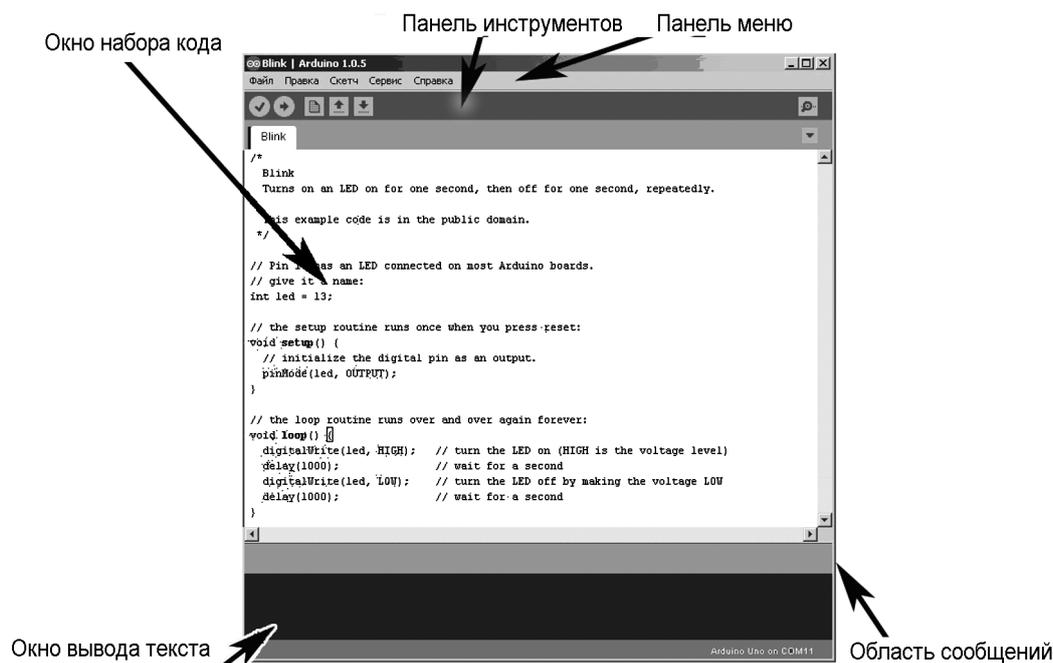


Рис. 3. Окно программной среды Arduino с программой, обеспечивающей мигание светодионом

язык стилистически очень близкий к C++ и дополненный большим набором библиотек, позволяющих легко настраивать и использовать аппаратные модули микроконтроллеров, не тратя время на детальное изучение особенностей внутренней программно-аппаратной реализации этих модулей. Все программное обеспечение является свободно распространяемым, бесплатным и имеет открытый исходный код. Проект является плодом коллективных усилий большого числа людей во всем мире. Все исходные коды, библиотеки и примеры программ доступны для скачивания, использования и модификации (см., например, [7,8]).

Программа, написанная в среде Arduino, называется «скетч». После написания скетча его нужно загрузить в контроллер (кнопка «загрузить» в среде), после чего программа немедленно начинает выполняться.

1.3. Модульная структура платформы Arduino. Благодаря тому, что весь проект Arduino является открытым, и его программные продукты и принципиальные схемы доступны в сети Интернет, многие сторонние производители выпускают совместимые модули, существенно расширяющие функционал базовой платы. Открытое программное обеспечение, в свою очередь, позволяет сторонним разработчикам создавать дополнительные программные модули, поддерживающие новые или существующие аппаратные элементы.

Для управления двигателями постоянного тока, шаговыми двигателями и сервомоторами разработаны силовые модули управления двигателями, для обеспечения беспроводной связи выпускают радиомодули, поддерживающие ZigBee, Bluetooth, WiFi и другие стандарты радиопередачи. Есть специализированные модули, обеспечивающие связь по Ethernet. Существуют также модули, предназначенные для организации работы с ЖК и LCD индикаторами, подключаемые к Arduino видекамеры

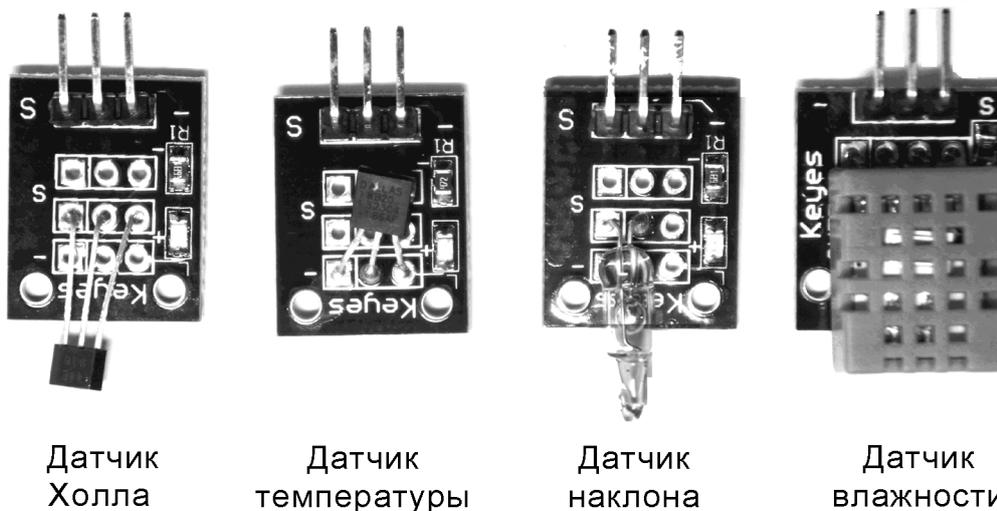


Рис. 4. Некоторые датчики платформы Arduino

и многое другое.

Платформа Arduino активно развивается, и в настоящее время доступно большое число аналоговых и цифровых датчиков, предназначенных для оценки самых разнообразных аналоговых величин [14]. К ним относятся датчики магнитного поля, температуры, влажности, освещенности, ультразвуковые датчики для измерения расстояния и многие другие. На рис. 4 приведены некоторые из датчиков, подключаемых к Arduino.

Существуют как аналоговые, так и цифровые датчики для платформы. Аналоговые датчики подключаются к входам АЦП, цифровые могут быть подключены к цифровым линиям ввода-вывода. Разрешение АЦП для модулей с 8-битными контроллерами Atmel составляет 10 бит, для ARM-микроконтроллера на Arduino Due – 12 бит.

2. Пример программирования: получение данных натурального эксперимента при помощи Arduino

Важным этапом практически любого современного натурального эксперимента является сбор данных с установки и их сохранение в цифровом виде на компьютере для последующей обработки и анализа.

Даже такая простая плата, как Arduino Nano, позволяет оцифровывать и передавать в компьютер экспериментальные сигналы с 10-битным разрешением, которого зачастую достаточно для проведения измерений. В качестве примера приведем текст скетча (Листинг 1), позволяющего оцифровывать аналоговый сигнал с датчика, подключенного к входу А0 платы, с частотой 500 Гц и отправлять результат в персональный компьютер (ПК) по интерфейсу UART (COM-порт).

```
int sensorValue=0; // Величина измеренного напряжения
void setup() { // Раздел однократной инициализации
  Serial.begin(9600); // Инициализация UART, скорость 9600 бод
```

```

}
void loop() { // Раздел циклических действий
sensorValue = analogRead(A0); // Читаем вход A0
Serial.println(sensorValue); // результат отправляем в UART
delay(2); // Задержка 2 мс перед следующим чтением
}

```

Листинг 1. Текст скетча для оцифровки аналогового сигнала с датчика

Скетч может работать на всех платах Arduino. Платы, поддерживающие интерфейс USB (например, Arduino Nano), позволяют передавать данные в ПК по этому физическому интерфейсу в режиме виртуального СОМ-порта (VCP). Таким образом, с точки зрения программиста, на ПК данные приходят с СОМ-порта и могут быть сохранены стандартным программным обеспечением, например, программой Nupur Terminal.

Аналогичная программа для платы Arduino, написанная на языке Си, получается значительно более громоздкой и менее наглядной. Приведенный ниже пример написан для популярного в среде программистов микроконтроллеров Atmel компилятора WinAVR. Предполагается, что используется внешний кварцевый резонатор с частотой 16 МГц как, например, в Arduino Nano (Листинг 2).

```

#include <avr\io.h> // Необходимые заголовочные
#include <avr\interrupt.h> // файлы подключаются
#include <avr\signal.h> // здесь
int sensorValue=0; // Величина измеренного напряжения
unsigned int analogRead(unsigned char Channel){
//Функция опрашивает канал Channel
ADMUX=(1<<REFS0)|(1<<ADLAR)|Channel; //Источник опоры AVCC,
//Single Ended канал Channel
ADCSRA|=(1<<ADSC); // Запуск преобразования
while (ADCSRA&(1<<ADSC)); // Ожидаем окончания преобразования
return ADC; //Возвращаем 10 битный результат
}
void adcInit(void){ //Однократная инициализация АЦП
ADMUX=(1<<REFS0); //Опора AVCC
//Включить АЦП, делитель такта АЦП /128,
ADCSRA=(1<<ADEN)|(1<<ADPS2)|(1<<ADPS1)|(1<<ADPS0);
adcGet8(0); //Инициализирующий первичный опрос АЦП "вхолостую"
}
void uartSend(unsigned char X){ //Асинхронная передача байта
while( !( UCSRA & (1<<UDRE)) ); //Ждем окончания предыдущей передачи
UDR=X; //Послать байт в UART
}
void uartInit(void){ //Однократная инициализация UART
//Инициализация UART: 9600 бод при 16 МГц кварцевом резонаторе
//Формат: 8 бит данных, 1 стоп-бит, контроля четности нет
UBRR=103; //Настройка счетчика UART 9600 бод
UCSRB=(1<<TXEN)|(1<<RXEN); // Включить приемник и передатчик

```

```

}
unsigned char timerDelay2ms(void){ //Задержка 2 мс
if(TCNT1>=125) {
TCNT1=0;
return 1;
}
return 0;
}
void timerInit(void){ //Однократная инициализация таймера 1
TCCR1B=(1<<CS12); //Старт таймера с делителем частоты 256
TCNT1=0;//Сброс счетчика таймера
}
void main(void) {
adcInit();
uartInit();
timerInit();
while(1) {// "Вечный"цикл
if (timerDelay2ms()){
sensorValue=analogRead(0); // Читаем вход 0 АЦП
//Результат отправляем в UART двумя 8-битными посылками
uartSend(sensorValue>>8);// Сначала старшие 2 бита
uartSend(sensorValue); // затем младшие 8 бит
}
}
}

```

Листинг 2. Пример оцифровки аналогового сигнала на языке Си

Программа на языке Си имеет заметно больший объем [15]; кроме того, для программирования микроконтроллера требуется наличие специального программатора и специализированных знаний об аппаратных особенностях реализации конкретного микроконтроллера, а также навыков и опыта его программирования. Программа для Arduino на языке Processing является более компактной и универсальной, оставаясь работоспособной не только для всех плат с 8-битными микроконтроллерами, но даже для Arduino Due с микроконтроллером ARM. Кроме того, при создании программы на языке Processing не требуется тратить значительное время на изучение особенностей программирования конкретных аппаратных модулей конкретных микроконтроллеров, что неизбежно при использовании компиляторов Си. Таким образом, использование платформы Arduino позволяет быстро и с минимальными затратами проводить разнообразные измерения в физическом эксперименте.

3. Генератор с запаздыванием на Arduino DUE

Arduino DUE – самая мощная на сегодняшний день плата платформы, со встроенным 12-битными АЦП и ЦАП. Наличие богатой периферии позволяет создать множество полезных приложений для использования в эксперименте.

В качестве примера использования Arduino DUE ниже описана созданная нами с минимальным количеством дополнительных электронных компонент радиофизическая экспериментальная установка – хаотический генератор с запаздывающей обратной связью, описываемый уравнением

$$\varepsilon \dot{x}(t) = -x(t) + \lambda - x^2(t - \tau), \quad (1)$$

где $x(t)$ – состояние системы в момент времени t ; λ – управляющий параметр; τ – время запаздывания; ε – параметр, характеризующий инерционность системы.

Генератор (1) является популярным объектом исследования в нелинейной динамике и представляет собой кольцо, состоящее из линии задержки, квадратичного нелинейного элемента и фильтра низких частот первого порядка. Блок-схема такого генератора, созданного на базе Arduino DUE, приведена на рис. 5.

Линия задержки создана в оперативной памяти микроконтроллера в виде кольцевого буфера. Нелинейная функция реализована при помощи цифровых вычислений внутри микроконтроллера, а интегрирование сигнала осуществляется аналоговым RC-фильтром нижних частот первого порядка. Величина резистора используется в качестве управляющего параметра (R – переменный резистор 200 кОм, $C=2200$ пФ). На входе и выходе фильтра включены повторители DA1.1, DA1.2, собранные на операционном усилителе AD822.

Благодаря наличию аналогового интегратора, данная лабораторная модель представляет собой полноценный радиофизический хаотический генератор с запаздыванием. Вместе с тем цифровая реализация линии задержки и нелинейного преобразования позволяет в ходе исследований в широких пределах изменять время запаздывания τ и управляющий параметр λ , задавая эти параметры с высокой точностью. Устройство с аналогичной компоновкой использовалось, в частности, в экспериментальных исследованиях в работе [16].

Особенности реализации генератора с запаздыванием на базе микроконтроллеров Atmel с использованием целочисленной арифметики подробно обсуждаются в [17,18]. Программа на языке Processing, реализующая описанный в указанных работах алгоритм, компактна, и ее листинг приводим полностью (Листинг 3).

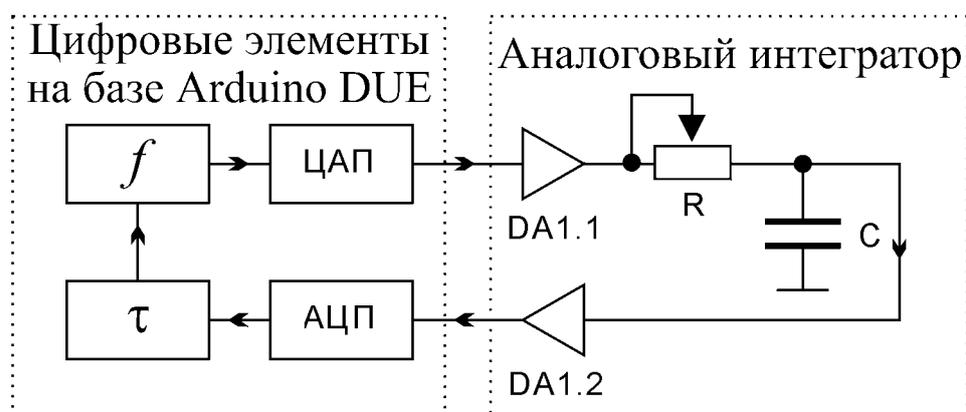


Рис. 5. Блок-схема генератора с запаздыванием на Arduino DUE

```

#define TAU 100 // Временная задержка
#define IC 5 // Начальные условия
int DelayLine[TAU]; // Линия задержки
int RP, WP; // Указатели, хранящие индексы элементов массива,
// соотв. откуда/куда обратиться следующая команда
// чтения/записи DelayLine
int i;
int Lambda; // Управляющий параметр
long XSQR; // Квадрат динамической переменной
int X; // динамическая переменная X(t)
int XDL; // X(t-TAU)
void setup() {
  RP=0;
  WP= TAU -1;
  //Инициализация линии запаздывания и динамической переменной
  X=IC;
  for(i=0;i<=TAU-1;i++) DelayLine[i]=IC;
  Lambda=2000; // Значение управляющего параметра 1.95,
  // соответствующее хаотическим автоколебаниям
  analogReadResolution(12); // Задать разрешение АЦП, бит
  analogWriteResolution(12); // Задать разрешение ЦАП, бит
}
void loop() {
  X=analogRead(A0); // считываем динамическую переменную с
  // выхода фильтра через АЦП
  X=X-2048; // Учет сдвига динамического диапазона АЦП
  DelayLine[WP]=X; // Помещаем значение с выхода фильтра в
  // линию задержки,
  if (WP>=TAU-1) // реализованную в виде кольцевого буфера
  WP=0;
  else
  WP++;
  XDL=DelayLine[RP]; // извлекаем из линии задержки X[t-TAU]
  if (RP>=DELAY-1)
  RP=0;
  else
  RP++;
  XSQR=XDL*XDL/1024; // Возводим X(t-TAU) в квадрат и масштабируем
  X=Lambda-XSQR; // Вычисляем нелинейное преобразование
  X=X+2048; // Учет сдвига динамического диапазона ЦАП
  analogWrite(DACO,X); // Отправляем результат вычислений на вход
  // фильтра через ЦАП
}

```

Листинг 3. Реализация хаотического генератора с запаздыванием на языке Processing

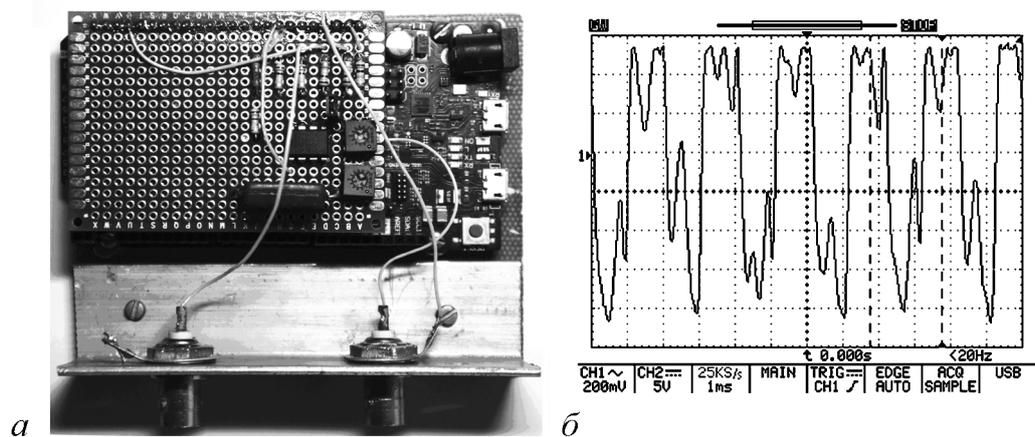


Рис. 6. *а* – фотография лабораторной установки – генератора с запаздывающей обратной связью, описываемого уравнением (1). Аналоговый интегратор (см. рис. 5) собран в виде мезонинной платы над платой Arduino DUE, реализующей цифровые преобразования. *б* – временная реализация генератора в хаотическом режиме

На рис. 6 приведена фотография лабораторной установки – генератора с запаздывающей обратной связью (*а*) и осциллограмма напряжения на выходе ЦАП Arduino DUE (*б*), демонстрирующая хаотические колебания генератора с запаздывающей обратной связью с квадратичной нелинейностью.

Заключение

Использование платформы Arduino в физическом эксперименте дает возможность просто и быстро решить множество технических задач, связанных с измерениями, передачей данных в компьютер и управлением исполнительными устройствами при весьма умеренной стоимости.

Продemonстрировано использование платформы Arduino для простейших измерений аналогового напряжения, а также для создания экспериментальной радиофизической установки – гибридного хаотического генератора с запаздывающей обратной связью с квадратичной нелинейностью, инерционный элемент которого представляет собой аналоговый RC-фильтр.

Немаловажно, что при построении макетов от монтажа пайкой удастся полностью отказаться или свести его к минимуму. Как показал опыт практического использования, возможности платформы Arduino при создании экспериментальных макетов позволяют существенно сэкономить временные и материальные затраты.

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих научных школ, грант НШ-1726.2014.2 и при поддержке РФФИ, грант № 13-02-00227.

Библиографический список

1. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.ni.com>, свободный.
2. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.zetms.ru>, свободный.
3. Корчагин С.А. Модернизация физических лабораторий посредством внедрения

интегрированных информационно-измерительных систем // Информационные технологии в образовании. Саратов: Изд-во ООО «Наука», 2013. С. 139.

4. Parallax Inc [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.parallax.com/catalog/microcontrollers/basic-stamp>, свободный.
5. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.handyboard.com/>, свободный.
6. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.raspberrypi.org/>, свободный.
7. Arduino [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://arduino.cc/>, свободный.
8. *Евстифеев А.В.* Микроконтроллеры AVR семейства Classic фирмы Atmel. 3-е изд., стер. М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2006. 288 с., ил.
9. Atmel corporation [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.atmel.com/products/microcontrollers/avr/default.aspx>, свободный.
10. Arduino [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://arduino.ru/>, свободный.
11. Википедия [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Arduino>, свободный.
12. Википедия [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Processing>, свободный.
13. Википедия [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://wiring.org.co>, свободный.
14. *Fisher D.K., Gould P.J.* Open-source hardware is a low-cost alternative for scientific instrumentation and research // *Modern Instrumentation*. 2012. Vol. 1. P. 8.
15. *Белов А.В.* Микроконтроллеры AVR в радиолюбительской практике. СПб.: Наука и техника, 2007. 352 с., ил.
16. *Bezruchko B.P., Karavaev A.S., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D.* Reconstruction of time-delay systems from chaotic time series // *Physical Review E*. 2001. Vol. 64. P. 056216.
17. *Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D., Karavaev A.S., Kulminskiy D.D.* An experimental digital communication scheme based on chaotic time-delay system // *Nonlinear Dynamics*. 2013. Vol. 74. P. 1013.
18. *Караваяев А.С., Кульминский Д.Д., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д.* Система цифровой передачи информации, маскируемой хаотическим сигналом системы с запаздыванием // *Информационно-управляющие системы*. 2013. № 4. С. 30.

Поступила в редакцию 5.05.2014
После доработки 20.06.2014

USING ARDUINO PLATFORM IN THE MEASUREMENTS AND THE PHYSICAL EXPERIMENT

V. I. Ponomarenko^{1,2}, A. S. Karavaev^{1,2}

¹ Saratov State University

²Kotel'nikov Institute of Radio-engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch

This paper discusses the possibility of a hardware-software platform Arduino, as

a relatively simple and flexible tool that could occupy a niche in the research tools. Radiophysical chaotic oscillator with delayed feedback was created on the base of Arduino.

Keywords: Nonlinear dynamics, chaotic oscillator, delayed feedback system, programmable microcontroller, data acquisition system, radiophysical installation.



Пономаренко Владимир Иванович – родился в Саратове (1960), окончил Саратовский госуниверситет (1982). В настоящее время ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, профессор кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии Саратовского госуниверситета. Доктор физико-математических наук (2009, СГУ) по специальности «Радиофизика». Автор более 100 статей. По данным РИНЦ число цитирований более 700, h-индекс – 12.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН
E-mail: ponomarenkovi@gmail.com



Караваяев Анатолий Сергеевич – родился в Саратове (1981), окончил Саратовский госуниверситет (2004). В настоящее время доцент СГУ, старший научный сотрудник СФ ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2007, СГУ) в области радиофизики и нелинейной динамики. Опубликовал 36 научных статей. По данным РИНЦ число цитирований около 200, h-индекс – 5.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН
E-mail: karavaevas@gmail.com



НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ В P-I-N ДИОДЕ

Д. А. Усанов, С. С. Горбатов, В. Ю. Кваско, А. В. Фадеев

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

Приведены результаты экспериментальных исследований с помощью ближнеполевого сканирующего СВЧ микроскопа стационарных распределений напряженности электрического поля и концентрации носителей заряда в p-i-n диоде, а также выполнен численный расчет этих величин, с учетом зависимости подвижности и коэффициента диффузии электронов и дырок от напряженности электрического поля. Показано, что вблизи контактов распределение поля и проводимости носит характер чередующихся максимумов и минимумов.

Ключевые слова: Ближнеполевая СВЧ микроскопия, p-i-n диод, подвижность, коэффициент диффузии.

Введение. Постановка задачи

В работе [1] продемонстрирована возможность экспериментального исследования распределения поля и концентрации носителей заряда бесконтактным методом с использованием ближнеполевого сканирующего СВЧ микроскопа в диоде Ганна при прохождении через него электрического тока. Была экспериментально обнаружена и подтверждена теоретически возможность существования многодоменного режима работы диодов Ганна.

Представляет интерес использование результатов измерений с применением ближнеполевого СВЧ микроскопа для уточнения представлений о физике работы другого широко распространенного в практике прибора – p-i-n диода, то есть диода, в котором области электронной (n) и дырочной (p) проводимостей разделены областью кристалла с собственным типом проводимости (i). Согласно большинству опубликованных работ, усредненное распределение напряженности электрического поля и концентрации носителей заряда в p-i-n диоде при прямом смещении не имеет пространственных осцилляций вблизи контактов [2–4]. В то же время из результатов измерений контактными методами [5] следует, что вблизи p-i и i-n переходов эти распределения могут носить характер чередующихся максимумов и минимумов. Однако результаты такого рода измерений можно связывать, например, с неоднородностями

на поверхности диода, с изменением режима работы зондов при пропускании тока через р-і-п диод и другими факторами. В отличие от контактных методов ближнеполевая сканирующая СВЧ микроскопия дает возможность проводить измерения бесконтактно и измерять подповерхностные свойства материалов, что позволяет избежать погрешностей, связанных с дефектами на сканируемой поверхности.

Теоретическое описание возможности возникновения пространственных осцилляций электрического поля и концентрации носителей заряда при биполярном дрейфе в р-і-п диоде было приведено в работе З.С. Грибникова [6]. Однако в этой работе прямых сопоставлений с результатами экспериментальных исследований не проводилось. Кроме этого, при теоретическом описании для объяснения экспериментов уравнения Пуассона и полного тока записывались с учетом предположения о наличии малых осцилляций подвижности электронов и дырок в диоде.

1. Описание установки. Методика измерений

Были проведены исследования бескорпусного диода типа 2А513А-1 с помощью разработанного ближнеполевого сканирующего СВЧ микроскопа (рис. 1, а) [7] и измерительной электродинамической системы [8].

Источником зондирующего ближнего поля служил заостренный зонд 12, связанный с резонатором через петлю связи 13. СВЧ сигнал от генератора, источником

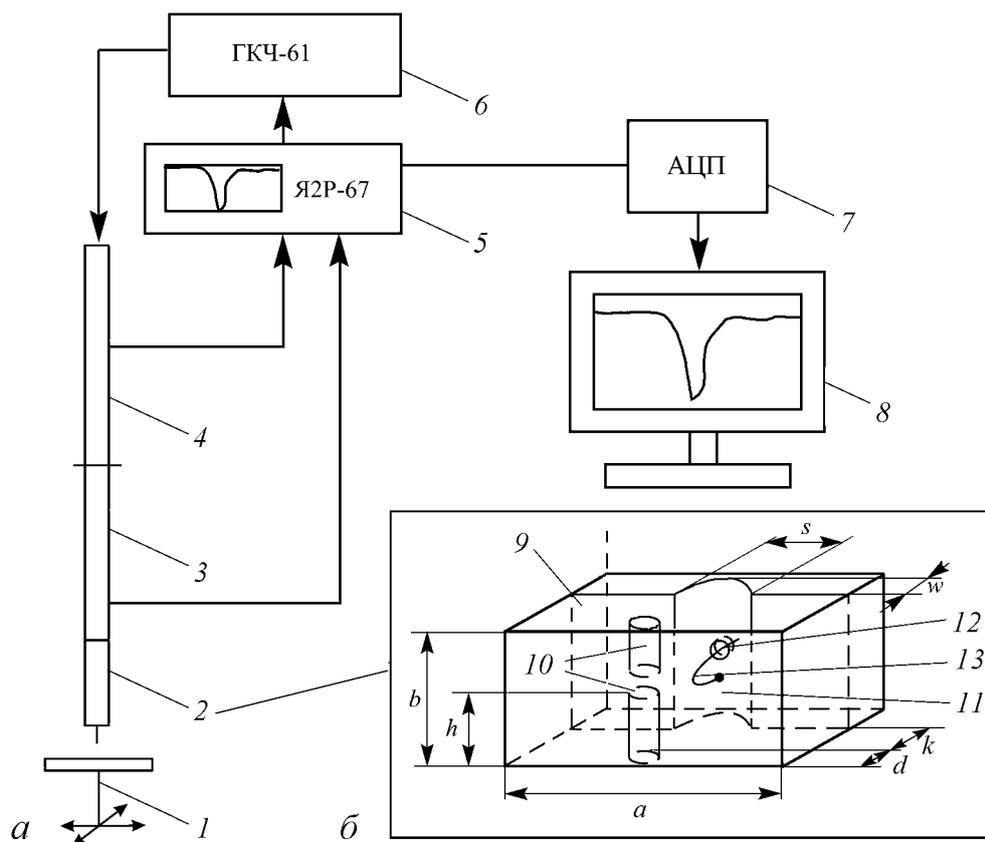


Рис. 1. а – ближнеполевой СВЧ микроскоп [7], б – измерительная электродинамическая система [8]

которого служил генератор 6 качающейся частоты типа ГКЧ-61, поступал в СВЧ измерительный волноводный тракт, состоящий из двух плеч – опорного 4 и измерительного 3, которые были включены по схеме измерения КСВН. Резонансная система 2 представляла собой штырь 10 и короткозамыкатель 9, имеющий выемку 11. В ходе эксперимента расстояние между короткозамыкателем 9 и штырем 10 изменялось до возникновения резонанса, характеризующегося малым коэффициентом отражения, после чего это расстояние фиксировалось. Отраженный от исследуемого диода сигнал регистрировался панорамным индикатором 5 КСВН и ослабления типа Я2Р-67, в котором фиксировались значения частоты резонанса $f_{рез}$ и коэффициента отражения $R_{отр}$. Полученный низкочастотный сигнал, несущий информацию о величине КСВН, через аналогово-цифровой преобразователь 7 типа L-Card E14-140 поступал в компьютер 8 для последующей обработки с использованием программной среды MathCAD.

Резонатор характеризовался следующими размерами: $h = 6.5$ мм, $g = 1$ мм, $d = 0.9$ мм. Размеры выемки: $s = 7$ мм; $w = 2.15$ мм. Расстояние k между штырем и короткозамыкателем не превышало $\lambda/10$.

Сканирование свойств р-і-п диода проводилось путем перемещения площадки 1, на которой был расположен р-і-п диод, относительно зонда с шагом 2 мкм при различных значениях плотности тока, протекающего через р-і-п диод (рис. 1, б). Расстояние между зондом и гранью кристалла составляло 1 мкм. Диаметр иглы зонда составлял 0.25 мкм. Плотность тока изменялась в интервале от 0 до $5.04 \cdot 10^2$ А/см². Зондирование диодной структуры производилось на области протяженностью 260 мкм.

2. Экспериментальные результаты и их обсуждение

По результатам сканирования были получены профили распределения СВЧ отклика (рис. 2, а) по координате при различных значениях плотности тока, поданного на диод. СВЧ отклик определялся как модуль коэффициента отражения СВЧ излучения $R(x)$ на частоте 11.45 ГГц, соответствующей резонансному пику резонатора с зондом.

Зависимость уровня СВЧ отклика от пространственной координаты в рассматриваемом случае связана с изменением проводимости р-і-п диода по длине кристалла при практически неизменной диэлектрической проницаемости. Зависимость распределения концентрации носителей заряда от координаты в р-і-п диоде имеет три характерных области:

- область вблизи р-і перехода, где концентрация носителей заряда высока и велико значение градиента вследствие инжекции;
- область квазинейтральной базы, где распределение носителей заряда однородно вдоль длины;
- область вблизи n-і перехода, где концентрация носителей заряда и ее градиент велики вследствие инжекции носителей заряда.

Из приведенных на рис. 2, а графиков видно, что при увеличении плотности тока выше некоторого критического значения в диоде появляется немонотонная зави-

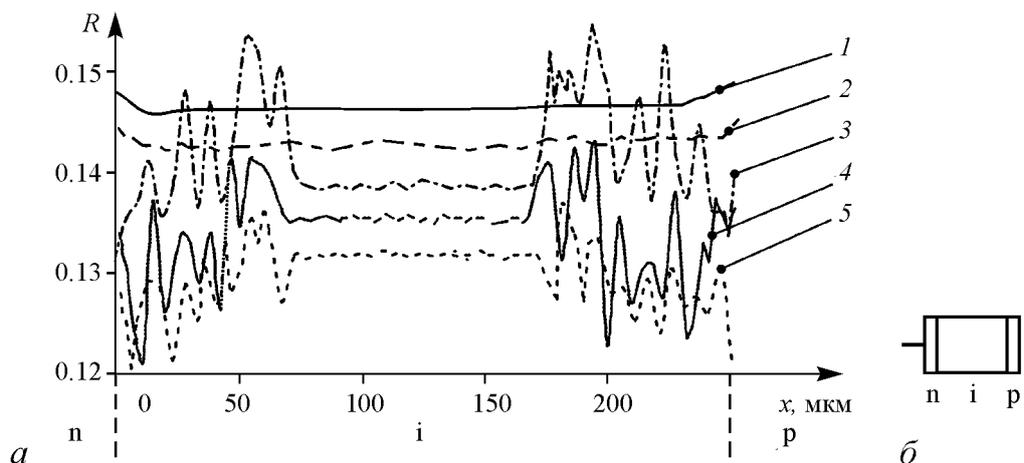


Рис. 2. *a* – зависимость коэффициента отражения от координаты сканирования при различных плотностях тока $j \times 10^{-2}$, А/см²: 1 – 0, 2 – 0.63, 3 – 1.89, 4 – 3.15, 5 – 5.04. *б* – схематическое изображение р-і-п диода

симось распределения проводимости вдоль диода. В данном случае проводимость имеет в зависимости от величины протекающего через диод тока различное число максимумов и минимумов. Наблюдаемое пространственное распределение можно интерпретировать как паттерн, сформированный в результате последовательных переходов по мере увеличения тока через диод от состояния, в котором не наблюдается пространственных осцилляций в области контакта, к состоянию, отвечающему наличию ряда таких осцилляций.

3. Теоретические расчеты и их обсуждение

Были выполнены компьютерные расчеты стационарного распределения электрического поля и концентрации носителей заряда в р-і-п диоде с учетом зависимости подвижности и коэффициента диффузии электронов от напряженности электрического поля. Краевая задача решалась с использованием функции `bvp4c` математического пакета Matlab 2009.

Расчеты в рамках одномерной задачи основывались на численном решении уравнения Пуассона

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dx} = e((p - p_0) - (n - n_0)) \quad (1)$$

совместно с уравнением полного тока в диоде

$$j = e(n\mu_n(E) + p\mu_p(E))E + eD_n(E) \frac{dn}{dx} - eD_p(E) \frac{dp}{dx}, \quad (2)$$

где j – плотность тока, протекающего через р-і-п диод; e – заряд электрона; E – напряженность электрического поля; $\mu_n(E)$ – зависимость подвижности электронов от напряженности электрического поля в кремнии; $\mu_p(E)$ – зависимость подвижности дырок от напряженности электрического поля в кремнии; $D_n(E)$ – зависимость коэффициента диффузии электронов от напряженности электрического поля; $D_p(E)$ – зависимость коэффициента диффузии дырок от напряженности электрического поля; ε – диэлектрическая проницаемость кремния; ε_0 – диэлектрическая

постоянная; n – концентрация электронов проводимости; $n_0 = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ – равновесная концентрация электронов проводимости в i -области; p – концентрация дырок; $p_0 = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ – равновесная концентрация дырок в i -области.

Для расчета зависимости подвижности в кремнии от напряженности электрического поля использовалось соотношение, приведенное в [9],

$$\mu(E) = \mu_{0p,n}(1 - \beta_{p,n}E^2), \quad (3)$$

где $\mu_{0p} = 600 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, $\mu_{0n} = 1500 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, $\beta_p = 1.8 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2/\text{В}^2$, $\beta_n = 4.9 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2/\text{В}^2$.

В качестве расчетных формул для $D_n(E)$ и $D_p(E)$ были использованы полученные нами следующие выражения, аппроксимирующие известные для Si [10] экспериментальные зависимости:

$$D_n(E) = ae^{-\frac{(E-b)^2}{c}} + d, \quad D_p(E) = ke^{-\frac{(E-b)^2}{m}} + d, \quad (4)$$

где для Si: $a = 29 \text{ см}^2/\text{с}$, $b = 2 \cdot 10^3 \text{ В/см}$, $c = 1.73 \cdot 10^7 \text{ В}^2/\text{см}^2$, $d = 7 \text{ см}^2/\text{с}$, $k = 9 \text{ см}^2/\text{с}$, $m = 0.99 \cdot 10^7 \text{ В}^2/\text{см}^2$.

В соответствии с [11] в качестве граничных условий использовались соотношения

$$\begin{cases} E(0) = 0, \\ E(l) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где l – длина i -области p - i - n диода. Физический смысл данных граничных условий – преобладание диффузионной компоненты плотности полного тока над дрейфовой компонентой при $x = 0, l$.

Решение уравнения (2) с граничными условиями (5) позволяет найти распределение электрического поля $E(x)$ вдоль диода. Результаты численного моделирования приведены на рис. 3.

Распределение разности концентраций неравновесных носителей заряда вдоль i -области диода можно получить, подставляя полученное решение для $E(x)$ в (1).

Как видно из рис. 4, распределение разности концентраций неравновесных носителей заряда имеет три характерные области: области у каждого контакта, где наблюдаются пространственные осцилляции концентрации носителей заряда и область квазинейтральности, где такие осцилляции не наблюдаются, что согласуется с результатами наших экспериментальных исследований.

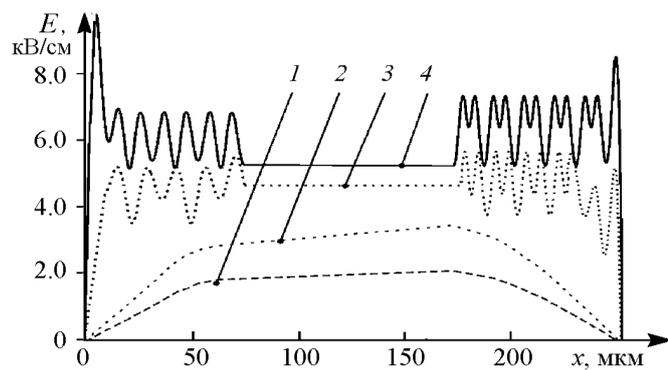


Рис. 3. Профили распределения напряженности электрического поля вдоль кристалла p - i - n диода при различных плотностях тока $j \times 10^{-2}$, А/см^2 : 1 – 0.3, 2 – 0.63, 3 – 3.15, 4 – 5.04

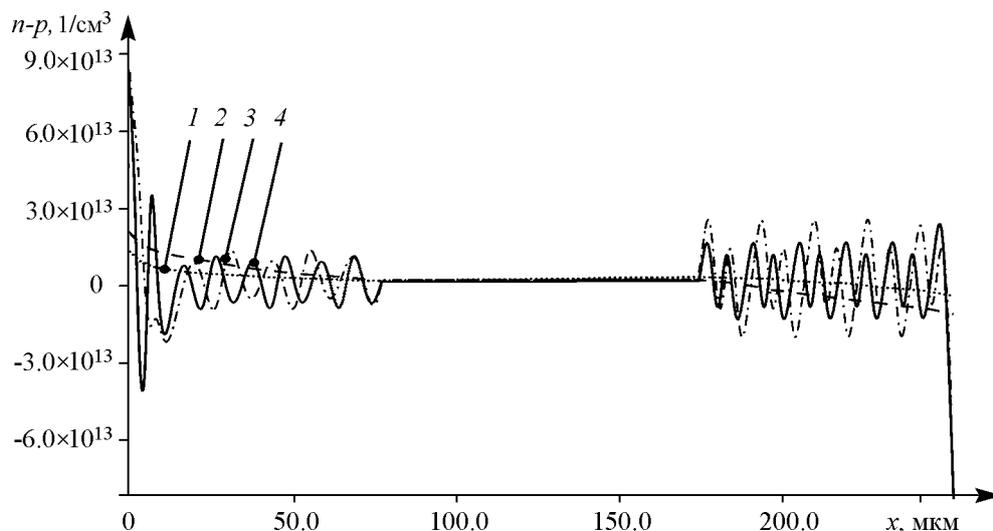


Рис. 4. Профили распределения неравновесной компоненты концентрации вдоль кристалла р-і-п диода при различных плотностях тока $j \times 10^{-2}$, А/см²: 1 – 0.3, 2 – 0.63, 3 – 3.15, 4 – 5.04

В результате численного решения уравнения (2) с граничными условиями (5) получаем массив значений напряженности поля вдоль і-области р-і-п диода и массив значений производной от напряженности поля вдоль і-области р-і-п диода. Эти два массива позволяют нам изобразить поведение траекторий на фазовой плоскости $(E, dE/dx)$.

На рис. 5 приведены результаты расчетов фазовых портретов для двух значений плотности тока. Фазовый портрет для плотности тока $0.63 \cdot 10^2$ А/см² существенно отличается от портрета для плотности тока $5.04 \cdot 10^2$ А/см², при которой на диаграмме можно видеть несколько замкнутых контуров.

На рис. 6 приведен фазовый портрет на плоскости $(E, dE/dx)$ для случая, когда коэффициент диффузии от поля не зависит. Сравнение двух фазовых портретов показывает, что теоретически рассчитанные фазовые портреты (см. рис. 5) хорошо согласуются с измерениями (см. рис. 2 и рис. 3), чего не наблюдается для фазового портрета, приведенного на рис. 6. Это подтверждает принципиальную важность учета зависимости коэффициента диффузии для основных носителей заряда от электрического поля, действующего на эти носители, при описании процессов, протекающих в р-і-п диодах.

Таким образом, показано, что с увеличением тока через р-і-п диод происходит изменение пространственных распределений поля и концентрации носителей заряда от отсутствия пространственных осцилляций вблизи контактов до состояния, характеризующегося наличием нескольких чередующихся максимумов и минимумов в этих распределениях. По всей видимости, здесь имеет место феномен самоорганизации и образования паттернов, являющийся одним из ключевых в нелинейной динамике распределенных систем. В нашем случае состояние без осцилляций следует, по-видимому, рассматривать как изолированный стационарный автопаттерн, а возникновение нескольких чередующихся максимумов и минимумов – как начало формирования устойчивой пространственной структуры, порожденной диффузионной неустойчивостью [12].

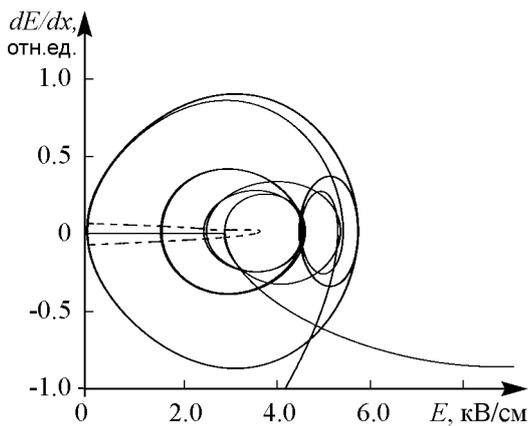


Рис. 5. Фазовый портрет на фазовой плоскости $(E, dE/dx)$ от для двух значений плотности тока j , A/cm^2 : штриховая кривая – $0.63 \cdot 10^2$, сплошная кривая – $5.04 \cdot 10^2$, полученные с учетом зависимости коэффициента диффузии от напряженности электрического поля

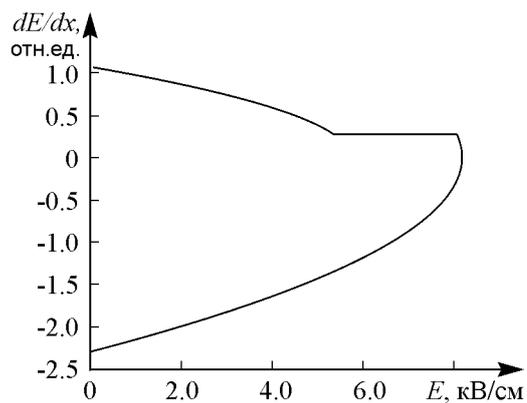


Рис. 6. Фазовый портрет p-i-n диода для плотности тока $5.04 \cdot 10^2 A/cm^2$, полученный в предположении что коэффициент диффузии не зависит от напряженности электрического поля и равен таковому при $j = 0$

Выводы

В результате численного моделирования и экспериментальных исследований продемонстрировано наличие чередующихся максимумов и минимумов распределения поля и концентрации носителей заряда при достаточно большой плотности тока через p-i-n диод. Показано, что результаты расчета и эксперимента находятся в хорошем качественном согласии.

Данный феномен может быть интересен для нелинейной динамики распределенных систем как конкретный пример структурообразования в приборе, имеющем широкое практическое применение.

Авторы выражают благодарность профессору С.П. Кузнецову, учет замечаний которого способствовал повышению качества изложения материала статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (государственные задания № 1376 и 1575).

Библиографический список

1. Усанов Д.А., Горбатов С.С., Кваско В.Ю. Нелинейная динамика формирования доменной структуры в арсенид-галлиевом диоде Ганна // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2013. Т 21, № 5. С. 51.
2. Адирович Э.И. Токи двойной инжекции в полупроводниках. М.: Сов. радио, 1978.
3. Баранов Л.И., Гаманюк В.Б., Усанов Д.А. К теории p-n-n⁺ и p-n-m диодов // Радиотехника и электроника. 1972. № 11. С. 2409.

4. Mayer J.W., Marsh O., Baron R. Double injection in long silicon p- π -n structures // J. Appl. Phys. 1968. Vol. 39, № 3. P. 1447.
5. Баранов Л.И., Вагарин А.Ю., Гаманюк В.Б., Усанов Д.А. Отклонение от нейтральности в слоистых полупроводниковых структурах в результате двойной инжекции // Проблемы диэлектрической электроники. Ташкент, 1974. С. 499.
6. Грибников З.С. Пространственные осцилляции электрического поля и концентрации носителей заряда при биполярном дрейфе в полупроводнике // ФТП. 1975. Т. 9, № 9. С. 1710.
7. Усанов Д.А. Горбатов С.С., Кваско В.Ю. Ближнеполевой СВЧ-микроскоп с низкоразмерным резонатором типа «индуктивная диафрагма – емкостная диафрагма» // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. 2010. Вып. 6. С. 66.
8. Пат. 2373545 С1 Российская Федерация, МПК G01R27/26. Устройство для измерения параметров материалов / Д.А. Усанов, С.С. Горбатов, А.Н. Сорокин, В.Ю. Кваско; № 2008122332/28; заявл. 03.06.2008. опубл. 20.11.2009.
9. Конуэлл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях/ Пер. с англ. А.Ф. Волкова и А.Я. Шульмана. М.: Мир, 1970.
10. Барейкис В. Электроны в полупроводниках. Вып. 3. Диффузия горячих электронов / Под ред. Ю. Пожелы. Вильнюс: Мокслас, 1981. 212 с.
11. Роуз А. Основы теории фотопроводимости / Пер. с англ. А.А. Рогачева и Р.Ю. Хансеева. М.: Мир, 1966.
12. Трубецков Д.И., Мчедлова Е.С., Красичков Л.В. Введение в теорию самоорганизации открытых систем. М.: Физматлит, 2002.

Поступила в редакцию 27.04.2014

NONLINEAR DYNAMICS OF THE FORMATION OF A SPATIALLY INHOMOGENEOUS STRUCTURE IN PIN DIODE

D. A. Usanov, S. S. Gorbatov, V. Yu. Kvasko, A. V. Fadeev

Saratov State University

The paper presents the results of experimental investigation of stationary distributions of the electric field and the charge carrier concentration in the PIN diode. The investigations have been carried out by use of near-field scanning microwave microscope. Numerical calculations of these values have been performed taking into account the dependence of the mobility and the diffusion coefficient of electrons and holes on the electric field. The alternating maxima and minima form of the field distribution near the contacts and the conductivity has been demonstrated.

Keywords: Near-field microwave microscopy, PIN diode, mobility, diffusion coefficient.



Усанов Дмитрий Александрович – родился в 1943 году в Менделеевске (Татарстан). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1965). Защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности «физика полупроводников и диэлектриков» (1972, СГУ) и диссертацию на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности «радиофизика, включая квантовую радиофизику» (1989, СГУ). Заведующий кафедрой физики твёрдого тела (с 1985 года), проректор СГУ по научной работе (1989–2013). Заслуженный деятель науки Российской Федерации (1998). Обладатель Государственной научной стипендии РАН для учёных (2000). Автор монографий и более 200 статей в центральной и зарубежной печати, 174 авторских свидетельств и патентов.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: UsanovDA@info.sgu.ru



Горбатов Сергей Сергеевич – родился в 1946 году в Энгельсе Саратовской области. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1973). Защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по теме «Особенности нелинейного взаимодействия СВЧ излучения с диодами Ганна, работающими в режиме усиления или генерации» (1991, СГУ) и диссертацию на соискание учёной степени доктора физико-математических наук на тему «Резонансные явления в низкоразмерных электродинамических системах и их использование для создания новых типов устройств твердотельной СВЧ-электроники» (2007, СГУ). К настоящему времени опубликовал более 80 научных работ в области твердотельной СВЧ-электроники и радиофизики (резонансные явления в электродинамических структурах, содержащих полупроводниковые элементы). Обладатель 14 авторских свидетельств СССР и патентов РФ на изобретения, часть которых была внедрена в серийное производство.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: Gorba@yandex.ru



Кваско Владимир Юрьевич – родился в 1986 году в Саратове. Окончил факультет nano- и биомедицинских технологий Саратовского государственного университета по специальности микроэлектроника и полупроводниковые приборы (2009). В том же году поступил на очное отделение аспирантуры по специальности «твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты, микро- и нанoeлектроника, приборы на квантовых эффектах». Опубликовал 10 научных работ, в том числе 5 статей в изданиях, входящих в Перечень ВАК.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: Kvasko-V@yandex.ru



Фадеев Алексей Владимирович – родился в Балашове Саратовской области (1987), окончил обучение (2010) на физико-математическом факультете Балашовского института Саратовского государственного университета по специальности «физика». В 2011 году поступил на очное отделение аспирантуры по специальности «твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты, микро- и нанoeлектроника, приборы на квантовых эффектах». Автор и соавтор 8 научных работ, в том числе 2 статей в изданиях, входящих в Перечень ВАК.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: Fadey24@mail.ru



ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ СРЕДЫ РЕАКЦИИ БРИГГСА–РАУШЕРА НА ХАРАКТЕР АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Д. А. Усанов, А. П. Рытик, А. В. Бондаренко

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Исследовано влияние температуры на ход протекания автоколебательной реакции Бриггса–Раушера. Зарегистрированы изменения периода, интенсивности, скорости и времени химических осцилляций. Показана динамика изменения электродного потенциала при нагревании и охлаждении раствора реакции (осцилляции компонент реакции).

Ключевые слова: Автоколебательные процессы, реакция Бриггса–Раушера, влияние температуры среды реакции.

Введение

Известно, что с ростом температуры число молекул, способных вступить в химическое взаимодействие, экспоненциально возрастает. С повышением температуры увеличивается средняя кинетическая энергия молекул (соответственно и их скорость), они быстрее двигаются и вступают в реакцию интенсивнее. Это открывает возможность управления химическими осцилляциями, в частности, их пролонгацией, интенсификацией и частотой. В ходе протекания экзотермической реакции выделившееся тепло ускоряет саму реакцию [1], что, в свою очередь, позволяет определить реакцию Бриггса–Раушера (БР) как термочувствительную. На практике представляет интерес знание того, как изменить условия, чтобы реакция протекала с требуемой скоростью. Осциллятор Бриггса–Раушера очень чувствителен к внешнему воздействию [1], поэтому его можно использовать для изучения механизма воздействия температуры на другие химические автоколебательные системы, в том числе более сложные. Проведение исследований реакции БР в широком интервале температур открывает возможность определить диапазон температур в котором еще существует автоколебательный режим и установить специфику осцилляций реакции при изменении температуры.

В современных работах исследован аспект влияния количества микрообъемов на гетерогенный процесс кинетики автоколебательных реакций. Так, в работе [2]

авторы пришли к выводу, что многие гомогенные нелинейные химические реакции, содержащие автокаталитические стадии, являются по существу гетерогенными в том смысле, что в них спонтанно на определенных этапах реакции образуются пространственно распределенные концентрационные флуктуации, способные влиять на макрокинетику. Согласно этому представлению, весь объем реактора самопроизвольно разбивается на множество диффузионно-связанных микрообъемов, в которых в один и тот же момент времени могут доминировать реакции разной направленности. Характерный размер этих микрообъемов, называемых иногда «зародышами», определяется корреляционной длиной флуктуаций.

В работе [3] авторы исследовали возможность управления процессом автоколебаний при помощи влияния внешних физических факторов, в частности, температурой и пропусканием электрического тока. Была показана принципиальная возможность изменения параметров автоколебаний в системе «муравьиная кислота – платиновый электрод».

Целью настоящей работы явилось исследование влияния температуры среды автоколебательной реакции Бриггса–Раушера на параметры концентрационных колебаний.

1. Методика проведения эксперимента

Ингредиенты реакции БР готовили по методике, описанной в [1]. После приготовления растворов их смешивали в одной химической посуде и разделяли в две одинаковые колбы по 20 мл. Для точного разделения объемов использовали автоматические пипетки.

Перемешивание среды реакции осуществляли магнитной мешалкой. Для регистрации химических изменений в среде реакции, включая изменения количества растворенного кислорода, использовали рН-метр-иономер серии «Эксперт-001» с датчиками: ионоселективным электродом «Иод» и датчиком растворенного кислорода ДКТП, интегрированным с датчиком температуры.

Одновременно с видеорегистрацией наблюдаемых колебаний реакции БР проводился анализ в программе Exr2pr, работающей с анализаторами жидкости серии «Эксперт-001». С помощью этой программы в режиме реального времени отражалась динамика растворенного кислорода, электрического потенциала ионоселективного электрода и температуры среды. Полученные данные затем анализировали при помощи программы MathCad v.14.

Дополнительно для регистрации температуры на различном уровне относительно поверхности раствора реакции использовали термометр «Актаком Pt-100» с платиновым электродом, разрешающая способность которого составляла до 0.01°C.

Для выявления влияния температуры раствора реакции БР на параметры автоколебаний выполняли две серии экспериментов, в каждой из которых проводили сравнения сред при различной температуре от 3 до 36°C. Выбор границ указанного диапазона температур был обусловлен тем, что при температуре ниже 3°C и выше 36°C инициировать автоколебательный режим в описанных условиях эксперимента не удавалось.

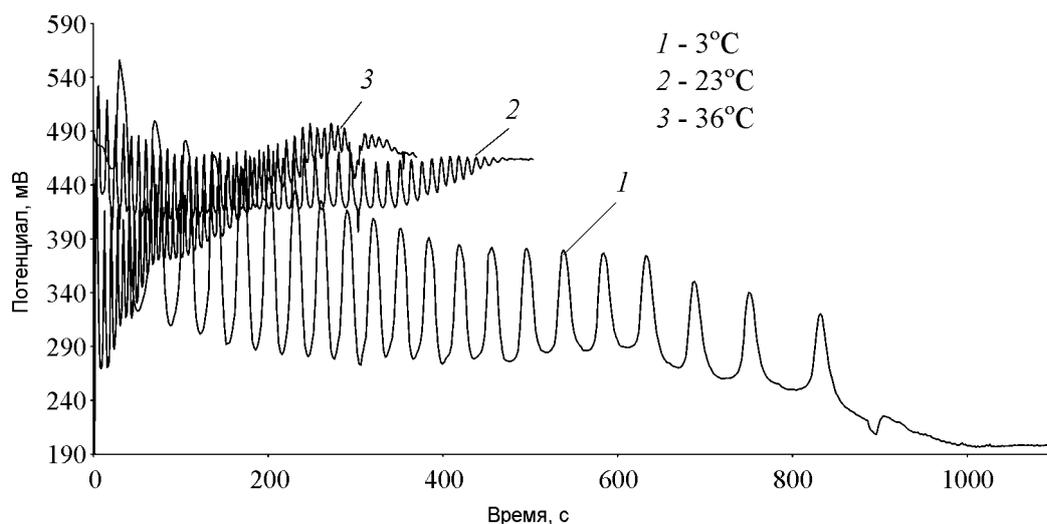


Рис. 1. Зависимость значений потенциала иода от времени для различных сред реакции БР: 1 – охлажденной, 2 – контрольной, 3 – нагретой

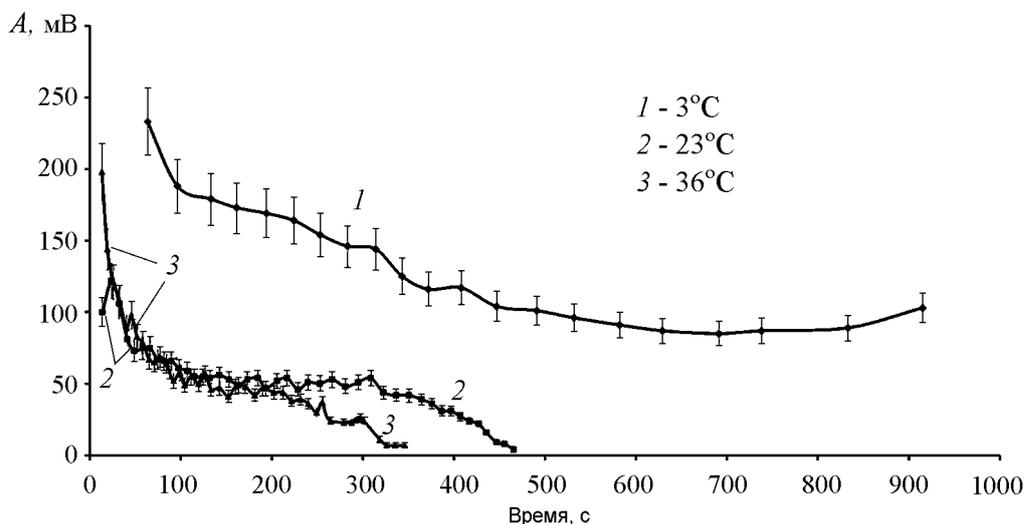


Рис. 2. Зависимость усредненного периода осцилляций потенциала иода от времени для различных сред реакции БР: 1 – охлажденной, 2 – контрольной, 3 – нагретой

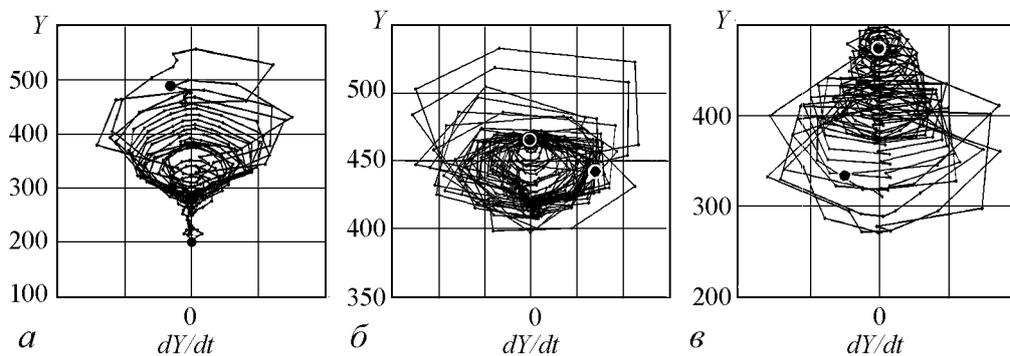


Рис. 3. Фазовые портреты для колебаний значений потенциала ионоселективного электрода для различных сред реакции БР: а – охлажденной, б – контрольной, в – нагретой. Черными точками обозначены начало и конец колебательного режима

В первой серии экспериментов проводили охлаждение среды реакции БР. Температура раствора при охлаждении достигала $3 \pm 1^\circ\text{C}$. На рис. 1 показано изменение во времени потенциала ионоселективного электрода иода. Из результатов, приведенных на рис. 1, следует:

- период колебаний в случае охлаждения увеличивается примерно в два раза (при $23 \pm 1^\circ\text{C}$ средний период в контроле составляет 10.7 с, при охлаждении – 21.4 с);
- количество колебаний уменьшается (в контрольном опыте их количество больше 40, а при охлаждении около 20);
- уменьшение амплитуды колебаний в охлажденном растворе реакции происходит медленнее, чем в контрольном;
- при нагревании среды реакции БР наблюдается заметное увеличение уровня иодного потенциала по сравнению с охлажденной и контрольной средами.

Для более наглядного отражения изменения амплитуды в одном периоде колебаний при различной температуре раствора реакции построен график (рис. 2) зависимости разности между максимальными и минимальными значениями потенциала за каждый период от времени для трех температур растворов.

Из приведенных результатов следует:

- в случае нагревания среды до температуры $36 \pm 5^\circ\text{C}$ период и амплитуда колебаний иодного потенциала уменьшаются быстрее на 20% по сравнению с контрольными измерениями при температуре 23°C ;
- общий уровень потенциала нагретой среды повышается к окончанию колебательного режима по сравнению с контролем.

На рис. 3 представлены фазовые портреты для колебаний значений потенциала ионоселективного электрода, на которых выделены точки, соответствующие началу и концу автоколебаний. На рис. 3, б показан фазовый портрет осцилляций контрольной среды. В охлажденной среде видно постепенное равномерное увеличение периода колебаний (рис. 3, а). Фазовые портреты для нагретой среды (рис. 3, в) имеют большую динамику по сравнению с контролем – видно постоянное смещение фазовой траектории от начала осцилляций до окончания автоколебательного режима.

Выводы

Таким образом, можно отметить, что температура в выбранном диапазоне оказывает существенное влияние на характер автоколебательной реакции Бриггса–Раушера. Так, в случае охлаждения удастся продлить общее время колебаний примерно в два раза по сравнению с колебаниями в контрольной среде, при этом наблюдается увеличение периода автоколебаний. Характерной особенностью фазовых портретов является момент окончания автоколебательного процесса: при меньшей температуре раствора реакции фазовая траектория постепенно смещается вниз, для нагретого раствора траектория стремится в область больших значений потенциала.

В конечном счете, изменение температуры раствора реакции позволяет реализовать управление химическими осцилляциями, в частности, такими параметрами,

как время автоколебательного режима, количество осцилляций, амплитуда и частота, что в свою очередь может быть использовано для построения новых моделей автоколебательных процессов, в том числе и в живых системах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (государственные задания № 1376 и 1575).

Библиографический список

1. *Жаботинский А.М., Огмер Х., Филд. Р. и др.* Колебания и бегущие волны в химических системах / Пер. с англ. под ред. Р. Филда и М. Бургера. М.: Мир, 1988. 720 с.
2. *Vanag V.K., Epstein I.R.* Cross-diffusion and pattern formation in reaction-diffusion systems // *Phys. Chem. Chem. Phys.* 2009. Vol. 11. P.897.
3. *Nagao R., Epstein I.R., Gonzalez E.R., Varela H.* Temperature (over) compensation in an oscillatory surface reaction // *Journal of Physical Chemistry. A.* 2008. Vol. 112, Issue 20. P. 4617.

Поступила в редакцию 18.11.2013
После доработки 12.10.2014

TEMPERATURE CHANGES EFFECT ON THE BRIGGS–RAUSCHER REACTION OF THE SELF-OSCILLATING PROCESS

D. A. Usanov, A. P. Rytik, A. V. Bondarenko

Saratov State University

The paper presents the experimental results of the temperature influence on the course of self-oscillating flow Briggs–Rauscher reaction. Account changes in the period of the intensity, speed and time of chemical oscillations. It is shown the changes of the electrode potential during heating and cooling of the reaction solution (oscillation component of the reaction)

Keywords: Self-oscillating reaction, Briggs–Rauscher reaction, temperature influence.



Усанов Дмитрий Александрович – родился в 1943 году в Менделеевске (Татарстан). Окончил физический факультет Саратовского госуниверситета (1965). Защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности «Физика полупроводников и диэлектриков» (1972, СГУ) и диссертацию на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности «Радиофизика, включая квантовую радиофизику» (1989, СГУ). Заведующий кафедрой физики твердого тела (с 1985 года), проректор СГУ по научной работе (1989–2013). Заслуженный деятель науки Российской Федерации (1998). Обладатель Государственной научной стипендии РАН для учёных (2000). Автор монографий и более 200 статей в центральной и зарубежной печати, 174 авторских свидетельств и патентов.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: UsanovDA@info.sgu.ru

Д.А. Усанов, А.П. Рытик, А.В. Бондаренко
Изв. вузов «ПНД», т. 22, № 4, 2014



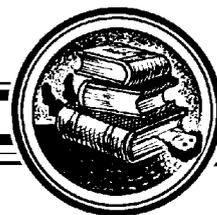
Рытик Андрей Петрович – родился в Саратове (1980). Защитил диссертацию на соискание степени кандидата физико-математических наук (2006). Доцент кафедры медицинской физика (2010). Область научных интересов – биомедицинская физика, физика взаимодействия терагерцового излучения с физическими средами. Опубликовал более 70 статей в отечественных и зарубежных журналах.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского
E-mail: ra4csz@yandex.ru



Бондаренко Анна Васильевна – родилась в 1993 году в Котово (Волгоградская обл.), является студенткой третьего курса факультета нано- и биомедицинских технологий Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского. Область научных интересов – биомедицинская физика, физика взаимодействия терагерцового излучения с физическими средами.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского
E-mail: neznakomka317@yandex.ru



**О НАУКЕ, СОБЫТИЯХ В ИСТОРИИ ИЗУЧЕНИЯ СВЕТА,
КОЛЕБАНИЙ, ВОЛН, ОБ ИХ ИССЛЕДОВАТЕЛЯХ,
А ТАКЖЕ ГЛОССЫ И ЭТИМОНЫ**

Учебное пособие

Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н.

©Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н., 2014
©Томский государственный университет, 2014
©Томск: Издательский Дом ТГУ, 2014. 380 с.
ISBN978-5-9462-1451-3

В пособии для самостоятельной работы студентов историко-научный материал, требующийся для понимания основных этапов и закономерностей развития теории колебаний и волн, впервые изложен во взаимосвязи с развитием оптики. Другое методическое новшество – предъявление студенту элементов науковедения, нормативных принципов НИР, необходимого набора терминов и понятий, освещение методологических сторон категориального аппарата трех указанных дисциплин. Исторические сюжеты служат поводом обратиться к рубежным дискуссиям в естествознании XVII–XXI вв., проблемам приоритета, феномену «забытых» открытий и ложных теорий. Новый педагогический приём и средство развития лингвистической компетенции студента – раскрытие этимологии терминов, включая глоссы, а в некоторых случаях – исторических и социокультурных обстоятельств их появления.

Для студентов, изучающих радиофизику, оптофизику, фотонику и оптоинформатику, радиотехнику, а также молодых преподавателей, руководящих НИПС и (или) ведущих семинары по НИПС. Пособие будет полезно при изучении курса «Введение в специальность» и формировании установок студентов III–VI курсов на научно-исследовательскую деятельность.

Рецензенты: д-р техн. наук В.А. Тарлыков, Санкт-Петербургский национальный исследовательский государственный университет информационных технологий, механики и оптики; д-р физ.-мат. наук С.М. Шандаров, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники; канд. физ.-мат. наук С.С. Новиков, Томский государственный университет

Оглавление

Предисловие, в котором авторы пытаются оправдать свою инициативу
Глава 1. О науке вообще и сегодня, а также о некоторых признаках научности
Глава 2. Время, пространство, колебания, волны
Глава 3. Техника и наука: несколько сопоставлений
Глава 4. Становление физики колебаний
Глава 5. Беглый обзор изучения света от Античности до конца XX в.
Глава 6. Союз теории нелинейных колебаний и волн с оптикой
Заключение. Вблизи точки сингулярности истории
Литература
Указатель имен

Предисловие, в котором авторы пытаются оправдать свою инициативу

«Но как часто правило должно применяться в действительности, чтобы иметь право говорить о правиле?». Насколько часто человек должен складывать, умножать, делить, чтобы можно было сказать, что он овладел техникой этих видов вычисления? И под этим я не подразумеваю: насколько часто он должен был вычислять правильно, чтобы доказать *другим*, что он может вычислять, но чтобы доказать самому себе.

Л. Витгенштейн (1889–1951),
австрийский философ и логик [1. С. 255]

Зачем студенту этот текст. Чрезвычайно редко студенты интересуются историей открытия тех законов и явлений, которые им надлежит изучать, чтобы применять, хронологическими привязками событий в истории познания природы и тому подобными материями¹. Вероятно, такая позиция молодого человека объяснима. И даже в чём-то оправданна, если тот рассчитывает, получив вузовский диплом, стать, например, официантом в нарядном ресторане или продавцом-консультантом в роскошном магазине. Эти профессии² и десятки других, столь же нужных в обществе, не требуют слишком многого в интеллектуальном³ развитии личности.

Другое дело, если студент более или менее уверенно планирует связать свою будущую карьеру с миром науки и техники. Тогда обращение к их прошлому для студента столь же насущно, как знание истории искусств – для будущего художника или архитектора. Не забудем, что исследователь – личность особая. От неё постоянно требуется самосовершенствование (к чему некогда призывал гениальный Лев Толстой), саморазвитие, *self-development*, как говорят носители English. И – взаимно связанное с этим *самовоздействие*, т.е. регулярные упражнения своей творческой воли. На чём её предстоит упражнять? На решении проблем. А для этого желательно обратиться к опыту своих предшественников в науке и технике, к принципам деятельности в них. И вообще будущему инженеру-исследователю желательно пораньше задуматься над вопросами: что есть наука? А что есть техника? А практика? А теория?

¹Основа термина «материя» – латинское слово *materia*, которое происходит от существительного *mater* – мать; причина, начало, источник, корень. Для древнего римлянина *materia* имела целый пучок смыслов: вещество, материал, скажем, строевой лес, а также запас и съестные припасы. В переносном значении *materia* – предмет, т.е. вопрос, каким занимается данная наука, по какому ведётся спор; а ещё *materia* – повод. У римлян бытовало выражение: *pro materia* – сообразно с делом. А ещё *materia* – природное дарование, талант [2. С. 381].

²У древних римлян существительное *profession* означало: публичное объявление, в том числе официальное показание своего имени, состояния, звания, а также официально указанное занятие [2. С. 504].

³Интеллектуальный (от лат. *intellectus* – разумение, понимание, рассудок) – относящийся к устойчивой структуре способностей человека к мышлению, рациональному познанию, творческой духовной деятельности.

Возможно, читающий эти строки предполагает ограничить своё пребывание в высшей школе лишь четырьмя годами. Всё же, ему предстоит подготовить и защитить перед комиссией свою курсовую работу, а позднее – бакалаврскую. Выполнение их предусматривает знакомство обучаемого с простейшими действиями, относящимися к проведению научных исследований. И ему будет не вредно узнать из нашего пособия кое-что об их правилах.

Составляя пособие, мы исходили из сверхзадачи: побудить читателя к саморазвитию, к самореализации в научном и техническом творчестве, предложив ему – в качестве повода – сей разнообразный учебный материал. Отчасти он подготовлен для студента, как говаривали в старину, на вырост [3. Стб. 761]. То есть с запасом, с расчётом на его быстрый умственный прогресс в университете. И – на его упорное желание ликвидировать дыры в собственной картине мира. Оценивая *a priori*⁴ размеры и поверхностную плотность этих дыр, мы не скупимся на подстрочные сноски с разъяснениями и примечаниями: авось пригодятся.

Мы ставили несколько педагогических задач. Во-первых, познакомить студента с некоторыми из примечательных сюжетов, коими изобилует история естествознания (безусловно, эпизодов, заслуживающих быть упомянутыми, неизмеримо больше). Во-вторых, назвать славные имена тех естествоиспытателей, изобретателей, математиков, благодаря чьим творческим достижениям обеспечен прогресс научно-технического знания. В-третьих, дать определения некоторым понятиям, которыми студенту предстоит оперировать при изучении теории колебаний и волн, оптики, отчасти квантовой механики, квантовой радиофизики, синергетики и т.п. В-четвёртых, сфокусировать внимание читателя на терминологии: без усвоения её не достичь ему академических успехов. На эту задачу указывает длинное заглавие пособия: «О науке, событиях в истории изучения света, колебаний, волн, об их исследователях, а также глоссы⁵ и этимоны⁶».

В-пятых, *last but not least*, и в-четвёртых тоже, стимулировать⁷ студента постоянно вдумываться в значение и происхождение слов. Зачем? Чтобы сложилась привычка образованного человека: вникать в глоссы и этимоны. Чем они яснее говорящему либо пишущему, тем выше качество его общения с другими (и с самим собой). Тем рациональнее⁸ его поведение. Тем больше у него преимуществ в споре, в рассуждениях вообще. И тем больше шансов на плодотворное саморазвитие, *self-development*. В-шестых, чуть-чуть помочь с ориентацией в пространстве ценно-

⁴Априори (лат. *a priori* – из предшествующего) – до опыта, независимо от опыта; заранее, предварительно.

⁵Глосса (от др.-гр. γλῶσσα – язык, говор, наречие, речь [4. Стб. 273]) – перевод либо толкование непонятого слова или выражения.

⁶Этимон (от др.-гр. ἐτιμον – правда, истина, истинно, действительно < ἐτιμος – истинный, правдивый [4. Стб. 539]) – исходное слово, основа, от которых произошло слово современного языка. Отсюда термин «этимология» (от др.-гр. λόγος – слово, понятие, наука). Он означает и раздел языкознания, изучающий происхождение слов, и само объяснение происхождения того или иного слова (выражения). В последнем смысле мы будем часто употреблять его в пособии.

⁷Стимул (от лат. *stimulus* – заострённая палочка (которой погоняли животных), стрекало < *stimulare* – погонять [5. С. 1020]) – побудительное средство.

⁸Рациональный (от лат. *rationalis* – разумный < *ratio* – счёт; (деловое) отношение; способ, приём, план; мышление, разум, разумность, сообразность с законами; принцип, теория, система, учение; мнение, взгляд, рассуждение [2. С. 532–533]) – разумно обоснованный, целесообразный.

стей⁹. Естественно, при условии, что читатель уже до такой стадии дорос внутренне, в душе: действием извне здесь ничего не добиться.

Не исключено, впрочем, что дочитавший до сего места студент печально вздохнёт и по своей давней привычке ворчливо процитирует на память французского мыслителя XVII столетия: «Большинство книг таково, что, прочитав несколько их строк и просмотрев несколько рисунков, уже знаешь о них всё, так что остальное помещено в этих книгах лишь для того, чтобы заполнить бумагу» [7. С. 573]. О таких обучаемых мы уже много лет мечтаем и тщетно их ждём...

Обращение к коллегам, или Автоаполюга. Составляя учебное пособие, авторы стремились дополнить исторический аспект¹⁰ терминологическим, что, вероятно, простительно. А также – спорадически¹¹ – методологическим аспектом, сознавая в этом пункте, что тем самым они ... как бы помягче выразиться ... прут на рожон. Из опыта общения с коллегами авторы вынесли наблюдение: большинство из них воспринимают разговор в учебном тексте о методологии исследования как ненужное, бесполезное мудрствование, затуманивающее студенческую голову. Воспринимают как «философию» в том отрицательном смысле, который открывался практически всем нам – в долгие советские десятилетия – под напором принудительного изучения выжимок из «трудов классиков марксизма-ленинизма». Здесь, пожалуй, можно было бы ещё как-то оправдаться: мол, тогда была промывающая мозги идеологическая дезинфекция в вузе, а мы в пособии никакой политической идеологии не распространяем... Так-то оно так, но в действительности речь идёт далеко не только об отвращении к официальной псевдофилософии, которой вплоть до 1991 г. кормили, как демьяновой ухой, и студентов, и преподавателей.

По нашему мнению, здесь, во-первых, полезно иметь в виду метафору¹² горизонта познания. Её мы находим у современного палеоботаника, эволюциониста и философа-методолога Ю.В. Чайковского. Он пишет (2007): «горизонт познания похож на географический горизонт: для видения вдаль надо высоко подняться, а при этом не видишь, на чём стоишь. Большинство учёных решают эту проблему просто: всю жизнь “лежат пластом”, глядя на ближайшее, и изредка “встают на четвереньки”, когда пишут обзоры; лишь в конце жизни некоторые из них “встают во весь

⁹Обычно под ценностью (англ. value) понимают значимость (положительную либо отрицательную) для человека, социальной группы, всего общества определённых объектов окружающего мира. Причём значимость эта определяется не свойствами объектов самими по себе, а их вовлечённостью в сферу жизнедеятельности человека, его интересов, потребностей, социальных отношений. Кроме того, ценностями оказываются критерии и оценки этой значимости. Очевидно, что критерии и оценки выражаются в нравственных нормах, принципах, идеалах, установках, целях. Различают ценности материальные, общественно-политические, духовные. Например, В. Франкл (1905–1997), австрийский психиатр, автор теории логотерапии, философ, выделяет три ведущих ценности, помогающих человеку сделать свою жизнь осмысленной. 1. С помощью того, что он *даёт* жизни в ходе своей творческой работы. 2. Посредством того, что он *берёт* от жизни в процессе переживания тех или иных ценностей. 3. С помощью позиции, занимаемой им по отношению к своей судьбе, которую ему не дано изменить [6. С. 12, 173–174].

¹⁰Аспект (от лат. aspectus – взгляд, вид) – позиция, с которой рассматривают явление, понятие, объект.

¹¹Спорадический (от др.-гр. σποραδικός < σποράς – рассеянный, отдельный, одиночный [4. Стб. 1147]) – непостоянный, случайный, появляющийся иногда, от случая к случаю.

¹²Метафора (от др.-гр. μεταφορά – перенос) – употребление слова или выражения в переносном значении, основанное на сходстве, сравнении, аналогии, а также слово или выражение, так употребленное.

рост” (оглядывают свою науку) или даже “подымаются на башню”, т.е. описывают своё запоздалое удивление от мира, мало кому интересное. Не интереснее и те, кто всегда “живёт на башне” (методологи), ибо они обычно слабо знают суть того, о чём пишут» [8. С. 131–132].

Сознаемся честно в приступах своей незрячести именно в положении «лёжа пластом». Вероятно, для неё можно искать оправдания в строчках И.В. Гёте (1749–1832): «Что на свете всего труднее? / Видеть своими глазами / То, что лежит перед нами» (цит. по: [9. С. 42]). По поводу (бес)полезности методологии для естествоведника Чайковский приводит суждение коллеги: назначение методологов – не столько научить учёного правильно работать», сколько «показать ему, что он, собственно говоря, делает» [8. С. 190]. Тем более важно, на наш взгляд, пробудить профессиональную рефлексию будущего исследователя (скажем, магистранта), привести её в готовность учиться наблюдать за собственными первыми шагами.

Во-вторых, не стоит игнорировать вывода Ю.В. Чайковского, подкреплённого примерами: учёным мешает или даже не даёт договориться различие их познавательных горизонтов. «Большинство просто не видит того, что меньшинство (а оно-то и движет науку) видит как главную цель познания. Эта массовая слепота – частный случай того, что Имре Лакатош (Лакатос¹³) называл *защитным поясом исследовательской программы*. Задолго до него великий Кант¹⁴ говорил об этой слепоте: “Там, где другие проходят, не заметив препятствия, для меня встают Альпы проблем”» [8. С. 134]. А коли мы надеемся, что какая-то доля студентов в будущем пойдёт – в помощь нам – в науку, то не следует ли пользоваться любым удобным предлогом, чтобы рассказать им об особенностях занятий ею? Показательно, что нужду в гуманитарном дополнении к естественнонаучным и базовым инженерным дисциплинам признают члены УМО вузов РФ по образованию в области приборостроения и оптики (заседание 13–16 мая 2013 г., Томский государственный университет), например, А.А. Шехонин, В.А. Тарлыков, В.В. Дёмин.

В-третьих, не поленимся обратиться к этимологии термина «методология»: он есть производное от трёх древнегреческих корней. Ясно, что *λογος* – наука. А *μεθοδος* означает буквально путь (*одос*) вслед за чем-либо, *преследование*; в более широком смысле – способ *исследования*, научное исследование [4. Стб. 788]. Словарь Даля толкует метод как способ, порядок, основания; принятый путь для хода, достижения чего-либо, в виде общих правил [11. Стб. 843]. Слово «метод» переводят и как со-путник, попутчик [12. С. 83], производя от предлога *μετα* сообща, вместе; в сложных словах означает: соучастие + *одос* – дорога, путь [4. Стб. 800, 864].

Но существенней то, что для древнего грека слово *μεθοδος*¹⁵ непосредственно связывалось, тесно ассоциировалось с родственным ему существительным «методей», *μεθοδεια* – коварство, хитрость [4. Стб. 788]. (В речи образованных русских и в нашей литературе XIX – начала XX в. слово «методейя» встречалось не так уж

¹³И. Лакатос (1922–1974) британский философ венгерского происхождения, занимавшийся проблемой адекватного воссоздания эмпирической истории науки и ее закономерностей [10. С. 353].

¹⁴Им. Кант (1724–1804) – родоначальник немецкой классической философии, в частности занимавшийся противоречиями теоретического разума и ролью опыта.

¹⁵Отсюда наше имя Мефодий (от др.-гр. *μεθοδικος* – прослеживающий), т.е. порядочный, правильный, основательный – одним словом, методический, извините за каламбур! Упрощённый вариант имени – Нефёд.

редко. Равным образом, и «метода» – синоним термина «метод».) Здесь возможная параллель с хитростью – охотничьей либо военной – вполне уместна. Недаром один из ведущих физиков современности Б. Грин, работающий в США и прославивший себя результатами в теории суперструн, прибегает к военной лексике, когда итожит: «...наши умы и инструменты охватили грандиозный свод пространства и времени, приблизив нас к пониманию мира, оказавшегося искусным мастером маскировки» [13. С. 35]. Маскировки... К тому же общеизвестно, что научное исследование – предприятие явно *рискованное*. И от неудачи никто не застрахован. Следовательно, знакомство с теми диалогами, что ведут между собой методологи естествознания на рубеже XX–XXI вв., может оказаться полезным будущему магистранту, тем паче – аспиранту.

В-четвёртых, надо непременно принять во внимание двойственность социокультурного типа русского учёного-физика, каким он сложился в конце XIX – начале XX в. Анализ его провёл историк науки Вл.П. Визгин, сопоставив двух лидеров физического сообщества России тех лет: Н.А. Умова (1846–1915) и П.Н. Лебедева (1866–1912). Сравнение двух главных фигур русской физики того времени показало полярность их научного и социокультурного типа, которая «напоминает ситуацию боровской дополнителности». Оказалось, что социокультурный и психологический облик российского учёного существенно амбивалентен¹⁶: он содержит «взаимно исключающие особенности» [14. С. 47]. Образно говоря, – пишет Вл.П. Визгин – «Умов» и «Лебедев» являются словно бы базисными векторами в «пространстве типов учёных». Эту «полярность-дополнительность» Визгин представляет графически на рис.: десятью пересекающимися прямыми, на которых содержатся «умовские черты» (слева) и противоположные им «лебедевские черты» (справа).



Рис. Характерные черты типов ученых на примере Н.А. Умова и П.А. Лебедева [14. С. 49]

¹⁶ Амбивалентный (от лат. *ambi* – кругом, с обеих сторон + *ambo* – оба + *valentia* – сила) – двойственный, отличающийся одновременным проявлением противоположных качеств.

Деятели отечественной науки этого периода тяготеют либо к «умовскому типу», продолжающему линию универсализма, свойственного М.В. Ломоносову (Д.И. Менделеев, О.Д. Хвольсон и др.), либо к «лебедевскому типу» (А.И. Иоффе, Д.С. Рождественский и др.). Либо – а таких большинство – представляют собой их комбинацию (А.Г. Столетов, Б.Б. Голицын, А.А. Эйхенвальд, П.П. Лазарев, С.И. Вавилов, Л.И. Мандельштам, П.Л. Капица и др.). «Лебедевский тип» постепенно становится всё более распространённым (он и сформировался лет на 20 позже «умовского типа»). По мере включения русской науки в общемировое русло «лебедевские черты» выходят на передний план. Развитие физики в СССР с установкой на крупные коллективы тоже демонстрировало сдвиг в сторону «лебедевского типа»: феномен научной школы, ориентация на научно-исследовательские институты, не входящие в образовательную систему, и т.п. Однако при всём различии описанных типов и Умову, и Лебедеву были присущи общие черты: «исследовательский императив»¹⁷ для обоих был доминантой¹⁸ их жизни, оба высоко ценили фундаментальную, чистую науку¹⁹, считая её важнейшей предпосылкой для развития технических приложений физики». Оба вполне позитивно отнеслись к тем революционным свершениям, какие вызвало рождение теории относительности и квантовой концепции [14. С. 47–48].

Поэтому подозрительное отношение к «философии», включая осознание стратегии исследования, вполне традиционно для отечественной (и не только) физики. Однако этим отношением наша (как и мировая) естественно-научная традиция отнюдь не исчерпывается. Выражением внимания к гуманитарной составляющей деятельности физика служат относительно немногочисленные, но яркие и содержательные произведения. Достижением в формировании такого синтетического жанра справедливо считать оригинальные книги профессора Саратовского университета Д.И. Трубецкого [15, 16]. Удачным вариантом классической научно-популярной литературы служит «Занимательное волноведение» Г. Претора-Пинни [17].

Имеется ли в новейшей российской истории науки пример «встречного» движения, т.е. прихода с территории гуманитариев во владения естествознания и математики? Да, но это практически единственный, хотя плодотворнейший случай: цикл исследований Г.Д. Гачева (1929–2008), отечественного философа культуры и историка естествознания. Существо основополагающих понятий физики он толкует исходя

¹⁷Императив (от лат. imperativus – повелительный) – безусловное требование, имеющее внутреннюю (нравственную) природу.

¹⁸Доминанта (от лат. dominans (dominantis) – господствующий) – главенствующая идея, основной признак либо важнейшая составная часть чего-либо.

¹⁹Французский физик и науковед, работавший (1948–1959) в ЮНЕСКО, П.В. Оже (1899–1993; подтвердил квантовую модель фотоэффекта в газах; открыл (1925) автоионизацию возбуждённого атома (эффект Оже)) выявил четыре стадии исследований. 1) «Чистая» наука, т.е. поисковые работы в теоретической фундаментальной форме; 2) целенаправленные фундаментальные (теоретические) исследования в уже разведанном направлении; 3) прикладные исследования, т.е. распространение фундаментальной теории на отдельные научные отрасли, связанные с индустрией, связью, медициной, земледелием и т.п.; 4) разработка, т.е. практическое (обычно технологическое) воплощение научных идей посредством использования результатов прикладных исследований. Финансирование четырёх групп исследований распределено приблизительно так: 0,9% – 2,7% – 5,5% – 90,9%. По оценкам Бр. Латура (1980-е), на стадии 3 и 4 уходит до 90% всех средств.

из особенностей содержания национального Космо-Психо-Логоса²⁰ [18–22]. На перечисленные выше работы мы ориентировались в своих усилиях.

Разумеется, ответственность за все недостатки первого опыта авторов в подготовке такого пособия лежит только на них самих. Будем надеяться, что *experientia docet*. Но допущенные нами ошибки и промахи не должны дискредитировать тенденцию гуманитаризации физико-математического образования. На старте XXI в. о ней говорят как о резерве развития естествознания [23–26]. Одно из слагаемых этого резерва – так называемое сложносистемное мышление [27–29].

Мы искренне благодарим за моральную поддержку наших первых читателей: С.С. Новикова, В.А. Тарлыкова, С.М. Шандарова.

Мы признательны К.Г. Шилько, открывшей двери Издательского Дома ТГУ для нашей книги. Творческое сотрудничество её коллег А.В. Воробьёвой, Л.Д. Кривцовой, А.И. Лелююр, К.В. Полькиной сделало из кипы листов с текстом издание *lege artis*.

Авторы будут глубоко признательны за критику и рекомендации по улучшению их текста (адрес на этот случай: pznr@mail.tsu.ru, Б.Н. Пойзнеру).

²⁰В данном контексте неологизм Г.Д. Гачева «Космо-Психо-Логос» описывает трёхмерное смысловое пространство, чьи «оси» обозначены древнегреческими корнями: *κοσμος* – мир, *ψυχη* – душа, *λογος* – мысль. Заметим, что известный даже школьникам этимон термина «физика», т.е. *φυσικη* (природа), связан с глаголом *φύω* – рождать, производить, произрощать, творить, делать; вырастать, расти. От него происходит и слово *φυτον* – насаждённое, растение; творение [4. Стб. 1331–1332]. По мнению лингвистов, это указывает на то, что греки относили к *φυσικη* растительный способ существования.



О ТЕРМИНАХ И ОПРЕДЕЛЕНИЯХ

Н. Б. Ковылов

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Выдвигается предложение провести обсуждение терминов и определений в области описания экспериментальных работ с целью достижения их однозначного употребления в учебной литературе и других публикациях.

Ключевые слова: Моделирование, физический эксперимент, учебный эксперимент, измерительная информация.

Интенсивное внедрение информационных технологий, бесспорно, расширило возможности научного поиска. Вместе с тем, в публикациях появилось немало фактов подмены понятий, касающихся экспериментов и экспериментальных работ.

Нередко слышишь на каком-нибудь семинаре, что выполнено некое исследование, и теоретическая часть проверена экспериментально, хотя на поверку исследуемое явление имитировано компьютерной программой, основанной **на том же уравнении, что и теоретическая часть.**

Иногда сталкиваешься с весьма интересным экспериментом, проведенным на реальной аппаратуре, но в качестве одного из элементов исследуемого устройства применяется целая аналого-цифровая схема, адекватная, по мнению авторов, гипотетическому натурному элементу с заданными характеристиками.

Нисколько не умаляя значимости публикуемых работ, хочется разобраться с классификацией видов научных работ, поскольку встречаются и такие термины, как «компьютерный эксперимент».

Полувековой опыт участия в научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработках подсказывает мне собственное видение терминов и определений в обсуждаемом сегменте. Начать с того, что в переводе с латинского слово «эксперимент» означает «проба, опыт».

Есть смысл разделить эксперименты по поставленным по ним целям.

Ныне всё более успешно применяется некий вид моделирования, которое многие сопровождают прилагательными *«имитационное, идеальное или знаковое»*. В таких исследованиях отсутствует необходимость получения *измерительной информации*. В основе этого вида моделирования лежит разработанная логико-математическая модель, представляющая собой алгоритм функционирования объектов. Первая стадия процедуры заключается в составлении математического уравнения относительно

исследуемых переменных (знаковое моделирование). На второй стадии составляется и тестируется компьютерная программа решения данного уравнения (имитационное моделирование).

Собственно научный эксперимент предпринимается для обнаружения малоизученных явлений при отсутствии гипотез либо теоретических предсказаний их существования. В этом случае объектом изучения служит *естественный объект*, а измерительная информация получается методами, гарантирующими нормированную надежность измерений.

К этой же группе экспериментов можно отнести получение измерительной информации в опытах с промышленными изделиями на разных стадиях производства. Здесь целью служит проверка соответствия характеристик изделий задуманным конструктором или заданным в технической документации величинам, хотя в данном случае уместнее говорить об испытаниях техногенных объектов.

Следующая группа экспериментов относится к *материальному моделированию*. В этом случае, особенно если число анализируемых параметров больше двух, выбирается упрощенный для устранения влияния малозначимых факторов объект той же природы, что и исследуемый (например, масштабная модель высотного здания). Здесь уместно говорить о *натурном эксперименте*.

Часто в целях удешевления работ или обеспечения их безопасности прибегают к постановке материального эксперимента, используя физические аналогии и принципы подобия. Такой эксперимент называют *физическим экспериментом* (например, изучение поля в высоковольтном расцепителе заменяют исследованием распределения поля в подобной модели на электролитической ванне).

К отдельной группе я бы отнёс *учебный эксперимент*, и к нему отношение особое. Ведь цель его состоит не в новых открытиях и не в проверке правильности базовых физических законов, а в привитии навыков экспериментальной работы, понимания основ техники измерений как раз на *основе базовых законов*. К примеру, в большинстве физических практикумов стоит классическая работа «измерение удельного заряда электрона». Результаты, получаемые студентами, отличаются при существующем оборудовании даже не в разы, а на порядок, что превращает учебный опыт в профанацию. В нашем практикуме уже несколько лет мы ставим задачу таким образом, чтобы в этой работе отношение e/m (одну из основных физических констант) брать из справочника и определять величину магнитной индукции в установке.

Возможные этапы подготовки реального эксперимента

Моделирование идеальное		Моделирование материальное	
Теоретическая модель	Составление и «ручное» решение уравнения, описывающего исследуемый объект	Физическая модель	Постановка опыта на объекте, существующем физически, но другой природы с использованием принципов физической аналогии
Компьютерная модель	Составление функционально-логического алгоритма и разработка компьютерной программы	Натурная модель	Постановка опыта на объекте той же природы, отличающемся либо масштабом, либо упрощенным устройством

Суть этой заметки состоит в том, что предлагается обсудить проблему и разработать единую систему терминов и определений, используемых в учебной литературе и научных публикациях.

Учитывая возрастающую роль стандартов в образовании, не мешало бы стандартизировать ключевые термины и определения.

Поступила в редакцию 8.07.2014

TERMS AND DEFINITIONS

N. B. Kovylov

Saratov State University

The paper is a proposal to discuss any terms and definitions of experiments in textbooks, scientific and methodical publications.

Keywords: Simulation, physical experiment, educational experiment, measuring information.

Ковылов Николай Борисович – окончил физический факультет Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского по специальности «радиофизика». Работал в Конструкторском бюро нефтяной и газовой промышленности (КБ НГП). В течение 17 лет занимался разработкой средств автоматики и измерительной техники в нефтедобывающей промышленности, главные из которых серийно выпускались для месторождений Западной Сибири и Саратовского региона. Ответственный исполнитель и главный конструктор: электронных влагомеров для нефти; государственного стандарта на диэлькометрический метод измерения электронными влагомерами; измерителя параметров нефтяных эмульсий; метода подтверждения безводности нефти и нефтепродуктов для целей метрологии. Имеет 5 авторских свидетельств и 2 патента на изобретения. Опубликовал монографию «Диэлькометрические нефтяные влагомеры» (в соавторстве с И.Ю. Клугманом, Саратов: Изд-во ВНИИОЭНГ, 1969). Организатор, директор и научный руководитель Кустового информационно-вычислительного центра Производственного объединения «Саратовнефтегаз» (1980–1987). Главный конструктор бытовых отечественных видеоманитофонов «Электроника ВМ-32» и ВП-001 (конец 1980-х). После распада производства перешел полностью на научно-педагогическую работу.

Доцент кафедры нелинейной физики факультета нелинейных процессов (ФНП) Саратовского государственного университета им. Н.Г.Чернышевского. Создал и развивает учебно-научную лабораторию «Электромагнитные явления». Читает лекции по курсам «Теоретическая электротехника» и «Основы электроники для компьютерщиков». Учебные пособия по этим курсам разработаны с учетом богатого практического опыта автора. Ведет лабораторные работы по электричеству и магнетизму на ФНП и практические занятия на ФКНиИТ. За время работы в СГУ как руководителем дипломных работ им выпущено более 45 специалистов.

В настоящее время активизирует поиск междисциплинарных связей, призванных объединить усилия специалистов в области физики и информатики с целью модернизации экспериментальных научных исследований и учебных работ.

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
E-mail: nikolajj-kovylov@mail.ru





ФИЗИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ САМОРАЗВИТИЕ ЛИЧНОСТИ

В. М. Аникин

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Ключевые слова: Формирование профессиональных и личностных компетенций студента университета.

В издательстве Томского государственного университета вышла книга [1] с «рассудительным» названием – «О науке, событиях в истории излучения света, колебаний, волн, об их исследователях, а также глоссы и этимоны». Авторы книги – профессор радиофизического факультета Томского университета Борис Николаевич Пойзнер и доцент того же факультета Игорь Валерьевич Измайлов. По жанру издание определено как учебное пособие, и адресовано оно студентам-физикам и преподавателям в качестве историко-научного и методического материала, интересного и полезного им по целому ряду причин. Каковы эти причины, авторы разъясняют – отдельно для студентов и преподавателей – в специальном введении. Главное же, что двигало авторами, – это искреннее и острое желание создать книгу, которая способствовала бы интеллектуальному развитию студента, побуждала его к саморазвитию, самореализации в научном и техническом творчестве, «быстрому умственному прогрессу в университете», формированию «привычек образованного человека» и «упорного желания» «ликвидировать дыры в собственной картине мира»¹. Постановка такой педагогической сверхзадачи интегрально выражает, собственно, формулировку той *необходимой обществу компетенции*, которую обучающийся должен вынести из университетских стен!

Что же может поспособствовать формированию слагающих этой главной компетенции? Авторы предлагают для аудиторного и самостоятельного изучения насыщенный, непростой, порой неожиданный и, в силу последних двух качеств, весьма интересный материал.

Если студент (и не только студент) начнет читать эту книгу, то:

¹В этой связи авторы напоминают этимологию слова «студент»: student (studentis) – усердно работающий, занимающийся, поскольку в языке древних римлян studium – это *интерес*, стремление, рвение, в том числе стремление к научным познаниям.

- во-первых, познакомится с весьма примечательными, поучительными и интригующими эпизодами из истории естествознания, главным образом, на примерах физики колебаний, волн, нелинейной динамики, радиофизики, оптики, квантовой теории;
- во-вторых, оживит в своей памяти (впервые прочтет?!) имена выдающихся ученых и мыслителей, узнает о сделанном ими научном вкладе, их взглядах на роль науки в жизни общества (указатель имен в книге содержит около 800 имен!);
- в-третьих, попутно освоит фундаментальные понятия и определения (в том числе в историческом и социокультурном аспектах), которыми оперируют в названных выше областях науки;
- в-четвертых, приобретет интеллигентную привычку вникать в глоссы и этимоны (в 600 сносках книги приведено множество толкований и объяснений происхождения различных слов и выражений, начиная со слова *materia*, что поможет в развитии сугубо лингвистической компетенции студента);
- в-пятых, освоит элементы науковедения и получит руководящую методическую путеводную нить для состоятельного представления результатов научного исследования (последние работы авторов в этом направлении опубликованы в периодической печати [2–7]).

Last but not least², авторы дают читателям возможность «воспарить» на философскую высоту и прочувствовать общие проблемы науки, техники и научно-технических знаний, окунуться в историю научных дискуссий, приоритетов, научных аналогий, забытых открытий и ложных теорий, обратиться к тем ценностям, которые делают жизнь человека осмысленной, выявить гуманитарные составляющие в деятельности физика³.

Книгу отличает ценная информация междисциплинарного значения, продуманность содержания, изящный слог, богатство ссылок и цитат, тщательная методическая проработка. В книге шесть глав: «О науке вообще и сегодня, а также о некоторых признаках научности», «Время, пространство, колебания, волны», «Техника и наука: несколько сопоставлений», «Становление физики колебаний», «Беглый обзор изучения света от Античности до конца XX века», «Союз теории нелинейных колебаний и волн с оптикой» и заключение «Вблизи точки сингулярности истории».

Каждая глава снабжена солидным количеством «учебных» вопросов, акцентирующих внимание на важных исторических вехах в развитии физики, именах, терминологии, а также заставляющих читателя серьезно поразмышлять над сформулированными в вопросах проблемами. Библиографический список внушительен и насчитывает 447 наименований, и здесь, в помощь читателю, авторы провели его классификацию по типу «от простого к сложному».

Более детальный план изложения характеризуют названия подразделов книги: «Реальность и науки», «Интерес к науке», «Что тормозит движение науки», «Технонаука в XVII и XXI вв.», «Наука ↔ Общество», «Наука и поиски смысла», «Наука и цели культуры», «Идеалы научности», «Имеет ли наука рычаги самоуправления», «Личность неустраима из теории, а теория из опыта», «Национальные образы вре-

²Это одно из многочисленных крылатых выражений, которыми авторы насытили свою книгу, придав ей изысканный колорит, используя латинский, английский и иные источники.

³К литературным достижениям в подобном «синтетическом жанре» авторы относят книги члена-корреспондента РАН Д.И. Трубецкого «Колебания и волны для гуманитариев» (Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 1997) и «Наука о сложностях в лицах, датах и судьбах. Как закладывались основы синергетики: Пиршество духа и драма идей» (М.: ЛИБРОКОМ, 2013).

мени», «Стремление понимать время», «Теория как видение», «Временные масштабы и споры о природе времени», «От колебания и волны к мере и мышлению», «Техника versus наука», «Высказывание научное versus высказывание техническое», «Как соотносят между собой наука, техника, практика», «Социальный запрос на науку в Европе», «Конципирование в контексте теории колебаний», «Псевдонимы репликатора»...

Насыщенность историческим и науковедческим материалом, широта предметного, исторического и философского кругозора, мастерство изложения, оригинальные трактовки и аргументация авторов (как показатель: ими даются собственные, уточняющие переводы с латинского), безусловно, дают основания для широкого и эффективного использования книги в университетском учебном процессе по физическим направлениям.

Актуальным издание делает и то обстоятельство, что в «эпоху перемен», в которую мы живем, в стране продолжается серия кардинальных реформ социальных институтов, включая такие ответственные сферы, как образование и наука. Перед преподавателями и студентами вузов, сотрудниками исследовательских институтов ставится цель достичь уровня деятельности ведущих мировых центров получения и передачи знаний. Среди путей ее достижения далеко не последним, но и далеко не простым является повышение *креативного потенциала* всех участников научно-образовательной деятельности, в первую голову – молодых и многообещающих. А это сопряжено с выполнением ряда задач, которые отличаются тем, что они трудно формализуемы и потому не всегда сводимы к передаче алгоритмов, рецептов, правил. В числе таких проблем можно выделить воспитание гуманитарно образованных носителей естественно-научного, технического, точного знания; мотивирование их к рефлексии над собственной творческой работой; приобщение к науковедческому подходу; воспитание должной методологической культуры; облегчение налаживания ими коммуникации и диалога с профессиональной средой (в частности, на этапах подготовки, экспертизы, защиты диссертации); вооружение их релевантными представлениями и инструментами для самостоятельных действий в указанных аспектах. Как представляется, удачным подспорьем в решении названных проблем и является книга И.В. Измайлова и Б.Н. Пойзнера.

Еще Цицерон утверждал, что «обучать есть дело долга, а развлекать же (слушателей, читателей) – дело уважения». Этот баланс «обучать – “развлекать”» (то есть *заинтересовывать*) в книге удачно выдержан. Она будет интересна и бакалаврам, и магистрантам, и аспирантам, поскольку ее содержание естественным образом «расслаивается» на несколько «пластов». Читателю предоставляется возможность обогатить и «укрепить» себя не только методологически, но и экзистенциально. Ему поможет собранный в книге когнитивный, личностный, словесный опыт многих цитированных персон: и вполне легендарных, и незаслуженно малоизвестных. Книга должна также заинтересовать всех, кто изучает феномен творчества, науковедов, ученых-естественников и гуманитариев, работающих в области социальной эпистемологии, аналитиков в сфере инноваций, преподавателей вузов.

Библиографический список

1. Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н. О науке, событиях в истории излучения света, колебаний, волн, об их исследователях, а также глоссы и этимоны: Учеб. пособие / Под ред А.В. Войцеховского. Томск: Издательский Дом ТГУ, 2014. 380 с.
2. Аникин В.М., Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н. Диссертация: Характеристики научности // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2014. Вып. 16. С. 105.

3. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* «Предзащита» диссертации: Формальные требования и традиции // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2014. Т. 22, № 2. С. 95.
4. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Какова природа интересного, или дефиниции науки и научности – эпистемологический компонент профессиональной компетенции (радио)физика как инженера исследователя // Известия высших учебных заведений. Физика. 2013. № 10/3. С. 118.
5. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Провокация магистранта на вербализацию защищаемого научного положения как прием когнитивного менеджмента // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2013. № 2. С. 15.
6. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Эпистемологические упражнения магистранта: Формулировка и оценка научных положений в своей диссертации // Известия высших учебных заведений. Физика. 2012. Т. 55, № 8/3. С. 213.
7. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Как диссертанту аргументировать достоверность научных положений и результатов, выносимых на защиту // Известия высших учебных заведений. Физика. 2011. Т. 54, № 6. С. 105.

Поступила в редакцию 29.10.2014

PHYSICS AND INTELLECTUAL DEVELOPMENT OF PERSONALITY

V. M. Anikin

Saratov State University

Review of the new book «About science, events in the history of the study of light, oscillations, waves, their researchers, as well as glosses and etymons» by Igor V. Izmailov and Boris N. Poizner is given.

Keywords: Self-development of professional and personal competencies of university students.



Аникин Валерий Михайлович – родился в Аткарске Саратовской области (1947). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1970). Доктор физико-математических наук, профессор, декан физического факультета СГУ, заведующий базовой кафедрой компьютерной физики и метаматериалов физического факультета СГУ в Саратовском филиале Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ученый секретарь диссертационного совета Д 212.243.01 на базе СГУ, эксперт Министерства образования и науки Российской Федерации. Область научных интересов – математическое моделирование хаотических и стохастических процессов, диссертационоведение. В числе работ – монография «Аналитические модели детерминированного хаоса» (совместно с А.Ф. Голубенцевым; М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007), методическое пособие «Диссертация в зеркале автореферата» для аспирантов и соискателей ученой степени естественнонаучных специальностей (совместно с Д.А. Усановым; М.: ИНФРА-М, 2013, 2014).

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: AnikinVM@yandex.ru