

ИГРАЕТ ЛИ БОГ В КОСТИ?

Человеческое общество как коллективная игра людей: Опыт еще одного монистического взгляда на общество

Ю.И. Неймарк, А.Я. Левин

На основе математических моделей и истории функционирования человеческого общества обсуждаются перспективы его эволюции.

Ключевые слова: Человеческое общество, математические модели, игра, история, эволюция, кризис.

2. Человеческое общество как коллективная игра людей

2.1. Математик: Математическая модель игрового взаимодействия. Как уже отмечалось, либерально-демократическое общество позволяет реализовать более или менее эффективное обоюдостороннее управление жизнью людей, но оно в недостаточной мере удовлетворяет многогранным потребностям человека, более того, оно ведёт к десяти смертным грехам человечества, указанным К. Лоренцем. Кроме того, равновесное противостояние в таком обществе склонно к потере устойчивости.

Что же можно предложить человечеству, желанное, удовлетворяющее его страстям, его врождённым наклонностям и устремлениям? Что больше всего любит и ценит человек, что сделает возможным преодолеть кризис и создать устойчивую и одновременно морально и этически приемлемую организацию социальной жизни? Какой должна быть организация общества, которое сможет обуздать неумеренное потребление и расточительство, обеспечить жизненно необходимые соблюдения требований экологии и уважения ко всем людям, победить необузданную тягу к власти и деньгам и создать устойчивую и одновременно морально и этически приемлемую организацию социальной жизни? Подсказка пришла не от математики, а от великих провидцев человеческого духа и жизни.

Обратимся к Достоевскому: он лучше всех понимал глубинную природу человека. Обратимся к великим поэтам и писателям Пушкину и Лермонтову. Прислушаемся, что сказал один из величайших физиков Эйнштейн и многие другие.

Они сказали: «Игра!» Точнее и полнее – игровое восприятие жизни. Игра – это борьба, состязание, стремление к победе, величайшей радости и ощущениям полноты жизни. Подчеркнём, честная игра, игра в рамках нерушимых, соблюдаемых и уважаемых правил. Игра, в которой, даже проигрывая, человек ощущает полноту жизни. Но игра не только это. Игровое восприятие жизни лежит в основе успеха в ней. Я позволю себе две маленьких цитаты:

«Жизнь желанная – это игра...» *Пришвин.*

«Успех – это неустанный труд плюс умение относиться к жизни как к игре...»

Эйнштейн.

Естественно, о жизни как игре может идти речь, когда материально человек достаточно обеспечен. Элементы игрового отношения к жизни присутствуют в современном обществе, поэтому следует говорить не о какой-то ломке, а о сознательном укреплении и расширении имеющихся тенденций, как о механизме дальнейшего продолжения и ускорения эволюции жизни на основе удовлетворения интеллектуальных и эмоциональных потребностей человека. Точнее, только о базовом уровне игрового общества, принципах его функционирования и организации, как продолжении либерально-демократического или близких к нему. Об этом игровом обществе написано на русском и английском языках в книгах «Математическое моделирование в естествознании и технике» (Springer, 2003; Изд-во ННГУ, 2004). Так что я буду предельно краток, только попытаюсь вас заинтересовать.

В основу игрового общества положены следующие принципы:

- стремление к возможно большему удовлетворению материальных и духовных потребностей людей;
- желание объединения с целью реализации первого принципа, несмотря на естественность конкуренции;
- стремление отдельных людей к максимальному удовлетворению своих потребностей, которое, в конечном счете, должно привести к возможно большему удовлетворению потребностей всех членов общества и так, чтобы успех каждого был одновременно и успехом всех.

Первые два принципа почти не отличаются от тех, на которых основана модель (1), только кроме материального удовлетворения необходимо и духовное, третий принцип.

Устройство общества должно соответствовать этим трём требованиям. Оказывается, что для этого игра должна быть близкой к идеальной, а общество должно быть основано на принципах открытости, наименьшего принуждения и соблюдении прав человека. Функции власти должны быть разделены без возможности содействия себе, сговора и коррупции, на основе включения их в общее игровое взаимодействие.

Напомним, что эти требования относятся к базовому уровню игрового общества, всё остальное создаётся в силу способности самоорганизации общества, обеспечиваемой этим базовым уровнем.

Перейдем к моделированию принципов игрового взаимодействия, причем ограничимся учетом результатов деятельности людей на ограниченном отрезке времени.

Каждый человек I_s или их группа, которую можно рассматривать как отдельную единицу, располагает возможностями действий Ω_s , которые он использует, выбрав тот или иной из видов действий O^k из множества O . Выбрав O^k , он получает возможность обладания $f_s^k(x_1, \dots, x_s, \dots)$ продуктов, услуг, денег и материальных

ценностей. Естественно, что каждый стремится выбрать образ действий O^k и само действие x_s так, чтобы получить наиболее желаемый результат $f_s^k(x_1, \dots, x_s, \dots)$, зависящий как от его действий x_s , так и от всех остальных x_i ($i \neq s$).

Таким образом, моделирование возможно как некоторая игра многих лиц, и при этом стратегия каждого игрока состоит в выборе игры $O^k \subset O$, в которой он решил участвовать, и последующем выборе хода $x_s \subset \Omega_s$. Наборы возможных игр O^1, O^2, \dots и стратегий $\Omega_1, \Omega_2, \dots$ определяются устройством, традициями, законодательством и сложившейся к данному моменту s -й ситуацией. Для этой ситуации предполагается наличие описания, являющегося состоянием, то есть такое, что, если оно известно в начале ходов игры и известны ходы, то можно найти такое же описание новой ситуации \bar{w} после ходов. Пусть $w(t)$ такое описание – состояние, тогда мы приходим к заданной в дискретной форме дифференциальной игре. Ее математической моделью является динамический управляемый объект с состоянием w , управлениями которого являются ходы x_s игроков, так что $\bar{w} = F(w, x_1, x_2, \dots)$. При заданных стратегиях игроков, когда $x_s = G_s(w)$ ($s = 1, 2, \dots$), приходим к замкнутой (обычной) динамической системе $\bar{w} = F(w, G_1(w), G_2(w), \dots, G_s(w), \dots)$. Такая динамическая система в виде потоковой дифференциальной экономической пятимерной модели была предложена и отчасти исследована в работе (Неймарк Ю.И., Островский А.В. Потоковая модель экономической динамики // Вестник ННГУ им. Н.И.Лобачевского. Математическое моделирование и оптимальное управление. Вып. 1(18). Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1998. С. 105–115.).

Вернемся к игре и попытаемся сформулировать, что мы от нее хотим. Будем исходить из желания, чтобы совокупные достижения индивидуальных целей каждым игроком в виде

$$\max_{k, x_s} f_s^k(x_1, x_2, \dots, x_s, \dots) \quad (1)$$

примерно соответствовали достижению цели обществом в целом, чтобы реализация индивидуальных целей не очень отличалась от цели всего общества или была приемлемой для него. Если исходить из принципа, что богатство общества – это богатство его членов, благоденствие общества состоит в благоденствии его членов, то грубо цель общества – это

$$\max \sum f_s^k(x_1, x_2, \dots, x_s, \dots). \quad (2)$$

В соответствии с этим в идеале требуется, чтобы глобальному максимуму (3) соответствовали индивидуальные стратегии, устойчивые по Нэшу высокого порядка или даже оптимальные по Парето.

Попробуем понять, что это значит для основных категорий людей современного общества: производителей материального продукта, торговцев товарами и услугами, управленцев и власти. Выбираемая стратегия x_s – это труд, деньги, материальные ценности и назначаемые или желаемые цены. В разных сферах общества цели могут быть разными: в производственной сфере – это возможно большее производство, в сфере торговли – установление цен, компромиссно приемлемых для покупателей и продавцов. Расшифровать последнее можно как то, что цена уже настолько низкая, что в условиях свободной конкуренции ее понижать охотников нет. Примерное совпадение целей индивидуумов и общества в производящей сфере требует соответствующей организации функций выигрышей и допустимых стратегий, что составляет одну из основных функций управленцев. В случае торговцев это происходит почти автоматически, роль управления здесь значительно уже, так как именно продавцы назначают и меняют цены, исходя из своих личных интересов, и нужно

лишь, чтобы отчисления от их прибылей были выбраны согласованно с ней и не настолько большими, чтобы торговля этим товаром, а затем и его производство, прекратились или стали существенно меньше естественной потребности. Такой подход означает, что наряду с налогами может быть и субсидирование.

В чем же, согласно изложенному, состоит роль управленцев, какие проблемы и задачи они должны решать? Этим основным функциям две:

- правильная (сформулировано выше) организация правил игры, то есть функций выигрыша и допустимых стратегий;
- способствование эффективному поиску оптимальных личных стратегий всем игрокам (производителям и торговцам).

Таким образом, при правильной организации функций выигрыша и допустимых стратегий рыночная экономика способна обеспечить эффективное функционирование общества: в результате игр в своих интересах члены общества могут обеспечивать ему процветание и развитие. При этом то, что индивидуумам предлагает общество, одновременно является для них и наиболее желанным. Ведь игра – это то, что, как магнит, притягивает, активизирует и удовлетворяет человека. Тем самым, управление обществом в плане рыночной экономики соответствует склонностям и устремлениям людей. Эта игра будет тем более привлекательной, а ее результаты эффективнее, чем в меньшей мере ее правила ограничивают свободу и широту выбора. Это означает, что при управлении обществом следует соблюдать принципы наименьшего принуждения и соответствия с его коренными желаниями и стремлениями. Кроме того, необходимо обеспечить членам общества эффективность поиска оптимальных наиболее выгодных ему стратегий, а это требует открытости: открытости целей управления, используемых средств и доступности конкретных данных о функционировании общества. Ясно, что при этом правила игры должны соблюдаться всеми или почти всеми. В противном случае игра полностью теряет свою привлекательность и эффективность.

В итоге сказанного видно, что сегодня в обществе можно хорошо организовать функционирование производителей и торговцев (производителей материальных ценностей и благ, торговцев товарами и услугами, а также медиков, учителей, ученых, артистов, деятелей культуры, искусства и других), и в ряде стран это в той или иной мере имеет место. Осталось вернуться к содержанию раздела 1.2 и еще раз обсудить функционирование управленцев.

Особое положение управленцев. Их основные проблемы и задачи были указаны, помимо них есть еще очень много более мелких задач фактического текущего управления. Однако управленцев, решающих последнего типа задачи, можно отнести к производителям и торговцам. Во всяком случае, они тоже могут быть включены в общую игру. Но не так обстоит с управленцами, определяющими функции выигрыша и допустимые стратегии поведения и действий, определяющими правила игры, поскольку они это делают и для себя. Отметим, что правовые вопросы, гражданский и уголовный кодексы являются ограничителями стратегий игры.

Особое положение управленцев отмечалось уже при описании модели «производители – продукт – управленцы». Уже там указывалось, что они возникли независимо от того, нужны они или нет, полезны или вредны. Сейчас, с другой стороны, обнаруживается их особый статус, их невключенность в общую игру. Именно этой невключенностью объясняется то, что человечество достигло колоссальных успехов в материальном производстве, науке, познании мира, культуре и искусстве, и столь несовершенно в своей общественной организации. Именно этот особый статус привел к тому, что только управленцы не проходят обязательного обучения, только среди

них нет конкуренции на профессиональную пригодность, и их деятельность, названная политикой, состоящей в основном в том, как у народа создать о себе хорошее представление и как вклиниться во власть и противостоять напору других, жаждущих власти и ее непомерных благ и возможностей.

В чем же причина особого статуса управленцев – власти? Она в том, что они ни в коей мере не участвуют в общей игре, они не включены в нее, потому что сами ее формируют, и поэтому их игра совсем другая: как сформировать функцию выигрыша, чтобы побольше можно было выиграть. Конечно, и в этом случае нужно уметь играть, но это умение не имеет прямого отношения к пользе общества, их выигрыш не всегда совпадает с выигрышем общества, он может быть даже вреден ему.

Таким образом, исправление этой неблагоприятной ситуации должно состоять в том, что управленцы не должны определять сами для себя функцию выигрыша, или поставить их в такие условия, когда они формируют ее, только исходя из интересов общества. Отчасти к последнему стимулу у управленцев имеется, так как построение функции выигрыша в интересах общества повышает политический рейтинг, но, как показывает практика, этот стимул недостаточен, подчас фальсифицируется и ничуть не мешает одновременно не забывать и о себе. Конечно, управленцы тоже играют, и в не меньшей мере, чем производители и торговцы, но это не та игра, выигрыш в которой в нужной мере способствует прогрессу и процветанию общества. Общество должно изменить это ненормальное и вредное положение. Как это сделать?

Мне кажется, что в какой-то мере человечество уже нащупало выход: он в ужесточении зависимости политиков от общественного мнения, он в открытости и гласности деятельности власти и всего происходящего, он в повышении уровня грамотности и сознательности народа и, особенно, средств массовой информации. Это с одной стороны, а с другой – в разделении властей и создании элитарных независимых управленцев, жестко отбираемых по принципу наличия у них врожденного и вскормленного непоколебимого стремления к общему благу и справедливости. По-видимому, надлежит осуществлять и совершенствовать оба пути. Первый – это построение функции выигрыша и допустимых стратегий одной части управленцев другой, независимой от нее, и образование элитарных групп, контролирующих процесс и результаты формирования правил игры и их исполнения и соблюдения.

Вместо заключения. Выше были сформулированы основные стремления людей, положенные в основу последующих рассуждений. Сейчас, как итог, кратко сформулируем, как их реализовать и осуществить, как это сделать, чтобы было всем приемлемо и достаточно хорошо.

Все люди должны быть включены в желанные ими игры. Выигрыш в игре означает удовлетворение своих природных индивидуальных многогранных потребностей. Чем больше выигрыш, тем более полное и всестороннее удовлетворение. Ограничения, следующие из правил игры, должны быть минимальными из возможных и понятными в своей необходимости и целесообразности, быть в соответствии с традициями, моралью и верой. Функции выигрыша, как и правила игры, должны быть открыты для всех. Нарушение правил игры должно вести к проигрышу или значительному уменьшению выигрыша. Правила игры для всех категорий членов общества должны быть такими, чтобы индивидуальный выигрыш был одновременно и выигрышем коллективным.

Для людей, по разным причинам не могущих участвовать в общей игре, должны быть сформированы другие игры, в которых они могли бы принять участие. Наконец, общество должно быть открытым, и необходимо заботиться о том, чтобы все

его члены понимали и признавали правила игры, понимали, что они в их интересах и практически наилучшие на данный момент.

В заключение скажу: знаю, что, в основном, господствуют два мнения.

1. Эволюция жизни, как и ранее, будет проходить в хаосе борьбы за существование.

2. Либерально-демократическое общество – вершина и завершающий итог эволюции человека.

Я отрицаю первое (хотя в принципе это возможно), отчасти согласен со вторым, но думаю, что двигателем человечества после «прибыли, дохода, богатства и денег» будет интеллектуальное и эмоциональное удовлетворение, стремление к полноте и богатству жизни, к ощущению единства людей и природы.

Сейчас происходит в целом оскудение общества и людей, что отметил Лоренц и многие другие. Тем более притягательным может стать противоположная возможность духовного и эмоционального обогащения жизни.

В заключение подчеркнем, что формализация общественного и личного функционирования людей допускает игровое описание в силу широты его понимания математиками. Но понятие игровой модели общества предполагает еще и игровое восприятие людьми своей жизни. Это некоторое обогащенное отношение к своему «Я», заинтересованное и отчасти отстраненное участие в своей жизни, делающее человека пронизательным, свободным, активным, с более широким взглядом на себя и мир, делающего человека частицей этого мира.

2.2. Гуманитарий: Игра как форма человеческой активности. Прочитав работу математика, я не мог не согласиться с ним, что игровые модели наиболее адекватны для понимания механизмов, действующих в обществе. Они применимы и к традиционному обществу, но именно на индустриальной и постиндустриальной стадиях в условиях современной высокоразвитой рыночной экономики они отражают не периферийные, а сущностные и массовые процессы. Естественно, появилось желание рассмотреть вопрос о роли игры в жизни людей со своей колокольни, понять самому и объяснить другим, какие социально-психологические, экономические и политические реалии скрываются за абстрактным математическим языком.

В знаменитом словаре Вебстера предлагается 28 значений, в которых используется термин «игра». Для нас важны два из них. Первый применяется для обозначения вида человеческой активности, специфического с точки зрения ее мотивации. Британская энциклопедия понимает под игрой в широком смысле слова (play) «добровольную (то есть не вызванную какой-либо необходимостью) активность, совершаемую ради удовольствия». Игра во втором интересующем нас смысле – это действия ради выигрыша (получения чего-то обладающего ценностью), предпринимаемые в условиях неопределенности и риска, так как результат зависит от случайных для субъекта обстоятельств (в английском языке в этом случае используются термины gambling и game). В определенном аспекте второе значение понятия игра может рассматриваться как частный случай первого, так как часто именно переживание риска, азарт являются тем источником удовольствия, ради которого игра затевается. Причем, в этом втором понимании следует выделить в качестве специальной области игру как состязательное взаимодействие, в котором неопределенность создается невозможностью однозначно предвидеть ответные действия других участников.

Игровое, состязательное взаимодействие со средой или с конкурентами давно стало предметом исследования особой математической дисциплины – «Теории

игр», которая дает возможность предсказать вероятность тех или иных событий и предлагает рекомендации по выбору оптимальной стратегии. Насколько важны эти предвидения и рекомендации, можно судить по решениям Нобелевского комитета, дважды за последние 11 лет присудившего премии по экономике за работы такого рода.

Аналізу экономических и политических отношений в современном обществе методами теории игр был посвящен предыдущий раздел. В дальнейшем мы еще раз вернемся к этой теме. Здесь необходимо остановиться на содержательной стороне более широкого – мотивационного подхода. Формальная теория игр рассматривает поведение людей в соперничестве за достижение цели (получение выигрыша). Но она оставляет в стороне проблему выбора цели, которая еще более важна, и не может быть решена в рамках формальной, а следовательно, и математической логики. Выбор стратегии достижения цели можно рассматривать как систему рациональных действий. Между тем сами цели определяются ценностями, представлениями о желаемом, которые только в ограниченной сфере, лежащей за пределами игры, могут рассматриваться в качестве рациональных. Априорная посылка экономической теории, которая лежит в основании ее математического аппарата, что целью всех членов общества является максимизация своей доли общественного продукта, справедлива только в отношении группы людей, активно играющих на рынке, и не в состоянии объяснить, почему они ставят такую цель. Еще в первой половине прошлого века в работах Э. Мэйно, А. Маслоу и других авторов было показано, что материальный интерес остается доминирующим лишь до тех пор, пока доход не обеспечивает удовлетворение потребностей, связанных с достижением и сохранением некоторого уровня жизни, признанного нормальным в данной социальной среде. При этом само представление о норме лежит за пределами рационального расчета и может определяться только эмпирически. Активность человека, выходящая за пределы этого минимального уровня, уже носит произвольный характер и может рассматриваться как игровая в широком смысле этого слова. Фактически только психоанализ выдвигает гипотезу, объясняющую энергетическое обеспечение поведения и деятельности. Однако связь между либидо и высшими мотивами, побуждающими к творчеству, к достижению успеха в видах деятельности, максимально отдаленных от сексуальной чисто физиологической потребности, проследить невозможно. Между тем, именно здесь наблюдается максимальная эмоциональная вовлеченность, целиком захватывающая личность. Только игра способна создать такую интенсивную мотивацию.

Игровая активность – одна из фундаментальных потребностей человека. Эту потребность он разделяет с другими представителями животного мира. Но у других видов эта потребность реализуется только у детенышей, еще свободных от борьбы за выживание. У людей, которые с некоторого момента своей истории получают возможность тратить все меньшую часть своей энергии для добывания необходимых для жизни ресурсов, игровая активность не ограничивается периодом детства, а продолжается в тех или иных формах на протяжении всей жизни. Люди как сознательные существа не имеют предопределенной целевой функции. Собственно уже понимание человеком неизбежности смерти неизбежно превращает все действия, выходящие за рамки борьбы за выживание, в игру, порождаемую потребностью не только на эмоциональном, но и на сознательном уровне.

Неверно было бы ограничивать представление об игре спортом и азартными увлечениями, относить игру лишь к сфере досуга, противостоящей «делу» или играм в межличностных отношениях, описанным Э. Берном. В действительности вся человеческая активность, которая не носит вынужденного характера и не является

внешне регламентированной, субъективно индивидом переживается как игра и порождается игровыми мотивами. Только пока цели деятельности человека остаются в пределах нижних ярусов потребностно-мотивационной пирамиды Абрахама Маслоу, то есть ограничиваются необходимым для поддержания жизни и безопасности, ее нельзя считать игровой. Как только поведение и деятельность выходит на верхние ярусы, где на первый план выдвигаются стремления к социальному престижу и творческой самореализации, активность приобретает все признаки игры. Только тогда, когда индивид втягивается в действия, цель которых – переживание эмоционального состояния успеха, а содержание притягивает сочетанием необходимости и возможности творческого поиска с преодолением внешних и внутренних вызовов, он чувствует и сознает себя личностью и его существование обретает смысл. Именно такие смыслообразующие игры, выбор которых взаимосвязан с системой ценностей, лежат в основе взаимодействия людей в обществе. Смыслообразующая игра часто оказывается в сложном взаимодействии с различными ситуативными играми, в которые втягивается личность, и это служит одним из источников внутриличностных конфликтов, состояния фрустрации.

Возникает законный вопрос, не является ли введение категории игры в объяснение человеческого поведения излишним умножением сущностей, то есть нарушением правила бритвы Оккама. Может быть, проще и эффективнее в соответствии с традиционными представлениями классиков рассматривать стремление к богатству, престижу, власти, творческой самореализации, также как и поведение уголовного преступника, реализацией независимых друг от друга потребностей, заложенных в природе человека? Преимущество игровой парадигмы состоит в том, что она объединяет в единую систему личности различные грани ее проявления, дает фундамент для понимания поступков, которые никоим образом не поддаются рациональному объяснению. При таком подходе мы находим единый ответ и для объяснения поведения экономического человека Дэвида Рикардо, смысл жизни которого в увеличении прибыли, и для человека из подполья Достоевского, который «из одной только неблагодарности... мерзость сделает...» и «нарочно пожелает ... самой экономической бессмыслицы». Миссионер, несущий божье слово в джунгли Амазонки, и террорист, подрывающий себя вместе с детьми в ресторане Иерусалима, с психологической точки зрения отличаются тем, что реализуют свое представление о смысле жизни в разных психологических играх. Игровой подход позволяет преодолеть веру в фатальную неискоренимость зла. Человек выбирает смыслообразующую деструктивную игру, в основном, потому, что не нашел поля для реализации своего творческого потенциала и потому, что воспитатели и социальное окружение внушили ему, что именно в уничтожении «неверных», или разоблачении «врагов народа» он обретет радость исполнения своей божественной или исторической миссии, ощутит превосходство над своими жертвами. Без индоктринирующего воздействия ваххабитских вероучителей и атмосферы ненависти в социальном окружении, не было бы команды смертников, уничтоживших 11 сентября 2001 года небоскребы Торгового центра⁵.

Психологическая однородность смыслообразующих игр отнюдь не означает их однородности с позиций общества. Моральные нормы, противопоставляющие добро и зло, возведенные в степень божественных заповедей, как раз и отражают такую

⁵Здесь не рассматриваются деструктивные (агрессивные) поступки как непосредственная эмоциональная реакция на возникшую провоцирующую ситуацию, или связанные с личностными характеристиками свойствами индивида.

неоднородность. Они созданы в ходе социальной эволюции в качестве инструмента не только оценки, но и защиты от деструктивных смыслов.

Несомненно, доля людей, вовлеченных в активный поиск смыслообразующей игры, различна в различные эпохи и в различных районах мира. Проблема смыслообразующей игры не возникает у тех людей, которые просто борются за выживание. Они пассивно воспринимают то, что слышат в ходе социализации от родителей и вероучителей. Также обстоит дело с большинством из тех, кто напрягает все усилия для поддержания уровня жизни своей семьи на уровне, приемлемом в данном обществе в данное время. Это характерно для социальной группы, традиционно относящейся к так называемым средним слоям. Однако именно в этой последней группе чаще всего формируются личности, которые выходят за рамки стандартных ценностей и установок (установок) и вовлекаются в ту или иную индивидуальную смыслообразующую игру. Их ценности и жизненные установки, выбираемые социальные роли, поступки диктуются уже именно этой игрой.

Какая именно игра выбирается индивидом, зависит от типа общества, конкретной жизненной ситуации, личностных свойств, сформировавшихся к моменту ролевой идентификации, из сочетания генетических задатков и среды раннего становления. Нельзя игнорировать влияния на этот выбор психологических комплексов и механизмов психологической защиты, введенных в научный оборот психоанализом. Без этого невозможно объяснить неудачи нормальной социализации и выбор деструктивных игр. Особенно в этом смысле интересен вывод Эрика Эриксона о значении ролевой идентификации в период между детством и взрослостью. В большинстве случаев именно на этом жизненном этапе и определяется, какая именно игра становится доминирующей на всю оставшуюся жизнь или, по крайней мере, на значительную ее часть. Ролевая диффузия, то есть неудача идентификации, выражается вовлечением в одну из разновидностей компенсирующих игр, часто в составе деструктивных антисоциальных групп.

Те, в ком в силу способностей проявляется интерес к творчеству в сферах науки, техники, искусства, предпринимательства, втягиваются в соответствующие креативные игры. Амбициозные или, по терминологии Гумилева, пассионарные индивиды, осознавшие свою неспособность к реализации в той или иной творческой игре, ищут выход в престижном самоутверждении, выбирая игру, которая ведет к власти над другими людьми. Естественно, такова только общая схема. Жизненная реальность гораздо богаче. Смыслообразующей игрой может быть успех у противоположного пола или, как у героя рассказа Шукшина «Срезал», компенсирующим стремлением поставить в тупик кого-либо из обладающих высоким социальным статусом (того, кто «много о себе понимает»). Иногда сочетается несколько смыслообразующих игр. Например, даже для гениального ученого, испытывающего глубокое и длительное удовлетворение от раскрытия тайн природы, чрезвычайно важен престиж в научном сообществе, признание его приоритета.

Концентрация внимания общества на предотвращающем невроз благополучном детстве для каждого ребенка, на том, чтобы для каждого период юности завершился ролевой идентификацией и принятием игры, открывающей путь к творческой созидательной самореализации – одно из важнейших условий совершенствования и выживания человечества. Не моральные нравоучения могут быть инструментом для предотвращения деструктивности вступающего в социальную жизнь поколения, а вовлечение каждого в индивидуально подобранную игру, позволяющую сочетать личностную вовлеченность с общественной пользой или хотя бы безопасностью. Можно полагать, что алкоголизм, наркомания, суицид, – в основном, результат неспособности индивида найти свою смыслообразующую игру, разочарования в ней

или в своей способности добиться желаемого результата. Однако все это предметы, требующие специального изучения.

В данном случае, в соответствии с рассматриваемой проблемой, для нас первостепенное значение имеют те смыслообразующие игры, которые оказывают положительное и отрицательное влияние на благосостояние общества, прежде всего, через воздействие на создание общественного продукта.

В исследованиях экономистов выявляется множество факторов, влияющих на рост ВВП. Однако при всей их значимости они, тем не менее, вторичны, так как выступают лишь в качестве условий и, вместе с тем, являются следствиями степени активизации и реализации главного ресурса общества – человеческого интеллекта. В конечном счете, наибольший успех достигается там и тогда, где и когда этот интеллектуальный потенциал максимально реализован в интересах общества. Удастся этого добиться лишь в игровой форме поведения. Говоря о деятельности ученого, Эйнштейн заметил, что она «сродни религиозному или любовному служению. Побуждают к ней не обдуманное намерение или планы. Она исходит непосредственно из сердца».

Математик уже приводил высказывания об игровом характере деятельности как условия удовлетворенности ею. Можно напомнить, что и Карл Маркс главным условием достижения высшей фазы развития человеческого общества считал превращение труда, выполняемого не ради вознаграждения, а из интереса к его содержанию, в жизненную потребность всех членов общества. Здесь важно сослаться не только на мнения авторитетов, но и на исследования, проведенные Фредериком Герцбергом в 50–60 годы прошлого века. Исследования эти убедительно доказали, что устойчивое и наиболее высокое удовлетворение человек получает от деятельности, привлекающей его своим содержанием и позволяющей пережить радость успеха. В этих исследованиях также было показано, что только в этом случае активность индивида ориентирована на достижение максимальных результатов, на проявление инициативы, на творчество. Но ведь именно такая деятельность, которая совершается не для получения внешнего вознаграждения, не по необходимости, а ради удовлетворенности, доставляемой самим ее содержанием, и радости успеха, является, как мы уже видели, игрой в самом широком смысле этого термина. В большинстве случаев игровая мотивация профессиональной и предпринимательской деятельности сочетается и с материальным побуждением – стремлением обеспечить своей семье уровень достатка, соответствующий некоему стандарту. Однако чем выше уровень игровой составляющей, тем больше удовлетворение, получаемое в ходе и в результате этой деятельности, и тем выше ее эффективность.

Потенциал общества максимально реализуется, во-первых, при условии, что в жизнедеятельности возможно большее число его членов, занятых общественно-полезной деятельностью, возможно большая доля приходится на игровую активность. Во-вторых, интеллектуальный ресурс приносит тем большую пользу, чем в большей степени игры, в которые вовлечены люди, являются с позиций общества играми с положительным результатом. В них, в отличие от имеющих нулевой итог азартных игр, где сумма выигрыша одних равна сумме проигрыша других, общество в целом оказывается в выигрыше.

Всегда и во всех типах общества чрезвычайно полезна деятельность по моральным, гуманным побуждениям. Врач, воспитатель, социальный работник, люди других общественно-полезных занятий в той мере, в какой они получают удовлетворение от самого содержания своего труда и его человечности, выходят за рамки оплачиваемых обязанностей, действуют по игровым мотивам. Однако специфиче-

скими для современного общества являются два вида игр, в которых реализуется в интересах общества интеллектуальный потенциал его членов. Прежде всего, это деятельность изобретателей и ученых, которые ведут игру непосредственно с природой, вырывая у нее свой успех. Второй, наиболее массовой игрой с положительным результатом в современном обществе является участие в рыночных отношениях. В той или иной степени в ней участвует почти все взрослое население. Однако решающее значение имеет игра на рынке, которую ведут наиболее активные его участники – предприниматели и высшие менеджеры. Именно они в конкурентной борьбе за кошелек потребителя принимают творческие решения, направленные на отыскание ниши неудовлетворенного спроса, на достижение на рынке равновесия между спросом и предложением, на выпуск более совершенной продукции с наименьшими затратами и использование более совершенной технологии. Чем большая доля населения вовлечена в самостоятельную предпринимательскую деятельность, чем выше доля мелкого и среднего бизнеса, тем выше степень мобилизации интеллектуального потенциала. По данным, относящимся ко второй половине XX века, в США 75% важных технических идей возникли именно в небольших компаниях. С другой стороны, плановая государственная экономика, уничтожив предпринимателей как класс, оказалась способной в лучшем случае лишь на догоняющее развитие.

Целью предпринимателя является извлечение экономической выгоды. Но нельзя упускать из виду принципиального различия между экономическими мотивами любого члена общества, который стремится получить средства, необходимые для жизни, и экономическими мотивами предпринимателя, для которого участие в рыночной конкуренции – интеллектуальная игра, а извлечение прибыли большей, чем у конкурентов, – награда за победу в игре и фактор повышения самооценки. Обычно удачливый предприниматель или игрок на финансовом рынке тратит часть своего выигрыша на приобретение материальных ценностей: дворцов, драгоценностей и пр. Но приобретения эти важны не для удовлетворения собственно материальных нужд, а для престижа как внешнее доказательство успеха в игре.

Каждая эпоха характеризуется своими специфическими играми. При этом решающее значение имеет ведущая игра управленческой элиты. Начиная с XVII века, когда, как показал Макс Вебер, протестантизм благословляет богатство и успех в делах как данный богом знак избранности, рыночная игра приобретает все больший престиж. Ее созидательная направленность заставляет потесниться разрушительную военную игру политической элиты, хотя и ставит ее себе на службу. Именно за счет того, что мобилизация интеллекта каждого участника этой игры для увеличения собственного богатства приводит к росту богатства общества, и достигнут небывалый экономический прогресс нашего времени.

При всех преимуществах индустриального и тем более постиндустриального общества над предшествующими эпохами тезис Френсиса Фукиды о завершенности истории человечества, достигшего якобы полного благополучия, не случайно вызывает скептическую усмешку. Кроме созидательных игр с положительным итогом сохраняются и игры с отрицательным для общества результатом. Прежде всего, это смыслообразующие игры, связанные с насилием и разрушением. Даже в самых экономически преуспевших обществах сохранились люди и группы, извлекающие удовлетворение из убийства себе подобных, уничтожения имущества. Не исчезли, а еще больше активизировались террористические организации, ужасные игры которых получают санкцию ультранационалистической и религиозной идеологии. Однако, если взять человечество в целом, то, как уже отметил математик, наибольшей опасностью остаются честолюбивые игры политических управленцев.

2.3. Гуманитарий: Политика и политики. В предыдущем разделе речь преимущественно велась об игре в самом широком смысле как активности, привлекающей самим своим содержанием, вносящей в психику индивида чувство и сознание смысла его жизнедеятельности. Однако, как уже отмечалось выше, слово игра имеет и другие значения. В разделе 2.1 математик рассматривает игру как взаимодействие людей, где каждый участник стремится к достижению желаемого им результата. Успех при этом зависит от создающих ситуацию неопределенности действий других участников. Макс Вебер конечным элементом социальных отношений называет социальное действие, исходя из того, что любой поступок совершается с расчетом на определенную желаемую реакцию партнера. Поэтому почти каждый акт общения в той или иной степени носит характер игры. Эрик Берн предложил целую типологию межличностных игр, участники которых манипулируют партнерами ради достижения своих скрытых психологических целей. В значительной степени такие игры-взаимодействия на микроуровне оказываются тактическими элементами стратегических игр, которую ведут члены общества ради реализации своих смыслов.

Как было показано математиком, из игровой модели рыночных отношений, господствующих в современном обществе, вытекает, что при соблюдении определенных правил всеми участниками игры возможно согласование интересов каждого ее участника как с интересами других игроков, так и с интересами общества в целом. Иными словами, эта игра может иметь положительный результат, когда выигрыш каждого участника рынка сопровождается ростом общественного продукта. Положительный результат может принимать и не материальный вид, проявляясь в созданиях ценностей духовной культуры, сохранения и укрепления здоровья людей, предотвращения техногенных катастроф и пр. Правила игры задаются и поддерживаются сложной системой интегрирующих социум институтов. На социально-психологическом уровне – это системы ролевых норм-ожиданий и нравственных привычек. На уровне сознания – это системы моральных норм. На формальном уровне правила игры задаются правовыми нормами и поддерживаются государственной организацией.

Как уже отмечалось выше, государство само по себе не способно создавать что-либо положительное, но именно оно может создать условия для роста. Политические и правовые институты оказываются теми рычагами, реформирование которых позволяет сознательно реализовать плодотворную теоретическую модель, запустить систему охватывающей все общество эффективной игры с положительным результатом. Чтобы убедиться в этом, достаточно примера влияния реформ Ден Сяопина на последующий за ними рывок Китая. Как показывает весь опыт новой истории, ключевую роль играет судебная составляющая государственной системы: существование независимого от политической власти, беспристрастного, строго следующего закону суда. Не случайно пионерами и индустриальной и постиндустриальной цивилизационных волн оказались страны англосаксонского корня, судебная система которых соединила идущую от «варварских правд» верность общинному праву, сохранение роли присяжных в судебной процедуре с наследием античности в понимании верховенства закона над властью. Нарушение королем принципа независимости суда сыграло важную роль в развязывание в Англии революции 1642 года и оказалось одним из главных обвинений, стоивших Карлу I головы. Без независимой от власти и неподкупной судебной системы невозможна ни преуспевающая рыночная экономика, ни либеральная демократия. Напоминание об этом особенно актуально для государств, возникших на постсоветском пространстве, где власть требует от судей послушания, расплачиваясь с ними попустительством к их мздоимству. Несомненно,

что в ближайшем будущем проблема независимого и неподкупного суда выявится и в Китае как условие сохранения тенденции экономического роста. Рыночная игра, принеся благополучие развитым странам, не может вовлечь участников без института, гарантирующего выполнение ее правил.

Развертывающаяся перед нами картина вовлечения все новых стран в процесс динамического развития наглядно демонстрирует роль политических и правовых предпосылок такого скачка. Однако не следует поддаваться иллюзиям: и в рыночном, либеральном обществе сохраняются отношения, отраженные в модели (1), то есть опасности, связанные с нарушением норм общественного поведения (правил игры ее участниками) и с деструктивным влиянием политических управленцев. В этих двух последних утверждениях отражено противоречие, следствия которого с разной степенью негативности проявляются в различных странах и грозят привести человечество к трагическому концу. Трагическое противоречие человеческого общества состоит в том, что государство, при всех своих опасных свойствах, было и остается необходимым институтом.

Без государства, то есть института вооруженного принуждения невозможно защитить членов общества и их имущество от вооруженных бандитов и внешней агрессии. Показательно, что Макс Вебер, наиболее авторитетный в XX веке оппонент марксизма, для определения сущности государства использует формулу Льва Троцкого о государстве как о монополии на применение вооруженного насилия. Начало 1990-х годов в России, современная ситуация на Северном Кавказе, в Ираке наглядно демонстрируют, что происходит, когда эта монополия оказывается утраченной. Хаос и беспредел, порожденный ослаблением государственной власти, порождает тоску по сильной руке, отбрасывает к другой крайности. Так неоднократно происходило в истории, так развиваются события в современной России. Неспособность слабой российской государственности противостоять бандитизму и террору кавказских сепаратистов привела к переводу стрелки ее развития с едва намечившегося демократического пути в тупик авторитаризма. Террор, которым ответило мусульманское духовенство на наступление подрывающей его позиции западной цивилизации, провоцирует усиление государственного насилия и нарушение гражданских свобод даже в странах устоявшейся демократии.

На протяжении последнего столетия в странах с рыночной экономикой резко усиливаются регулирующие функции государства. Выше уже отмечалось, что рыночная система эффективна, только если существуют и соблюдаются обязательные нормы экономических взаимоотношений, соблюдаются права потребителей. Необходимы условия для укрепления среднего и мелкого бизнеса, так как только при сохранении достаточно большого числа независимых производителей сохраняется динамизм рыночной экономики. Без контроля со стороны надзирающих органов сама по себе рыночная игра порождает тенденцию к монополии, усиливает опасность разрушения среды обитания. Современные государства в различной степени сохраняют за собой создание и поддержание транспортных и информационных коммуникаций, различные социальные функции. Они собирают через систему налогов и перераспределяют огромную часть валового внутреннего продукта.

В XIX веке и на протяжении большей части XX века были популярны представления, что расширение функций государства в экономике и увеличение доли перераспределяемого им ВВП является движением по пути прогресса. В середине XIX века возникла и позже была претворена в жизнь в Советском Союзе и в его сателлитах марксистская идея замены рынка государственной плановой экономикой. Если, в соответствии с классическими представлениями, рассматривать госу-

дарственные институты в качестве выразителей интересов общества в целом или передового класса, то такая точка зрения кажется логически обоснованной. О доказанной историей экономической несостоятельности государственной плановой экономики уже говорилось выше. Здесь следует добавить, что концентрация собственности в руках государства создает возможности для беспредельной концентрации власти, неограниченного своеволия правителя и его окружения. Однако и в странах с рыночной экономикой усиление роли государства имеет обратную сторону. На поверхности – проблема коррупции. При условии, что депутат или чиновник со скромной зарплатой оказывает влияние на распределение многомиллионных ассигнований, трудно гарантировать их независимость от влияния отдельных корпораций, тех или иных существующих в обществе «перераспределительных» групп. В странах с авторитарными режимами правящая клика обычно прибирает к рукам значительную долю государственной казны и имущества подданных. Потеря власти грозит утратой украденного. Это многократно усиливает стремление любой ценой сохранить у государственного руля своего предводителя, а когда это оказывается невозможным, заменить его преемником из своих рядов. Центральное направление внутренней политики – устранять политические группы и личности, грозящие монопольному господству клики. В демократических странах проблема мздоимства, прямых или косвенных взяток, смазывающих колеса государственной машины, существует, главным образом, на средних и низших уровнях управления. Все это общеизвестно, но ускользает от внимания опасность, создаваемая политиками в собственном смысле этого слова, располагающимися на высших этажах государственной машины.

В любом типе общества, при любом государственном строе сферу политики, как правило, выбирают люди одного и того же типа. Их всех привлекает игра, где призом является власть, чувство превосходства, связанное с ней. Чаще всего это люди, не рассчитывающие на успех в творческой игре с природой, которую ведут ученые, на удовлетворенность, испытываемую предпринимателем от победы над конкурентами, или на радость творчества, доступную людям искусства. Можно припомнить вывод уже упоминавшегося выше А. Маслоу: люди, не способные подняться на следующий этаж потребностей, стремятся к сверхкомпенсации на том этаже, который им доступен. У тех, кто не способен к игре ради творческой реализации своего «Я», гиперболизировано стремление к самоутверждению, к престижу, к власти над другими. Самым подходящим местом для реализации такого рода стремлений является сфера политики.

Наиболее ярко это проявляется в периоды революционных потрясений. Знаменитое ленинское определение революционной ситуации как совпадения нежелания низов «жить по старому» с неспособностью верхов «по старому управлять» нуждается в дополнении. Массы, даже доведенные до отчаяния, способны лишь на стихийный, разрушительный бунт. Они ломают машины, как луддиты, или жгут помещичьи усадьбы, как русские мужики. Бунт перерастает в революцию лишь тогда, когда стихийное движение оседлывают вожди, предлагающие определенные политические программы, использующие возмущение масс для реализации своих целей. Об этом откровенно писал Владимир Ленин, призывая вносить идеи социализма в стихийное движение. Вожди эти, чаще всего, приходят из слоя, который в России получил название интеллигенции. Именно в этом выдвинувшемся из низов слое образование развивает честолюбивые престижные устремления, наталкивающиеся на ограниченность возможностей их реализации. Несомненно, часть таких лидеров искренне сочувствует страданиям низов и одушевлена их интересами. Однако ведущее положение, в конечном счете, оказывается в руках «революционных карьеристов»,

для которых участие в революции лишь средство реализации обуревающей их жажды власти. Эта жажда власти создает мотивацию революционной карьеры, отсутствующей у революционеров-идеалистов. Поэтому революция поднимает к власти не людей типа Мирабо, Плеханова или Мартова, а Робеспьеров, Талейранов, Бонапартов, Лениных, Троцких и Сталиных. Потом неизбежно следуют кровавые разборки между самими властолюбцами. Побеждают в них самые «отмороженные», самые беспощадные игроки, «сверхчеловеки» типа Сталина и Гитлера, свободные не только от моральных правил, но и нравственных чувств⁶.

Специфические свойства, присущие типу людей, устремляющихся в политику, сказываются не только в периоды революций. Они характерны для большинства политиков в любом обществе, в самых обычных условиях. В этом одна из причин низкой эффективности и опасности институтов власти. Дело не только в том, что их чаще всего заполняют люди посредственные, но и в том, что главный личный мотив для них не успех института в его социальной функции, не достижение реального результата в интересах общества, а постоянная жажда расширения личной власти, престижа и популярности. Занимаемая ими позиция предоставляет огромные возможности для достижения этих целей. Самым безобидным проявлением такой мотивации могут стать уже упоминавшиеся выше привилегии в виде преимущественного доступа к тем или иным благам или исключительным правам. При этом главным для них являются не сами потребительские ценности получаемых благ и прав, а престиж, сознание и демонстрация своей значительности. Куда опасней упоение от возможности унижать и даже уничтожать незащитных перед ними подданных. Не даром Иосиф Бродский написал строчку: «...Ворюга мне милей, чем кровопийца». Опыт прошлого и развертывающиеся на наших глазах события показывают, что в той или иной степени кровопийцами становится большинство самовластных и бесконтрольных правителей. Однако самой разрушительной игрой политиков, обуреваемых жаждой престижа и власти, была и остается игра в «войну». Многие тома посвящены исследованию причин многочисленных войн, составляющих главное содержание исторических хроник. Все, что в них говорится, как правило, имеет отношение к делу. Однако многих из самых разрушительных военных столкновений

⁶Исключительно карьеристская мотивация политиков, оказывающихся у власти в результате революционных переворотов, особенно наглядно демонстрируется опытом Российской истории на протяжении последнего столетия. Большевицкая верхушка, захватившая власть от имени рабочих и крестьян, сразу же разогнала независимые рабочие профессиональные союзы и приступила к систематическому истреблению крестьянства как класса и физически. Процесс этот, начавшийся с продразверстки, завершился коллективизацией и голодомором начала 1930-х годов. Вся семидесятилетняя история Советской власти – это история установленного властвующей бюрократией оккупационного режима, озабоченного исключительно укреплением и сохранением своего господства. Это же относится и к маоистскому Китаю, к другим странам «реального социализма». Если же оценивать Октябрьскую революцию и порожденные ей события с более широких исторических позиций, можно утверждать, что замаскированная под борьбу за прорыв в будущее она в действительности была возглавлена и осуществлена силами, враждебными наступающему прогрессу, стремившимися остановить модернизацию, то есть связанные с наступлением индустриальной волны (по Тоффлеру) или капитализма (по Марксу) социальные, политические и культурные перемены. Последовавшее за революцией возрождение крепостного права в социально-экономической сфере, возвращение к самодержавию в политике, к формуле «самодержавие, православие (марксизм-ленинизм) и народность» в идеологии, к цензуре, далеко оставившей по своей жестокости времена Николая I, – наглядная демонстрация подлинной природы этих сил. Октябрьская революция в действительности, чтобы о себе ни думали ее вожди, была столь же реакционной, как и сравнительно недавняя революция мулл в Иране, попыткой остановить прогресс. Руководимое из Москвы так называемое «Мировое коммунистическое движение», опять же, чтобы о себе ни думали его вожди и рядовые, объективно играло в XX веке ту же по своей направленности роль, что и террористическая сеть Аль Каиды в наше время.

не было бы, если бы не всепоглощающая страсть людей, стоящих у власти, доказать свое превосходство не только над реальными соперниками, но и над историческими предшественниками, раздвинуть границы своего господства. Игнорируя личные мотивы политиков и полководцев, их стремление к выигрышу в игре за величие, не понять ни походов Александра Македонского и Ганнибала, ни эпохи Наполеоновских завоеваний, ни последних двух мировых войн.

Раньше уже отмечалось, что единственный известный до сих пор эффективный способ разрешения конфликта между необходимостью государства и его опасностью был найден в XVII веке голландским, а потом и английским третьим сословием, навязавшим аристократии контроль избранного парламента и независимого суда над деятельностью исполнительной власти. Здесь впервые со времен античности было осуществлено сформулированное еще Аристотелем требование к «правильной» форме государства: закон был поставлен выше правителя. В дальнейшем форма правового государства, развившаяся в современную либеральную демократию, распространилась на другие страны Западной Европы, на заселенные европейскими переселенцами бывшие заморские колонии Англии, на послевоенную Японию, она пустила корни во второй по численности населения стране мира – Индии. В самое последнее время в этом же направлении движутся освобожденная от коммунистов Восточная Европа, некоторые страны Азии и Латинской Америки. Выше уже упоминалось, что распространение либеральной демократии на планете воодушевило Френсису Фукияду на провозглашение конца истории. Он при этом имеет в виду не прекращение существования человеческого общества, а завершение эволюции. После торжества либеральной демократии и рыночной экономики в мире, по его утверждению, общество будет только функционировать, но не меняться. События, последовавшие за выходом книги Фукияды, прежде всего эпидемия террора, несколько снизили энтузиазм автора. Однако дело даже не в этом. Современная либеральная демократия, несомненно, лучшая из всех других бывших и настоящих форм государственности. Однако не следует упускать из виду ее главный порок – формирование органов исполнительной и законодательной власти, главным образом, из политически ориентированных, посредственных личностей, посвящающих свою жизнь честолюбивой игре ради престижа. Последствия широко известны. Сплошь и рядом красноречивый демагог побеждает на выборах честного и умного кандидата. Обычное явление – «конфликт интересов», когда политик в поисках необходимых ему для победы на выборах ресурсов поддерживает решения, противоречащие интересам общества. Особо опасно пренебрежение решением долговременных проблем, таящих в себе опаснейшие угрозы для общества, ради сиюминутной популярности, победы на ближайших выборах. Лауреат Нобелевской премии 1986 года Джордж Бьюкенен предложил в качестве критерия при оценке того или иного политического решения степень согласия различных групп общества с этим решением. Однако он предупредил, что всегда сохраняется опасность достижения такого согласия за счет будущих поколений, которые не имеют права голоса в политическом торге. В наше время, когда пренебрежение будущим грозит неотвратимыми катастрофическими последствиями для всего человечества, предупреждение Бьюкенена звучит как голос Кассандры.

Возможно ли найти выход из этой ситуации? Действительно ли принятый во всех странах либеральной демократии путь формирования органов власти путем прямых, тайных и равных выборов при предоставлении всем совершеннолетним активного и пассивного избирательного права является лучшим из всех возможных? В свое время он был огромным шагом вперед и важнейшим завоеванием нового

времени. Для стран, где сохраняются авторитарные и диктаторские режимы, честные всеобщие выборы – главный лозунг борьбы за демократические преобразования. Историческое значение нынешнего механизма формирования власти, жертвы, понесенные для его установления, придают ему непререкаемую легитимность и исключают даже саму мысль о его возможном усовершенствовании. Всем критикам демократии вполне резонно напоминают о знаменитой формуле Уинстона Черчилля, которая в приблизительном переводе гласит: «Демократия – самая отвратительная форма правительства, но все другие еще хуже». Однако законно поставить вопрос: как же сделать демократию менее отвратительной? Следуя логике всего предыдущего изложения, ответ можно сформулировать так: очистить политику от политиков⁷.

Возможно, принцип Афинской республики – назначение ряда должностных лиц по жребию, и тот был бы более приемлемым. Используется же этот способ при формировании коллегии присяжных. Представляется, однако, что более оптимальным было бы формировать законодательные органы и выдвигать на посты высших лиц исполнительной власти лиц из числа граждан, добившихся выдающихся результатов и заслуживших доверие своей деятельностью в неполитической сфере. Активное избирательное право остается всеобщим, а пассивное ограничивается теми, кто доказал свою успешность на том или ином профессиональном поприще. Можно при этом использовать корпоративный принцип выдвижения кандидатов. Исполнение возложенных обязанностей является обязательным и должно ограничиваться одним сроком. Можно полагать, что использование такого механизма исключило бы принятие популистских решений за счет будущего и резко повысило интеллектуальный уровень тех, кому общество доверяет свою судьбу.

Еще более важным направлением совершенствования демократии могло бы стать обращение к старой идее Руссо о непосредственной демократии. Во времена Жан Жака такая демократия могла осуществляться только в пределах одной деревни гражданами, собравшимися под деревом. Теперь ситуация изменилась. В ближайшее время, благодаря современным информационным системам, роль представительной демократии может свестись к обсуждению предлагаемых решений перед глазами всего общества, примерно так, как это происходит в суде в прениях сторон. Принятие решений останется непосредственно за самими гражданами, которые будут голосовать, используя домашние компьютеры. В вышедшей в 2004 году книге Джемса Суrovecki «Мудрость масс» (James Surowiecki. *Wisdom of Crowds*. Doubleday, 2004. P. 296.) приводятся многочисленные факты, демонстрирующие удивительную точность вывода, сделанного на основании усреднения оценок, предлагаемых множеством людей, в том случае, когда они высказывают их независимо друг от друга на основании достаточно полной и объективной информации. Простейшим объяснением такой точности является соображение, что при множестве независимых мнений отклонения от правильного решения в одну сторону уравновешиваются отклонениями в другую. Однако, математическое моделирование уже задолго до появления книги Д. Суrovecki показало, что во взаимодействии независимых автоматов удается придти к оптимальным решениям без какой-нибудь внешней координации. Условиями при этом являются реальная независимость и достаточное число участни-

⁷ Актуальность такого решения начинает осознаваться. Джордж Ф. Уилл в связи со скандалом, последовавшим за разоблачением махинаций Джека Абрамова – лоббиста, «скупившего Вашингтон» («Тайм») – писал в газете «Вашингтон Пост» о необходимости поправки к Конституции США, которая бы ограничила срок пребывания законодателей в Конгрессе. Соответствующие предложения уже выдвигались на уровне штатов, но в 1995 году Верховный Суд пятью голосами против четырех признал их противоречащими Конституции. *Washington Post*. 10.01.2006, p. A.15

ков. Численность, при которой автоматически достигается необходимое разнообразие и репрезентативность интересов в такой непосредственной демократии, очевидна. Сложнее обстоит дело с достижением независимости. Обеспечить защиту людей от индоктринации, от ловкого манипулирования демагогов, использующих психологические эффекты, можно только открытыми дискуссиями в средствах массовой информации. В этих дискуссиях для снижения опасности воздействия на аудиторию чисто внешних личностных свойств участников, возможно, следует, чтобы доводы сторон оглашались не ими самими, а нейтральными посредниками. Такие дискуссии могут быть дополнены работой согласительных комиссий, достигающих компромиссных решений, максимально учитывающих различные интересы. Так можно реализовать предложенный Бьюкененом критерий максимального согласия. Вместе с тем, важно учесть и его предупреждение: при любом механизме демократии очевидна необходимость создания органа – типа Верховного суда США – с тем отличием, чтобы он проверял не только соответствие законов и судебных решений конституции, но и их влияние на будущее общества. Он должен препятствовать реализации решений, принимаемых любыми институтами, и любой практике, которые могут отрицательно повлиять на жизнь следующих поколений.

Заключение

Задача, поставленная в этой работе, предельно широка – попытаться взглянуть на человеческое общество как на специфическую форму жизни. Человечество вышло за пределы родной планеты и начало освоение космоса, оно на пороге вмешательства в свою биологическую природу с целью ее совершенствования. Вместе с тем, люди оказались не способны изменить к лучшему свою социальную природу. В результате достижения человеческого разума никоим образом не улучшили уровень и качество жизни жителей многих стран, лишенных продовольствия и питьевой воды, мало того, люди создают угрозу самим условиям своего существования и сохранению живого на планете. Таким образом, круг замыкается: именно высшая форма жизни и готовит ее уничтожение.

Можно ли предотвратить такой исход, и если да, то каким образом? Мы попытались показать, что и высшие достижения человечества, и его трагедия определяются тем, что общество трансформировало такую форму активности, как игра.

Творческая игра ученых, изобретателей и предпринимателей – источник всех достижений современной цивилизации. Вместе с тем, престижные игры людей, для которых в современной потребительской цивилизации обладание избыточными материальными ценностями превратилось в символ ступени в престижной иерархии, мешает разумному использованию ресурсов и создает смертельную угрозу жизни. Еще опаснее престижные игры политиков с их военными играми. Собственно и расизм, и террор, и все другие отвратительные вещи на Земле ни что иное, как поиски смысла в не знающих насыщения разновидностях той же престижной игры. По существу, тщетное стремление компенсировать отсутствие творческой самореализации – единственной игры, способной дать неиссякаемое чувство удовлетворенности и самоуважение – источник как личных, так и общественных трагедий. В этом и кроется источник нашего оптимизма. Если корни проблем не во врожденных качествах людей, а в избираемых ими смыслообразующих играх, то будущее не выглядит безнадежным. Игры взаимозаменяемы и, в конечном счете, выход в том, чтобы найти для каждого индивида путь, на котором он сможет самореализоваться в игре с положительным для общества результатом.

В конечном счете, будущее определяется тем, сможет ли человечество создать на планете общественное устройство, которое, с одной стороны, способствовало бы реализации во благо его творческого потенциала, а с другой – воспрепятствовало бы проявлению таящихся в нем саморазрушительных свойств.

Как нам кажется, содержание работы дает ответ на вопрос, вынесенный в ее название. В том, что касается общества, Бог (судьба) действительно играет в кости. Будущее человечества, само его дальнейшее существование на нынешнем этапе цивилизации зависит от случайных непредсказуемых обстоятельств: от того, хватит ли у общества коллективного разума и коллективной воли, чтобы ответить на вызов истории, удержаться на краю пропасти, использовать во благо наследие культуры и мощь своего интеллекта.

Поступила в редакцию 12.03.2009

DOES GOD DICE?

Yu.I. Neimark, A.Ya. Levin

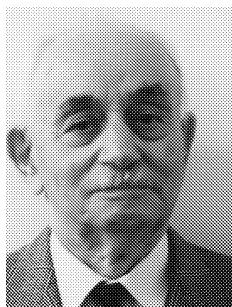
Authors used the simple mathematical models as a base for the discussion of the evolution of human society.

Keywords: Human society, mathematical models, play, game, history, evolution, crisis.



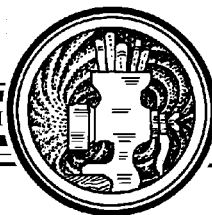
Неймарк Юрий Исаакович – доктор технических наук, профессор ННГУ, академик РАЕН, Соросовский профессор, член Национального комитета по теоретической и прикладной механике, лауреат премий А.А. Андропова и Н. Винера. Автор 8 монографий и более 400 работ по теории колебаний, теоретической механике, теории управления и др.

603005, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 10, НИИПМК
Нижегородский государственный университет им. Н.Г. Лобачевского
E-mail: neymark@pmk.unn.ru



Левин Авраам Яковлевич – родился в 1922 году в городе Екатеринославе (Днепропетровск), участник войны, закончил Горьковский (Нижегородский) университет в 1951 году, кандидат исторических наук. До 1999 года работал доцентом и заведующим кафедрой психологии ННГУ. Имеет работы по истории международных отношений, социологии и психологии управления, теории организации. Автор 70 научных статей, монографии «Социологические и социально-психологические проблемы управления» (Горький: Изд-во ГГУ, 1975), учебника «Управление трудовым коллективом» (1989, в соавторстве), учебного пособия «Введение в теорию организации. Курс лекций» (Н.Новгород: Высшая школа экономики, 1999, в соавторстве). В 1999 году переехал в США.

E-mail: avlevin@yahoo.com



**РАДИАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ, РАДИАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
И ХАОС В ИЗЛУЧЕНИИ, ОБРАЗОВАННОМ РЕЛЯТИВИСТСКИМИ
ПУЧКАМИ, ДВИЖУЩИМИСЯ В ТРЕХМЕРНЫХ (ДВУМЕРНЫХ)
ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ
(ЕСТЕСТВЕННЫХ И ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ)**

В. Г. Барышевский, С. Н. Сытова

Дается обзор результатов исследований спонтанного и индуцированного излучения релятивистских частиц в естественных и фотонных кристаллах. Рассматривается дифракция электромагнитных волн в кристалле, резонансное и параметрическое (квазичеренковское) рентгеновское излучение, излучение при каналировании релятивистских частиц в кристаллах, дифракционное излучение в условиях каналирования, дифракционное излучение релятивистского осциллятора, индуцированное излучение в неоднородных пространственно-периодических резонаторах (естественных или искусственных (электромагнитных, фотонных) кристаллах). Приводятся основы теории объемных лазеров на свободных электронах. На примере квазичеренковского параметрического излучения рассмотрено образование хаоса в процессах излучения в неоднородных пространственно-периодических структурах.

Ключевые слова: Электромагнитные волны, дифракция, фотонный кристалл, релятивистские частицы, каналирование, релятивистский осциллятор, индуцированное излучение, параметрическое рентгеновское излучение, квазичеренковское излучение, объемные лазеры на свободных электронах, неустойчивость, хаос

Введение

Следуя идее монографии [1], предлагаем для специалистов в области СВЧ-электроники краткий обзор результатов, ранее изложенных в обзорах [2–4], а также монографиях [5–8], по исследованию процессов излучения фотонов релятивистскими частицами в естественных и искусственных (электромагнитных, фотонных) кристаллах.

Бурное развитие исследований в области генерации излучения релятивистскими частицами привело к тому, что в последние несколько десятилетий наблюдается взаимопроникновение идей и методов, применяемых для этих целей в различных

диапазонах от микроволнового до оптического и рентгеновского. По этой причине представляется полезным дать описание некоторых явлений, имеющих место в различных спектральных диапазонах, с тем, чтобы продемонстрировать их многообразие, с одной стороны, и общность – с другой.

Однако прежде дадим краткое описание одного из возможных, но весьма эффективных методов описания процесса излучения фотонов релятивистской заряженной частицей, пролетающей через некоторую мишень (в том числе естественные и искусственные кристаллы) [2–8].

Итак, пусть некоторую мишень (например, кристалл) произвольным образом пересекает заряд. Спектральная плотность энергии излучения на единицу телесного угла $W_{\mathbf{n}\omega}$ ($\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$). Дифференциальное число квантов $dN_{\mathbf{n}\omega} = W_{\mathbf{n}\omega}/\hbar\omega$, а также поляризационные характеристики излучения могут быть легко получены, если известно поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$, порождаемое зарядом на больших расстояниях \mathbf{r} от мишени,

$$W_{\mathbf{n}\omega} = \frac{c r^2}{4\pi^2} |\overline{\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)}|^2, \quad (1)$$

где c – скорость света. Черта означает усреднение по всем возможным состояниям изучаемой системы.

Для того чтобы найти поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$, следует решить уравнения Максвелла, имеющие для произвольной стационарной среды вид

$$\left[-\text{rot rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \right]_i + \frac{4\pi i \omega}{c^2} \hat{\sigma}_{ij} E_j = -\frac{4\pi i \omega}{c^2} j_{0i}(\mathbf{r}, \omega), \quad (2)$$

где $\hat{\sigma}_{ij}$ – тензор проводимости вещества; $j_{0i}(\mathbf{r}, \omega)$ – фурье-образ i -й компоненты тока, порождаемого движущимся зарядом. (В квантовомеханическом случае под $j_{0i}(\mathbf{r}, \omega)$ следует понимать неусредненный по состояниям мишени ток перехода из одного квантовомеханического состояния в другое.)

Поперечное решение (2) может быть найдено при помощи функции Грина этого уравнения G , удовлетворяющей соотношению вида

$$G = G_0 + G_0 \frac{i\omega}{c^2} \hat{\sigma} G, \quad (3)$$

где G_0 – поперечная функция Грина уравнения (2) при $\hat{\sigma} = 0$ (ее явный вид см., например, в [7, 9]). Используя G , легко найти интересующее нас поле

$$E_i(\mathbf{r}, \omega) = \int G_{il}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \frac{i\omega}{c^2} j_{0l}(\mathbf{r}') d^3 r'. \quad (4)$$

Согласно [5–8], при $r \rightarrow \infty$ функция Грина выражается через решения однородных уравнений Максвелла $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}, \omega)$, содержащие на бесконечности сходящуюся сферическую волну

$$\lim_{r \rightarrow \infty} G_{il}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{e^{ikr}}{r} \sum_s e_i^s E_{\mathbf{k}l}^{s(-)*}(\mathbf{r}', \omega), \quad (5)$$

где e^s – единичный поперечный вектор поляризации, $s = 1, 2$, $\mathbf{k} = \frac{\omega \mathbf{r}}{c r}$.

При $r \rightarrow \infty$

$$E_{\mathbf{k}s}^{(-)}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{e}^s e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \text{const} \frac{e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{r}. \quad (6)$$

Функция $\mathbf{E}_{\mathbf{k}s}^{(-)}$ удовлетворяет однородным уравнения Максвелла следующего вида:

$$\left[-\text{rot rot } \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}, \omega) \right]_i - \frac{4\pi i \omega}{c^2} \hat{\mathbf{g}}_{ij}^* E_j^{(-)} = 0. \quad (7)$$

С помощью (4), (5) находим

$$E_i(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{r} \frac{i\omega}{c^2} \sum_s e_i^s \int \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(-)s*}(\mathbf{r}', \omega) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3 r'. \quad (8)$$

Согласно (1) и (8), спектральная плотность излучения

$$W_{\mathbf{n}\omega} = W_{s\mathbf{n}\omega} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^3} \sum_s \left| \int \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(-)*}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) d^3 r \right|^2, \quad (9)$$

где $W_{s\mathbf{n}\omega}$ – спектральная плотность излучения в единичный телесный угол фотонов, характеризуемых вектором поляризации \mathbf{e}^s . Для явного нахождения $W_{\mathbf{n}\omega}$ требуется знать поле $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(-)}$ и ток \mathbf{j} .

Что касается поля $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(-)}$, то если известно решение однородных уравнений Максвелла $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(+)}$, описывающих процесс рассеяния фотона на мишени и имеющих на бесконечности асимптотику вида расходящейся сферической волны, его можно найти при помощи соотношения

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(-)*} = \mathbf{E}_{-\mathbf{k}}^{s(+)}. \quad (10)$$

Явное выражение для фурье-образа тока имеет вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \int e^{i\omega t} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) dt, \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{v}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (9), получаем

$$W_{s\mathbf{n}\omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c^3} \int_{t_1}^{t_2} \int (\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(-)s*}(\mathbf{r}(t)) \mathbf{v}(t)) e^{i\omega t} (\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(-)s}(\mathbf{r}(t')) \mathbf{v}(t')) e^{-i\omega t'} dt dt', \quad (12)$$

где t_1 и t_2 – моменты начала движения заряда и его остановки, соответственно.

Таким образом, для того чтобы определить свойства излучения частицы, пролетающей через некоторую мишень, не нужно полное решение уравнений Максвелла (2). Для этой цели достаточно знать решение однородных уравнений Максвелла, описывающих рассеяние плоской волны на мишени. Отметим, что изложенный подход в частном случае, когда при взаимодействии со средой диэлектрическая проницаемость (магнитная проницаемость) является симметричным тензором, фактически является отражением известного принципа взаимности – «Теорема взаимности» (см., например, [10, 11]).

Для нахождения электромагнитного излучения в кристалле нам нужно знать решение, описывающее рассеяние электромагнитной волны на кристалле. В случае

рентгеновского диапазона теория этого процесса детально разработана, начиная с Эвальда и Лауэ. Многие результаты, полученные в этих работах, непосредственно применимы и для исследования дифракции волн на искусственных (электромагнитных, фотонных) кристаллах.

Итак, рассмотрим более подробно дифракцию волн на кристаллической пластинке (естественном или искусственном кристалле).

1. Дифракция электромагнитных волн в кристалле

Многообразие явлений, сопровождающих дифракцию электромагнитных волн в кристаллах, достаточно сложное математическое описание этих явлений, обусловленное существованием поляризации у фотонов, часто существенно усложняют понимание процессов, вызванных дифракцией. Следует однако заметить, что в рентгеновском диапазоне, а также в случае упругого рассеяния электронов (нейтронов) в кристалле влияние поляризации на поведение волны в периодической среде часто легко учитывается и, как следствие, описание явления дифракции существенно упрощается.

В соответствии с [10], для описания дифракции рентгеновских квантов в кристалле можно использовать выражение для диэлектрической проницаемости кристалла $\varepsilon(\mathbf{r})$, являющееся независимой от поляризации фотона представимой в виде ряда Фурье пространственно-периодической функцией,

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \sum_{\boldsymbol{\tau}} \varepsilon_{\boldsymbol{\tau}} e^{i\boldsymbol{\tau}\mathbf{r}}, \quad (13)$$

где $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки кристалла. Для прямоугольной решетки имеет место $\boldsymbol{\tau} = \left(\frac{2\pi}{d_1}, \frac{2\pi}{d_2}, \frac{2\pi}{d_3} \right)$, d_1, d_2, d_3 – пространственные периоды кристалла [10, 12].

В результате при рассеянии плоской волны на кристалле объемом V в амплитуде рассеянной волны содержится множитель $\int_V e^{-i(\mathbf{k}' - \mathbf{k} - \boldsymbol{\tau})\mathbf{r}} d^3\mathbf{r}$ ($\mathbf{k}' = k \frac{\mathbf{r}}{r}$ – волновой вектор рассеянного фотона $|\mathbf{k}'| = |\mathbf{k}|$), описывающий интерференцию волн, рассеянных отдельными атомами кристалла [10]. Видно, что при $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$ амплитуды рассеяния резко возрастают. Отсюда следует хорошо известное уравнение Вульфа–Брэгга, определяющее угол дифракции Брэгга ϑ_B ,

$$2k \sin \vartheta_B = \tau. \quad (14)$$

Указанное выражение справедливо, если длина волны излучения много меньше размеров системы и возможное преломление волн в кристалле не учитывается. На первый взгляд, вследствие того, что показатель преломления в рентгеновском диапазоне для длин волн $\lambda \leq 10^{-8}$ см незначительно отличается от единицы ($|n - 1| \sim 10^{-6}$), учитывать преломление нет никакой необходимости. Однако важно не само по себе отличие от единицы показателя преломления, а дополнительная фаза $\varphi = k(n - 1)l$, которая набегает в волне после прохождения в среде пути l . В результате если, например, потребовать $\varphi = 2\pi$, то для l имеем

$$l = \frac{2\pi}{k|n - 1|} = \frac{\lambda}{|n - 1|}.$$

Для $\lambda = 10^{-8}$ см и $|n - 1| = 10^{-6}$ получается $\varphi = 2\pi$ на длине $l = 10^{-2}$ см, то есть большой набег фазы на малой длине.

Еще Эвальд и Лауэ показали, что рассеяние рентгеновских лучей в кристалле приводит к существенному влиянию на преломляющие свойства кристаллов и, как следствие, на прохождение рентгеновских квантов через кристаллы [12, 13]. В результате возникает такое явление, как эффект Бормана, состоящий в существенном изменении поглощения квантов в условиях дифракции. В условиях дифракции возникают осцилляции интенсивности при прохождении квантов через кристаллы – так называемые маятниковые биения и т.д. (см. подробнее [6, 8, 12–14]).

Отметим, что в СВЧ-диапазоне вследствие того, что длина волны весьма велика по сравнению не только с рентгеновскими, но и с оптическими и терагерцовыми волнами, основное внимание было уделено системам, обладающим периодом в одном направлении (направлении распространения пучка электронов). В поперечном направлении размер резонатора, как правило, сравним с λ или незначительно превышает ее. В одномерном случае брэгговское условие (14) может быть выполнено только для отражения назад $\vartheta_B = \pi$. Как следствие, явления, сопровождающие трехмерную (двумерную) дифракцию, долгое время оставались неизученными.

Так как поперечные размеры кристалла в коротковолновом диапазоне много больше длины волны, то в качестве первого приближения можно рассматривать основные особенности дифракции на кристаллической пластинке толщиной L с бесконечными размерами в поперечном направлении. При анализе процесса дифракции в двухволновом случае следует различать две основные возможности: геометрия Брэгга (рис. 1, а) – дифрагированная волна выходит из кристалла через поверхность, на которую падает первичная волна; геометрия Лауэ (рис. 1, б) дифрагированная волна выходит из кристалла через ту же поверхность пластинки, что и первичная волна. Обратим внимание, что в одномерной ситуации случай Лауэ отсутствует.

Отметим еще один практически важный случай дифракции – некопланарная поверхностная дифракция [6, 8, 41, 42]

Анализ дифракции волн в кристаллической пластинке позволил сделать весьма важный вывод, справедливый при любой величине ε_τ [5, 8, 12]. Направление рассеяния волн, выходящих из монокристаллической пластинки, однозначно определяется направлением падения и величиной волнового вектора падающих на кристалл

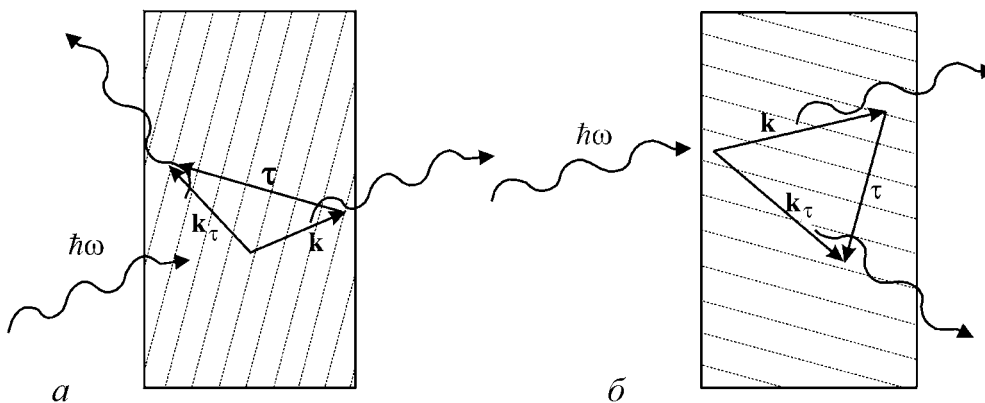


Рис. 1. Двухволновая дифракция в геометрии Брэгга (а) и Лауэ (б)

частиц, причем точно таким же образом, как в элементарной кинематической теории дифракции, развитой для тонких кристаллов, когда эффекты преломления можно не учитывать, а именно: проекция волнового вектора каждой рассеянной волны на поверхность кристалла отличается от соответствующей величины для падающей волны на проекцию вектора обратной решетки кристалла, параллельную поверхности кристалла, τ_{\perp} . Наличие преломления приводит только к перераспределению интенсивности между рассеянными волнами. При этом вследствие зонного характера частотного (энергетического) спектра стационарного состояния волны в кристалле общее решение, описывающее дифракцию в кристалле, имеет вид суперпозиции плоских волн, обладающих разными показателями преломления n_i [6–8, 12–15].

Теперь можно перейти к более подробному изучению процесса генерации излучения релятивистскими частицами, движущимися в кристаллах (естественных или электромагнитных, фотонных).

2. Резонансное и параметрическое (квазичеренковское) рентгеновское излучение

В 1946 году В.Л. Гинзбург и И.М. Франк показали [16], что при пролете релятивистской частицы, движущейся с постоянной скоростью через границу вещество–вакуум, возникает переходное излучение. Спектр этого излучения, как это представлялось вначале, так же как и излучение Вавилова–Черенкова, лежит в оптическом диапазоне [19]. Однако в работах Г.М. Гарибяна [17] и К.Н. Барсукова [18] было показано, что спектр переходного излучения с ростом энергии частиц простирается и в рентгеновский диапазон. При этом максимальная частота излучения пропорциональна лоренц-фактору частицы

$$\omega_{max} = \omega_L \gamma, \quad (15)$$

где $\gamma = \frac{E}{mc^2} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ – лоренц-фактор частицы, $\omega_L = \left(\frac{4\pi\rho e^2}{m}\right)^{1/2}$ – ленгмюровская частота среды, ρ – число электронов в см³, m – масса излучающей частицы. Излучение направлено вперед и сосредоточено в угле $\vartheta \simeq \frac{1}{\gamma}$. Это позволило в конечном итоге создать эффективные детекторы для определения энергии заряженных частиц высокой энергии.

Естественно, что открытие нового типа излучения в рентгеновском и γ -диапазоне привело к появлению многочисленных работ, в которых, в частности, стала изучаться возможность появления интерференции в случае, когда частица пролетает через периодически расположенные пластинки вещества (пространственно-периодическую среду). В итоге М.Л. Тер-Микаелян [20, 21] показал, что действительно в этом случае возникает новый тип γ -излучения, названный им резонансным излучением γ -квантов.

Частота резонансного излучения ω растет с ростом энергии частицы и (если направление скорости частицы совпадает с осью z , вдоль которой среда является

периодической) может быть записана в виде

$$\omega = \frac{\frac{2\pi n}{d}v}{1 - \frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon_0} \cos \vartheta}, \quad (16)$$

где d – пространственный период среды, n – целое число, ε_0 – постоянная часть (не зависящая от z) диэлектрической проницаемости среды. Считаем, что диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(z)$, $\varepsilon_1(z)$ – периодическая функция z с периодом d .

Излучение направлено под малым углом к направлению движения частицы и для $\varepsilon_0 < 1$ (что характерно для рентгеновского и γ -диапазона) возможно только для положительных $n = +1, +2, \dots$. Заметим также, что в области больших энергий длина волны излучения λ много меньше периода d [22]: $\lambda \ll d$.

Посмотрим теперь на резонансное излучение глазами специалистов в области СВЧ-электроники (см., например, [23]). Мы немедленно обнаружим, что формула (16) описывает частоту дифракционного излучения, образуемого частицей, пролетающей через периодическую среду (или в вакууме вдоль периодической гребенки).

В СВЧ (оптическом) диапазоне в связи с тем, что для многих сред $\varepsilon_0 > 1$, дифракционное излучение сопровождается излучением Вавилова–Черенкова.

При частотах, больших характерных частот колебаний электронов в атомах, для диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon(\omega)$ и, как следствие, для показателя преломления $n(\omega)$ справедливо универсальное выражение [10]

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2}. \quad (17)$$

Согласно (17), диэлектрическая проницаемость $\varepsilon < 1$ (показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon} < 1$) и излучение Вавилова–Черенкова в рентгеновском диапазоне должно отсутствовать. Однако в 1971 году в работе В.Г. Барышевского [24] было показано, что тем не менее при движении частицы большой энергии через кристалл вследствие дифракции испускаемых фотонов в кристалле возможно возникновение рентгеновского индуцированного (и, как следствие, спонтанного) излучения Вавилова–Черенкова. Детальная теория далее была дана во многих работах (см. [7, 8]). Дифракция испускаемых фотонов существенно изменяет характеристики переходного и тормозного излучения.

Новый тип излучения был назван параметрическим рентгеновским излучением (ПРИ). Его возникновение обусловлено тем, что в периодической среде, которой является кристалл, фотоны обладают несколькими показателями преломления, среди которых есть показатели преломления $n > 1$ в рентгеновском и γ -диапазоне. В отличие от резонансного (дифракционного) излучения частота фотона ПРИ, излученного вперед, не зависит от энергии частицы и полностью определяется свойствами кристалла.

Иными словами, генерация ПРИ в кристалле сопровождается возбуждением в рентгеновском диапазоне волн с $n > 1$ (медленные волны) и волн с $n < 1$ (быстрые волны). В СВЧ-диапазоне существование медленных и быстрых волн известно и широко используется [1].

Рентгеновские кванты испускаются релятивистской частицей, движущейся в кристалле, как в области малых углов относительно скорости частицы, так и в области больших углов относительно скорости частицы, образуя дифракционную картину, подобную картине дифракционных пятен при дифракции рентгеновских фотонов в решетке.

Следует заметить, что существование в кристалле нескольких показателей преломления приводит к тому, что в формуле (16), описывающей спектр резонансного излучения, вместо показателя преломления $n = \sqrt{\epsilon_0}$ нужно подставить один из показателей преломления кристалла n_i .

Работы [24, 25] инициировали большое число публикаций, рассматривающих излучение рентгеновских волн релятивистскими частицами, движущимися с постоянной скоростью в кристалле [7, 8]. Экспериментально явление ПРИ было обнаружено в 1985 году на томском синхротроне «СИРИУС» в совместных экспериментах, поставленных сотрудниками НИИ ядерных проблем БГУ и НИИ ядерной физики Томского политехнического института [26, 27]. В последующих экспериментах НИИ ЯП БГУ не только было продемонстрировано полное подобие углового распределения ПРИ обычному черенковскому излучению, но и было обнаружено ПРИ в режиме многоволновой (четырёх- и восьмиволновой) генерации [28–30]. В настоящее время ПРИ активно изучается во многих исследовательских центрах в связи с многочисленными возможными приложениями [7, 31, 32].

Рассмотренное явление квазичеренковского параметрического рентгеновского излучения в кристаллах, конечно же, имеет аналоги при движении частицы в искусственно созданных трехмерных (двумерных) пространственно-периодических системах (электромагнитных и фотонных кристаллах), смыкаясь в СВЧ-диапазоне с явлениями, сопровождающими квазичеренковскую генерацию медленных волн в одномерных пространственно-периодических структурах. Наблюдать спонтанное излучение в СВЧ-диапазоне весьма непросто, но зато индуцированное излучение возбудить легко, что и привело к созданию многих типов генераторов (ЛОВ, ЛБВ и т.п.).

Обратим внимание на то, что в отличие от детального изученного в СВЧ-диапазоне излучения фотонов равномерно движущейся частицей в одномерной пространственно-периодической системе, в случае квазичеренковской генерации рентгеновских фотонов в кристалле мы сразу сталкиваемся с проблемой генерации излучения в трехмерной пространственно-периодической системе (естественном кристалле), характерные размеры L которой много больше длины волны излучения λ : $L \gg \lambda$, то есть с самого начала при анализе возможности генерации ПРИ мы имеем дело со сверхразмерной трехмерной периодической системой.

3. Излучение при каналировании релятивистских частиц в кристаллах, дифракционное излучение в условиях каналирования, дифракционное излучение релятивистского осциллятора

При движении быстрой заряженной частицы в кристаллической мишени упорядоченное расположение атомов может существенно изменить характер её движения. Заряженные частицы, падающие на кристалл под малым углом относительно кристаллографических плоскостей, попадают в режим каналирования, при котором

движение частицы определяется усредненным вдоль направления движения частицы двумерным (одномерным) потенциалом. Ограниченный характер движения частицы в поперечной плоскости приводит к её колебаниям в этой плоскости. Канализованную в кристалле частицу можно рассматривать как некоторый релятивистский двумерный (одномерный) осциллятор [5, 8, 33].

Указанные осцилляции заряженной частицы (лежащие в оптическом диапазоне частот) приводят к генерации рентгеновского и γ -излучения благодаря тому, что частота излучения, образуемого релятивистской частицей вследствие эффекта Доплера зависит от энергии и растет с ростом энергии. Это явление получило название канализованного излучения. Оно было теоретически предсказано в 1976 году в работах В.Г. Барышевского и И.Я. Дубовской [33] и М.А. Кумахова [34].

В СВЧ-диапазоне аналогом канализованного излучения является излучение фотонов частицей, движущейся в строфотроне. Фактически кристалл для частиц, падающих под малым углом относительно кристаллических плоскостей, можно рассматривать как систему огромного числа периодически расположенных микроскопических строфотронов. Кстати, такое периодическое расположение строфотронов (осей, плоскостей кристалла) приводит к возможности квантового тунелирования электронов (позитронов) между строфотронами. Как следствие, движение частицы приобретает характер движения в двумерном (одномерном) потенциале и характеризуется зонным спектром. В результате, с квантовомеханической точки зрения, излучение при канализовании обусловлено радиационными переходами между зонами поперечного движения частиц, пролетающих через кристалл [33].

Первые эксперименты, в которых было обнаружено канализованное излучение, были проведены в [35–37], и в настоящее время существует огромное число работ на эту тему.

Основные характеристики излучения, образованного канализованными частицами, могут быть получены при помощи следующих простых рассуждений [5, 8, 33, 38].

Пусть на плоскопараллельную кристаллическую пластинку падает частица с импульсом \mathbf{p} и энергией E . В результате столкновения ее с кристаллом испускается фотон с энергией ω и импульсом \mathbf{k} , энергия и импульс частицы в конечном состоянии принимают значения E_1 и \mathbf{p}_1 . Важно напомнить, что при протекании реакции в произвольном постоянном поле сохраняется энергия (но не импульс!) системы. Поэтому для энергий частиц мы имеем равенство

$$E = E_1 + \omega. \quad (18)$$

Вследствие периодичности потенциала кристалла, ответственного за канализование, в поперечной плоскости поперечная компонента импульса частицы сохраняется с точностью до вектора обратной решетки кристалла

$$\mathbf{p}_\perp = \mathbf{p}_{1\perp} + \mathbf{k}_\perp + 2\pi\boldsymbol{\tau}_\perp. \quad (19)$$

В продольном направлении потенциал, ответственный за канализование, постоянен; частица обладает определенным продольным импульсом p_{zn} , так что

$$p_{zn} = p_{1zn} + k_z n(k_z), \quad (20)$$

где $n(k_z)$ – показатель преломления кристалла, который пока считаем вещественным.

Напомним, что в соответствии с анализом [39], импульс фотона в среде равен kn ($\hbar = 1$). В записи (19), (20) учтено то обстоятельство, что в процессе излучения в пластинке при преломлении на границе поперечная компонента импульса фотона не изменяется, а испытывает скачок продольная компонента импульса фотона. Равенства (19), (20) вытекают и из строгой теории излучения в пластинке толщиной L .

Рассмотрим более внимательно равенство (20), определяющее изменение продольного импульса частицы при излучении фотона. Запишем (20) в явном виде через энергию частицы

$$p_{zn} = \sqrt{p^2 - 2m\varepsilon_{n\kappa}(E)}, \quad p_{1zf} = \sqrt{p_1^2 - 2m\varepsilon_{f\kappa_1}(E_1)}.$$

Здесь \mathbf{k} – приведенный квазиимпульс, соответствующий поперечному импульсу \mathbf{p}_\perp частицы в начальном состоянии; \mathbf{k}_1 – квазиимпульс для частицы в конечном состоянии, который находится из (19) путем приведения $\mathbf{p}_{1\perp}$ в первую зону Бриллюэна. При помощи равенств для p_{zn} и p_{1zn} равенство (19) можно записать в виде

$$\sqrt{E^2 - m^2 - 2m\varepsilon_{n\kappa}(E)} = \sqrt{E_1^2 - m^2 - 2m\varepsilon_{f\kappa_1}(E_1)} + k_z n(k_z). \quad (21)$$

Так как полная энергия частицы много больше энергии, связанной с поперечным движением частицы в кристалле, то в равенстве (21) можно разложить квадратные корни. При рассмотрении излучения каналированными частицами с энергией, меньшей нескольких гигаэлектронвольт, частота $\omega \ll E, E_1$. В результате (21) можно записать в виде

$$\omega[1 - \beta n(\omega) \cos \vartheta] - \frac{m}{E}(\varepsilon_{n\kappa} - \varepsilon_{f\kappa_1}) = 0. \quad (22)$$

При написании (22) $\cos \vartheta$ в выражении для $n(k_z) = n(\omega \cos \vartheta) \simeq n(\omega)$ положен равным единице вследствие того, что для релятивистских частиц эффективный угол излучения фотона $\vartheta \sim \frac{m}{E} \ll 1$, $\beta = v_z$. Из (22) вытекает

$$\omega = \frac{(\varepsilon_{n\kappa} - \varepsilon_{f\kappa_1})\gamma^{-1}}{1 - \beta n(\omega) \cos \vartheta}. \quad (23)$$

Для выяснения смысла равенства (23) сравним его с выражением, определяющим частоту фотонов, излучаемых движущимся в среде осциллятором

$$\omega = \frac{\Omega}{1 - \beta n(\omega) \cos \vartheta}. \quad (24)$$

Здесь Ω – частота осциллятора в лабораторной системе отсчета, $\Omega = \Omega_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \Omega_0 \gamma^{-1}$, Ω_0 – частота осциллятора в его системе покоя.

Из сравнения (23) и (24) видно, что частицу в условиях каналирования можно сопоставить с движущимся в среде осциллятором, обладающим в системе покоя (то есть в системе, где продольная скорость частицы равна нулю) частотой

$$\Omega_{0nf} = \varepsilon_{n\kappa} - \varepsilon_{f\kappa_1}, \quad (25)$$

определяемой разностью энергий между дискретными зонами поперечного движения частицы [33]. В лабораторной системе частота этого осциллятора

$$\Omega_{nf} = (\varepsilon_{nk} - \varepsilon_{fk_1})\gamma^{-1} = \varepsilon'_{nk} - \varepsilon'_{fk_1}. \quad (26)$$

Вспомним теперь, что релятивистские частицы движутся в кристалле. В этом случае вследствие дифракции испускаемых в процессе излучения фотонов становится возможным излучение осциллятора в определяемом условием Брэгга направлении не только под малым, но и под большим углом относительно его скорости. Излучение осциллятора формирует характерную для кристалла дифракционную картину. В результате возникает новый тип рентгеновского излучения заряженной частицы, движущейся в кристалле, – дифракционное излучение каналированной частицы. Впервые этот эффект был предсказан в работе [33] как дифракционное излучение осциллятора (ДИО), образованного каналированной частицей. Этот тип излучения не может быть сведен к простому сложению двух независимых процессов излучения – излучения осциллятора и дифракции излучаемых фотонов [33, 38]. Анализ механизма формирования ДИО показывает, что когерентная длина формирования фотона, как правило, превышает длину экстинкции, то есть длину формирования дифракции. Следовательно, процессы излучения фотона и его дифракции происходят одновременно, приводя к образованию излучения с новыми характерными свойствами, обусловленными, в первую очередь, существованием в кристалле нескольких показателей преломления и их существенной зависимостью от частоты и направления излучения [4, 5, 8].

Спектр излучения осциллятора в кристалле может быть определен из следующего уравнения:

$$\omega(1 - \beta n_i(\omega, \mathbf{k}) \cos \vartheta) - \Omega_{nf} = 0, \quad (27)$$

то есть

$$\omega = \frac{\Omega_{nf}}{1 - \beta n_i(\omega, \mathbf{k}) \cos \vartheta}. \quad (28)$$

Из этого уравнения вытекает важное следствие, а именно: если в отсутствие дифракции в рентгеновском диапазоне ($n < 1$) спектр излучения определяется сложным эффектом Доплера, то вследствие дифракции в связи с тем, что среди появляющихся волн существуют волны, обладающие показателем преломления $n_i(\omega, k) > 1$, возможно возникновение аномального эффекта Доплера [33]. В этом случае в процессе излучения осциллятор переходит на более высокий уровень.

Явление дифракции излучения каналированных частиц интенсивно изучается в настоящее время теоретически и экспериментально (см., например, [40]).

Обратим внимание на подобие уравнений (28) и (24). Отметим, что в первой работе [24], посвященной индуцированному черенковскому рентгеновскому излучению в кристаллах, рассматривалось рентгеновское излучение в кристалле релятивистским осциллятором, созданном вследствие взаимодействия релятивистской частицы с электромагнитной волной.

Для частиц, движущихся в режиме каналирования в кристалле, осциллятор может быть создан при помощи периодического изгиба плоскостей. Создание кристаллического осциллятора было в последние годы реализовано экспериментально (подробнее см. [8]).

Рассмотренные выше явления образования рентгеновского излучения в кристалле имеют общий характер и возможны также в других диапазонах при движении релятивистской частицы в искусственно созданной трехмерной (двумерной) пространственно-периодической среде (электромагнитных или фотонных кристаллов).

4. Индуцированное излучение в трехмерном (двумерном) пространственно-периодическом резонаторе (естественном или искусственном (электромагнитном, фотонном) кристаллах)

Очевидно, что наличие спонтанного излучения приводит к возможности возникновения индуцированного излучения. После первого предсказания в работе [24] возможности индуцированного рентгеновского излучения релятивистскими электронами, пролетающими через кристалл, вследствие важности изучения проблемы создания рентгеновского лазера в работах [43–49] был впервые проведен детальный теоретический анализ возможности использования для этой цели параметрического излучения и дифракционного излучения релятивистских частиц в кристаллах. Первые оценки были основаны на использовании квантового подхода, аналогичного используемому в теории оптических квантовых генераторов. Однако, хотя оценки были оптимистическими, сложность теоретического анализа вынудили искать способы более четкого анализа проблемы. Успех пришел, когда стало ясно, что вследствие того, что энергия электронов много больше энергии испускаемых фотонов, возможно применить методы анализа, развитые в СВЧ-диапазоне. В результате были сформулированы условия излучательной неустойчивости пучка релятивистских электронов (позитронов), пролетающих через кристалл [42–46].

Напомним, что для анализа радиационной неустойчивости пучка электронов нужно решить дисперсионное уравнение $D(\mathbf{k}, \omega)$, которое позволяет найти зависимость $\mathbf{k}(\omega)$ либо $\omega(\mathbf{k})$ [1]. Указанное дисперсионное уравнение и зависимости $\mathbf{k}(\omega)$ и $\omega(\mathbf{k})$ были найдены для всех механизмов спонтанного излучения релятивистских частиц в кристаллах [42–46], которые в данном случае следует рассматривать как резонаторы с трехмерной (двумерной) распределенной обратной связью. В результате оказалось, что инкремент радиационной неустойчивости в комптоновском режиме резко возрастает вблизи области пересечения корней дисперсионного уравнения. В частности, если в спонтанном излучении вследствие брэгговской дифракции возбуждаются две волны в кристалле, то инкремент нарастания в комптоновском режиме оказывается пропорциональным не $\rho^{1/3}$ (как для ЛСЭ, ЛОВ, ЛБВ и т.д. [1, 51, 60]), а $\rho^{1/4}$ (ρ – плотность пучка). Указанная закономерность приводит в этих условиях к уменьшению порогового тока возбуждения генерации j_{th} в соответствии с соотношением

$$j_{th} \sim \frac{1}{(kL)^{3+2s}},$$

где s – число дополнительных волн, возникающих в системе вследствие дифракции.

Все отмеченные особенности радиационной неустойчивости были положены в основу разработки нового типа генераторов – объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ) [2–8].

Следует заметить, что в одномерном случае дифракции, при котором прямая и дифрагированная волны движутся антипараллельно друг другу, указанное соотношение должно было содержаться в общей теории генерации СВЧ-излучения в одномерных пространственно-периодических системах.

И действительно, в [3] показано, что в одномерном случае из неявных выражений для закона дисперсии, приведенных в работе [61], описывающих процесс генерации излучения в гофрированном волноводе, можно получить выражение для порогового тока, совпадающее с выражением, полученным для этого частного случая из общих выражений для порогового тока j_{th} , найденные в теории ОЛСЭ [42–46].

Описанная выше закономерность радикально изменила саму возможность получения индуцированного рентгеновского излучения. Если не учитывать описанную выше закономерность, то порог генерации достигается при неприемлемых значениях плотности тока релятивистского пучка $j_{пор} > 10^{13} \text{ А/см}^2$. В случае генерации излучения, обеспечивающей возникновение вследствие дифракции нескольких волн, порог генерации снижается до значения $j_{пор} \sim 10^8 \text{ А/см}^2$, которое достигается на установках, создающихся для рентгеновских ЛСЭ.

В общем случае многоволновой дифракции инкремент неустойчивости пропорционален $(Ar)^{1/(s+3)}$, где s – число дополнительных волн в системе, возникающих в результате дифракции, A – константа, зависящая от геометрии дифракции и ε_τ – фурье компонент диэлектрической проницаемости). Так как параметр $Ar \ll 1$, то извлечение корня все более высокой степени приводит к росту инкремента. Фактически с ростом числа волн, участвующих в образовании трехмерной (двумерной) распределенной обратной связи, добротность резонатора растет. Как следствие, пороговый ток генерации падает. При этом для порогового тока оказалось, что рассмотренные особенности генерации индуцированного излучения в трехмерном (двумерном) пространственно-периодическом кристалле носят общий характер и справедливы для различных типов спонтанного излучения в различных диапазонах длин волн от рентгеновского до оптического и СВЧ-диапазона [2, 3, 45]. Эта общность позволила назвать генераторы, использующие трехмерную (двумерную) распределенную обратную связь, объемными лазерами на свободных электронах (подробнее см. [2, 3, 42–46]).

Отметим некоторые весьма важные, с практической точки зрения, свойства таких систем.

- Частоту ОЛСЭ можно изменять при повороте резонатора относительно направления движения пучка (или пучка относительно резонатора).
- Использование трехмерной (двумерной) распределенной обратной связи в многоволновом случае существенно позволяет снизить пороги генерации, что дает возможность снизить пороговый ток, а также позволяет пропускать через резонаторы большие токи, распределенные по большей поперечной поверхности, что важно при разработке мощных систем.
- При заданной величине плотности тока возможно существенно уменьшить длину генератора, что особенно важно в терагерцовом, оптическом и более коротковолновом диапазонах.
- Возможна генерация нескольких частот и в разных направлениях относительно скорости пучка.

На основе этой идеи начали проводиться первые экспериментальные исследования. Отметим в этой связи: эксперимент по исследованию добротности Q двумерного параметрического резонатора, созданного с помощью периодически расположенных диэлектрических нитей [52], показавший возможность достижения высоких значений $Q \sim 10^5 \dots 10^8$; эксперимент по возбуждению генерации в системе двух поверхностных решеток с разными периодами [53]; наблюдение генерации, возбуждаемой релятивистским пучком в фотонном кристалле, созданном с помощью периодически расположенных нитей и фольги [54–56].

Напомним, что в СВЧ-диапазоне активно изучались генераторы, использующие нерелятивистские электронные пучки, движущиеся в резонаторах, представляющих многорядные штыревые системы, которые являются предшественниками генераторов, используемых в экспериментах [54–56].

В заключение обратим внимание, что использование трехмерной (двумерной) распределенной обратной связи, образованной трехмерными (двумерными) электромагнитными (фотонными) кристаллами, возможно и для создания обращенного ОЛСЭ, то есть подобные генераторы могут использоваться для создания режима ускорения частиц [42, 45, 48].

Исследование процесса радиационной неустойчивости в трехмерном (двумерном) пространственно-периодическом резонаторе привело к необходимости изучения процессов конвективной и абсолютной неустойчивости в таких резонаторах. В результате этих исследований была построена теория генерации в линейном режиме, сформулированы уравнения, описывающие генерацию в случае трехмерной (двумерной) распределенной обратной связи в нелинейном режиме (подробнее см. [2, 3, 46–50]). Возникновение хаоса в трехмерных (двумерных) исследовано в [68–71].

Линейный режим работы ОЛСЭ быстро сменяется нелинейной стадией, на которой происходит основная генерация излучения. Математические модели, описывающие эту стадию работы, представляют собой системы многомерных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. Очевидно, что нелинейный режим работы может быть исследован только с использованием методов математического моделирования, поскольку аналитически получить решения таких систем уравнений не представляется возможным.

5. Моделирование ОЛСЭ

Рассмотрим моделирование ОЛСЭ на примере, когда в основе его работы лежит спонтанное квазичеренковское параметрическое излучение.

Рассмотрим следующую обобщенную схему двухволнового ОЛСЭ в геометрии Брэгга, изображенную на рис. 2. Пусть широкий релятивистский электронный пучок со скоростью u проходит через пространственно-периодический фотонный кристалл длиной L . Рассмотрим случай, когда в кристалле для излучения электромагнитных волн выполняются условия брэгговской дифракции. При одновременном выполнении условий дифракции Брэгга и условий синхронизма электрона, обладающего

скоростью \mathbf{u} , с электромагнитной волной с волновым вектором \mathbf{k}

$$\frac{|\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}|}{\omega} = \delta \ll 1 \quad (29)$$

спонтанное квазичеренковское излучение преобразуется в коллективное квазичеренковское параметрическое излучение с частотой ω и волновыми векторами \mathbf{k} и $\mathbf{k}_\tau = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$, где $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки фотонного кристалла.

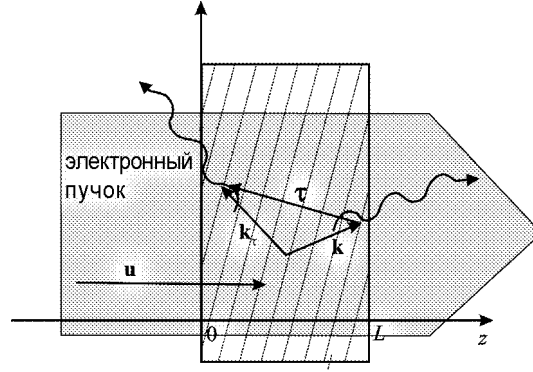


Рис. 2. Общая схема двухволнового ОЛСЭ

Уравнения, описывающие нелинейную стадию работы ОЛСЭ, получаются из уравнений Максвелла в приближении медленно меняющихся амплитуд. В случае двухволновой дифракции волн, обладающих вектором поляризации \mathbf{e} , ортогональным плоскости дифракции, решение может быть записано в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}(E e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} + E_\tau e^{i(\mathbf{k}_\tau \mathbf{r} - \omega t)}), \quad (30)$$

где $E(z, t)$ и $E_\tau(z, t)$ – амплитуды проходящей и дифрагированной волн.

В случае одномерной распределенной обратной связи уравнения, описывающие динамику генерации излучения, получены давно и хорошо известны (см., например, [1, 64] и др.). В рассматриваемом нами случае ОЛСЭ дифрагированные волны некомпланарны направлению движения частиц пучка, что следует учитывать при получении уравнений, описывающих динамику электронного пучка. Соответствующие уравнения получены в [68].

В [63] была показана необходимость учета дисперсии электромагнитных волн в фотонном кристалле и получены соответствующие уравнения. При учете дисперсии в двухволновом случае для геометрии, изображенной на рис. 2, система уравнений для электромагнитных волн [63] выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_0}{\partial t} \left(1 + \chi_0 + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_0}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial E_1}{\partial t} \left(\chi_{-\tau} + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_{-\tau}}{\partial \omega} \right) + \gamma_0 c \frac{\partial E_0}{\partial z} + \\ & + 0.5i \frac{\mathbf{k}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon}{\omega} E_0 - 0.5i \omega \chi_\tau E_1 = \\ & = \frac{I_0 \Phi}{4\pi} \int_0^{2\pi} (2\pi - p) \left(e^{-i\Theta(t, z, p)} + e^{-i\Theta(t, z, -p)} \right) dp, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_0}{\partial t} \left(\chi_\tau + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_\tau}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial E_1}{\partial t} \left(1 + \chi_0 + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_0}{\partial \omega} \right) + \gamma_1 c \frac{\partial E_1}{\partial z} - \\ & - 0.5i \omega \chi_{-\tau} E_0 + 0.5i \frac{\mathbf{k}_\tau^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon}{\omega} E_1 = 0, \end{aligned}$$

где $\gamma_0 = (\mathbf{k}\mathbf{n})/k$ и $\gamma_1 = (\mathbf{k}_\perp\mathbf{n})/k$ – направляющие косинусы, \mathbf{n} – нормаль к внешней стороне фотонного кристалла, I_0 – начальная плотность тока пучка.

Следует отметить, что выражение для тока в правой части (31) получено для случая широкого пучка, когда $\mathbf{k}_\perp L_\perp \gg 1$ (L_\perp – характерный поперечный размер пучка). Если $\mathbf{k}_\perp L_\perp \ll 1$, то правая часть может быть преобразована в хорошо известное в одномерном случае генерации выражение для тока [1].

Граничные условия для режима генерации ОЛСЭ, изображенного на рис. 2, выглядят следующим образом:

$$E(t, z = 0) = 0, \quad E_\tau(t, z = L) = 0. \quad (32)$$

Уравнение движения электронов имеет вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right\}, \quad \mathbf{p} = m\gamma\mathbf{v}.$$

Функция $\Theta(t, z, p)$ описывает фазу электронного пучка по отношению к электромагнитному полю. Фаза любого электрона, влетающего в область взаимодействия при $z = 0$ в момент времени t_0 , может быть представлена в следующем виде:

$$\Theta(t, t_0, \mathbf{r}_\perp) = k_z z + \mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - \omega t(z, t_0). \quad (33)$$

Здесь $t(z, t_0)$ – траектория движения этого электрона при движении в пространственно-периодической структуре. Начальная фаза при $z = 0$ имеет вид

$$\Theta(t = t_0, t_0, \mathbf{r}_\perp) = \mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - \omega t_0 = \Theta_1 - \Theta_0 = p, \quad (34)$$

где $\Theta_0, \Theta_1 \in [0, 2\pi]$, $p \in [-2\pi, 2\pi]$.

Выполняя преобразования, аналогичные сделанным в [1],

$$v = \frac{1}{\frac{\partial t}{\partial z}}, \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}}{\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^3},$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} - k_z \right),$$

можно получить уравнение движения для релятивистского пучка в виде

$$\frac{\partial^2 \Theta(t, z, p)}{\partial z^2} = \frac{e\Phi}{m\gamma^3 \omega^2} \left(k_z - \frac{\partial \Theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \times \text{Re} \left(E(t - z/u, z) e^{i\Theta(t, z, p)} \right), \quad (35)$$

$$\Theta(t, 0, p) = p,$$

$$d \frac{\partial \Theta(t, 0, p)}{\partial z} = k_z - \omega/u, \quad (36)$$

где $t > 0$, $z \in [0, L]$, $p \in [-2\pi, 2\pi]$.

Итак, полная система уравнений, описывающих нелинейную стадию работы ОЛСЭ состоит из уравнений (31)–(32), (35), (36).

Методы для численного решения приведенных систем уравнений были разработаны в [68]. Математическое моделирование нелинейной стадии работы ОЛСЭ [68–71] подтвердило численно все основные физические закономерности и принципы работы ОЛСЭ. Показано, что для эффективной генерации существует оптимальный набор параметров ОЛСЭ. Получено хорошее совпадение с результатами экспериментальных исследований. Там же показано, что ОЛСЭ является хаотической динамической системой с особенностями нелинейной динамики генерации, обусловленными нелокальной природой взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем в условиях динамической дифракции.

Покажем, как влияет неоднородная объемная распределенная обратная связь (ОРОС) на динамическую картину генерации ОЛСЭ. Будем сравнивать одномерную геометрию ЛОВ, волновые векторы которой изображены сплошными линиями на рис. 3, *a*, с неоднородной двухволновой геометрией Брэгга (штриховые линии). На рис. 3, *b* приведена зависимость от времени амплитуд проходящей волны (нижняя кривая) и дифрагированной волны (верхняя кривая) на выходе из резонатора в одномерной геометрии. Данные зависимости являются почти периодическими (слабый хаос).

Теперь будем менять параметры резонатора так, чтобы изменялся угол наклона к оси z векторов $\mathbf{\tau}$ и \mathbf{k} . На рис. 4 приведена параметрическая карта динамических режимов ОЛСЭ при изменении величин τ_x и k_x , которая включает периодические решения, различные типы хаотических автоколебаний, а также полосы перемежаемости и переходов между низкоамплитудными и высокоамплитудными режимами. По краям приведены примеры наиболее характерных динамических режимов. Видно, что для дифрагированной волны карта, приведенная на рис. 4, *b*, представляет существенно менее хаотическую динамику, чем карта на рис. 4, *a* для проходящей волны.

На рис. 5, *a* переход между динамическими режимами при фиксированном значении $k_x = 0$ для шести значений τ_x (данные соответствующие рис. 4) демонстрирует в основном хаотические автоколебания для проходящей волны (кривые 1–5). Теперь изменим значение $k_x = -0.5$ и рассмотрим аналогичные переходы на рис. 5, *b*. Видно, что здесь преобладают периодические и квазипериодические режимы.

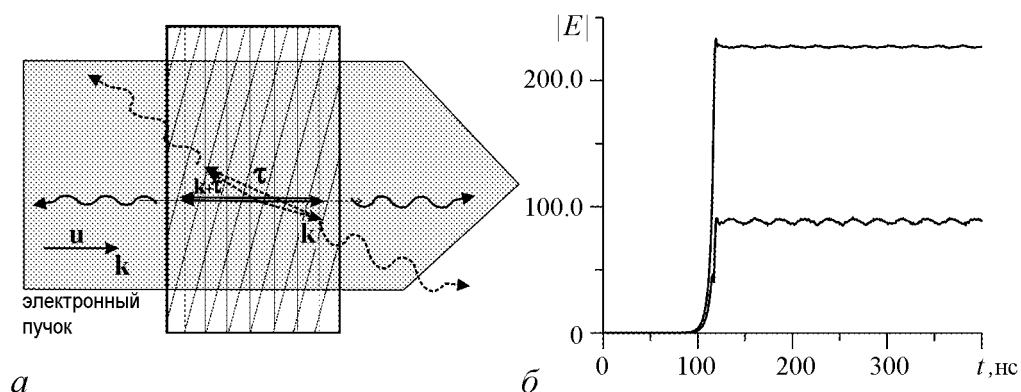
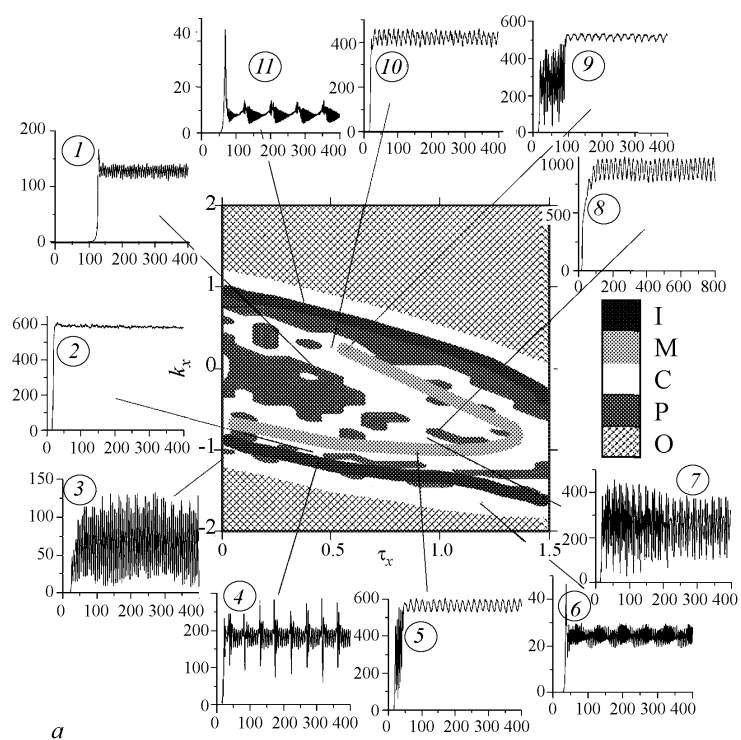
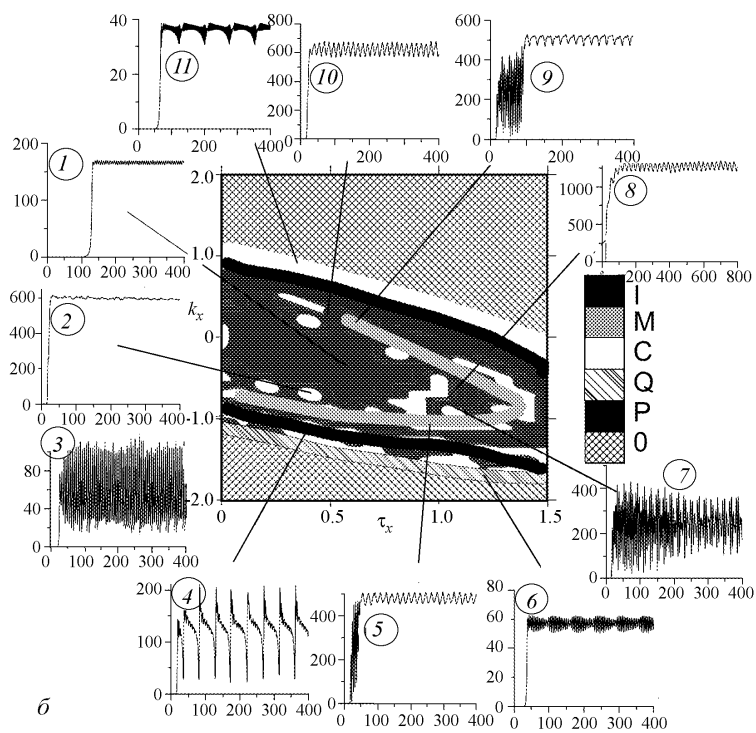


Рис. 3. *a* – схема геометрии ЛОВ (сплошные линии) и неоднородной геометрии Брэгга (штриховые линии); *b* – зависимость от времени амплитуд проходящей (нижняя кривая) и дифрагированной волн (верхняя кривая) на выходе из резонатора в одномерной геометрии



a



b

Рис. 4. Параметрическая карта динамических режимов ОЛСЭ при изменении τ_x и k_x для проходящей волны (*a*) и дифрагированной (*b*) волн. 0 означает, что плотность тока находится ниже порога. P – периодические режимы, Q – квазипериодичность, C – хаос, M – переход между низкоамплитудными и высокоамплитудными режимами, I – перемежаемость.

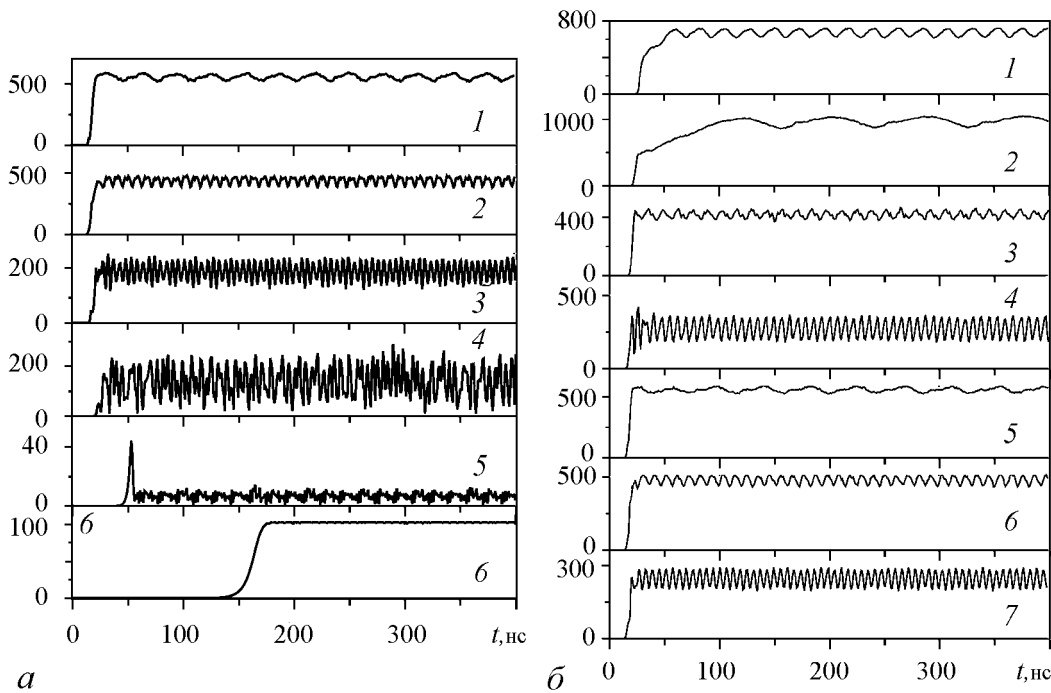


Рис. 5. Переход между динамическими режимами для проходящей волны для двух значений k_x : 0 (а) и -0.5 (б) и при различных значениях τ_x : 1 – 0.9, 2 – 1.0, 3 – 1.1, 4 – 1.2, 5 – 1.3, 6 – 1.4, 7 – 1.5

Таким образом, можно сделать вывод, что изменение геометрии неоднородной дифракции ведет к изменению типа динамического хаотического решения и выбором геометрии ОЛСЭ можно реализовать периодическую динамику вместо хаотической. Сравнение величин амплитуд одномерной геометрии рис. 3, б и неоднородной геометрии рис. 5 показывает их различие более чем в 5 раз.

Итак, основной вывод проведенного анализа следующий: неоднородная геометрия дифракции представляет сложную картину переходов между различными хаотическими динамическими режимами и позволяет специальным выбором параметров геометрии получить большие значения амплитуд поля при генерации ОЛСЭ по сравнению с одномерной геометрией.

На всех построенных в результате численного моделирования различных параметрических картах (рис. 4, [69] и др.) для дифрагированной волны получается существенно менее «пестрая» карта хаотических режимов. Таким образом, численно получено и продемонстрировано важное свойство ОЛСЭ, а именно: в силу механизма объемной распределенной обратной связи в ОЛСЭ, в условиях динамической дифракции происходит подавление паразитных частот, которые возникают при генерации больших мощностей в такой сверхразмерной системе как ОЛСЭ и ведут к деструктивной интерференции, в результате чего излучение становится некогерентным. ОРОС позволяет выделить требуемые моды и подавить нежелательные.

Также было проведено моделирование и исследование хаоса в ОЛСЭ-усилителе в геометрии Лауэ (см. рис. 1, б). Были построены параметрические карты перехода к хаосу при изменении длины резонатора L и поперечной компоненты волнового вектора k_x с узкой полосой периодических режимов в области параметров вблизи пороговых значений, быстро переходящие в различные хаотические режимы.

Закключение

Процессы излучения фотонов релятивистскими частицами в естественных и искусственных (электромагнитных, фотонных) кристаллах имеют общий характер в различных диапазонах спектра – от рентгеновского до оптического и микроволнового. Неоднородная распределенная обратная связь приводит к возможности резкого снижения порогового тока генерации в объемных лазерах на свободных электронах. Исследование хаоса в трехмерных (двумерных) пространственно-периодических структурах (естественных и фотонных кристаллах) выявило существенно более богатую особенность хаоса в этом случае по сравнению с хаосом в одномерных периодических структурах.

Библиографический список

1. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ электронике для физиков. Т.1,2. М.: Физматлит, 2003-2004.
2. *Baryshevsky V.G.* Spontaneous and induced radiation by relativistic particles in natural and photonic crystals. Crystal X-ray lasers and Volume Free Electron Lasers (VFEL) // arXiv:1101.0783v1 [physics.acc-ph] 4 Jan 2011. 191 p.
3. *Baryshevsky V.G.* Title: High Power microwave and optical volume free electron lasers (VFELs) // arXiv:1211.4769 [physics.optics] 20 Nov 2012. 35 p.
4. *Baryshevsky V.G., Dubovskaya I. Ya.* Diffraction phenomena in spontaneous and stimulated radiation by relativistic particles in crystals (review). Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-31695, ESG Note-162, 1991. 119 p.
5. *Барышевский В. Г.* Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Мн.: БГУ, 1982.
6. *Барышевский В. Г.* Ядерная оптика поляризованных сред. М.: Энергоатомиздат, 1995.
7. *Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D., Ulyanekov A.P.* Parametric X-ray Radiation in Crystals: Theory, Experiment and Applications. Series: Springer Tracts in Modern Physics. Springer, 2005.
8. *Baryshevsky V.G.* High-Energy Nuclear Optics of Polarized Particles. World Press, 2012.
9. *Морс Ф. М., Феибах Г.* Методы теоретической физики. Т. 1. М.:ИЛ, 1958.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
11. *Никольский В. В.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1973.
12. *Пинскер З. Г.* Рентгеновская кристаллооптика. М.: Наука, 1982.
13. *Джеймс Р.* Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей. М.: ИЛ, 1950.
14. *Batterman B. W., Cole H.* Dynamical diffraction of X-rays by perfect crystals // Rev. Mod. Phys. 1964. Vol. 36. P. 681.
15. *Чжан Ш.* Многоволновая дифракция рентгеновских лучей в кристаллах. М.: Мир, 1987.
16. *Гинзбург В.Л., Франк И. М.* Излучение равномерно движущегося электрона,

- возникающее при его переходе из одной среды в другую // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15.
17. *Гарибян Г. М.* К теории переходного излучения и ионизационных потерь энергии частицы // ЖЭТФ. 1959. В. 2. Т. 37. С. 527.
 18. *Барсуков К. А.* Переходное излучение в волноводе // ЖЭТФ. 1959. В. 4. Т. 37. С. 1106.
 19. *Франк И. М.* Излучение Вавилова–Черенкова. М.: Наука, 1988.
 20. *Тер-Микаэлян М.Л.* Излучение быстрых частиц в неоднородной среде // ДАН СССР. 1960. Т.34. С.318.
 21. *Ter-Mikaelyan M.L.* Emission of fast particles in a heterogeneous medium // Nuclear Physics. 1961. Vol. 24. P.43.
 22. *Тер-Микаэлян М. Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969.
 23. *Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В.* Дифракционное излучение // УФН. 1966. Т. 88(2). С.209.
 24. *Барышевский В. Г.* О рассеянии света потоком электронов, проходящих через кристалл // Докл. АН БССР. 1971. Т. 15, № 4. С. 306.
 25. *Барышевский В. Г., Феранчук И. Д.* О переходном излучении гамма-квантов в кристалле // ЖЭТФ. 1971. Т. 61, №3(9). С. 944; Поправка // ЖЭТФ. 1973. Т. 64, №2. С. 760.
 26. *Адищев Ю. Н., Барышевский В. Г., Воробьев С.А. и др.* Экспериментальное обнаружение рентгеновского параметрического излучения // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41, вып. 7. С. 259.
 27. *Baryshevsky V.G., Danilov V.A., Ermakovich O.L. et al.* Angular distribution of parametric X-rays // Physics Letters A. 1985. Vol.10. P.477.
 28. *Afanasenko V.P., Baryshevsky V.G., Gradovsky O.T. et al.* Detection of parametric X-ray radiation of a GaAs monocrystal // Phys. Lett. 1989. Vol. A141. P. 311.
 29. *Афанасенко В. П., Барышевский В. Г. и др.* Обнаружение многоволновой генерации параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15, вып. 1. С. 33.
 30. *Афанасенко В.П., Барышевский В.Г., Гацуха С.В. и др.* Обнаружение аномалии в угловом распределении параметрического рентгеновского излучения // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. С.213.
 31. *Brenzinger K.-H., Herberg C., Limburg B. et al.* Investigation of production mechanism of parametric X-ray radiation // Zeitschrift fur Physik A. 1997. Vol. 358, №1. P.107.
 32. *Lautha W., Backe H., Kettigb O. et al.* Coherent X-rays at MAMI // Eur. Phys. J. A 2006. Vol. 28. P. 185.
 33. *Барышевский В. Г., Дубовская И. Я.* Сложный и аномальный эффекты Допплера для каналированного позитрона (электрона) // Докл. АН СССР. 1976. Т. 231, № 6. С. 1335.
 34. *Kumakhov M. A.* (1976). On the theory of electromagnetic radiation of charged particles in a crystal // Phys. Lett. A. 1976. Vol. 57, N 1. P. 17.
 35. *Swent R. L., Pantell R. H., Alguard M. J. et al.* Observation of channeling radiation from relativistic electrons // Phys. Rev. Let. 1979. Vol. 43, N 23. P. 1723.

36. *Alguard M. J., Swent R. L., Pantell R. H. et al.* Observation of radiation from channeled positrons // *Phys. Rev. Lett.* 1979. Vol. 42, N 17. P. 1148.
37. *Cue N., Bonderup E., Marsh B. B. et al.* Transitions between bound states for axially channeled MeV electrons // *Phys. Lett. A.* 1980. Vol. 80, N 1. P. 26.
38. *Baryshevskii V. G., Dubovskaya I. Ya.* Coherent radiation of the channeling positron (electron) // *Phys. Status Solidi (b)*. 1977. Vol. 82, N 1. P. 403.
39. *Гинзбург В.Л.* Квантовая теория светового движения электрона, равномерно движущегося в среде // *ЖЭТФ*. 1940. Т.10, вып.6. С.589.
40. *Korotchenko K.B., Pivovarov Yu.L., Tukhfatullin T.A.* Angular distributions of diffracted X-ray radiation from channeled electrons in Si and LiF crystals: Influence of energy levels band structure // *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res.* 2008. Vol. B266, N17. P. 3753.
41. *Барышевский В. Г.* Аномалия в зеркальном отражении рентгеновских лучей и гамма-квантов от кристаллов // *Письма в ЖТФ*. 1976. Т.2, №3. С.112.
42. *Барышевский В. Г.* Поверхностное параметрическое излучение релятивистских частиц // *Доклады АН СССР*. 1988. Т. 299. С. 1363.
43. *Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D.* Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal // *Phys. Lett. A.* 1984. Vol.102. P. 141.
44. *Барышевский В. Г., Феранчук И. Д.* Квантовая теория рентгеновского параметрического генератора с учетом многоволновой дифракции // *Вести Академии наук БССР, сер. физ.-мат.н.* 1985. №3. С.90.
45. *Барышевский В. Г.* Неустойчивость волн в периодической среде // *Доклады АН БССР*. 1987. Т. XXXI, №12. С. 1089.
46. *Барышевский В. Г., Дубовская И. Я., Феранчук И. Д.* Черенковская неустойчивость пучка заряженных частиц, проходящего через трехмерную пространственно-периодическую среду // *Вести АН БССР. Сер. физ.-мат. н.* 1988. №1. С.92.
47. *Барышевский В. Г., Дубовская И. Я.* Индуцированное рентгеновское излучение релятивистского электронного пучка в лазере на свободных электронах с распределенной обратной связью в трехмерной пространственно-периодической среде // *Вести Академии наук БССР, сер. физ.-эн.н.* 1990. №1. С.30.
48. *Барышевский В. Г., Батраков К. Г., Дубовская И. Я.* ЛСЭ на параметрическом (квазичеренковском) излучении // *Вести Академии наук БССР, сер. физ.-эн.н.* 1991. №1. С.53.
49. *Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I. Ya.* Parametric (quasi-Cherenkov) X-ray free electron laser // *J. Phys. D.* 1991. Vol. 24. P. 1250.
50. *Baryshevsky V.G., Dubovskaya I.Ya., Zege A.V.* The influence of absorption on the generation threshold in an X-ray laser by channeling radiation in the presence of distributed feedback // *Physics Letters A.* 1991. Vol. 149. P.30.
51. *Маршалл Т.* Лазеры на свободных электронах. М.: Мир, 1987.
52. *Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I.Ya., Karpovich V.A., Rodionova V.N.* Volume Quasi-Cherenkov FEL in mm-Spectral Range// *Proc. Free Electron Lasers.* 1996. 1997. P.II-75.
53. *Baryshevsky V. G., Batrakov K.G. Gurinovich A.A. et al.* First lasing of a volume FEL (VFEL) at a length range $\lambda \sim 4-6$ mm // *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res.* 2002. Vol. A483. P. 21.

54. *Baryshevsky V., Belous N., Gurinovich A. et al.* Volume Free Electron Laser with a grid photonic crystal with variable period: Theory and experiment // Proc. FEL2009 (Liverpool, UK, МОРС49). 2009. P. 134.
55. *Baryshevsky V.G., Belous N. A., Gurinovich A.A. et al.* Experimental studies of Volume FELs with a photonic crystal // Proc. 35th Int. Conf. on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. IRMMWTHz. 2010. 2 p.
56. *Baryshevsky V.G., Belous N. A., Gurinovich A.A. et al.* Experimental studies of volume FELs with a photonic crystal made of foils // Proc. 32 Int. Conf. FEL2010. ТНРВ18. P.632.
57. *Тагер А.С., Зюлина Е.А., Победоносцев А.С. и др.* Электронно-лучевая лампа малой мощности миллиметрового диапазона. Авт. Свидетельство СССР SU 1840644 А1. 1956.
58. *Силин Р.А., Сазонов В.П.* Замедляющие системы. М.: Советское радио, 1966.
59. *Силин Р.А.* Периодические волноводы. М.: Фазис, 2002.
60. *Ерохин Н.С. и др.* Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике. М.: Наука. 1982.
61. *Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Денисов Г.Г.* Об использовании в ЛСЭ распределенной обратной связи // Письма в ЖТФ. 1981. Т.7, №21. С. 1320.
62. *Baryshevsky V.G., Batrakov K.G., Evdokimov V.A. et al.* Experimental observation of radiation frequency tuning in "OLSE-10" prototype of volume free electron laser // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2006. Vol. B252. P. 86.
63. *Baryshevsky V.G., Gurinovich A.A.* Spontaneous and induced parametric and Smith-Purcell radiation from electrons moving in a photonic crystal built from the metallic threads // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2006. Vol. B252. P. 92.
64. *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. Радио, 1973.
65. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Нестационарные нелинейные явления при взаимодействии электронного потока, движущегося в скрещенных полях, с обратной электромагнитной волной // Известия вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20, N 2. С.300.
66. *Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н.* Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Известия вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, №7. С.1037.
67. *Трубецков Д.И., Анфиногентов В.Г., Рыскин Н.М. и др.* Сложная динамика электронных приборов СВЧ: Нелинейная нестационарная теория с позиций нелинейной динамики // Радиотехника. 1999, №4. С.61.
68. *Батраков К. Г., Сытова С. Н.* Моделирование объемных лазеров на свободных электронах // ЖВМ и МФ. 2005. Т. 45. С. 690.
69. *Сытова С. Н.* Хаос в объемных лазерах на свободных электронах // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19. №2. С.93.
70. *Сытова С. Н.* Модели объемных лазеров на свободных электронах // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20. №6. С.124.
71. *Sytova S.* Comparison of one-dimensional and volume distributed feedback in microwave vacuum electronic devices // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2012. Vol. 15. P. 378.

*Институт ядерных проблем
Белгосуниверситета*

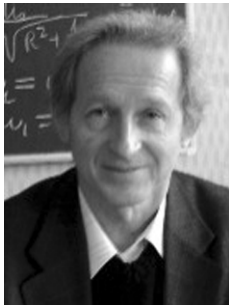
Поступила в редакцию 8.10.2013

**RADIATIVE PROCESSES, RADIATION INSTABILITY AND CHAOS IN THE
RADIATION FORMED BY RELATIVISTIC BEAMS MOVING
IN THREE-DIMENSIONAL (TWO-DIMENSIONAL) SPACE-PERIODIC
STRUCTURES (NATURAL AND PHOTONIC CRYSTALS)**

V. G. Baryshevsky, S. N. Sytova

We review the results of studies of spontaneous and stimulated emission of relativistic particles in natural and photonic crystals. We consider the diffraction of electromagnetic waves in a crystal, and the resonance and parametric (quasi-Cherenkov) X-ray radiation, the radiation in the channeling of relativistic particles in crystals, diffraction radiation in conditions of channeling, diffraction radiation of a relativistic oscillator, induced radiation in multidimensional space-periodic resonators (natural or artificial (electromagnetic, photonic) crystals). We present the basic theory of volume free-electron lasers. On the example of quasi-Cherenkov parametric radiation we consider the formation of chaos in the processes of radiation in multidimensional space-periodic structures.

Keywords : Electromagnetic waves, diffraction, photonic crystal, relativistic particles, channelling, relativistic oscillator, induced radiation, parametric X-ray radiation, quasi-Cherenkov radiation, volume free-electron lasers, instability, chaos.



Барышевский Владимир Григорьевич – родился в Минске в 1940 году. Окончил физический факультет Белорусского государственного университета (1962), доктор физико-математических наук, профессор. С 1986 по 2012 год директор Института ядерных проблем Белгосуниверситета. В настоящее время почетный директор Института ядерных проблем Белгосуниверситета, главный научный сотрудник. Основное направление научной деятельности – физика ядра и элементарных частиц, ядерная оптика поляризованных сред, процессы излучения в естественных и фотонных кристаллах. Автор 2 открытий в области ядерной физики, 5 монографий и более 250 научных статей.

Республика Беларусь, 220030 Минск, ул. Бобруйская, 11
Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета
E-mail: bar@inp.bsu.by



Сытова Светлана Николаевна – родилась в Минске в 1965 году. Окончила факультет прикладной математики Белорусского государственного университета (1987), кандидат физико-математических наук (1997). Ученый секретарь Института ядерных проблем Белгосуниверситета. Область научных интересов – математическое моделирование процессов излучения в различных типах генераторов электромагнитного излучения. Автор свыше 100 публикаций.

Республика Беларусь, 220030 Минск, ул. Бобруйская, 11
Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета
E-mail: sytova@inp.bsu.by; s_sytova@mail.ru



НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И АКУСТИЧЕСКИЕ СИГНАЛЫ ПРИ УПРУГИХ СОУДАРЕНИЯХ ЗОНДА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ТВЕРДОГО ТЕЛА

С. Ш. Рехвиашвили, В. В. Нарожнов

Проведено экспериментальное и теоретическое исследование нелинейной динамики и акустических сигналов, возникающих при периодических ударах корундового зонда о поверхность твердых тел. Рассмотрены две модели для описания экспериментов: аналитическая модель, основанная на законах сохранения энергии и импульса; модель, основанная на численном решении нелинейного уравнения движения зонда. Показано, что в режиме малого сигнала амплитуда звукового сигнала возрастает прямо пропорционально амплитуде колебаний зонда. Полученные результаты могут лечь в основу новой методики диагностики вязкоупругих свойств металлов и сплавов.

Ключевые слова: Нелинейная динамика, теория упругости, зондовые методы, акустические сигналы, численное решение дифференциальных уравнений.

Введение

В большинстве случаев колебания реальных механических систем описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. В нелинейных консервативных или диссипативных механических системах модули упругости могут зависеть от деформаций, коэффициенты трения могут зависеть от скорости скольжения, массы тел могут зависеть от их скоростей. Помимо этого в нелинейных колебательных системах нарушается свойство изохронности и не выполняется принцип суперпозиции. Эти специфические свойства нелинейных колебательных систем, однако, позволяют широко использовать их на практике. В качестве примеров, ставших уже классическими, можно привести осцилляторы Дуффинга и ван дер Поля [1], которые выступают в качестве математических моделей различных процессов в физике, химии и биологии.

В настоящей работе реализована нелинейная динамическая система – механический осциллятор (зонд на упругой балке), совершающий вынужденные периодические колебания при наличии упругих соударений. Проведено экспериментальное и теоретическое исследование акустических сигналов, возникающих при ударах колеблющегося зонда о поверхность металлических образцов. Рассматриваются линейная

и нелинейная физические модели для интерпретации экспериментов. Проведенные исследования могут лечь в основу неразрушающего метода определения вязкоупругих свойств металлов и сплавов. Несмотря простоту реализации, данный метод отличается от всех известных методов акустических исследований твердых тел [2–5] и зондовых методов атомно-силовой и туннельной микроскопии и спектроскопии [6].

1. Эксперимент

В эксперименте применялся специально сконструированный стенд, принцип работы которого заключается в следующем. Переменный сигнал синусоидальной формы с генератора подается на индукционную катушку. Переменное магнитное поле, возникающее в катушке, приводит в колебательное движение упругий элемент (далее просто осциллятор), который выполнен в виде тонкой металлической балки с закрепленным на конце корундовым зондом. В процессе колебаний зонд совершает удары по поверхности металлического образца. Амплитуда колебаний осциллятора и, соответственно, сила удара зависят от величины переменного напряжения на катушке. Для измерения интенсивности звуковых сигналов, возникающих при ударах зонда о поверхность образца, использовался пьезоэлектрический датчик вибраций KD-35. Для формирования и измерения сигналов применялись генератор ГЗ-118 и двухканальный компьютерный осциллограф TES на звуковой плате. Прямой сигнал с генератора на один из каналов звуковой платы подавался через делитель напряжения.

В качестве образцов использовались металлические пластины Al, Cu, Ta, Ti и Zr. Модуль упругости корунда, из которого изготовлен зонд, составляет 382 ГПа [7], что намного превышает модули упругости исследованных образцов. В связи с этим, деформация зонда в экспериментах была практически исключена. Радиус кривизны кончика зонда составлял приблизительно 100 мкм. Расстояние между зондом и пьезоэлектрическим датчиком составляло 0.5 см. Частота возбуждающего сигнала 25 Гц.

Было обнаружено, что амплитуда звукового сигнала при заданной амплитуде колебаний зависит от выбранного расстояния зонд–образец. Это расстояние устанавливалось следующим образом. Колеблющийся с некоторой малой амплитудой зонд с помощью подвижного кронштейна подводился к образцу при одновременном измерении акустического сигнала. Положение кронштейна фиксировалось, когда амплитуда акустического сигнала при соударениях зонда с образцом достигала максимального значения.

На рис. 1, *a*, *б* показаны осциллограммы сигналов: 1 – сигналы, подаваемые на катушку; 2 – звуковые сигналы. При максимумах и минимумах задающего сигнала 1 происходят смещения осциллятора. В промежутках между ними осциллятор совершает затухающие колебания. При этом зонд наносит удары по образцу с частотой, близкой к некоторой собственной частоте. Эксперименты показали, что степень затухания этих колебаний зависит от вязкоупругих свойств образца. Чем больше модуль упругости образца, тем медленнее затухает сигнал. Максимумам и минимумам сигналов 2 соответствуют прямая и возвратная деформации консоли пьезоэлектрического датчика. Из рис. 1, *a*, *б* можно видеть, что акустические сигналы для различных образцов существенно отличаются друг от друга.

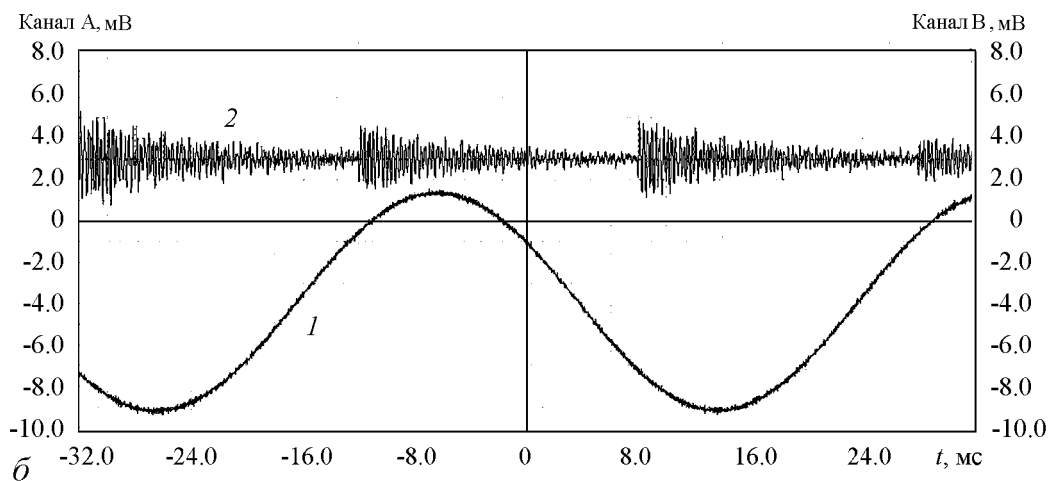
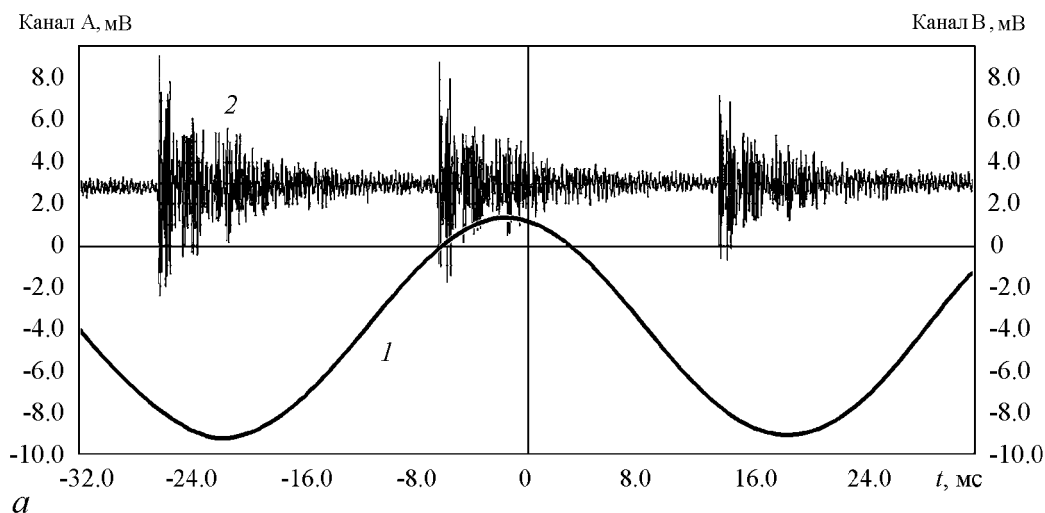


Рис. 1. Примеры осциллограмм сигналов, полученных на различных образцах: *a* – алюминий; *б* – медь

Амплитуда колебаний осциллятора регулировалась с помощью генератора.

С помощью осциллографа измерялась максимальная (пиковая) амплитуда акустической эмиссии. Эксперименты показали, что максимальная амплитуда акустических сигналов при малых колебаниях осциллятора прямо пропорциональна силе удара зонда о поверхность образца. На рис. 2 представлены зависимости максимальной амплитуды акустических сигналов от амплитуды возбуждающего сигнала для всех исследованных металлов. Для каждого образца проводилась серия из пяти измерений. Средняя абсолютная погрешность составляет 5% при доверительной вероятности 0.9. Прямые были построены методом наименьших квадратов. Коэффициент корреляции для всех зависимостей близок к единице. Таким

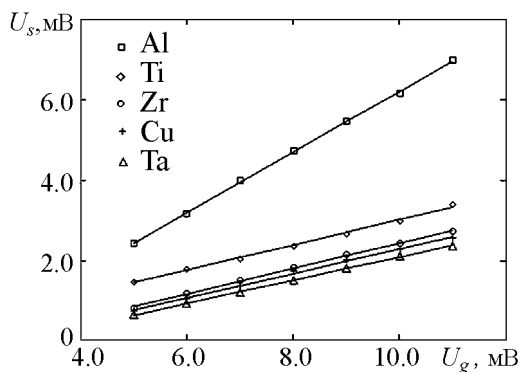


Рис. 2. Зависимость амплитуды акустических сигналов от амплитуды колебаний зонда

образом, можно сделать вывод, что измерения амплитуды акустических сигналов чувствительны к упругим свойствам металлов и позволяют их надежно идентифицировать.

2. Модель соударений зонда с поверхностью твердого тела

При ударе зонда о поверхность образца возбуждаются как поперечные, так и продольные упругие волны. В нашем случае датчик устанавливается на поверхности образца, поэтому в процессе эксперимента регистрируются поверхностные акустические волны с вертикальной поляризацией. Эти волны, очевидно, отличаются от идеальных плоских волн. Однако, как известно из геометрической акустики, волну, не являющуюся плоской, в небольшом участке пространства можно рассматривать как плоскую. Для этого необходимо, чтобы направление и амплитуда волны не менялись на протяжении расстояний порядка длины волны. Если среда является линейной и непоглощающей, то амплитуда регистрируемых колебаний должна однозначно определяться силой удара твердого зонда о поверхность образца.

Для наглядной интерпретации эксперимента в качестве простой модели системы «зонд – датчик – образец» мы воспользуемся моделью двух сталкивающихся шаров с невесомой пружиной между ними. Масса одного шара (датчика) значительно превышает массу другого шара (зонда). Считается, что пружина, моделирующая силу упругости образца, жестко скреплена с массивным шаром (датчиком). Уравнения, определяющие движение зонда и консоли датчика, записываются на основе законов сохранения импульса и энергии

$$m_1 v_0 = m_2 u - m_1 v, \quad (1)$$

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_2 u^2}{2} + \frac{m_1 v^2}{2} + W, \quad (2)$$

где $m_{1,2}$ – эффективные массы зонда и образца с пьезоэлектрическим датчиком, v_0 – начальная скорость зонда, v – скорость отскока зонда после соударения с образцом, u – скорость отклонения консоли пьезоэлектрического датчика, W – энергия, затрачиваемая на деформацию поверхности образца. Совместное решение уравнений (1), (2) дает

$$m_1 v = \mu v_0 \left(-\frac{m_1}{m_2} \pm \sqrt{1 - \frac{2W}{\mu v_0^2}} \right), \quad (3)$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2},$$

где μ – приведенная масса. Правая часть уравнения (3) должна быть положительной, поэтому в скобках выбирается знак плюс.

При ударе твердого зонда происходит локальная деформация поверхности образца, которая приводит к образованию упругой волны. Если затуханием этой упругой волны можно пренебречь, то деформация образца практически без изменений

будет передаваться в консоль датчика. Справедливо принять

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad W = \frac{kx^2}{2}, \quad (4)$$

где x – деформация поверхности, k – контактная жесткость. Из (3) и (4) с учетом условия $m_2 \gg m_1$ получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \sqrt{1 - (x/x_0)^2}, \quad (5)$$

$$x_0 = v_0 \sqrt{\frac{m_1}{k}} \propto \frac{1}{\sqrt{E}}, \quad (6)$$

где x_0 – максимальная деформация поверхности при ударе зонда, E – модуль упругости образца. Разделяя переменные в уравнении (5) и выполняя интегрирование, определяем время, в течение которого происходит удар (то есть x меняется от 0 до x_0 и обратно)

$$\tau = \frac{2}{v_0} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{1 - (x/x_0)^2}} = \frac{\pi x_0}{v_0}. \quad (7)$$

Физический смысл формул (6) и (7) очевиден: деформация поверхности образца при ударе возрастает с увеличением начальной скорости зонда и уменьшается с увеличением модуля упругости материала; время удара пропорционально деформации поверхности. Отметим, что более точное выражение для деформации поверхности при ударе зонда можно выписать в рамках контактной теории Герца [8, с. 50]

$$x_0 = v_0^{4/5} \left[\frac{15m_1(1 - \sigma^2)}{16E\sqrt{R}} \right]^{2/5} \propto \frac{1}{E^{2/5}}, \quad (8)$$

где R – радиус кривизны кончика зонда, σ – коэффициент Пуассона для материала образца.

Если для интерпретации эксперимента принять изложенную выше линейную модель, то с учетом формулы (6) для максимальной амплитуды выходного напряжения получается следующая формула:

$$U_s = \frac{A}{\sqrt{E}} U_g, \quad (9)$$

где A – калибровочный коэффициент, зависящий от конструктивных особенностей измерительного стенда, U_g – амплитуда напряжения возбуждающего сигнала. Все образцы исследовались в одинаковых экспериментальных условиях, поэтому коэффициент A должен оставаться постоянным в пределах ошибки эксперимента. Модуль упругости материала зависит как от состава, так и от условий механической обработки, поэтому на практике имеют место большие разбросы. По результатам измерений для всех металлов с учетом табличных значений их модулей упругости и разбросов, приведенных в справочнике [7], найденное оптимальное значение калибровочного коэффициента составило $1.2 \cdot 10^5 \text{ Па}^{1/2}$. Поскольку качество использованных образцов (оксиды на поверхности, примеси, дефекты, и т.п.) в работе специально не

контролировалось, то достигнутую в экспериментах точность можно считать удовлетворительной. Таким образом, мы приходим к важному выводу, что угол наклона прямых на рис. 2 определяется модулем упругости образцов. После того, как найдено численное значение коэффициента A , с помощью стенда можно определять модуль упругости металлов и сплавов. По затуханию акустических сигналов можно судить о вязкостных свойствах исследуемых материалов.

3. Численное решение уравнения динамики

В данном разделе в целях более детальной интерпретации проведенных экспериментов рассмотрим нелинейную динамическую модель. На основе теории механических колебаний и контактной теории Герца [8, 9] для нашего случая получается следующее уравнение движения:

$$mx'' + 2\gamma x' + m\omega_0^2 x + \frac{4E\sqrt{R}}{3(1-\sigma^2)}(x-h)^{3/2}\theta(x-h) = F_0 \cos(\omega_g t), \quad (10)$$

$$x(0) = 0, \quad x'(0) = 0, \quad (11)$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0, \end{cases}$$

где $x = x(t)$ – смещение осциллятора, γ – коэффициент затухания колебаний, ω_0 – собственная (резонансная) частота колебаний осциллятора, m – эффективная масса осциллятора, F_0 – амплитуда внешней силы, ω_g – частота внешнего возбуждения, h – высота, на которой находится зонд в начальный момент времени, $\theta(x)$ – функция Хевисайда. Слагаемое с функцией Хевисайда означает упругую силу, которая действует на зонд во время удара. Эта сила рассчитывается в контактной теории Герца (см. [8, 9]). Сила, связанная с ударом, появляется при определенном уровне внешнего возбуждения, когда зонд в нижней фазе своего движения достигает поверхности образца. Условие, при котором возникает удар, имеет вид $x(t) > h$.

Дифференциальное уравнение (10) является нелинейным и его решение в аналитическом виде получить не удастся. Для численного решения это уравнение удобно привести к безразмерному виду

$$u'' + 2a u' + u + b(u-1)^{3/2}\theta(u-1) = c \cos(\Omega \xi), \quad (12)$$

$$u(0) = 0, \quad u'(0) = 0, \quad (13)$$

$$u = \frac{x}{h}, \quad \xi = \omega_0 t,$$

$$a = \frac{\gamma}{m\omega_0}, \quad b = \frac{4E\sqrt{Rh}}{3(1-\sigma^2)m\omega_0^2}, \quad c = \frac{F_0}{m\omega_0^2 h}, \quad \Omega = \frac{\omega_g}{\omega_0},$$

где a – характеризует затухание колебаний осциллятора, b – определяется упругими характеристиками образца, c – задает амплитуду приложенной внешней силы,

Ω – определяет частоту внешнего возбуждения. Решение уравнения (12) с учетом начальных условий (13) находилось численно методом Рунге–Кутты 4-го порядка с фиксированным шагом с помощью программы MathCad 14. На рис. 3 приведены примеры решений при различных численных значениях коэффициента b . Из графиков видно, что решениями являются осциллирующие функции. На общие колебания, задаваемые внешней силой, накладываются затухающие колебания с большей частотой, которые соответствуют соударениям зонда с поверхностью образца. Частота этих колебаний возрастает, а амплитуда убывает с увеличением параметра b . Именно эти колебания ответственны за формирование акустических сигналов, которые представлены на рис. 1 (сигналы 2). Численное моделирование показывает, что установившейся динамической картине предшествует начальный участок, на котором происходят квазипериодические колебания осциллятора с большей амплитудой. Характер этого переходного процесса определяется параметрами b и c . При увеличении значений этих параметров переходный процесс постепенно перестает быть заметным. Экспериментально данное явление обнаруживается при подводе колеблющегося зонда к поверхности образца: зонд вначале совершает несколько нерегулярных скачков, после чего происходит стабилизация колебаний и выравнивание акустического сигнала. Численное моделирование, кроме того, позволило выявить резонансный характер зависимости амплитуды осцилляций от частоты внешнего возбуждения при $\Omega < 1$. При увеличении коэффициента c , а значит и амплитуды внешней силы, происходит сдвиг максимума амплитудно-частотной характеристики в сторону меньших частот Ω , что качественно подтверждается экспериментами на измерительном стенде.

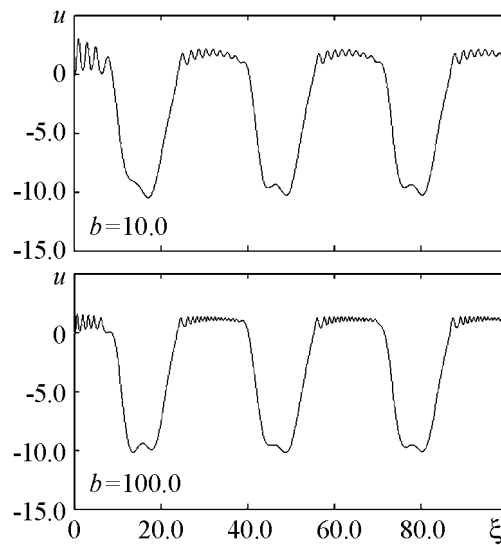


Рис. 3. Графики численного решения задачи Коши (12), (13) при $a = 0.1$, $c = 10$, $\Omega = 0.2$

Заключение

Представляет интерес исследование акустических сигналов, возникающих при ударах зонда о поверхность образца на субмикронном уровне. Для этих целей целесообразно использовать атомно-силовой микроскоп (режим работы tapping mode [6]) со специальной системой детектирования. Необходимыми условиями для осуществления измерений в данном случае являются надежная виброизоляция и акустическая развязка между пьезоприводом кантилевера и регистрирующим элементом. Перспективным здесь представляется применение оптоволоконного интерферометра или дополнительного кантилевера для измерений колебаний поверхности твердого тела. Насколько известно авторам, подобные измерения до сих пор не проводились.

Выделим основные результаты статьи: 1) реализована методика измерения нелинейной динамики и акустических сигналов, возникающих при ударах зонда о поверхность металлов; 2) теоретический анализ показал, что амплитуда и характерная частота акустических сигналов определяется модулем упругости образца; 3) рассмотренная методика может использоваться для исследования вязкоупругих свойств металлов и сплавов.

Библиографический список

1. Мун Ф. Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров. М.: Мир, 1990. 312 с.
2. Красильников В.А. Звуковые и ультразвуковые волны в воздухе, воде и твердых телах. М.: Физматгиз, 1960. 560 с.
3. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М.: Мир, 1972. 308 с.
4. Грешиников В.А., Дработ Ю.Б. Акустическая эмиссия. Применение для испытаний материалов и изделий. М.: Стандартиздат, 1976. 272 с.
5. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 286 с.
6. Scanning probe microscopy: electrical and electromechanical phenomena at the nanoscale / Eds S. Kalinin, A. Gruverman. New York: Springer, 2007. 980 p.
7. Физические величины: Справочник / Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М. и др.; Под ред. Григорьева И.С., Мейлихова Е.З. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
9. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.

*НИИ прикладной математики
и автоматизации КБНЦ РАН*

Поступила в редакцию 6.11.2013

NONLINEAR DYNAMICS AND ACOUSTIC SIGNALS GENERATED BY PERIODIC IMPACTS OF CORUNDUM PROBE ON THE SOLID SURFACE

S. Sh. Rekhviashvili, V. V. Narozhnov

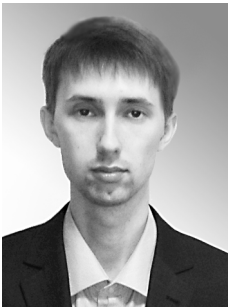
Experimental and theoretical study of nonlinear dynamics and acoustic signals generated by periodic impacts of corundum probe on the solid surface are conducted. In the work two models are considered for the description of experiments: the analytical model based on the laws of conservation of energy and momentum; the model based on the numerical solution of the nonlinear equation of probe motion. It is shown that the acoustic signal amplitude increases in direct proportion to the oscillations probe amplitude. These results can be the basis of a new diagnostic techniques viscoelastic properties of metals and alloys.

Keywords: Nonlinear dynamics, elasticity theory, probe methods, the acoustic signals, numerical solution of differential equations.



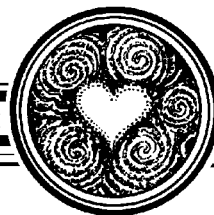
Рехвиаивили Серго Шотович – родился в 1972 году в Нальчике, окончил Кабардино-Балкарский государственный университет (1995). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1999) и доктора физико-математических наук (2009) в области моделирования физических процессов в зондовой нанотехнологии. Опубликовал свыше 120 научных работ. В настоящее время работает заведующим отделом Теоретической и математической физики в НИИ прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН. Является членом редакционных коллегий журналов «Нелинейный мир» (Россия, Москва), World Journal of Condensed Mater Physics (USA, Irvine), American Journal of Condensed Mater Physics (USA, Rosemead), American Journal of Physical Chemistry (USA, New York), International Journal of Physical Research (Germany, Bremen).

360000 КБР, Нальчик, ул. Шортанова, 89А
НИИ прикладной математики и автоматизации
Кабардино-Балкарского научного центра РАН
E-mail: rsergo@mail.ru



Нарожнов Виктор Валерьевич – родился в 1988 году в Нальчике, окончил Кабардино-Балкарский государственный университет (2011). В настоящее время работает младшим научным сотрудником отдела Теоретической и математической физики в НИИ прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН. Опубликовал 5 научных работ. Научные интересы – математическое моделирование физических процессов, методы исследования физических свойств твердых тел, автоматизация измерений.

360000 КБР, Нальчик, ул. Шортанова, 89А
НИИ прикладной математики и автоматизации
Кабардино-Балкарского научного центра РАН
E-mail: narojnov.victor@gmail.com



**ДИНАМИКА РОЛИКОВЫХ ДОМЕНОВ
ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН
ПРИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ГРАНИЦ**

С. В. Кияшко, В. О. Аффенченко, А. В. Назаровский

В работе представлены результаты экспериментального исследования динамики роликовых доменов параметрически возбуждаемых капиллярных волн. В доменах ролики были ориентированы параллельно разным границам прямоугольной кюветы и перпендикулярно друг другу. Выяснено, что в зависимости от начальных и граничных условий на краях кюветы могут возникать двумерные домены различной формы, а динамика доменов определяется движением их фронтов, при этом найдено 16 различных сценариев перехода к одному из двух возможных стационарных состояний. Для наблюдаемого явления предложена модель, расчеты в соответствии с которой хорошо согласуются с экспериментом.

Ключевые слова: Формообразование, капиллярные волны, роликовые структуры, конкуренция доменов.

Введение

Автоколебательные процессы в активных двумерных системах часто приводят к различным стационарным состояниям [1]. При этом стационарные режимы могут отличаться и ориентацией в пространстве. Хорошо изучены автоволны, возникающие в системах с диффузией и распределенным источником энергии [2], параметрически возбуждаемые системы, такие как, например, спиновые волны в ферромагнетике [3] и стоячие волны на поверхности жидкости (рябь Фарадея) [4]. Исследовались нестационарные пространственно-однородные режимы [5], модуляционная неустойчивость [6] и переход к хаосу дефектов [7]. Нестационарный режим распространения фронта параметрически возбуждаемой капиллярной ряби исследовался в работе [8], где показано, что скорость распространения фронта постоянна и при увеличении надкритичности приближается к групповой скорости свободных волн $V_{гр}$. Если процесс установления автоколебаний происходит в двумерной системе, то могут возникнуть области с различной пространственной ориентацией (домены), и они могут конкурировать между собой [9].

В жидкости большой вязкости нелинейные потери увеличиваются, возникает сильная конкуренция, поэтому на поверхности жидкости может существовать только

одна пара стоячих волн. При этом наблюдаются роликовые (линейчатые) структуры с различной ориентацией роликов [10]. Домены поля с различной ориентацией роликов в пространстве могут конкурировать друг с другом. Подобная ситуация для двух взаимодействующих доменов рассмотрена в работе [11]. Движение фронта, разделяющего домены, происходило равномерно и параллельно одной из границ прямоугольной кюветы, и задача по существу была одномерной. В работе [12] экспериментально исследована динамика двумерных роликовых доменов сложной формы, у которых подвижными границами являются несколько сторон. Показано, что в зависимости от начальных и граничных условий на краях кюветы возникают двумерные домены различной формы, а их динамика определяется движением их фронтов. Форма кюветы при этом была квадратной. В настоящей работе исследуется динамика роликовых доменов в кювете прямоугольной формы. От соотношения длин сторон прямоугольной кюветы качественно зависит поведение в системе. Границы многоугольных доменов при этом состоят из отрезков прямолинейных фронтов, которые расположены под различными углами друг к другу. При этом ролики в различных доменах были ориентированы перпендикулярно друг другу и параллельно разным границам кюветы.

1. Описание эксперимента

Эксперименты по исследованию динамики роликовых доменов при сильной конкуренции проводились подобно тому, как это было в работе [12]. В качестве экспериментальной жидкости использовалось силиконовое масло большой вязкости с параметрами: вязкость $\nu = 0.95 \text{ см}^2/\text{с}$ (примерно в 100 раз больше вязкости воды), плотность $\rho = 0.97 \text{ г/см}^3$ и коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 20 \text{ дин/см}$. Использовались прямоугольные кюветы, выполненные из оргстекла с размерами 23 см по длинной стороне и от 11 до 23 см по короткой. Кюветы помещались на стол вибростенда и совершали вертикальные вибрации под действием вибростенда TV2500 фирмы «TIRAvib», на который через усилитель подавался синусоидальный сигнал с кварцевого генератора ГЗ-110. При этом контролировалась амплитуда ускорений A , частота вынуждающей силы ($F \sim 41...81 \text{ Гц}$) и глубина жидкости ($L \sim 3.5...5.5 \text{ мм}$). Картины стоячих волн наблюдались в отраженном свете. Различные сценарии перехода к стационарному состоянию записывались на видеокамеру для компьютерной обработки, при этом каждый сценарий протекал при фиксированных параметрах A , F , L .

В качестве источника света использовалась лампа дневного света, расположенная на высоте 2 м над поверхностью жидкости. Заметим, что в процессе записи паттернов видеокамерой происходит усреднение изображения по периоду капиллярных волн, так что их пучностям соответствуют более яркие области, чем узлам. Обработка изображения проводилась так же, как в [13].

2. Результаты эксперимента

В момент включения вибростенда на стенках прямоугольной кюветы возникал тонкий пограничный слой, который служил начальным возмущением. Вблизи границ возникали области капиллярных стоячих волн, у которых границы параллельны стенкам кюветы. Фронты этих областей начинали двигаться к центру кюветы со скоростью $V_{\text{фр}}^0$.

Определяя положение фронтов капиллярных волн во времени, можно найти скорость движения фронтов. Выяснилось, что скорость постоянна во времени и при увеличении надкритичности стремится к групповой скорости свободных волн $V_{гр}$. Этот результат хорошо совпадает с результатами, приведенными в работе [8], где экспериментально исследовалось распространение кругового фронта для жидкости малой вязкости ($\nu = 0.04 \text{ см}^2/\text{с}$), и с аналогичными результатами по динамике доменов в кюветах квадратной формы.

В процессе конкуренции доменов могла возникнуть ситуация, когда в кювете остаются только два домена прямоугольной формы [11]. При этом скорость движения фронтов конкурирующих доменов $V_{фр}$ также растет с ростом надкритичности, но величина ее примерно на порядок меньше, чем скорость фронта возбуждения, который распространяется по области, где ряби еще нет $V_{фр} \sim V_{фр}^0/8$.

На рис. 1, *a* представлена двумерная структура поля после того, как фронты возбуждения дошли до центра кюветы, а их амплитуды выровнялись. Видно, что два из трех доменов треугольные, а третий по форме напоминает две трапеции, совмещенные меньшими сторонами. При уменьшении длины короткой стороны прямоугольной кюветы площади треугольных доменов уменьшались и были равны $S_{1,2} = a^2/4$, а площадь большого (трапецидального) домена была равна $S_0 = ba - a^2/2$, где a и b – длины короткой и длинной сторон кюветы. В углах прямоугольной кюветы видны зародыши вертикальных и горизонтальных доменных стенок. Экспериментально выяснилось, что диагональные доменные стенки устойчивы в центральной области кюветы и неустойчивы в углах.

Для нахождения основных сценариев, которые возникают при конкуренции доменов сложной формы в прямоугольных кюветах, мы проводили серии многократных экспериментов, отдельно для нескольких различных соотношений длин сторон прямоугольной кюветы.

В результате экспериментов обнаружено, что при включении внешнего сигнала наблюдаются различные сценарии в динамике конкурирующих доменов при неизменных параметрах системы. Домены при этом различались как формой их границ, так и характером изменения их площадей во времени. Два характерных сценария динамики доменов сложной формы в процессе конкуренции представлены на рис. 1. Сценарии представлены в виде последовательных картин поля капиллярных волн на поверхности жидкости в кювете прямоугольной формы ($f = 73 \text{ Гц}$, $h = 6 \text{ мм}$). Каждая последовательность картин поля представлена в виде шести кадров, расположенных в двух строках (1 и 2 строки представляют один сценарий, а 3 и 4 строки – другой).

На рис. 1 в первой и третьей строках слева изображена картина, с которой начинаются оба сценария. Выяснено, что все сценарии начинаются с одинаковой картины поля. Эта картина устанавливается после того, как фронты ряби после включения достигают середины кюветы и устанавливается двумерная роликовая структура.

Подобная картина изображена первой слева в верхнем ряду. На этой картине три домена, два из которых представляют собой прямоугольные треугольники. Гипотенузы этих треугольных доменов лежат на коротких сторонах прямоугольной кюветы, а катеты совпадают с диагоналями в углах кюветы и служат границами раздела между доменами. Третий домен с наибольшей площадью по форме напоминает фигуру с двумя трапециями, совмещенными верхними сторонами, а их основания

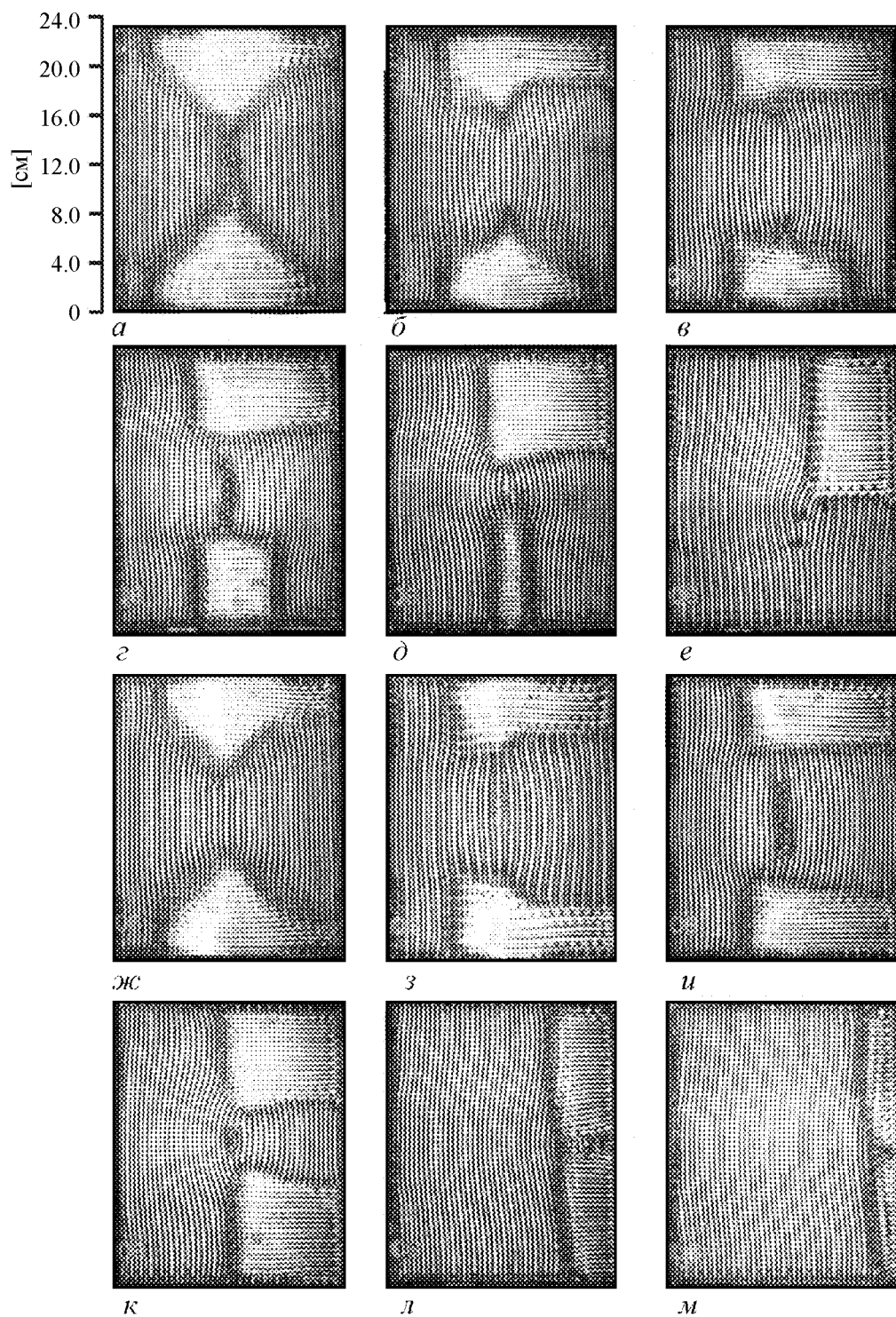


Рис. 1. Последовательная эволюция доменов в кювете 23×18 см

лежат на боковых длинных сторонах кюветы. Сравнивая картины поля в различных сценариях, можно видеть, что в углах кюветы начинают возникать фронты, расположенные перпендикулярно стенке и параллельно роликам другого домена. Далее эти фронты двигаются равномерно, при этом один край скользит вдоль границы раздела исходных треугольных доменов, а другой лежит на границе кюветы.

Такое движение фронтов, разделяющих домены с различной ориентацией роликов, приводит к тому, что треугольные домены плавно трансформируются в квадратные, а затем в прямоугольные (вторая строка) или сжимаются в линию. Так как каждый квадратный домен имеет две границы с перпендикулярным расположением роликов, а границы движутся параллельно роликам в одном домене и перпендикулярно роликам другого домена, то домен квадратной формы будет неустойчивым. Конкуренция на границе двух роликовых доменов исследована ранее в работе [11].

На границе доменов фронты продолжают двигаться равномерно со скоростью $V_{\text{фр}}$ вдоль каждой из сторон кюветы. В результате квадратные домены далее превращаются в прямоугольные, а площади непрерывно уменьшаются до нуля, и устанавливается однородная роликовая структура. Заметим, что при различных сценариях квадратные домены могут возникнуть в различных углах кюветы и однородная роликовая структура может иметь ориентацию вдоль одной из сторон кюветы. Нами измерена зависимость площадей конкурирующих доменов от времени после того, как сформировались домены треугольной формы. На рис. 2 представлены данные измерений зависимости площадей доменов от времени. Экспериментальные данные отмечены точками, сплошные линии соответствуют расчету по теоретической модели, предложенной далее, в разделе 3. Круглые точки соответствуют размеру кюветы (1×0.8) , а квадратные – (1×0.5) (длина большей стороны принята за единицу). На графике видно, что до момента образования домена квадратной формы верхний домен сложной формы имеет площадь неизменной и равной площади треугольного домена $\sim 0.25a^2$ (где a – длина короткой стороны). Нижний домен к этому моменту времени непрерывно уменьшается (первый сценарий – рис. 1, $a-e$).

На рис. 1, $ж-м$ (третья и четвертая строки) представлен другой сценарий, отличающийся тем, что после доменов треугольной формы возникают два симметричных квадратных домена, переходящие в

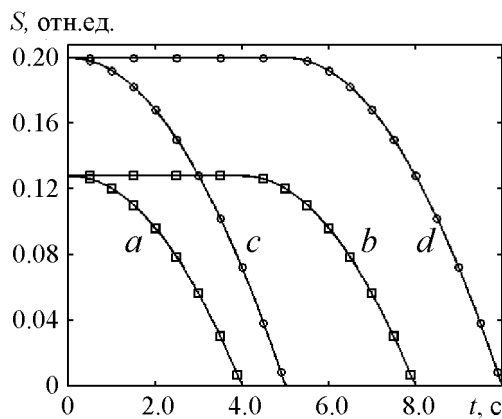


Рис. 2. Графики зависимости площадей доменов от времени в безразмерных единицах: a, b – нижний треугольный домен, c, d – верхний треугольный домен, соответствующие сценарию динамики доменов на рис. 1, $a-e$

уменьшающиеся прямоугольные домены. В результате измерений найдено 16 различных сценариев при конкуренции доменов, причем 7 основных, а остальные отличаются от них зеркальной или осевой симметрией. С ростом надкритичности увеличивается общая скорость движения фронтов, так как при этом возрастает скорость движения фронтов конкурирующих доменов, а сценарии в динамике фронтов не изменяются. При изменении соотношения длин сторон кюветы сценарии качественно повторяются, а изменяются лишь относительные площади треугольных доменов (см.рис. 2).

При равенстве длин сторон кюветы (квадратная кювета) в сценариях динамики доменов наступает вырождение и часть сценариев не реализуется, и почти всегда существуют не три, а четыре домена.

3. Обсуждение результатов эксперимента

На основе экспериментальных данных о динамике доменов сложной формы можно сделать вывод, что основные свойства в поведении доменов состоят в следующем.

1. Процесс динамики доменов начинается с возникновением трех доменов, два из которых треугольные и их основания совпадают с короткими границами кюветы.
2. Границы роликовых доменов, расположенные по диагоналям углов, неустойчивы к возникновению фронтов доменов, параллельных роликам в одном домене и перпендикулярных роликам в другом домене.
3. Возникающие фронты движутся с постоянной скоростью, причем один край фронта скользит вдоль границы кюветы, а другой вдоль диагональной границы, уменьшая при этом ее длину.

Учитывая эти экспериментальные данные, можно построить теоретическую модель, которая может позволить описать динамику двумерных доменов сложной формы, начиная с момента образования доменов треугольной формы. Из известных экспериментов с жидкостью большой вязкости выяснено, что влияние твердых границ приводит к тому, что ролики вблизи границы с течением времени стремятся принять положение параллельно или перпендикулярно ей [10]. Так как диагональная граница симметрична по отношению к близлежащим роликовым доменам, она остается устойчивой в центре кюветы. Диагональная граница вблизи стенок кюветы оказывается неустойчивой по отношению к возникновению фронта, параллельного роликам в одном из доменов, а при такой ориентации роликов фронт будет двигаться с максимальной скоростью.

Предположим, что с точностью по времени, равной нескольким периодам внешней силы, во всех углах кюветы возникли фронты, параллельные роликам либо в одном, либо в другом домене. То, параллельно какому из доменов возникнет этот фронт в каждом из углов кюветы, определяет, какой сценарий конкуренции доменов будет реализован в эксперименте, а выбор одной из двух возможных ориентаций случаен в каждом из 4-х углов. Далее возникшие фронты будут двигаться равномерно, как описано в п. 3, и такое движение фронтов полностью определяет динамику возникших двумерных доменов сложной формы.

Два возможных сценария в динамике доменов сложной формы, построенные в рамках сделанных исходных предположений, показаны на рис. 3, *a-e* (первый сценарий), *ж-м* (второй сценарий), последовательные картины представлены через одинаковые интервалы времени.

Рассмотрим в качестве примера один из возможных сценариев в процессе динамики доменов сложной формы. Пусть у нас возникли четыре новых коротких фронта (рис. 3, *ж*) – два вертикальных на нижнем треугольном домене и один вертикальный, а другой горизонтальный на верхнем треугольном домене. Тогда с те-

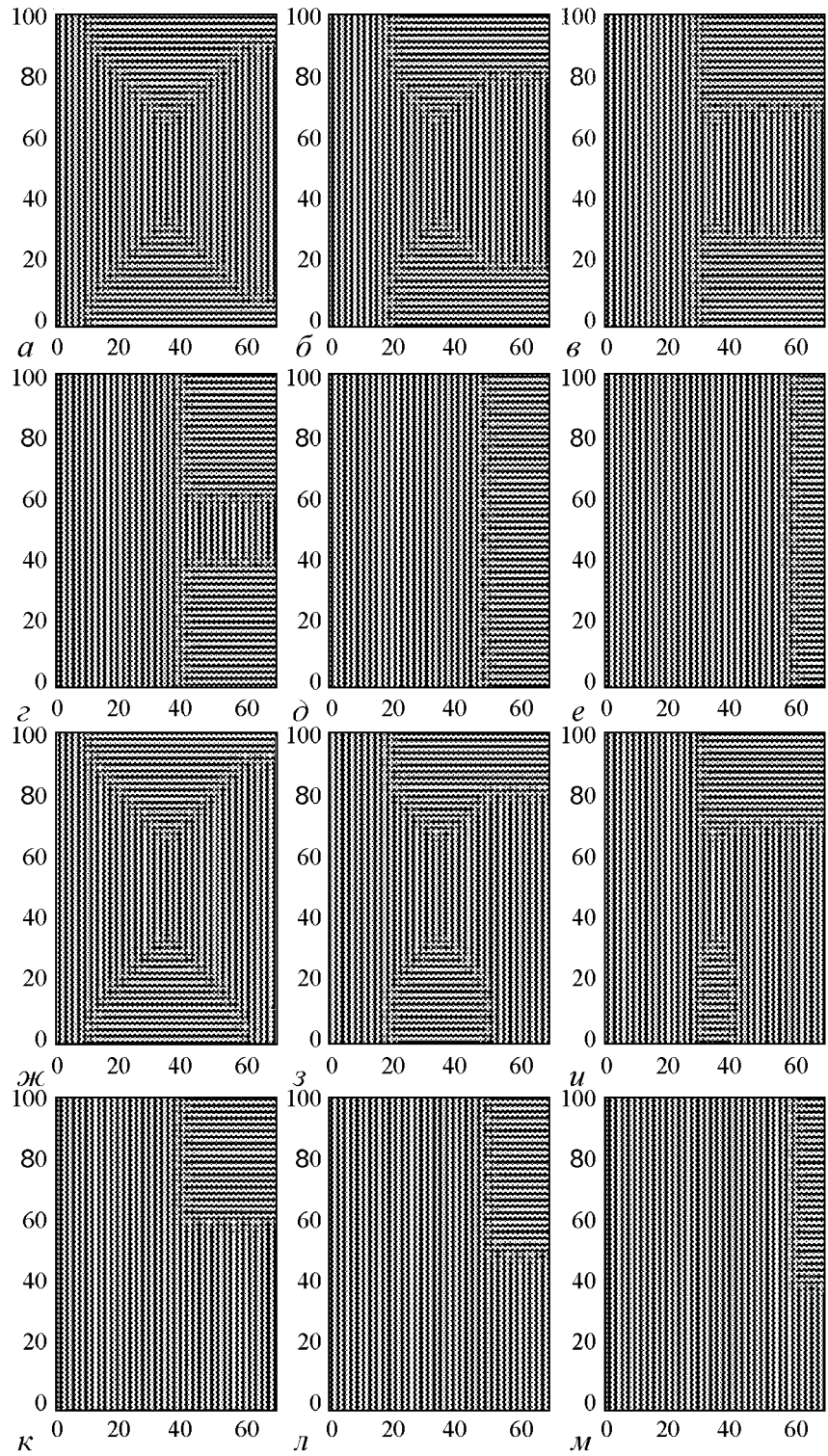


Рис. 3. Последовательные картины поля, полученные при компьютерном моделировании динамики доменов для двух ($a-e$, $ж-м$) из 16 возможных сценариев

чением времени верхний домен будет изменять свою форму так, что он будет превращаться в квадратный, оставаясь неизменным по площади (рис. 3, з-и). Затем он будет превращаться в домен прямоугольной формы, а площадь его будет непрерывно уменьшаться до нуля (рис. 3, к-м). Площадь нижнего домена будет непрерывно уменьшаться до нуля.

На основании сделанных выше предположений, основанных на результатах экспериментов о движении доменных стенок, можно предложить простые феноменологические уравнения. Для рассмотренного выше сценария это будут уравнения для четырех доменных стенок. Так как доменные стенки представляют собой отрезки прямых линий, то для описания их движения достаточно записать уравнения для изменения координат их концов. Обозначим координаты концов доменных стенок таким образом, что нижний индекс обозначает координату одного или другого конца доменной стенки, а верхний индекс обозначает номер доменной стенки по порядку. Пусть левая и правая нижние вертикальные доменные стенки имеют номера 1 и 2, соответственно, горизонтальная доменная стенка, расположенная в правом верхнем углу, имеет номер 3, а вертикальная – номер 4. Запишем уравнения для координат концов первой доменной стенки (x_1^1, y_1^1 – координаты нижнего конца, x_2^1, y_2^1 – координаты верхнего конца)

$$\frac{dx_1^1}{dt} = V_{\text{фр}}, \quad \frac{dx_2^1}{dt} = V_{\text{фр}}, \quad \frac{dy_1^1}{dt} = 0, \quad \frac{dy_2^1}{dt} = V_{\text{фр}};$$

решения с учетом начальных условий

$$x_1^1 = x_2^1 = V_{\text{фр}} t, \quad y_1^1 = \text{const} = 0, \quad y_2^1 = V_{\text{фр}} t, \quad \text{при } t \in \left[0, \frac{a}{2V_{\text{фр}}}\right].$$

Уравнения для второй доменной стенки

$$\frac{dx_1^2}{dt} = \frac{dx_2^2}{dt} = -V_{\text{фр}}, \quad \frac{dy_1^2}{dt} = 0, \quad \frac{dy_2^2}{dt} = V_{\text{фр}};$$

решения с учетом начальных условий

$$x_1^2 = x_2^2 = a - V_{\text{фр}} t, \quad y_1^2 = \text{const} = 0, \quad y_2^2 = V_{\text{фр}} t, \quad \text{при } t \in \left[0, \frac{a}{2V_{\text{фр}}}\right],$$

где a – длина короткой стороны кюветы.

Уравнения для третьей доменной стенки (левый конец с координатами x_1^3, y_1^3)

$$\frac{dx_1^3}{dt} = -V_{\text{фр}}; \quad \frac{dx_2^3}{dt} = 0, \quad \frac{dy_1^3}{dt} = \frac{dy_2^3}{dt} = -V_{\text{фр}};$$

решения с учетом начальных условий

$$x_1^3 = a - V_{\text{фр}} t, \quad x_2^3 = \text{const} = 0, \quad y_1^3 = y_2^3 = b - V_{\text{фр}} t, \quad t \in \left[0, \frac{a}{2V_{\text{фр}}}\right],$$

где a – длина короткой и b – длинной стороны кюветы.

Уравнения для четвертой доменной стенки (нижний конец с координатами x_1^4, y_1^4)

$$\frac{dx_1^4}{dt} = \frac{dx_2^4}{dt} = V_{\text{фр}}, \quad \frac{dy_1^4}{dt} = -V_{\text{фр}}, \quad \frac{dy_2^4}{dt} = 0;$$

решения с учетом начальных условий

$$x_1^4 = x_2^4 = V_{\text{фр}} t, \quad y_1^4 = b - V_{\text{фр}} t, \quad y_2^4 = \text{const} = 0, \quad \text{при } t \in \left[0, \frac{a}{2V_{\text{фр}}}\right].$$

В момент времени $t = a/2V_{\text{фр}}$ 1-я и 2-я стенка аннигилируют (рис. 3, κ), а 3-я и 4-я доменные стенки встречаются точками x_1^3, y_1^3 и x_1^4, y_1^4 ; динамика оставшегося прямоугольного домена описывается движением этой общей точки

$$\frac{dx_1^{3,4}}{dt} = V_{\text{фр}}, \quad \frac{dy_1^{3,4}}{dt} = -V_{\text{фр}};$$

решения с учетом начальных условий

$$x_1^{3,4} = a/2 + V_{\text{фр}} t, \quad y_1^{3,4} = b - a/2 - V_{\text{фр}} t, \quad \text{при } t \in \left[\frac{a}{2V_{\text{фр}}}, \frac{a}{V_{\text{фр}}}\right].$$

Движения концов стенок, находящихся на границе кюветы, тривиальны. В момент времени $t = a/V_{\text{фр}}$ точка $x_1^{3,4}, y_1^{3,4}$ аннигилирует на правой длинной стороне кюветы, и в системе устанавливается стационарное состояние в виде роликов, параллельных стороне b . Используя полученные решения, можно вычислить зависимость площадей доменов от времени

$$S_1 = 0,25 a^2 - V_{\text{фр}}^2 t^2, \quad t \in [0, t_1],$$

$$S_2 = \begin{cases} 0,25 a^2, & t \in [0, t_1], \\ 0,25 a^2 - V_{\text{фр}}^2 t^2, & t \in [t_1, 2t_1], \end{cases}$$

где t – текущее время, a – длина короткой стороны кюветы, $t_1 = 0.5a/V_{\text{фр}}$. На рис. 2 представлены графики зависимости площади доменов от времени в безразмерных единицах. Расчет по формулам представлен сплошными линиями, а точки соответствуют экспериментальным данным для двух величин соотношения длин сторон прямоугольной кюветы при величине надкритичности $\varepsilon = 0.043$, глубине жидкости в мм и частоте внешней силы 73 Гц. В обоих случаях скорость фронта бралась из данных эксперимента.

Видно, что найденная в эксперименте зависимость площади доменов от времени с точностью до ошибки измерения близка к квадратичной и хорошо согласуется с вычисленной в рамках предложенной модели.

Заключение

Экспериментально исследована динамика роликовых доменов, которые возникают на поверхности жидкости большой вязкости при параметрическом возбуждении капиллярных волн. Установлено, что в зависимости от граничных и начальных

условий на краях кюветы возникают двумерные домены различной формы, а динамика доменов определяется движением их фронтов, при этом наблюдалось 16 различных сценариев перехода к одному из двух устойчивых состояний в виде прямых роликов, параллельных одной из сторон кюветы. Выбор сценария зависит от ориентации возникающих фронтов доменных стенок в углах кюветы. По-видимому, это связано с тем, что в углах кюветы жидкость на стенках образует мениски и при вибрациях кюветы возникают разные начальные условия для возникновения доменных стенок. Было также замечено, что частота появления разных сценариев была различна, что требует дальнейших исследований.

Измерены зависимости площади доменов от времени для различных соотношений длин сторон прямоугольной кюветы и различных надкритичностей. Предложена модель наблюдаемого явления, численные расчеты в соответствии с которой хорошо согласуются с экспериментом.

Библиографический список

1. *Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г.* Автоволновые процессы. М.: Наука, 1987.
2. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
3. *Львов В.С.* Нелинейные спиновые волны. М.: Наука, 1987.
4. Физика и техника мощного ультразвука. Т. 3 / Под ред. Л.Д. Розенберга. М.: Наука, 1970.
5. *Захаров В.Е., Львов В.С., Мушер С.Л.* О нестационарном поведении системы параметрически возбужденных спиновых волн // Физика твердого тела. 1972. Ш4. С. 2913.
6. *Езерский А.Б., Рабинович М.И., Реутов В.П., Старобинец И.М.* Пространственно-временной хаос при параметрическом возбуждении капиллярной ряби // ЖЭТФ. 1986. Т. 91, вып. 6, № 12. С. 2070.
7. *Ezersky A.B., Nazarovsky A.V., Kiyashko S.V.* Bound states of topological defects in parametrically excited capillary ripples // Physica D. 2001. Vol. 152–153. P. 310.
8. *Матусов П.А., Цимринг Л.Ш.* Распространение фронта параметрически возбуждаемой капиллярной ряби // Препринт № 225, Горький, ИПФ АН, 1988.
9. *Ezersky A.B., Kiyashko S.V., Matusov P.A., Rabinovich M.I.* Domain, domain walls and dislocations in capillary ripples // Europhys. Lett. 1994. Vol. 26, № 3. P. 183.
10. *Kiyashko S.V., Korzinov L.N., Rabinovich M.I., Tsimring L.S.* Rotating spirals in a Faraday experiment // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54, № 5. P. 5037.
11. *Афенченко В.О., Кияшко С.В., Пискунова Л.В.* Движение фронта при конкуренции роликовых доменов параметрически связанных волн // Изв. РАН. Сер. Физ. 2004. Т. 68, № 12. С. 1771.
12. *Кияшко С.В.* Динамика роликовых доменов параметрически возбуждаемых капиллярных волн // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. LI, № 4. С. 359.
13. *Кияшко С.В., Назаровский А.В.* Структуры при параметрическом возбуждении капиллярной ряби в слое с периодической неоднородностью глубины // Изв. РАН. Сер. Физ. 2000. Т. 64, № 12. С. 2405.

Институт прикладной физики РАН

*Поступила в редакцию
После доработки*

*21.06.2013
11.11.2013*

DYNAMICS OF ROLLER DOMAINS AT PARAMETRIC EXCITATION OF CAPILLARY WAVES IN RECTANGULAR GEOMETRY BOUNDARY

S. V. Kiyashko, V. O. Afenchenko, A. V. Nazarovsky

The work presents the results of experimental investigation of roller domains parametrically excited by the capillary waves. Domains rollers were oriented parallel to the different borders of the rectangular cell and perpendicular to each other. Found that depending on the initial and boundary conditions on the edges of the cell can emerge two-dimensional domains of different forms. The dynamics of the domain is determined by the movement of their fronts. A model is proposed to explain the observed phenomena, numerical calculations by which agree well with experiment.

Keywords: Pattern formation, capillary waves, roller structure, competition of domains.



Кияшко Сергей Васильевич – родился в 1942 году, окончил Горьковский государственный университет (1969). После окончания ГГУ работает в Институте прикладной физики РАН, в настоящее время – ведущим научным сотрудником. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (НИРФИ, 1980) и доктора физико-математических наук по специальности механика жидкости и плазмы (2004). Область научных интересов – теоретическое и экспериментальное исследование динамики волновых процессов в нелинейных средах с неустойчивостью. Опубликовал более 50 статей в отечественных и иностранных журналах.

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46
Институт прикладной физики Российской академии наук
E-mail: kiyashko@appl.sci-nnov.ru



Афенченко Владимир Олегович – родился в 1973 году, окончил Нижегородский государственный университет (1995) по специальности радиофизика. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (НГТУ, 2002). В настоящее время – научный сотрудник Института прикладной физики РАН. Область научных интересов – волновые процессы, структурообразование в неравновесных средах, динамика вязкой жидкости. Имеет более 30 публикаций в отечественных и иностранных журналах.

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46
Институт прикладной физики Российской академии наук
E-mail: afen@appl.sci-nnov.ru



Назаровский Александр Владимирович – родился в 1974 году. Окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (1998). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. В настоящее время – младший научный сотрудник Института прикладной физики РАН. Область научных интересов – волновые процессы, хаос и формирование структур в неравновесных средах. Имеет более 30 публикаций в отечественных и иностранных журналах.

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46
Институт прикладной физики Российской академии наук
E-mail: nazarovskiy@appl.sci-nnov.ru



РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ САМООРГАНИЗОВАННО-КРИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МАННЫ

А. В. Подлазов

В работе представлено полное решение модели Манны – двумерной консервативной модели типа кучи песка с изотропными в среднем правилами передачи песчинок. Показатели распределений лавин по основным характеристикам (размер, площадь, периметр, длительность, кратность опрокидывания) определены для этой модели как аналитически, так и численно. Предлагаемое решение основывается на пространственно-временной декомпозиции лавин, описываемых посредством слоев и волн опрокидывания, а также – на разделении движения песчинок на направленное и ненаправленное. Первый процесс может интерпретироваться в терминах динамики активных частиц, для которых описываются некоторые физические свойства.

Ключевые слова: Самоорганизованная критичность, масштабная инвариантность, степенные распределения, конечно-размерный скейлинг, модели кучи песка, модель Манны, слои опрокидывания, волны опрокидывания

Введение

Важнейшим признаком сложного поведения является *масштабная инвариантность*, то есть отсутствие у описывающих его величин собственных характерных значений. Возникновение масштабно-инвариантных свойств у открытых нелинейных систем обычно связано их самоорганизацией в критическое состояние [1, 2]. В работе изучается модель Манны [3] – двумерная изотропная консервативная самоорганизованно-критическая модель типа кучи песка. Используется четырехчастичный вариант правил данной модели, предложенный в работе [4] (в разных вариантах правил свойства этой модели одинаковы, но выбранный вариант наиболее удобен для сравнения с другими моделями типа кучи песка).

Целью исследования модели является аналитическое и численное определение показателей степенных распределений, которым подчиняются происходящие в ней события. Основой для этого служит декомпозиция их динамики как в пространственно-временном (область и развитие лавины описываются в терминах слоев и волн опрокидывания), так и в симметричном отношении (производится разделение

движения на направленную и ненаправленную компоненты, описываемые соответственно в терминах активных и обычных частиц). Возникающий при этом простой и удобный понятийный аппарат тоже следует рассматривать как важный результат работы.

Правила модели. Модель Манни представляет собой двумерную ортогональную решетку размера $L \times L$, в ячейках которой находятся целые числа. Эти числа традиционно интерпретируются как количество *песчинок*.

Если число в ячейке превышает установленный порог, она объявляется неустойчивой и *опрокидывается*. При этом из нее изымаются 4 песчинки, каждая из которых передается одной из ячеек, имеющей с данной общую сторону (если ячейка находится на краю решетки, то передаваемые за него песчинки необратимо теряются). Выбор новой ячейки для каждой песчинки осуществляется случайным образом (правила изотропны). При наличии нескольких неустойчивых ячеек они опрокидываются одновременно – в ходе одного *шага времени*.

Элементарное событие, в результате которого система переходит от одного устойчивого состояния к другому, инициируется добавлением песчинки в одну из ячеек. Алгоритм ее выбора не влияет на свойства модели. В настоящей работе для добавления инициирующей песчинки случайным образом выбирается одна из четырех центральных ячеек решетки (L – четное число).

Если в результате добавления песчинки ячейка теряет устойчивость, то песчинки, переданные при ее опрокидывании соседкам, могут нарушить их устойчивость и т.д. Цепная реакция опрокидываний, продолжающаяся до тех пор, пока в системе сохраняются неустойчивые ячейки, называется *лавиной*.

Далее рассматриваются следующие основные характеристики лавины:

- *размер* (количество произошедших опрокидываний) N ;
- *площадь* (число опрокинутых ячеек) S ;
- *периметр* (число ячеек, получивших песчинку, но не опрокинутых, включая песчинки, выпавшие за край решетки) C ;
- *длительность* (число шагов времени) T .

Кроме того, рассматриваются две производные характеристики:

- *кратность опрокидывания* (средняя) $M = N/S$;
- *радиус области лавины* (характерная линейная протяженность) $R \sim \sqrt{S}$.

Независимо от начального состояния системы после некоторого количества событий она приходит в критическое состояние, в котором происходящие процессы являются масштабно-инвариантными, а все перечисленные характеристики лавин подчиняются степенным распределениям с плотностью вероятности вида

$$u(x) \sim x^{-(1+\alpha)}, \quad (1)$$

где α – *характеристический показатель*.

Целью работы является определение значений α для всех характеристик лавины, то есть полное решение модели.

О решении критических моделей. Для критических систем достаточно типична ситуация, когда разные по своим правилам модели обладают одним и тем же набором показателей. В этом случае говорят, что эти модели относятся к одному и тому же *классу универсальности*.

Наряду с моделью Манны [3] в теории самоорганизованной критичности известны две родственные ей (и хронологически более ранние) модели типа кучи песка. Первая из них – модель Бака–Танга–Визенфельда (БТВ) [1], единственное отличие которой от модели Манны состоит в том, что песчинки из опрокинувшейся ячейки распределяются между ее соседками не случайно, а строго поровну. Вторая – модель Жанга [5], которая оперирует нецелыми числами, что позволят при опрокидывании неустойчивой ячейки поровну поделить между ее соседками всё ее содержимое (а не фиксированную величину). По аналогии с моделью Жанга возможно рассмотрение модификации модели Манны, в которой из опрокинувшейся ячейки изымаются и передаются соседкам все имеющиеся там песчинки. Однако эта модификация попадает в тот же класс универсальности, что и исходная модель, и потому самостоятельного интереса не представляет.

На сегодняшний день достоверно не известно, относятся ли модели Манны и Жанга к одному или к разным классам универсальности. Но даже если эти классы различны, точно установлено, что модель БТВ не принадлежит ни к одному из них [4, 6, 7], хотя её правила подчиняются тем же симметриям и законам сохранения, что и правила двух других моделей. Данное обстоятельство ставит крест на применимости для теоретического решения таких моделей перенормировочных методов, неплохо зарекомендовавших себя при изучении обычных критических явлений. Так, использование блочного преобразования в работах [8, 9] вылилось в ошибочное отнесение к одному классу универсальности моделей БТВ и Манны, а использование метода динамической ренормгруппы в работах [10, 11] – моделей БТВ и Жанга.

К настоящему моменту теоретическое решение имеют только три двумерных модели типа кучи песка: детерминированная направленная модель Дхара–Рамасвами [12], которая была решена еще ее авторами; ее стохастический аналог – модель Пастор-Саторраса–Веспигнани [13], которая была решена в работах [14, 15], и дискретная модель Федеров [16], решенная в работе [17] на основе представлений о спонтанной анизотропии. В отличие от всех перечисленных моделей, рассматриваемая в настоящей работе модель Манны обладает изотропной динамикой, что требует существенно иных подходов.

Решение самоорганизованно-критической модели непосредственно на основе её правил является нетривиальной задачей, для которой нет общих алгоритмов. Ключом здесь служит формулировка *промежуточной модели*, описывающей коллективную динамику для исходной и тем самым позволяющей устанавливать количественную связь между различными характеристиками лавин, что существенно упрощает анализ распределений вероятности.

В данной работе предлагается и исследуется такая промежуточная модель. Следует особо отметить, что она не выводится из правил модели Манны, а основывается на общем представлении о геометрии и динамике возникающих в ней лавин, в свою очередь, опирающемся на физическую интуицию и компьютерное моделирование. То же самое можно сказать и про степенной вид распределений, который прямо не следует ни из исходной, ни из промежуточной моделей. Подтверждением правильности таких теоретических построений в общем случае может быть только соответствие полученных значений показателей результатам компьютерного моделирования. Поэтому в работе уделено особое внимание анализу его результатов.

Заметим, что попытки интенсивного компьютерного исследования модели Манны предпринимались ранее и другими авторами. В частности, в работах

[18–20] некоторые показатели были определены с погрешностью достаточно низкой для того, чтобы стало возможным угадывание их точных значений, которые выражаются дробями со сравнительно небольшими числителем и знаменателем.

Кроме того, в работе [21] был предложен способ аналитического определения показателя α_T посредством описания динамики числа неустойчивых ячеек как случайного блуждания, которое предполагается несмещенным, некоррелированным и независимым от времени. Однако это предположение – нетривиально, поскольку, например, для модели БТВ оно просто не выполняется. Для модели Манна в обсуждаемой работе оно проверялось только численно, но не было обосновано теоретически, так что полученный результат можно считать аналитическим лишь с серьезными оговорками. Тем не менее, он показывает один из потенциальных путей получения частичного решения данной модели, если используемые свойства блуждания будут объяснены.

В настоящей работе избран иной путь, основанный на построении промежуточной модели и анализе зависимостей между различными характеристиками лавин. Для предлагаемого решения среди них ключевыми оказываются средняя кратность опрокидывания M и периметр области лавины C , которые другими авторами, как правило, вообще не рассматриваются. Внимание обычно уделяется более традиционным характеристикам, таким как размер лавины N , ее площадь S и длительность T , ограничиваясь которыми, получить решение не удастся.

О степенных распределениях. Формула (1) является математической идеализацией и применима только в промежуточной асимптотике. Более адекватной реальности является запись

$$u(x) = x^{-(1+\alpha)} h(x/x_1), \quad (2)$$

где функция $h(\xi)$ примерно постоянна при $\xi \ll 1$ и убывает быстрее любой степени аргумента при $\xi \rightarrow \infty$ [17, 22].

Ограничение диапазона степенной статистики значением x_1 обусловлено конечностью размеров системы, не позволяющей ей порождать сколь угодно крупные события. В силу масштабной инвариантности критического состояния для величин, подчиняющихся распределению (2), характерный размер события x_1 , крупного настолько, что оно уже не помещается в систему размера L , масштабируется как некоторая его степень

$$x_1 \sim L^\nu. \quad (3)$$

Сочетание формул (2) и (3) позволяет определить скейлинговое поведение и для среднего размера события

$$\langle x \rangle = \int x u(x) dx \sim L^\sigma, \quad (4)$$

где $\sigma = \nu(1 - \alpha)$.

Для некоторых характеристик лавины *скейлинговые показатели* ν и σ можно установить из общих соображений. Для рассматриваемой модели это удастся сделать в двух случаях.

Во-первых, площадь области лавины, очевидно, ограничена площадью решетки, то есть

$$S_1 \sim L^2 \quad \text{или} \quad \nu_S = 2. \quad (5)$$

Во-вторых, движение каждой отдельно взятой песчинки по решетке представляет собой случайное блуждание. Чтобы покинуть решетку, добравшись от ее середины до края, песчинке надо пройти дистанцию порядка L ячеек, что требует порядка L^2 шагов. Это объясняется тем, что каждая лавина начинается добавлением одной песчинки в систему, и покидать ее в стационарном состоянии будет в среднем одна песчинка. Таким образом,

$$\langle N \rangle \sim L^2 \quad \text{или} \quad \sigma_N = 2. \quad (6)$$

Ситуация, когда скейлинговые показатели, определяемые непосредственно на основе правил, относятся к разным характеристикам лавины, является типичной. Поэтому для теоретического исследования самоорганизованно-критических моделей принципиально важен учет не только статистических свойств отдельных характеристик лавины, но и их взаимосвязи. При одновременном рассмотрении для одной и той же лавины двух характеристик x и y зависимость между ними можно записать в виде

$$y \sim x^{\gamma_{yx}}. \quad (7)$$

Воспользовавшись формулой преобразования вероятностей $u_x(x)dx = u_y(y)dy$, получаем соотношение для характеристических показателей

$$\gamma_{yx} = \alpha_x / \alpha_y. \quad (8)$$

С другой стороны, записав связь между размерами крупных событий $y_1 \sim x_1^{\gamma_{yx}}$, получаем соотношение и для скейлинговых показателей

$$\gamma_{yx} = \nu_y / \nu_x. \quad (9)$$

1. Геометрия области лавины

Первый элемент предлагаемой промежуточной модели – описание взаимного расположения ячеек, совершивших определенное количество опрокидываний в ходе лавины.

1.1. Слои опрокидывания. Область лавины представляется как последовательность *слоев*, внутри которых кратность опрокидывания одинакова (рис. 1). Для модели БТВ, правила которой строго детерминированы, такое описание было бы строгим [23]. Однако для модели Манна, в силу случайного характера раздачи песчинок при опрокидывании ячеек, оно является лишь приближением. Тем не менее, поскольку основанные на нем расчеты находятся в прекрасном согласии с результатами моделирования, будем считать точность такого приближения удовлетворительной.

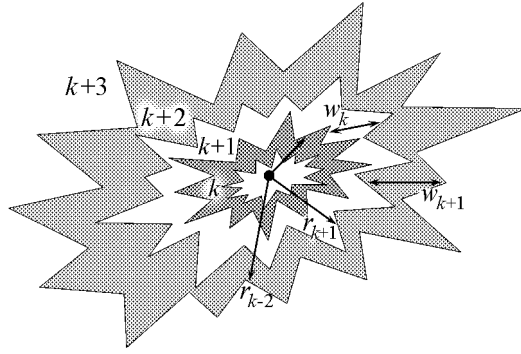


Рис. 1. Схематичное представление слоев опрокидывания. Увеличение номера слоя соответствует уменьшению кратности опрокидывания. Изрезанность границ слоев обеспечивает возрастание их ширины вместе с радиусом (в случае гладкой границы слои имели бы постоянную ширину)

ный радиус области лавины дается степенной зависимостью

$$R \sim m^\gamma \sim M^\gamma \quad (10)$$

(появление в этой и последующих формулах средней кратности опрокидывания M пояснено ниже). Поскольку показатель γ , связывающий радиус и кратность, фигурирует далее во многих формулах, для удобства будем опускать у него индексы, сохраняя их для всех прочих показателей связи.

Чтобы описать слои, сделаем еще одно важное допущение относительно динамики лавины. Предположим, что при появлении новых слоев границы уже имеющих не испытывают систематического смещения в какую-либо сторону, подвергаясь лишь флуктуациям. Это предположение является очень сильным и неочевидным. Будучи справедливым для модели Манни, оно не выполняется для модели БТВ. И хотя причины, обуславливающее данное фундаментальное различие между моделями, удалось теоретически объяснить [7], окончательным подтверждением сформулированного предположения, по всей видимости, можно считать только совпадение результатов проведенного на его основе теоретического анализа и компьютерного эксперимента.

Опираясь на сделанное предположение, запишем для характерной величины внешнего радиуса k -го слоя выражение

$$r_k \sim k^\gamma, \quad (11)$$

превращающееся в частном случае $k = m$ в зависимость (10). Поскольку очевидно, $r_0 = 0$, для удобства выкладок далее формально будет использоваться и нулевой слой, не содержащий ячеек.

Характерная ширина k -го слоя

$$w_k \cong \frac{dr_k}{dk} \sim k^{\gamma-1} \sim r_k^{1-1/\gamma}, \quad (12)$$

а его площадь

$$s_k \sim r_k w_k \sim k^{2\gamma-1} \sim r_k^{2-1/\gamma}.$$

Нумеровать слои области лавины будем из ее глубины наружу, начиная с единицы. То есть, если в данный момент времени максимальная кратность опрокидывания для рассматриваемой лавины равна m , то она состоит из слоев с номерами $1 \leq k \leq m$, на которых произошло $(m + 1 - k)$ опрокидываний. Здесь и далее большими буквами станем обозначать характеристики лавины, относящиеся ко всей ее области, а соответствующими малыми буквами с индексом k – значения этих характеристик для k -го слоя.

В силу масштабной инвариантности критического состояния характерный радиус области лавины дается степенной зависимостью

Суммированием по слоям лавины находим ее размер

$$N = \sum_{k=0}^m (m+1-k) s_k \sim m^{2\gamma+1} \sim M^{2\gamma+1} \quad (13)$$

и площадь затронутой ею области

$$S = \sum_{k=0}^m s_k \sim m^{2\gamma} \sim M^{2\gamma}. \quad (14)$$

Из формул (13) и (14) получаем

$$M = N/S \sim m.$$

Поэтому здесь, ранее и далее при проведении выкладок с точностью до коэффициента мы не различаем среднюю M и максимальную m кратности опрокидывания, называя их обе просто кратностью опрокидывания.

1.2. Распределение лавин по кратности опрокидывания. Предположения о пространственной структуре лавины и общего анализа правил модели оказываются достаточными для определения показателя распределения лавин по кратности опрокидывания α_M .

Для этого сначала выразим его через показатель распределения лавин по размеру, применив соотношение (8) к формуле (13),

$$\alpha_M = (2\gamma + 1) \alpha_N.$$

Сочетание формул (13) и (14) дает связь между характеристиками лавины

$$S^{2\gamma+1} \sim N^{2\gamma},$$

которая, в силу соотношения (9), приводит к выражению

$$2\gamma v_N = (2\gamma + 1) v_S.$$

Запишем показатель для среднего размера лавины (4)

$$\sigma_N = v_N(1 - \alpha_N) = v_S \frac{2\gamma + 1}{2\gamma} \left(1 - \frac{\alpha_M}{2\gamma + 1}\right) = v_S \left(1 + \frac{1 - \alpha_M}{2\gamma}\right).$$

Отсюда, с учетом равенства $\sigma_N = v_S$ (см. формулы (5) и (6)), находим

$$\alpha_M = 1. \quad (15)$$

1.3. Структура границ слоев. Для полного описания слоев необходимо рассмотреть не только их взаиморасположение, но и геометрию их границ.

Определим *периметр* слоя как длину его внешней границы. Она не является гладкой линией, образуя складки, соизмеримые по размеру с шириной слоя (12) (см. рис. 1). Поэтому его периметр не пропорционален радиусу (11). Назовем *фронтом* слоя усредненное положение его внешней границы. Поскольку усреднение сглаживает ее складки, длину фронта уже можно считать пропорциональной радиусу слоя.

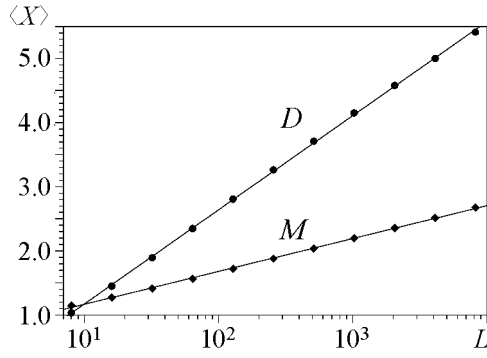


Рис. 2. Средние глубина лавины и кратность опрокидывания. Логарифмическая зависимость от L средних значений этих характеристик подтверждает для них тривиальное единичное значение показателя, найденное на основе общих соображений о пространственной структуре лавины. Прямыми линиями показаны аппроксимации экспериментальных зависимостей

Количество складок границы определяется длиной фронта, что позволяет записать для периметра выражение

$$c_k \sim r_k w_k \sim s_k \sim k^{2\gamma-1} \sim r_k^{2-1/\gamma}. \quad (16)$$

В частности, периметр области лавины равен периметру ее внешнего слоя

$$C = c_m \sim m^{2\gamma-1} \sim M^{2\gamma-1} \sim R^{2-1/\gamma}. \quad (17)$$

Наглядное представление о фрактальных свойствах границы дает величина, которую можно назвать *глубиной* области лавины

$$D = S/C.$$

Если бы граница области лавины была гладкой линией, глубина была бы пропорциональна радиусу. Однако, как следует из формул (14) и (17),

$$D \sim M. \quad (18)$$

Соответственно, $\alpha_D = \alpha_M = 1$. Соотношение (4) дает значение $\sigma = 0$ при $\alpha = 1$, то есть следует ожидать не степенного, а лишь логарифмического увеличения средних значений кратности и глубины с ростом размера решетки, что подтверждается результатами моделирования, приведенными на рис. 2.

Обратим внимание именно на линейную зависимость $\langle D \rangle$ и $\langle M \rangle$ от $\log L$ для модели Манна, означающую отсутствие каких-либо неучтенных логарифмических поправок к используемым формулам. Поправки такого рода, несомненно, должны возникать в модели БТВ, для которой средняя кратность опрокидывания, как показывают результаты моделирования, растет медленнее логарифма размера системы. А формула (18) для модели БТВ, принадлежащей к другому классу универсальности, не выполняется, вследствие чего средняя глубина области лавины для этой модели дается некоторой степенью размера решетки меньшей единицы (возможно, тоже с логарифмическими поправками).

2. Динамика лавины

Второй элемент промежуточной модели – описание процесса формирования слоев и введение представления об ответственных за него активных частицах.

2.1. Физика активных частиц. Внутри слоя ячейки (в среднем) отдают соседям и получают от них одно и то же число песчинок. Однако на границе слоев этот баланс нарушается, так как ячейки внутреннего слоя отдают больше, чем получают от ячеек внешнего. То есть, количество песчинок, передаваемых слоем вовне, определяется его периметром (16), в каждой точке которого происходит передача песчинки.

Введем понятие *активных частиц*, под которыми будем понимать песчинки, которые в ходе лавины покидают слой без компенсации. Количество активных частиц на k -м слое равно разнице числа отданных наружу и полученных изнутри песчинок

$$a_k \cong \frac{dc_k}{dk} \sim k^{2\gamma-2} \sim r_k^{2-2/\gamma}. \quad (19)$$

Активные частицы перемещаются из глубины области лавины к ее периферии, тогда как остальные песчинки – в случайном направлении. Таким образом, развитие лавины представляет собой сочетание направленного и ненаправленного движений. Подобное разделение имеет смысл только в критическом состоянии. В докритическом состоянии активные частицы будут утрачивать этот статус, не достигая границ области лавины, а в сверхкритическом даже вынос вовне всех активных частиц не будет приводить к завершению лавины из-за продолжающегося появления новых активных частиц.

Далее рассматривается поведение активных частиц с кинематической, динамической и телеологической точек зрения, что неизменно приводит к одним и тем же формулам. Смысл такого дублирования состоит в прояснении физического смысла активных частиц и их свойств.

Кинематика. Перенос активных частиц вовне уместно связать с движением фронтов. На единицу длины фронта приходится

$$\tau_k \sim \frac{a_k}{r_k} \sim k^{\gamma-2} \sim r_k^{1-2/\gamma}$$

активных частиц. Число шагов времени, необходимых для продвижения участка фронта, «обслуживаемого» одной активной частицей, пропорционально его длине

$$\delta t_k \sim \frac{\delta r_k}{\tau_k} \sim \frac{\delta r_k}{r_k^{1-2/\gamma}}.$$

Таким образом, скорость движения k -го фронта

$$v_k \sim \frac{\delta r_k}{\delta t_k} \sim r_k^{1-2/\gamma}, \quad (20)$$

а время, которое он находится в пути с момента своего появления,

$$t_k \sim r_k^{2/\gamma} \sim k^2. \quad (21)$$

Динамика. Плотность активных частиц на k -м слое

$$\rho_k \sim \frac{a_k}{s_k} \sim k^{-1} \sim r_k^{-1/\gamma}.$$

В качестве причины движения фронтов наружу можно рассматривать взаимное отталкивание активных частиц [5]. Его энергия внутри k -го слоя (то есть включая более глубокие)

$$U_k \sim \sum_{i=0}^k s_i \rho_i^2 \sim \sum_{i=0}^k i^{2\gamma-3} \sim k^{2\gamma-2} \sim r_k^{2-2/\gamma}.$$

Приравняв скорость движения фронтов силе отталкивания

$$v_k \sim -\frac{dU_k}{dr_k} \sim r_k^{1-2/\gamma},$$

еще раз получаем формулу (20).

Телеология. Активные частицы совершают направленное движение, которому можно приписать очевидную цель. В силу определения (19), полное количество активных частиц суть периметр лавины, который они и образуют по ее завершении. А в ходе ее развития активные частицы проявляют себя в виде некоторой доли опрокидываний. Следовательно, активность, понимаемая как среднее число опрокидываний за шаг

$$A = \frac{N}{T},$$

с точностью до коэффициента совпадет с полным числом активных частиц, то есть

$$A \sim C. \quad (22)$$

Сочетание этих формул с формулами (13) и (17) приводит к соотношению

$$T \sim M^2, \quad (23)$$

являющемуся частным случае формулы (21).

Зависимость (23) может быть обобщена до вида (21) тем же способом, которым ранее был осуществлен переход от частной формулы для радиуса (10) к ее общему виду (11).

2.2. Волны опрокидывания. Развитие лавины во времени можно представить как последовательность волн опрокидывания, идущих из ее глубины к периферии, увеличивая кратность опрокидывания и число слоев. Для модели БТВ, для которой изначально было предложена такая декомпозиция [23], она является математически строгой, но на физическом уровне строгости она применима и для модели Манны.

Очередная волна может как достигнуть, так и не достигнуть границ уже затронутой лавиной области. В первом случае к ней добавляется новый внешний слой, во втором – происходит разделение одного из внутренних слоев на два. Если считать всё, что находится вне зоны распространения волны, пока незатронутой областью, то подстановка радиуса этой зоны в формулу (10) дает число слоев m , которое может не только увеличиваться (как происходит при развитии лавины), но и уменьшаться (как происходит при ее затухании). В самоорганизованно-критическом состоянии его среднее изменение

$$\langle \Delta m \rangle = 0. \quad (24)$$

В самом деле, при $\langle \Delta m \rangle < 0$, лавина, инициированная добавлением песчинки, быстро затухает, как правило, не достигая краев решетки, что ведет к увеличению ее заполнения. С другой стороны, при $\langle \Delta m \rangle > 0$ лавина с ненулевой вероятностью неограниченно распространяется, достигая краев решетки во множестве мест и вынося много песчинок, что ведет к уменьшению заполнения. Возникающая отрицательная обратная связь и обеспечивает выполнение условия (24), означающего

диффузионное изменение кратности со временем, описываемое формулой (23). Возможность получения этой формулы без привлечения представления об активных частицах служит дополнительным обоснованием его адекватности.

2.3. Поток песчинок. С помощью формул (19) и (20) запишем поток частиц через k -й слой

$$j_k = v_k a_k \sim r_k^{3-4/\gamma}.$$

Он не должен зависеть ни от номера слоя, ни от числа слоев, ибо он выносит ту самую песчинку, добавлением которой инициирована лавина.

Таким образом,

$$\gamma = 4/3.$$

Найденное значение позволит с помощью формул (13), (14), (17) и (23) определить показатели связи для кратности опрокидывания, которые в силу формул (8) и (15) совпадают с характеристическими показателями: $\gamma_{MN} = \alpha_N = 3/11$, $\gamma_{MS} = \alpha_S = 3/8$, $\gamma_{MC} = \alpha_C = 3/5$ и $\gamma_{MT} = \alpha_T = 1/2$. На их основе с помощью формул (5) и (9) вычисляются и скейлинговые показатели $\nu_N = 11/4$, $\nu_C = 5/4$, $\nu_T = 3/2$ и $\nu_M = 3/4$.

3. Сравнение с компьютерным экспериментом

3.1. Метод конечно-размерного скейлинга. Формулы (2) и (3) ограничивают область промежуточной асимптотики, где плотность распределения может быть аппроксимирована формулой (1). Приближенный характер степенной записи плотности затрудняет непосредственное определение характеристического показателя на основе результатов компьютерного эксперимента. Можно лишь убедиться в правильности известного из теории значения показателя домножением плотности на соответствующую степень аргумента, в результате чего график в области промежуточной асимптотике становится примерно горизонтальным.

Более продуктивным оказывается метод конечно-размерного скейлинга, основанный на переходе от представления плотности в виде (2) к записи вида [17, 22]

$$u(x) = L^{-\beta} g(xL^{-\nu}). \quad (25)$$

Если рассматривать выражение $L^\beta u(x)$ как функцию от $L^{-\nu}x$, то графики, полученные при различных значениях L , совместятся. А эквивалентность представлений (2) и (25) требует степенного поведения функции $g(\xi)$ при малых аргументах и выполнения скейлингового соотношения

$$\beta = \nu(1 + \alpha). \quad (26)$$

Таким образом, для экспериментального определения показателя α нет нужды компенсировать влияние неизвестных скейлинговых функций $h(\xi)$ и $g(\xi)$. Достаточно, подобрав подходящие значения β и ν , воспользоваться соотношением (26).

На рис. 3–7 показан конечно-размерный скейлинг результатов компьютерного моделирования при теоретически определенных значениях скейлинговых показателей. Прекрасное совпадение графиков доказывает правильность проведенных расчетов.

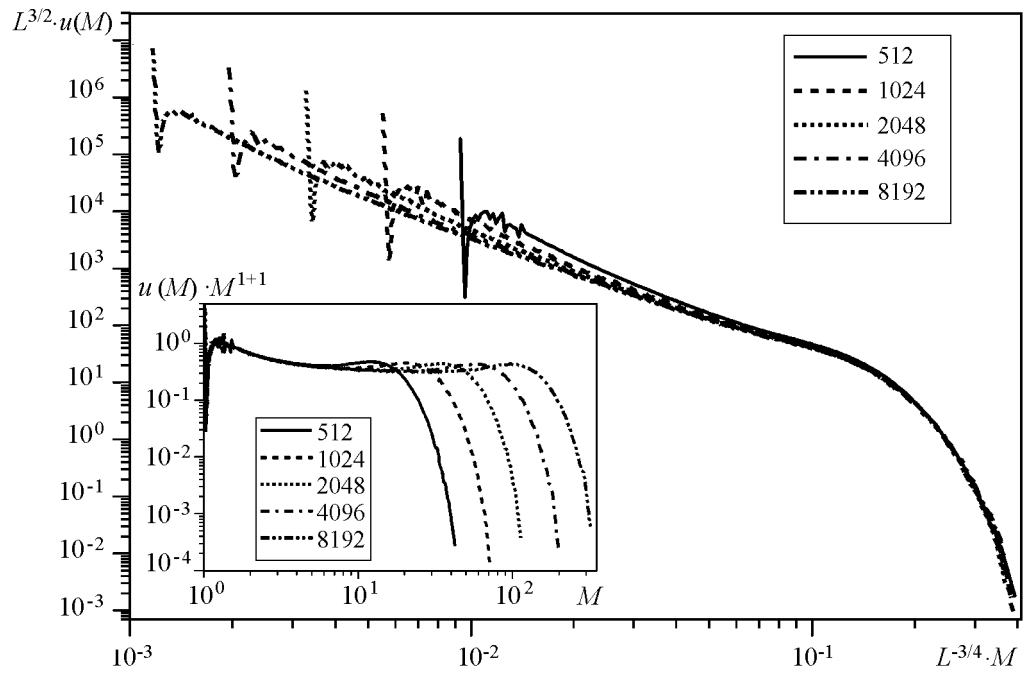


Рис. 3. Распределение лавин по кратности опрокидывания. Показатели: $\alpha_M = 1$, $\nu_M = 3/4$, $\beta_M = 3/2$

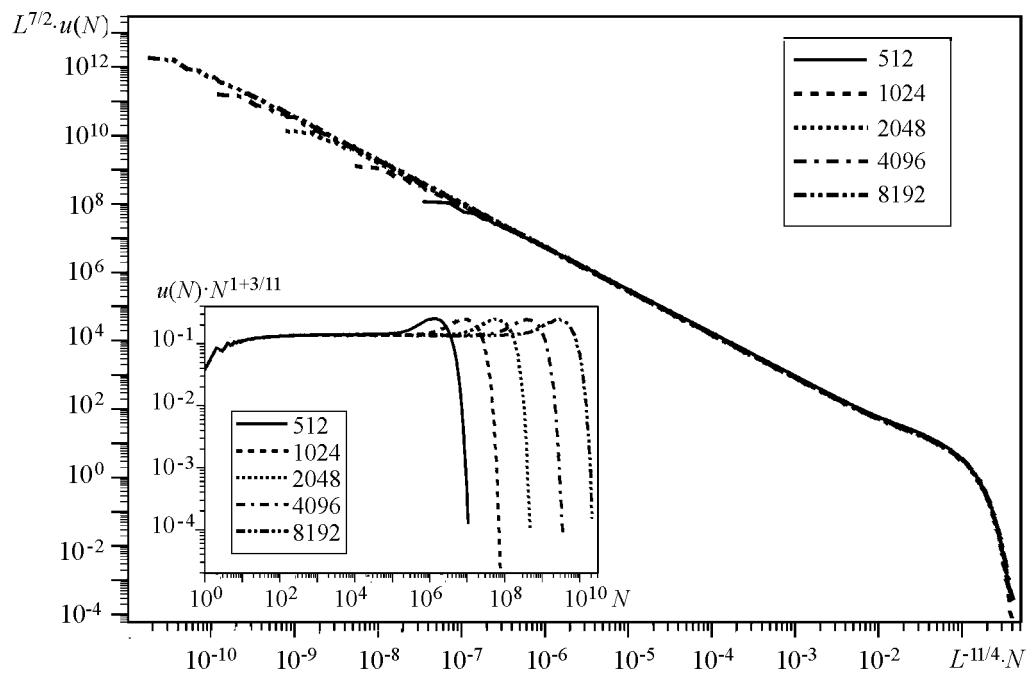


Рис. 4. Распределение лавин по размеру. Показатели: $\alpha_N = 3/11$, $\nu_N = 11/4$, $\beta_N = 7/2$

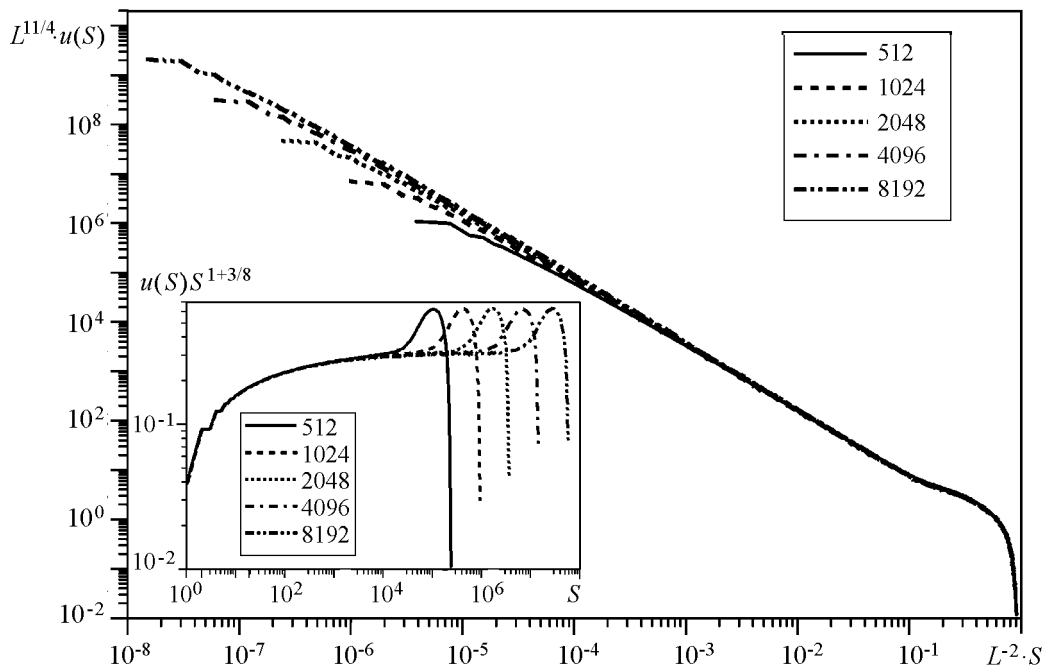


Рис. 5. Распределение лавин по площади. Показатели: $\alpha_S = 3/8$, $\nu_S = 2$, $\beta_S = 11/4$

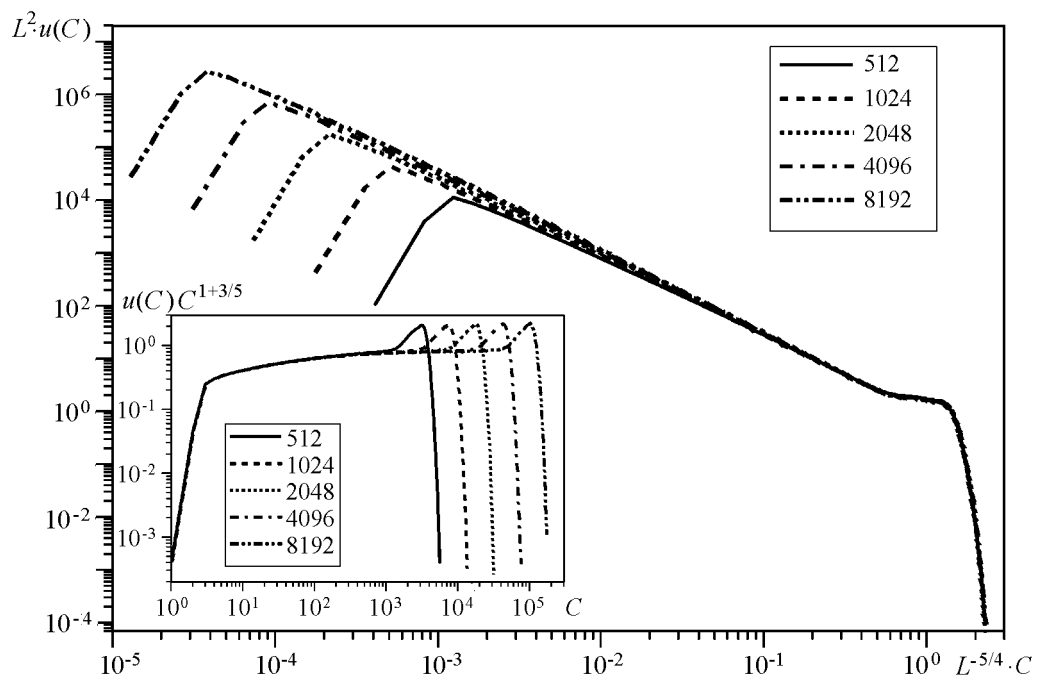


Рис. 6. Распределение лавин по периметру. Показатели: $\alpha_C = 3/5$, $\nu_C = 5/4$, $\beta_C = 2$

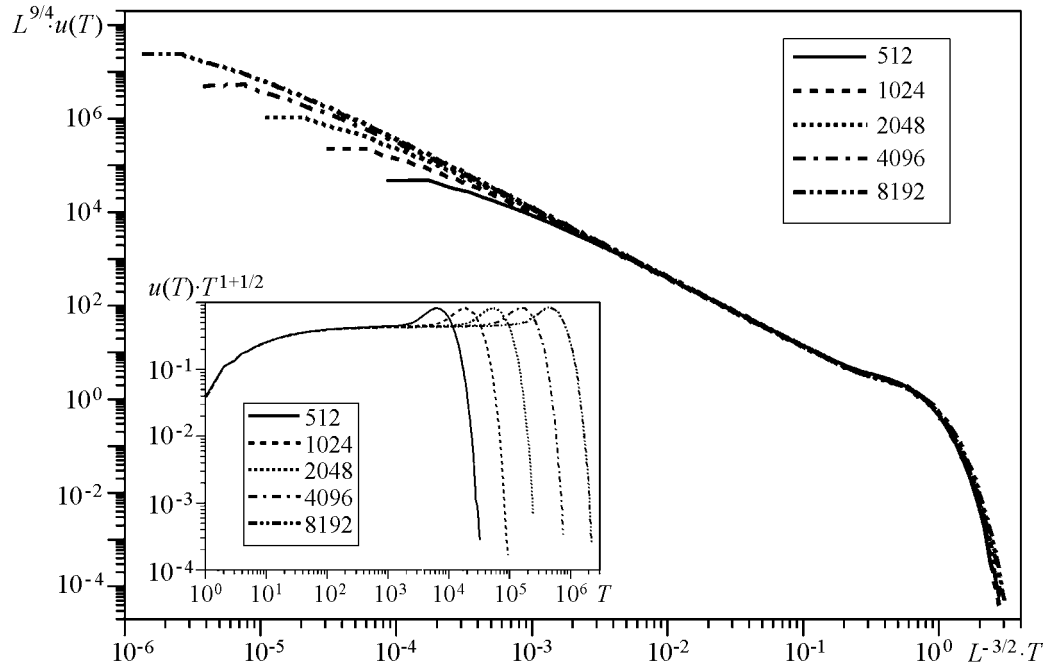


Рис. 7. Распределение лавин по длительности. Показатели: $\alpha_T = 1/2$, $\nu_T = 3/2$, $\beta_T = 9/4$

Дополнительным аргументом служат врезки к рисункам, на которых проведена компенсация степенного множителя из формулы (2) с помощью известных значений характеристических показателей. В результате графики становятся в промежуточной асимптотике горизонтальными, а их «горбики» выстраиваются на одной высоте.

3.2. Статистика падений. Представление (25) имеет большую общность, нежели формула (2), позволяя работать и с нестепенным распределением лавин по числу падений F .

Вероятность того, что лавина не помещается в систему размера L

$$Prob\{x > x_1\} = \int_{x_1}^{\infty} u(x) dx \cong \int_{L^\nu}^{\infty} L^{-\beta} g(xL^{-\nu}) dx = L^{\nu-\beta} \int_1^{\infty} g(\xi) d\xi \sim L^{-\varepsilon},$$

где *универсальный показатель* $\varepsilon = \beta - \nu$, не зависящий от того, какая именно характеристика лавины рассматривается [17, 20]. Для характеристик, распределенных степенным образом, соотношение (26) дает более удобную запись $\varepsilon = \alpha\nu$, делающую постоянство универсального показателя очевидным, в силу формул (8) и (9). Для модели Манна $\varepsilon = 1/4$.

Выбор для добавления инициирующей песчинки центральных ячеек, максимально удаленных от края решетки, делает возможным падение за него только в результате крупнейших лавин. Таким образом, универсальный показатель определяет зависимость от размера решетки доли тех событий, в ходе которых происходят падения (врезка на рис. 8). Заметим, что поскольку падения не описываются степенным распределением, для них размер крупного события F_1 , задаваемого формулой (3), и

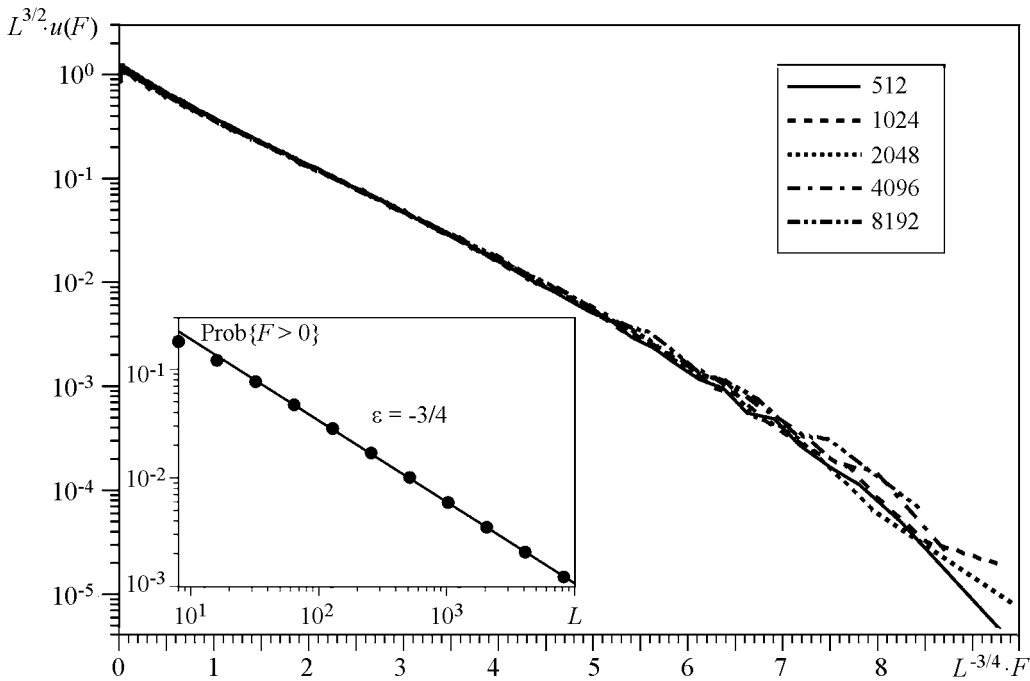


Рис. 8. Распределение лавин по числу падений. Показатели: $\nu_F = 3/4$, $\beta_F = 3/2$. Плотность убывает не как степень аргумента, а экспоненциально. На врезке: вероятность того, что за край упадет хотя бы одна песчинка, убывает как $L^{-\epsilon}$

размер события, не помещающегося в систему, – не одно и то же. Не помещается уже любое событие с $F > 0$, поскольку для его возникновения лавина должна прийти от точки инициации до края решетки.

Определим скейлинговые показатели формулы (25) для величины F . За один шаг моделирования в систему добавляется одна песчинка, значит, в стационарном состоянии в среднем одна ее покидает, то есть $\langle F \rangle = 1$ и $\sigma_F = 0$.

По аналогии с формулой (4) можно вывести соотношение $\sigma_F = 2\nu_F - \beta_F$, откуда $2\nu_F = \beta_F$, что дает β_F и ν_F , совпадающие с β_M и ν_M , в чем позволяет убедиться рис. 8.

Достижение лавиной края решетки в отдельных точках можно рассматривать как независимые события, что подтверждается экспоненциальным видом распределения лавин по падениям (см. рис. 8). Ширина внешнего слоя крупнейшей лавины $W \sim L^{1/4}$. Характерное расстояние между точками, где она достигает края решетки, имеет тот же порядок в силу изотропии правил модели.

Таким образом, вновь получаем для крупнейшего падения $F_1 \sim L^{3/4}$.

3.3. Взаимосвязь характеристик лавины. Наконец, скейлинговый подход применим и к анализу взаимозависимостей различных характеристик лавины. Чисто степенной вид (7) они имеют тоже только в промежуточной асимптотике, отклоняясь от него на краях диапазона значений, принимаемых характеристиками. Однако при делении значений по обеим осям на L^ν графики совмещаются (рис. 9 и 10), что позволяет находить показатель связи с помощью формулы (9).

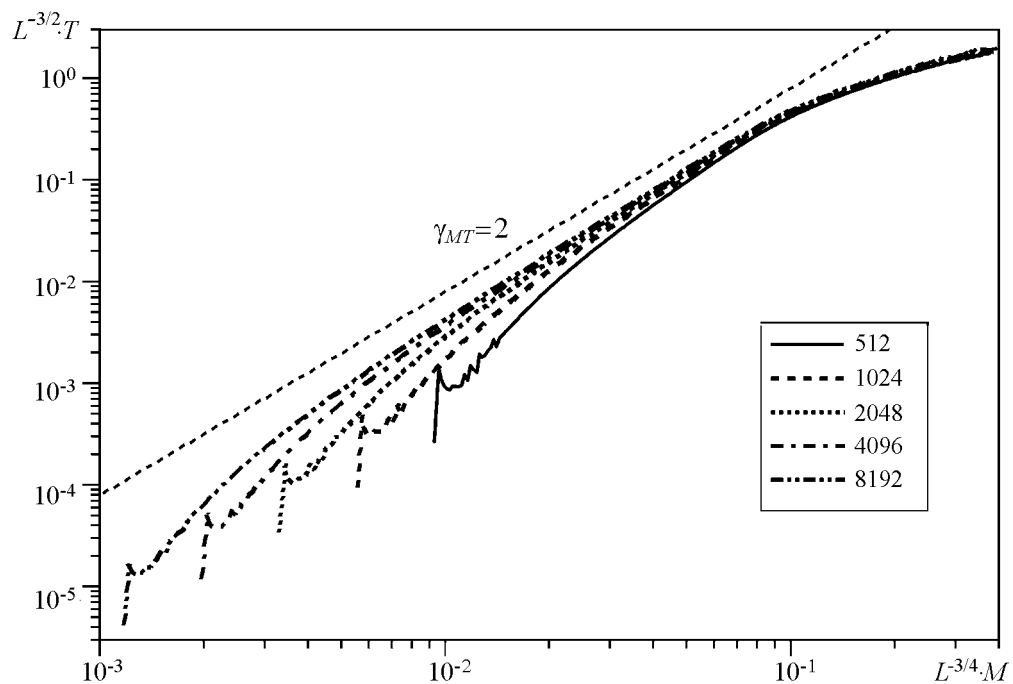


Рис. 9. Связь средней кратности опрокидывания и длительности лавины. Показатели: $\nu_M = 3/4$, $\nu_T = 3/2$ и $\gamma_{MT} = 2$ (см. формулу (23))

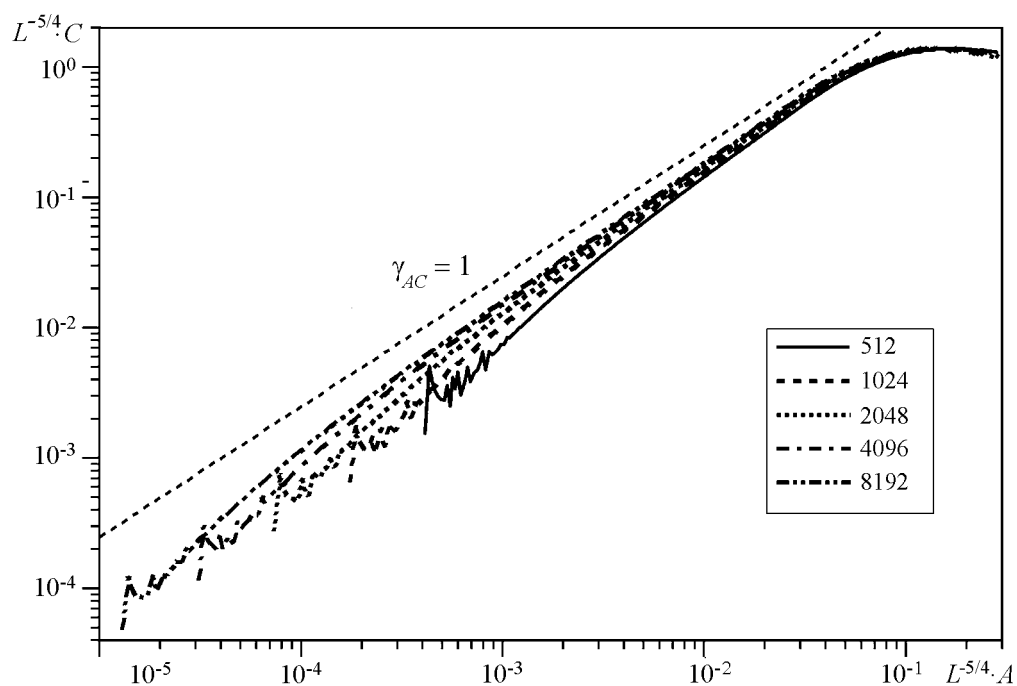


Рис. 10. Связь активности в ходе лавины и ее периметра. Показатели: $\nu_A = \nu_C = 5/4$ и $\gamma_{AC} = 1$ (см. формулу (22))

Выводы

Для самоорганизованно-критической модели Манна предложена промежуточная модель. В ее терминах область лавины рассматривается как набор вложенных слоев опрокидывания убывающей наружу кратности. Увеличение кратности опрокидывания и появление новых слоев связывается с прохождением последовательных волн опрокидывания. Развитие лавины характеризуется постоянным потоком песчинок из ее глубины на периферию, который описывается в терминах активных частиц, обладающих интуитивно ясными физическими свойствами. Промежуточная модель допускает простое теоретическое исследование, основные результаты которого, подтвержденные компьютерным моделированием исходной модели, сведены в таблицу.

Таблица

Характеристические и скейлинговые показатели, показатели связи

Величина	α	ν	β	σ	N	S	T	C	M	R
Размер N	3/11	11/4	7/2	2	1	11/8	11/6	11/5	11/3	11/4
Площадь S	3/8	2	11/4	5/4	8/11	1	4/3	8/5	8/3	2
Длительность T	1/2	3/2	9/4	3/4	6/11	3/4	1	6/5	2	3/2
Периметр C	3/5	5/4	2	1/2	5/11	5/8	5/6	1	5/3	5/4
Кратность M	1	3/4	3/2	0	3/11	3/8	1/2	3/5	1	3/4
Радиус R	3/4	1	7/4	1/4	4/11	1/2	2/3	4/5	4/3	1

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 11-01-00887 и 13-01-00617).

Библиографический список

1. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality// Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38, № 1. P. 364.
2. Бак П. Как работает природа: Теория самоорганизованной критичности/ Пер. с англ./ Синергетика: От прошлого к будущему. №66. М.: Либроком, 2013. 276 с.
3. Manna S.S. Two-state model of self-organized criticality// J. Phys. A: Math. Gen. 1991. Vol. 24. P. L363.
4. Milshstein E., Biham O., Solomon S. Universality classes in isotropic, Abelian, and non-Abelian sandpile models// Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58, № 1. P. 303.
5. Zhang Y-C. Scaling theory of self-organized criticality// Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 63, № 5. P. 470.
6. Ben-Hur A., Biham O. Universality in sandpile models// Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53, № 2. P. R1317.

7. *Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В.* Сравнение двумерных изотропных консервативных самоорганизованно-критических моделей типа кучи песка// Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Естественные науки. Спец. выпуск № 2 «Математическое моделирование в технике». 2012. С. 119.
8. *Pietronero L., Vespignani A., Zapperi S.* Renormalization scheme for self-organized criticality in sandpile models// Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 72, № 11. P. 1690.
9. *Vespignani A., Zapperi S., Pietronero L.* Renormalization approach to the self-organized critical behavior of sandpile models// Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51, № 3. P. 1711.
10. *Díaz-Guilera A.* Dynamic renormalization group approach to self-organized critical phenomena// Europhys. Lett. 1994. Vol. 26, № 3. P. 177.
11. *Corral Á., Díaz-Guilera A.* Symmetries and fixed point stability of stochastic differential equations modeling self-organized criticality// Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55, № 3. P. 2434.
12. *Dhar D., Ramaswamy R.* Exactly solved model of self-organized critical phenomena// Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 63, № 16. P. 1659.
13. *Pastor-Satorras R., Vespignani A.* Universality classes in directed sandpile models// J. Phys. A: Math. Gen. 2000. Vol. 33. P. L33.
14. *Paczuski M., Bassler K.E.* Theoretical results for sandpile models of SOC with multiple topplings// Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62, № 4. P. 347.
15. *Kloster M., Maslov S., Tang C.* Exact solution of stochastic directed sandpile model// Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63, № 2. P. 026111.
16. *Feder H.J.S., Feder J.* Self-organized criticality in a stick-slip process// Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 66, № 20. P. 2669.
17. *Подлазов А.В.* Двумерные самоорганизованно критические модели типа кучи песка с анизотропной динамикой распространения активности// Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 6. С. 25.
18. *Lübeck S., Usadel K.D.* Bak–Tang–Wiesenfeld sandpile model around upper critical dimension// Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56, № 5. P. 5138.
19. *Chessa A., Vespignani A., Zapperi S.* Critical exponents in stochastic sandpile models// Comput. Phys. Commun. 1999. Vol. 121-122. P. 299.
20. *Lübeck S.* Moment analysis of the probability distributions of different sandpile models// Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61, № 1. P. 204.
21. *Lübeck S., Usadel K.D.* Numerical determination of the avalanche exponents of the Bak–Tang–Wiesenfeld model// Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55, № 4. P. 4095.
22. *Kadanoff L.P., Nagel S.R., Wu L., Zhou S.* Scaling and universality in avalanches// Phys. Rev. A. 1989. Vol. 39, № 12. P. 6524.
23. *Ivashkevich E.V., Ktitarev D.V., Priezhev V.B.* Waves of topplings in an Abelian sandpile// Physica A. 1994. Vol. 209. P. 347.

*Институт прикладной математики
имени М.В. Келдыша РАН*

*Поступила в редакцию 27.06.2013
После доработки 17.12.2013*

SOLUTION OF TWO-DIMENSIONAL SELF-ORGANIZED CRITICAL MANNA MODEL

A. V. Podlazov

We propose a full solution for Manna model – two-dimensional conservative sandpile model with the rules of grains redistribution isotropic at the average. Indices of the probability distributions of avalanches main characteristics (size, area, perimeter, duration, topplings multiplicity) are determined for this model both from theory and from simulations.

The solution bases on the spatiotemporal decomposition of avalanches described in terms of toppling layers and waves. The motion of grains is divided into directed and undirected types. The former is treated as the dynamics of active particles with some physical properties described.

Keywords: Self-organized criticality, scale invariance, power laws, finite-size scaling, sandpile models, Manna model, layers of toppling, waves of toppling.



Подлазов Андрей Викторович – родился в Москве (1973), окончил Московский физико-технический институт (1996). После окончания МФТИ работает в Институте прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН старшим научным сотрудником. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2001, ИПМ РАН) в области теории самоорганизованной критичности и теории масштабно-инвариантных процессов. Автор монографий «Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика» [М.: Наука, 2000. 432 с.] (в соавторстве с В.А. Владимировым, Ю.Л. Воробьевым, Г.Г. Малинецким и др.) и «Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды» [Изд. 3. Синергетика: От прошлого к будущему. М.: Либроком, 2011. 280 с.] (в соавторстве с Г.Г. Малинецким и А.Б. Потаповым). Опубликовал 70 научных статей по направлениям, указанным выше, а также по демографии, математической истории и вопросам развития системы образования.

125047 Москва, Миусская пл., 4
Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН
E-mail: Tiger@Keldysh.ru



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭВОЛЮЦИИ МИР-СИСТЕМЫ

Е. С. Куркина, Е. Д. Куретова

«Демографические приливы и отливы есть символ жизни минувших времен... В сравнении с этими фундаментальными реальностями все (или почти все) может показаться второстепенным...»

Фернан Бродель

В работе проводится математическое моделирование эволюции человеческого общества с использованием синергетического подхода. Предложены новые математические модели, описывающие динамику главных интегральных показателей развития Мир-Системы, таких как общая численность населения и уровень развития технологий. Модели отражают основные закономерности пространственно-временного развития общества, они демонстрируют устойчивый гиперболический рост численности населения и циклический характер динамики. Модели позволяют проводить глубокий анализ исторических событий и делать некоторые прогнозы дальнейшего развития общества.

Ключевые слова: Математическое моделирование, эволюция человеческого общества, режим с обострением, циклическая динамика, нелинейное уравнение теплопроводности, обыкновенные дифференциальные уравнения.

Введение

В работе с использованием синергетического подхода рассмотрена глобальная эволюция человеческого общества, или Мир-Системы. Изучение глобального развития общества лежит в русле универсального системного видения природы и общества, которое сложилось в 60-х годах XX века и вылилось в формирование мощного междисциплинарного движения – синергетики, или теории сложных систем. Синергетика – это наука, которая, опираясь на результаты математического

моделирования, исследует закономерности эволюции и самоорганизации в открытых нелинейных системах. Ее становление и развитие связано с именами Тьюринга, И. Пригожина, Г. Хакена, С.П. Курдюмова и других ученых.

Как и у всех сложных систем, поведение Мир-Системы слабо предсказуемо, а *законы эволюции общества носят характер тенденций или принципов*, то есть они выполняются с достаточно большой вероятностью, но не всегда. Тем не менее, анализ эволюции общества с позиции теории сложных систем является очень полезным и позволяет дать объективную оценку поворотного момента истории, в котором мы сейчас находимся, и наметить наиболее вероятные пути дальнейшего развития. Построение и использование математических моделей, выявление с их помощью закономерностей развития придает объективность проводимым исследованиям и помогает глубоко проникнуть в суть проблемы, выявить механизмы того или иного исторического явления и вывести следствия.

В работе предложены новые математические модели, описывающие эволюцию общества. Модели разрабатывались с учетом анализа уже существующих моделей. Новые модели описывают такие объективные закономерности развития человеческого общества, как рост основных показателей в режиме с обострением и циклический характер эволюции.

1. Эволюция человеческого общества как сложной системы

1.1. Параметры порядка Мир-Системы. С развитием синергетики стало понятно, что для исследования эволюции мирового сообщества необходим системный подход, предполагающий рассмотрение всего человечества как *единой самоорганизующейся и саморазвивающейся сложной системы*, и изучение факторов, влияющих на ход эволюции в целом и связанных со структурными трансформациями всего общества [1]. Несмотря на то, что исторические события представляют собой хитросплетение экономических, политических и социальных процессов, осложненных влиянием множества случайных факторов, системный подход позволяет исследовать глобальные исторические процессы, выявить объективные законы развития и определить поворотные точки истории. И *математическое моделирование*, как инструмент познания, теоретического объяснения и научного прогнозирования, играет здесь существенную роль. Для создания математических моделей эволюции Мир-Системы необходимо определить так называемые *параметры порядка* глобального исторического развития общества – главные медленно меняющиеся переменные, характеризующие этот процесс, к которым подстраиваются все другие переменные.

Человеческое общество совершило грандиозную эволюцию, создав свою собственную развивающуюся антропогенную среду с социоэкономической и культурной надстройками. Считается, что общество первобытных людей сформировалось в Африке примерно 1.5 млн лет тому назад, а затем расселилось по всей планете. Древний человек был частью экосистемы и отличался от других стайных хищников разве что умением добывать огонь и использовать примитивные орудия труда. Качественный скачок произошел в эпоху неолита, начало которого относят к XI тысячелетию до н.э., когда древний человек из охотника и собирателя превратился в скотовода и земледельца, и начал вести оседлый образ жизни. Эти изменения в

человеческом сообществе имели настолько глобальные последствия, что были названы историками *неолитической революцией*. В неолите начинается формирование Мир-Системы. К концу I тыс. до н.э. сложился целый пояс культур, основанных на сельском хозяйстве и находящихся на сходном уровне сложности, который включал в себя основную часть населения мира [1]. Составлявшие ее народы, несмотря на кажущуюся разобщенность и независимость развития в те времена, взаимодействовали друг с другом, перенимая друг у друга новшества, знания, умения и технологии. Именно накопление информации, ее приумножение от поколения к поколению и распространение по всей территории обитания человека связало человечество воедино и стало основой его эволюции [5–6]. За это время намного возросла численность народонаселения, и качественно изменился характер взаимодействий людей с природой и между собой. В процессе своего развития общество объединялось в специфические структуры для осуществления совместной деятельности и выживания. Каждой социально-экономической эпохе соответствовали свои структуры расселения и производства. Усложнение Мир-Системы происходило и по линии взаимоотношений между отдельными людьми, поселениями и, впоследствии, государствами, и по линии создания новых технологий, и по линии культуры. В целом многократно увеличилось число связей, усложнились различные взаимодействия и взаимоотношения внутри человеческого сообщества, возросла эффективность взаимодействия с природой, намного усложнилась архитектура социально-экономического устройства общества. Степень развития общества проявляется, прежде всего, в *уровне развития технологий P*. Под уровнем развития технологий понимают не только основные технологии жизнеобеспечения, но и уровень социально-экономической организации общества, уровень развития медицины, культуры, науки. Уровень развития человеческого общества можно также характеризовать *общей численностью людей N*. N и P – это два главных параметра порядка развития человеческой цивилизации. Они взаимосвязаны между собой: чем выше уровень развития технологий P , тем больше емкость социально-экономической среды (экологической ниши) и больше людей N может существовать; в свою очередь, чем больше N , тем выше вероятность появления новых, более эффективных технологий, создающих более широкие условия проживания и способных в конечном итоге сохранить большее количество жизней. Таким образом, существует *положительная обратная связь между общей численностью людей N и уровнем развития технологий P* . Связь между численностью людей и уровнем развития производства отмечали многие исследователи, начиная с Т. Мальтуса (С. Кузнец, М. Кремер, А.В. Подлазов, А.В. Коротчаев и др. [8]). Некоторые ученые отдавали первенство технологическому фактору (М. Кремер), некоторые – демографическому (С.П. Капица).

1.2. Гиперболический рост населения. Благодаря положительной обратной связи между P и N , наблюдался необычный для биологических популяций рост общей численности людей. В 1960 г. группа фон Форстера собрала и обработала исторические данные и исследовала рост населения Земли на протяжении нескольких тысячелетий. Оказалось, что общая численность людей росла по гиперболическому закону. Уточненная Хорнером формула имеет вид

$$N(t) = \frac{C}{t_1 - t}, \quad (1)$$

где t – время в годах от начала нашей эры, C и t_1 – подобранные константы: $t_1 = 2025$ год – момент обострения, или точка сингулярности Форстера, $C = 200$ млрд [человек×годы] – константа Форстера.

Функция (1) описывает развитие в режиме с обострением, при котором численность населения и ее скорость роста все время нарастают, и N уходит в бесконечность при стремлении t к t_1 . График роста функции $N(t)$ изображен на рис. 1. Как видно из рисунка, развитие в режиме с обострением можно условно разделить на три стадии: квазистационарную стадию 1, или стадию медленного роста, когда прирост функции заметен только на очень больших промежутках времени; стадию быстрого роста 2; стадию взрывного развития 3. То есть эволюция в таком режиме идет с ускорением, длится лишь конечное время и всегда заканчивается взрывом. Вблизи точки сингулярности система переживает сильнейший кризис, сопровождающийся качественными изменениями внутри системы. Кризис может закончиться либо крахом системы (гибелью), либо переходом к новому циклу развития обновленной системы.

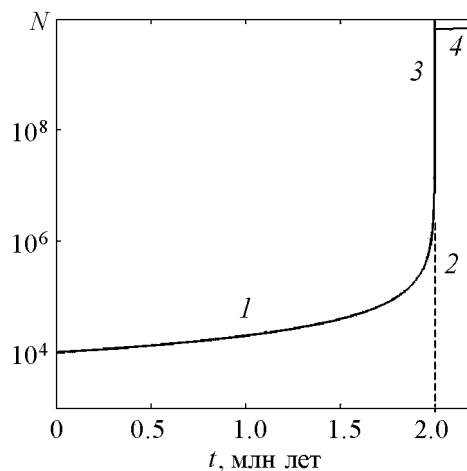


Рис. 1. Режим с обострением

Закон гиперболического роста (1) как основной тренд действовал на протяжении всей истории человечества, по некоторым оценкам более миллиона лет, вплоть до 70-х годов прошлого века [2–4]. На квазистационарной стадии развития прирост населения был крайне мал, «спрятан» за большими флуктуациями и заметен только на больших промежутках времени. Переход к ускоренному росту произошел в эпоху неолита. В последние двести лет наблюдалось особенно резкое увеличение численности населения Земли, которое было охарактеризовано как *демографический взрыв*. Сейчас численность населения Земли составляет более 7 млрд. Однако это примерно в два раза меньше того, что могло бы быть, если бы закон (1) продолжал действовать. Реальные данные начали отставать от функции (1), начиная с 70-х годов XX века. В настоящее время наблюдается резкое снижение темпов роста населения с тенденцией к стабилизации численности (стадия 4 на рис. 1) – то, что получило название глобального демографического перехода. *Демографический переход – это вторая глобальная революция в истории человечества*, сопровождающаяся качественными структурными трансформациями общества [3].

1.3. Исторические и социально-экономические циклы. Изучение эволюции общества обнаруживает существование различных исторических циклов. Наиболее известными являются вековые циклы, продолжающиеся примерно 200–300 лет, и длинные цивилизационные волны, длительность которых составляет несколько тысяч лет [4]. Циклическое развитие является одной из важнейших базовых черт динамики всех сложных систем. Переживая периоды расцвета и бурного развития, система затем с неизбежностью впадает в кризисы. Выход из кризиса происходит благодаря появлению и распространению инноваций – новых лидеров эволюции, которые дают системе новый толчок к развитию.

Ученые давно обнаружили и стали изучать *демографические циклы*. Впервые колебания численности населения описал Т. Мальтус в конце XVIII века. Он объяснил их тем, что темпы роста населения всегда опережают темпы роста производства продуктов питания, что приводит к нехватке последних и отражается в росте цен и ренты. В результате реальная заработная плата падает, и уменьшается уровень потребления среди бедных слоев населения. Уменьшение потребления, в свою очередь, влечет замедление роста населения, затем его приостановку, и даже сокращение до уровня, определяемого средствами существования. Продуктов жизнеобеспечения теперь становится достаточно, заработная плата начинает возрастать, потребление увеличивается, население снова начинает расти, и процесс повторяется [5]. Идеи Мальтуса впоследствии были развиты историками (Дж. Голдстоун, С.А. Нефедов и др.) и экономистами (Рикардо, Абелем и др.). Ф. Бродель утверждал, что «демографические приливы и отливы» являются первостепенной фундаментальной реальностью. Он заметил, что они имеют глобальный характер, и демографические циклы Востока (Китай, Индия) синфазны циклам Запада.

С развитием капитализма кризисы перенаселенности и связанные с ними циклы исчезли, но возникли другие циклы, определяемые периодическими кризисами перепроизводства, величиной инвестиций, инфляции и др. Причины возникновения этих кризисов начали изучать Д. Юм, Д. Рикардо, К. Маркс и др. В прошлом столетии были открыты экономические циклы Китчина (2–4 года), Жюгляра (7–11 лет), Кузнеца (16–25 лет), Н.Д. Кондратьева (40–60 лет).

Глобальные длинные волны исторического развития общества исследовали И.М. Дьяконов, Ф. Бродель, С.П. Капица, П.В. Турчин и др. Разные ученые по-разному выделяют главные эпохи развития Мир-Системы, но все они отмечают ускорение течения исторического времени и сокращение длительности исторических эпох [2, 6, 7]. Дьяконов вводит 8 фаз исторического развития, начиная с появления Homo sapiens [6]. Он замечает, что длительность циклов сокращается по закону геометрической прогрессии и имеет точку сгущения, впоследствии получившую название *сингулярности Дьяконова*. Ю.В. Яковец, используя понятие социально-экономической формации, данное К. Марксом, делит эволюцию общества на 9 этапов [7]. Каждый новый этап эволюции – это следующая ступень сложности организации человеческого общества. С.П. Капица, как и многие историки, выделяет 11 глобальных исторических циклов [2]. Предельная точка сгущения циклов, по Капице, приходится, примерно как и у Дьяконова, на 2022 г. и совпадает с точностью до допустимой погрешности с точкой сингулярности Форстера.

Многие ученые считают, что смена глобальных исторических эпох имеет инновационную природу и происходит, когда начинают распространяться новые социально-экономические технологии, стандарты или культурные образцы, качественно влияющие на эволюцию и переводящие Мир-Систему на другой, более высокий уровень развития.

Большинство теорий, описывающих те или иные циклы, делают упор на анализе изменений некоторых макропоказателей и оставляют за рамками пространственный фактор развития. Однако переход на новую ступень развития происходит не одновременно во всех регионах Мир-Системы, а занимает длительное время и сопровождается возникновением *волн развития*. Инновации, влияющие на ход эволюции, зарождаются в одном или нескольких местах, а затем распространяются в

другие районы за счет *диффузии нововведений* [8]. Диффузия инноваций играет существенную роль в цикле, определяя его длительность.

Кроме того, развитие человеческой цивилизации сопровождается *усилением процессов концентрации* людей и продуктов их деятельности в отдельных центральных местах, и, как следствие этого, происходит *увеличение степени пространственной неоднородности*, рост территориальных асимметрий и диспропорций [9]. В целом можно утверждать, что с развитием происходит *сокращение внутрисистемных пространственных и временных масштабов*.

Таким образом, математические модели эволюции Мир-Системы должны не только описывать общий тренд развития в режиме с обострением, но и отражать пространственно-временную циклическую динамику, сопровождающуюся сжатием пространственно-временных масштабов.

2. Макроскопические модели социально-экономической эволюции общества

Для описания и анализа глобальной эволюции общества, основных трендов развития и больших исторических циклов большинство ученых используют макроскопические модели, основанные на системах обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). В качестве главных переменных, характеризующих динамику развития Мир-Системы, как было уже сказано, обычно берутся N и P – общая численность людей и уровень развития технологий. В некоторых моделях используются и другие переменные, например, имеющиеся в наличии ресурсы R , общая площадь посевных площадей S , уровень грамотности населения L и т.д. Весомый вклад в развитие математического моделирования исторических макропроцессов внесли С.П. Капица, М. Кремер, П.В. Турчин, С.А. Нефедов, А.В. Коротаев, Л.Е. Гринин и др. Обзор, разработку и глубокий анализ компактных моделей эволюции общества и исторических процессов можно найти в сериях сборников и в альманахах, выпускаемых издательством URSS: «История и Математика», «Эволюция» и др.

2.1. Модели Капицы и Кремера. Примером глубокого исследования глобальных исторических процессов с позиции синергетики может служить математическая теория, разработанная С.П. Капицей [2, 3]. Он впервые применил системный подход в демографии и показал, что общая численность населения Земли N есть ведущая медленная переменная, определяющая динамику мирового сообщества в целом. Тем самым он провозгласил *принцип демографического императива*: именно рост народонаселения Земли обуславливает характер социальных, экономических и геополитических процессов, происходящих в глобальной системе человечества. Его теория хорошо известна и цитируется многими учеными. Кратко остановимся на ней.

Уравнение С.П. Капицы, описывающее изменение во времени полного числа людей N , имеет вид

$$\tau \frac{dN}{dt} = \frac{N^2}{K^2}, \quad (2)$$

где время t выражено в годах от начала нашей эры, а τ и K – две системные константы, подобранные эмпирическим путем. Константа $\tau = 45$ – это некоторая средняя

временная характеристика системы, описывающая эффективное время жизни одного поколения. Константа роста $K = 67000$ – это основная безразмерная динамическая характеристика системы. Она соответствует эффективному размеру группы, в которой проявляются коллективные признаки сообщества людей.

Решение уравнения (2) определяется формулой (1), описывающей гиперболический рост населения. Закон роста (2) является парадоксальным с точки зрения биологических законов размножения популяций и требует объяснения. Причину квадратичной зависимости (2) С.П. Капица видит в том, что человечество представляет собой единую информационную систему, в которой происходят парные взаимодействия по обмену информацией, и скорость роста отдельных частей существенно зависит от размера всей системы.

Важным результатом теории С.П. Капицы является также вывод о сжатии масштабов исторического времени, которое с неизбежностью вытекает из гиперболического закона роста и выражается в ускорении темпов прироста населения. Из-за связи демографических и социально-экономических процессов темп развития, ощущаемый по динамике изменений, все время возрастает, и социально-экономическое развитие общества ускоряется.

Существенным аспектом математической теории С.П. Капицы является обнаруженная связь общей численности людей с уровнем развития цивилизации и с периодизацией исторического времени.

Другим важным результатом его теории является объяснение снижения скорости роста общей численности населения планеты с тенденцией к ее стабилизации, что составляет сущность происходящего ныне демографического перехода. По мнению С.П. Капицы, демографический переход связан не с ограничением ресурсов на Земле, как полагал Томас Мальтус и некоторые другие ученые, а с *системным ограничением скорости роста*, выражаемым константой τ , опосредованно учитывающей долгий период взросления и обучения человека, растянувшийся сейчас на 25–30 лет [7]. Переход начинается за τ лет до критического времени t_1 , когда приращение населения мира за время τ становится больше самого населения. Расширенная модель, описывающая демографический переход, имеет вид

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C}{(t_0 - t)^2 + \tau^2}. \quad (3)$$

С помощью этой модели С.П. Капица получил оценку общей численности людей в 100 млрд человек, когда-либо живших на Земле, и рассчитал предел, к которому стремится численность человечества после завершения демографического перехода: $N_\infty = \pi K^2 \approx 11$ млрд. Однако уравнение (3) не является автономным, а следовательно, здесь теряется вся оригинальность и привлекательность системного подхода, развиваемого автором.

Аналогичную модель предлагает М. Кремер. В отличие от Капицы, он провозглашает технологический императив и выписывает динамическое уравнение для абсолютной скорости технологического роста. Оно эквивалентно уравнению Капицы, однако в нем по-другому расставлены смысловые акценты. В его модели по гиперболическому закону растет некоторая равновесная численность, согласованная с уровнем технологического развития (см. в [4]).

2.2. Компактная макро модель эволюции Мир-Системы. Развивая идеи Кремера и Капицы, А.В. Коротаев с соавторами [4] приходит к модели, описывающей и гиперболический рост населения, и технологическое развитие в режиме с обострением, и демографический переход. В основе этой модели лежит система трех уравнений относительно численности населения N и двух интегральных показателей, вобравших в себя все социально-экономическое, технологическое и культурное развитие общества

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= aSN(1 - L), \\ \frac{dS}{dt} &= bNL, \\ \frac{dL}{dt} &= cSL(1 - L).\end{aligned}\tag{4}$$

Здесь S – это «избыточный» продукт, производимый на одного человека при данном уровне технологий, L – доля грамотного населения; a , b , c – константы. При этом мировой ВВП (G) вычисляется по формуле: $G = mN + SN$, где m – минимально необходимый продукт на одного человека.

Введение избыточного продукта дает возможность более глубоко объяснить и эффект мальтузианской ловушки (подстраивание численности людей к объему производимой продукции, впервые описанное Т. Мальтусом), и появление новых технологий. Рост грамотности ведет к ускорению темпов технологического развития и является главным фактором снижения рождаемости, а значит, и демографического перехода. Однако после завершения демографического перехода модель (4) дает экспоненциальный рост избыточного продукта на душу населения, что не имеет реальной интерпретации. Кроме того, поскольку на протяжении почти всей истории подавляющая часть населения была безграмотной, то выбор переменной L в качестве параметра порядка глобального исторического развития является, с нашей точки зрения, сомнительным.

2.3. Макроскопическая модель циклической эволюции Мир-Системы. Рассмотренные выше макроскопические модели, как и многие другие, хотя и описывают основной тренд развития Мир-Системы в режиме с обострением, но не допускают существования демографических и технологических циклов. Поэтому целью настоящей работы явилась *разработка новой макроскопической модели эволюции общества*, описывающей:

- рост в режиме с обострением как численности населения, так и некоторого интегрального экономического показателя;
- демографический переход, завершающий развитие в режиме с обострением;
- наличие циклов вокруг основного тренда.

Модель состоит из трех ОДУ. Первое уравнение описывает динамику общей численности населения N , второе – объем экологической ниши (неиспользованных доступных ресурсов), который зависит от уровня развития технологий. Его мы будем измерять в количестве людей – T , которых можно обеспечить на уровне некоторого среднего потребления. Третье уравнение задает динамику изменения некоторого условного параметра I , который назовем индексом инноваций. Он может принимать

как положительные, так и отрицательные значения. Модель имеет вид

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= a_1 N(p_1 T - bNT)(1 + d_1 I), \\ \frac{dT}{dt} &= a_2 T(p_2 N - bNT)(1 - d_2 I), \\ \frac{dI}{dt} &= c(T - N)/N,\end{aligned}\tag{5}$$

где все параметры – положительные. Переменные N и T измеряются в штуках, I – безразмерная переменная, время t измеряется в годах. Начальные данные соответствуют начальной численности древних людей: $N_0 = 10^5$, $T_0 > N_0$ (ниша не заполнена), $I_0 = 0$.

Рассмотрим уравнения (5) подробнее. Как видно из первого уравнения, рост населения пропорционален имеющемуся населению и зависит от технологий. В первой скобке член $p_1 T$ описывает расширение экологической ниши за счет повышения уровня технологий, а второй член описывает наблюдаемую в истории тенденцию к снижению рождаемости при высоком уровне потребления. Последний множитель характеризует увеличение скорости прироста населения при положительном индексе инноваций, когда имеются ресурсы для роста населения (ниша не заполнена).

Второе уравнение имеет аналогичный вид. Последняя скобка описывает увеличение темпов роста объема экологической ниши при избыточном населении, когда появляется спрос на новые ресурсы и начинают возникать новые технологии. И, наоборот, темпы роста объема экологической ниши падают, когда она не заполнена; нет спроса на инновации. Третье уравнение описывает динамику роста индекса инноваций в зависимости от относительной разницы между объемом экологической ниши и общей численностью.

Параметры модели подобраны так, чтобы модель описывала количественно главные характеристики Мир-Системы: гиперболический рост населения в соответствии с формулой (1), как основной тренд, который происходит за время более миллиона лет; демографический переход к стабилизации на уровне средних прогнозов; наличие четырех сокращающихся главных циклов вокруг гиперболического тренда.

Система (5) имеет единственное устойчивое стационарное состояние, лежащее в фазовой плоскости первых двух уравнений, к которой приближаются траектории. Стационарное состояние описывает численность населения планеты после завершения демографического перехода. На рис. 2, а представлены результаты расчетов системы ОДУ (5), а на рис. 2, б показаны колебания индекса инноваций ($I = w$) и относительной разницы между переменными N и T для набора параметров: $a_1 = 5.6 \times 10^{-13}$, $a_2 = 0.2a_1$, $p_1 = 12.5$, $p_2 = 18.75$, $c = 10^{-4}$, $b = 1.39 \times 10^{-13}$, $d_1 = 0.5$, $d_2 = 1.5$. Видно, что население N растет в режиме с обострением от 10^5 до 10^{10} за время примерно 1.5 млн лет и стабилизируется на уровне $N \approx 9 \times 10^9$, что соответствует демографическим данным и средним прогнозам ООН. Кроме того, модель демонстрирует циклическую динамику вокруг основного тренда и описывает демографический переход. Причем, как видно из рис. 2, б, демографические циклы сдвинуты по отношению к технологическим циклам.

Считается, что наиболее глубокие и всеобъемлющие последствия для общества имели три так называемые производственные революции – аграрная или нео-

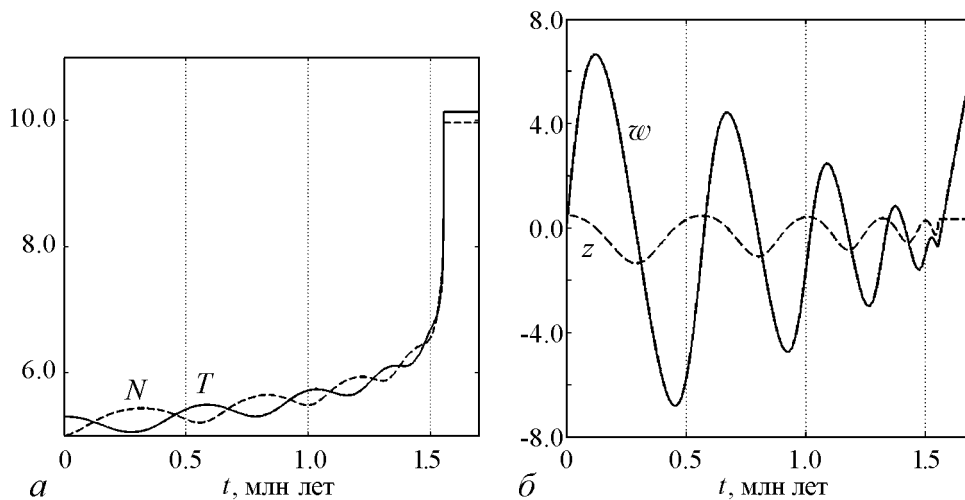


Рис. 2. Циклическая динамика развития Мир-Системы, демографические и технологические циклы

литическая, индустриальная и научно-техническая, результатом которых стало существенное расширение экологической ниши для человечества [10]. Три производственные революции разделяют развитие мировых производительных сил на четыре главных этапа – охотничье-собирательский, аграрно-ремесленный, промышленный и научно-информационный.

Модель (5) также отражает наличие четырех циклов и качественно описывает механизмы и характер глобальных демографических и технологических этапов развития. Быстрый рост населения приводит к заполнению экологической ниши, перенаселенности и кризису. В поисках выхода из кризиса появляются новые технологии, ведущие к увеличению объема ниши. Расширение ниши открывает новые возможности для роста населения, и цикл начинается снова. Длительность демографических циклов в модели сокращается с течением времени, и по мере приближения к точке сингулярности они исчезают совсем. После завершения демографического перехода объем ниши стабилизируется на уровне, обеспечивающем проживание достаточно большого числа людей, превышающего стационарный уровень.

3. Модели пространственно-временной эволюции

3.1. Модель эволюции Курдюмова. Несмотря на многие интересные выводы, полученные при использовании систем ОДУ, из анализа исторических процессов ускользает фактор пространственного развития общества, фактор взаимодействия и конкуренции различных структур, диффузии нововведений и др. Минимальная математическая модель, способная дать описание процессов эволюции, должна быть пространственно-распределенной, содержать диффузионный член, описывать процессы формирования, развития и гибели макроскопических структур. Такой моделью является нелинейное уравнение теплопроводности с объемным источником

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(\chi_0 u^\sigma \operatorname{grad} u) + q_0 u^\beta, \quad t > 0, \quad (6)$$

где функция $u(r, t)$ (r – координата, а t – время) описывает усредненное распределение плотности людских или экономических ресурсов; $\chi_0, q_0 > 0, \sigma > 0, \beta > \sigma + 1$ – параметры модели.

Свойства решений уравнения (6) хорошо изучены [11]. В 70-х годах прошлого века уравнение (6) стало интенсивно исследоваться в связи с применением к описанию термоядерного горения плазмы. Тогда было показано, что при $\beta \geq \sigma + 1$ процессы горения идут в режиме с обострением в виде отдельных локализованных структур. Впоследствии это уравнение стало широко использоваться для описания взрывных процессов разной природы. С.П. Курдюмов впервые предложил применить нелинейное уравнение теплопроводности (6) для моделирования эволюции человеческого сообщества. В работе [12] впервые были подобраны параметры модели (6) и изучены основные тенденции пространственно-временного развития глобальной демографической системы. С помощью модели Курдюмова в работах [13–17] было продолжено исследование основных этапов исторического развития Мир-Системы, выявлены объективные законы эволюции человеческого общества и даны прогнозы будущего развития. Ясно, что модель не претендует на описание конкретных исторических эпох, конкретных событий и географии Земли. *Она описывает некоторые главные законы пространственно-временного развития человеческой цивилизации.*

3.2. Распределенная модель циклической эволюции. В работе [17] был сделан следующий шаг в математическом моделировании динамики развития общества. Параметры уравнения (6) β и σ были подобраны так, чтобы результаты расчетов удовлетворяли не только качественным, но и некоторым главным количественным характеристикам развития Мир-Системы: интеграл по пространству, имеющий смысл общей численности населения,

$$N(t) = \int u(M, t) dM, \quad (7)$$

должен расти в соответствии с демографическими данными, то есть удовлетворять гиперболическому закону роста (1); эволюция системы должна иметь циклический характер, причем длительность циклов и численность населения в каждую эпоху должны совпадать с периодизацией, предложенной С.П. Капицей [2].

В результате исследований было показано, что параметры σ и β должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$0 < \sigma < 1, \quad \beta = \frac{\sigma + 5}{3}. \quad (8)$$

Следует отметить, что одним из основных принципов эволюции любой сложной системы является то, что развитие происходит *дискретно, скачками*. В периоды кризиса в системе происходят качественные изменения; говоря языком экономики, в ней зарождаются крупнейшие *инновации*, благодаря которым происходит качественный *эволюционный скачок*, переход к началу нового цикла развития. Для получения такого циклического характера эволюции в рассматриваемой модели коэффициенту χ_0 придавался кусочно-постоянный характер, тогда как коэффициент q_0 фиксировался. Более подробно этот вопрос освещен в работе [17]. Увеличение коэффициента диффузии χ_0 в уравнении (6) означает возрастание скорости диффузионных процессов

и может быть проинтерпретировано как наблюдаемое в истории усиление скорости обмена информацией, технологическими и культурными достижениями, ресурсами и др. Были подобраны следующие значения параметров:

$$\begin{aligned} \sigma = 0.4, \quad \beta = 1.8; \quad q_0 = 2.3484 \times 10^{-10}, \\ \{\chi_0\} = (3.86208, 5.79312, 10.29888, 15.44832, 24.88896, 37.97712, \\ 54.06912, 70.80480, 84.96576, 88.82784, 90.75888, 94.83552). \end{aligned} \quad (9)$$

Эта модель позволила исследовать основные законы пространственно-временного развития Мир-Системы и изучить механизмы формирования циклов. Однако для получения циклической динамики надо было вручную в определенные моменты изменять значения χ_0 . В настоящей работе предлагается модель циклической эволюции с автоматическим выбором параметра, в которой устранен этот недостаток.

Метод автоматического выбора параметра был определен благодаря следующим исследованиям. Обработка полученной последовательности значений χ_0 (9) показала, что она хорошо описывается функцией X_0

$$X_0(t) = \frac{\tilde{\chi}_0}{(t_1 - t)^\alpha}, \quad (10)$$

где $\tilde{\chi}_0 = 2933.3$, $\alpha = 0.464795$ – подобранные параметры, а $t_1 \approx 1.602027 \times 10^6$ – момент обострения. Поясним, что во всех расчетах за начальный момент времени $t = 0$ бралось значение 1600 тыс. лет до н.э., с которого начинается периодизация Капицы. Поэтому момент обострения соответствует приблизительно 2027 г., что хорошо согласуется с точками сингулярности Форстера и Капицы. На рис. 3 приведены графики функции (10) в линейной и двойной логарифмической шкале, и точками отмечены табличные значения коэффициента χ_0 . Мы видим, что коэффициент диффузии изменяется по гиперболическому закону и действительно хорошо ложится на график функции X_0 .

Однако формулу (10) непосредственно использовать в модели нельзя, поскольку для формирования циклов необходимо скачкообразное изменение параметра. Поэтому предлагается определить χ_0 как кусочно-постоянную функцию, аппроксимирующую зависимость (10). Исходя из того, что переход на новый виток развития происходит, когда численность населения примерно утраивается, найдем последовательность значений χ_0 . Она получается следующим образом: каждый раз, когда значение интеграла $N(t)$ (7) в очередной раз увеличивается в k раз (в данном случае

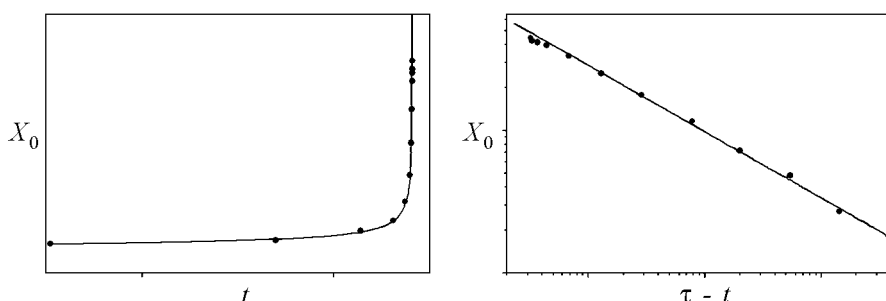


Рис. 3. График функции $X_0(t)$ в линейной шкале (слева) и двойной логарифмической шкале (справа)

$k \approx 3.44$), параметр χ_0 приобретает новое значение, вычисляемое по формуле (10) как значение функции $X(t)$

$$\begin{aligned} \chi_0(t) &= X_0(t_i) \quad \text{при } t_i \leq t < t_{i+1}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \\ N(t_0) &= 6.8 \times 10^5, \quad t_0 = 0, \quad t_{i+1} = t \quad N(t)/N(t_i) = k. \end{aligned} \quad (11)$$

С учетом вышеприведенных результатов, модель циклической пространственно-временной эволюции можно сформулировать следующим образом.

Рассматривается краевая задача для уравнения (6) с параметрами (9), (11) на отрезке достаточно большой длины, согласованной с размерами земного шара. На концах отрезка ставятся периодические условия. В начальный момент времени $t = 0$ задается финитное распределение плотности с одним максимумом $u(r, 0) = u_0(r) \leq \leq M < \infty$, имитирующее начальное распределение первобытных людей в Африке общей численностью порядка 10^5 . Задача решается на густой равномерной сетке с использованием неявной разностной схемы для уравнения теплопроводности со вторым порядком аппроксимации. Шаг по времени уменьшается в соответствии с ростом решения в режиме с обострением. На каждом шаге по времени рассчитывается интеграл (7) и проверяется условие изменения коэффициента χ_0 .

Для интерпретации результатов расчетов важно сделать следующее пояснение. На протяжении всей истории вплоть до второй половины XX века центр развития цивилизации с передовыми технологиями приходился на густонаселенные районы. И, наоборот, отсталые в своем развитии районы коррелировали с низкой плотностью населения. Поэтому будем считать, что единая Мир-Система в *виртуальном пространстве* представляет собой симметричную унимодальную структуру с максимумом плотности распределения в центре структуры и постепенно уменьшающейся плотностью по мере удаления от центра к периферии. Сравнительный анализ роста плотности в центре структуры и на ее периферии, изучение изменения полуширины распределения плотности с развитием в совокупности со свойствами динамики развития в режиме с обострением позволяют сделать вывод об основных законах пространственно-временного развития Мир-Системы.

Траекторию эволюции системы удобно представлять на фазовой плоскости $(\varphi(t), N(t))$, где $\varphi(t)$ – это полуширина распределения плотности, а $N(t)$ – интеграл (7) – общая численность населения. На рис. 4 изображен полученный в расчетах фазовый портрет рассматриваемой модели с автоматическим выбором параметра χ_0 . На этом рисунке также приведен фазовый портрет модели с ручным изменением параметра (отмечен пунктирной линией). Мы видим, что обе модели демонстрируют циклический характер эволюции, одинаковую структуру и длительность циклов. Траектории, соответствующие разным моделям, лишь немного сдвинуты относительно друг друга, что означает, что они дают немного разную оценку полуширины пространственного распределения Мир-Системы.

Кратко опишем сценарий развития отдельно взятого исторического цикла, который был отражен в расчетах. Условно цикл можно разделить на две стадии. На первой стадии в системе преобладают диффузионные и центробежные процессы. Она соответствует состоянию Мир-Системы после кризиса, когда приходят в упадок развитые цивилизации, составляющие центр системы. Население начинает пе-

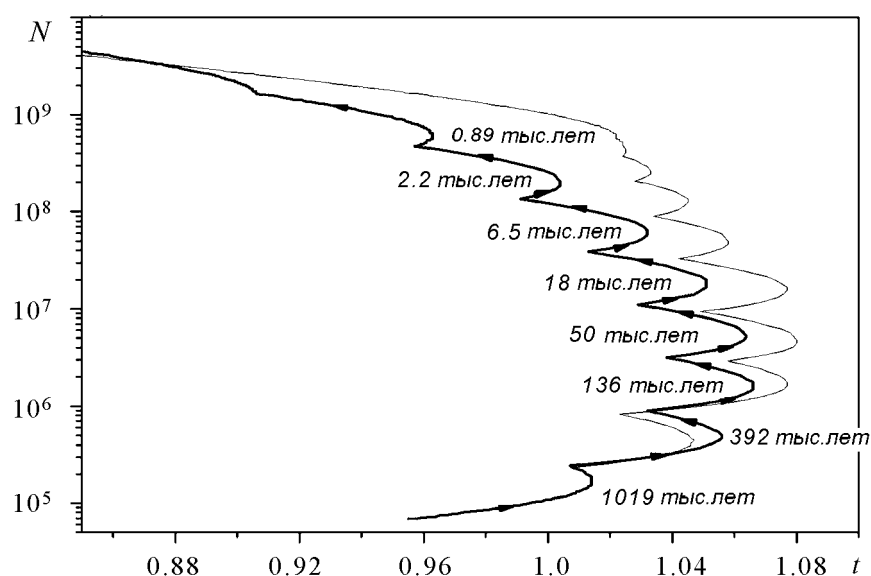


Рис. 4. Фазовые портреты моделей эволюции Мир-Системы: с автоматическим выбором параметра (жирная линия) и ручным (тонкая линия)

реселяться из центра на периферию в поисках новых мест работы, более благоприятных мест проживания. Это переселение сопровождается распространением от центральных мест по территории новых технологий, образцов нового социального устройства. Благодаря этому, кризис постепенно преодолевается, открываются новые возможности для роста и развития. Мир-Система переходит ко второй стадии развития, когда закрепившиеся инновации способствуют ее процветанию и приводят к ускоренному росту численности населения. Постепенно происходит все большая концентрация населения в центре, где начинается интенсивное развитие технологий, экономики, и так далее; это, в свою очередь, влечет за собой все большую потребность в новых товарах, услугах, все большую конкуренцию зарождающихся новых технологий. Теперь в динамике системы преобладают центростремительные процессы, происходит все более быстрый рост в центре и отставание, постепенное «выпадение из развития» периферийных областей. Усиливается неравномерность развития; идет процесс все большего расслоения населения по уровню развития. Начинаются кризисы перенаселенности в центральных местах, которые могут сопровождаться бунтами или войнами. Начинается поиск выхода из кризиса. Именно в это время рождаются глобальные инновации – образцы качественно новых технологий, новой социально-экономической организации общества, способных перевести Мир-Систему на другой, более высокий уровень развития. Происходит качественный эволюционный скачок, переход к началу нового исторического цикла.

В расчетах этот сценарий отражен следующим образом. На первой стадии структура «растекается» по пространству; в центре плотность перестает расти, а на периферии она, наоборот, растет быстрее. На фазовом портрете это соответствует движению траектории в сторону увеличения полуширины. Затем расширение структуры прекращается, и траектория на фазовом портрете совершает поворот. Это соответствует началу второй стадии исторического цикла. Развитая стадия режима с

обострением сопровождается сокращением полуширины и быстрым ростом амплитуды в центре структуры. Затем в Мир-Системе происходит некий качественный скачок в развитии, что отражено при помощи скачкообразного изменения параметра, и траектория начинает новый виток на фазовом портрете.

Заметим, что фазовый портрет имеет иерархическую структуру. Все исторические циклы ложатся на глобальный цикл: сначала происходит смещение петель вправо, то есть идет глобальное растекание, затем начинается рост интеграла, сопровождающийся общим уменьшением полуширины, то есть общей тенденцией к концентрации, сжатию пространственных масштабов. Это имеет следующую историческую интерпретацию. В истории человечества выделяют *четыре основных этапа расселения*: пионерский, экстенсивный, интенсивный и постинтенсивный, а также *две глобальные революции*: *неолитическую революцию* и *демографический переход* [17]. Глобальное растекание соответствует так называемому пионерскому типу расселения людей, характерному для эпохи «охотников и собирателей». На этом этапе в динамике господствует тенденция к постоянному расселению, перемещению людей, которое вызвано истощением природных ресурсов в данной местности. На рис. 1 это квазистационарная стадия развития. *Неолитическая революция* является поворотным событием в истории человечества, когда древний человек превращается в скотовода и земледельца и начинает вести оседлый образ жизни, что соответствует началу *экстенсивного* этапа расселения. Для этого периода характерно формирование структур (княжеств, городов, государств, империй и т.д.) на разных пространственных масштабах, образование устойчивых системных взаимосвязей. В модели происходит переход от квазистационарной стадии развития к стадии быстрого роста (см. рис. 1). На фазовом портрете происходит постепенное глобальное сокращение полуширины области распределения и опережающий рост плотности в центральной части. *Интенсивный* период расселения – это завершающий этап эволюции вплоть до демографического перехода. В целом он сопровождается быстрым сокращением пространственных и временных масштабов и сильной неустойчивостью. Усиливается неравномерность пространственного распределения, происходит все большее скопление людей в городах. На рис. 1 он соответствует стадии взрывного развития. На фазовом портрете происходит все большее сжатие циклов и по времени, и по пространству (см. рис. 4), они практически сливаются в ходе общего взрывного роста. Это означает, что все меньшее количество стран и людей принимают участие в общей эволюции, наблюдается «выпадение» отдельных племен и народов из развития. В настоящий момент времени, как показывает модель, происходит *вторая глобальная революция* в истории человечества, связанная с завершением развития в режиме с обострением. Индикатором ее является демографический переход. Начинается постинтенсивный этап расселения. Период исторических циклов достигает своего минимума, равного 40–45 годам и определяемого системной константой τ – временем поколения (см. модель Капицы), и на этом стабилизируется. Исторические циклы, по-видимому, сливаются с глобальными экономическими циклами Кондратьева. Более подробный анализ эволюции общества с точки зрения развития режима с обострением проводится в работах [13–17]. В [16] исследована последняя завершающая стадия развития в режиме с обострением, предшествующая демографическому переходу, выявлены процессы, непосредственно влияющие на демографический переход, и обрисованы контуры будущей цивилизации.

Предложенная модель объясняет многие особенности развития Мир-Системы и дает адекватную интерпретацию наблюдаемым глобальным историческим событиям. В частности, она демонстрирует устойчивый гиперболический рост общего интеграла (7), несмотря на наличие циклов и различных флуктуаций [12, 17]. Модель отражает сокращение длительности циклов со временем по закону геометрической прогрессии, что является прямым следствием развития в режиме с обострением, сжатие пространственных масштабов, объясняет усиление неустойчивости и неравномерности развития Мир-Системы со временем.

3.3. Двухкомпонентная модель. Как уже было сказано выше, главной движущей силой развития человеческой цивилизации является положительная обратная связь между уровнем развития технологий и общей численностью людей. Поэтому представляет интерес создание пространственно-распределенной модели, описывающей циклическое развитие этих двух параметров порядка на фоне общего гиперболического тренда, и исследование их взаимного влияния друг на друга.

В настоящей работе предлагается двухкомпонентная модель эволюции общества, в основе которой лежит система двух нелинейных уравнений теплопроводности вида (6), связанных между собой через объемный источник. Первое уравнение описывает изменение усредненной плотности населения $n(x, t)$ (где x – координата, а t – время), второе – усредненной плотности экономических ресурсов $p(x, t)$. Модель имеет вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi_1 n^{\sigma_1} \frac{\partial n}{\partial x} \right) + q_1 n^{\beta_1} p^{\beta_2}, \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi_2 p^{\sigma_2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + q_2 n^{\gamma_1} p^{\gamma_2}.\end{aligned}\tag{12}$$

Системы такого вида изучались ранее (см. например [11], [18]). В этих работах были исследованы условия существования различных типов режимов с обострением, условия возникновения явления локализации тепла в пространстве, условия образования простых и сложных структур и др.

Для системы уравнений (12) рассматривается краевая задача на отрезке достаточно большой длины $[-L \leq x \leq L]$, согласованной с размерами земного шара. Область считается однородной, коэффициенты χ_1, χ_2, q_1, q_2 не зависят от пространственной координаты. На концах отрезка задаются периодические условия. Процесс инициируется заданием начальных финитных распределений плотностей, имеющих один максимум в середине отрезка: $n(x, 0) = n_0(x) \leq M_1 < \infty, p(x, 0) = p_0(x) \leq M_2 < \infty$.

Значения параметров модели подбирались так, чтобы обеспечить, во-первых, гиперболический рост интегралов (13), имеющих смысл общей численности населения и общего экономического потенциала, и, во-вторых, пространственно-временную циклическую динамику решения.

$$N(t) = \int n(x, t) dx, \quad P(t) = \int p(x, t) dx.\tag{13}$$

Считалось, что коэффициент диффузии χ_1 в первом уравнении изменяется скачками и представляет собой кусочно-постоянную функцию, а коэффициент χ_2

имеет постоянное значение. Кроме того, учитывалось, что скорость роста населения опережает скорость роста капитала. Стартовыми значениями параметров послужил набор параметров в предыдущей однокомпонентной модели. Проводя многочисленные расчеты и варьируя параметры в допустимых диапазонах, мы получили, что наиболее адекватная историческая динамика имеет место при следующих значениях:

$$\sigma_1 = 0.4, \beta_1 = 1.2, \beta_2 = 0.6; \sigma_2 = 0.28, \gamma_1 = 1.36, \gamma_2 = 0.4;$$

$$q_1 = q_2 = 5.3161 \times 10^{-10}, \chi_2 = 5.9806; \{\chi_1\} = (5.9806, 17.9418, 61.4675, 179.4184).$$

Как и в случае одного уравнения (6), краевая задача для двухкомпонентной системы (12) решалась тем же самым разностным методом со вторым порядком аппроксимации и переменным шагом по времени, согласованным с ростом решения в режиме с обострением. Значения интегралов $N(t)$ и $P(t)$ вычислялись на каждом шаге с помощью формулы трапеций.

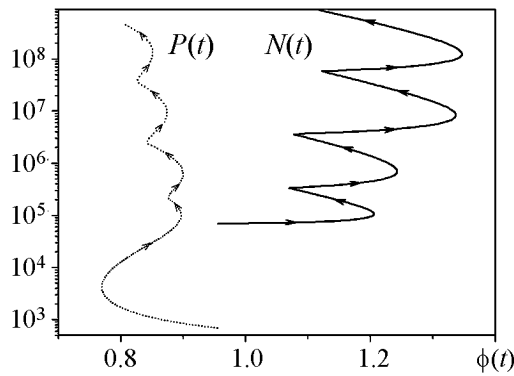


Рис. 5. Фазовая плоскость системы (12)

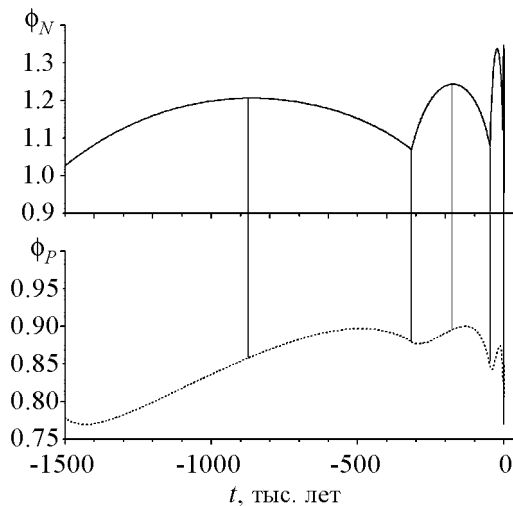


Рис. 6. Зависимости значений полуширины плотности распределения населения ϕ_N и экономических ресурсов ϕ_P от времени

Решение системы (12) представлено на рис. 5 в виде траекторий на фазовой плоскости. Сплошная линия отвечает интегралу $N(t)$, пунктирная линия – интегралу $P(t)$, $\phi(t)$ – полуширина получаемых профилей. Из рисунка видно, что эволюция происходит циклами. Переход на новый виток эволюции осуществляется путем скачкообразного изменения коэффициента χ_1 . Колебания уровня экономического потенциала сдвинуты по фазе относительно колебаний численности населения. Это хорошо видно на графиках функций, характеризующих полуширину распределений, представленных на рис. 6.

Представленная в модели циклическая динамика адекватно описывает демографические циклы разного уровня (и глобальные, и локальные), которые имели место на протяжении всей истории [5]. Демографические циклы состоят из двух главных стадий: стадии подъема и бурного роста населения, сопровождающегося увеличением плотности населения в центральных местах, и стадии растекания, когда преобладают диффузионные процессы и плотность населения падает. В начале каждого витка, в кризисные моменты развития, идет усиление центробежных процессов, часто

сопровождающихся войнами, захватом новых земель, миграцией населения. На фазовом портрете этот этап соответствует движению «демографической» траектории вправо; полуширина структуры увеличивается. В поисках выхода из кризиса происходит создание новых технологий, инноваций, их распространение (диффузия нововведений); это соответствует стадии растекания по пространству «технологической» структуры. В результате открываются новые возможности для роста населения, и демографический цикл переходит ко второй стадии. Быстрый рост численности $N(t)$ приводит к перенаселению в центральных местах, нехватке жизнеобеспечивающих ресурсов, резкому сокращению потребления и, в конечном итоге, к кризису. Преодолевая кризис, Система переходит на новый виток развития.

Демографические данные говорят о том, что, несмотря на многочисленные внешние и внутренние воздействия – стихийные бедствия, войны, пандемии, и т.д., приводящие к большой убыли населения, – человечество быстро восстанавливалось и демонстрировало устойчивый гиперболический рост на протяжении всей истории своего существования. Расчеты по предложенной модели показали также, что, несмотря на циклическую динамику системы, оба интегральных показателя $N(t)$ и $P(t)$ демонстрируют устойчивый рост в режиме с обострением, причем рост общей численности населения количественно соответствует демографическим данным (см. рис. 7).

Таким образом, предложенная модель описывает развитие в режиме с обострением как численности населения, так и обобщенного экономического показателя, циклический характер их динамики, и отражает взаимосвязь между этими важнейшими показателями эволюции Мир-Системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №11-01-00887, и РГНФ, проект № 11-23-01005/Vel.

Библиографический список

1. *Гринин Л.Е., Кортаев А.В.* Социальная макроэволюция: генезис и трансформации Мир-Системы. М.: ЛИБРОКОМ/URSS, 2009. 568 с.
2. *Капица С.П.* Очерки теории роста человечества. Демографическая революция и информационное общество. М.: ЗАО ММБВ, 2008.
3. *Капица С.П.* Демографическая революция, глобальная безопасность и будущее человечества //Будущее России в зеркале синергетики. М.: КомКнига, 2006. С. 238.

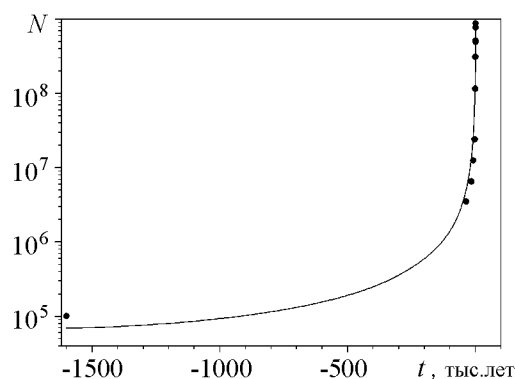


Рис. 7. Рост общей численности населения: сплошная линия – результат расчетов, точки – демографические данные

4. *Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А.* Законы истории. Математическое моделирование исторических макропроцессов. Демография, экономика, войны. М.: КомКнига, 2005.
5. *Нефедов С.А.* Факторный анализ исторического процесса // История и математика. Концептуальное пространство и направления поиска. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. С. 63.
6. *Дьяконов И.М.* Пути истории. От древнейшего человека до наших дней. М.: Восточная литература, 1994.
7. *Яковец Ю.В.* Циклы. Кризисы. Прогнозы. М., 1999.
8. *Акаев А.А.* Основы современной теории инновационно-технологического развития экономики и управления инновационным процессом // Анализ и моделирование глобальной динамики. М., 2010. С.17.
9. *Родман Б.Б.* Территориальные ареалы и сети. Смоленск: Ойкумена, 1999.
10. *Гринин Л.Е., Коротаев А.В.* Модель экономического и демографического развития Мир-Системы Арцруни-Комлоса и теория производственных революций//Анализ и моделиров. глобальной динамики. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. С. 143.
11. Режимы с обострением: Эволюция идеи / Под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
12. *Белавин В.А., Капица С.П., Курдюмов С.П.* Математическая модель демографических процессов с учетом пространственного распределения//Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1998. Т. 38, № 6. С. 885.
13. *Белавин В.А., Князева Е.Н., Куркина Е.С.* Математическое моделирование глобальной динамики мирового сообщества // Нелинейность в современном естествознании. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. С. 384.
14. *Князева Е.Н., Куркина Е.С.* Пути истории и образы будущего человечества: Синергетика глобальных процессов в истории // Философия и Культура. 2008. № 10. С. 28; № 11. С.31.
15. *Князева Е.Н., Куркина Е.С.* Глобальная динамика мирового сообщества //Историческая психология и социология истории. 2009. № 1. С.129.
16. *Куркина Е.С.* Математическое моделирование глобальной эволюции мирового сообщества. Демографический взрыв и коллапс цивилизации //История и математика. Анализ и моделирование глобальной динамики. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. С. 2307.
17. *Kuretova E.D., Kurkina E.S.* Modeling general laws of spatial-temporal evolution grows and historical cycles //Computational Mathematics and Modeling, Springer, New York, 2010. Vol. 21, № 2. P. 70.
18. *Курдюмов С.П., Куркина Е.С., Тельковская О.В.* Режимы с обострением в двухкомпонентных средах // Математическое моделирование. 1989. Т.1, № 1. С. 34.

*МГУ имени М.В. Ломоносова
РХТУ имени Д.И. Менделеева*

*Поступила в редакцию 14.10.2013
После доработки 7.11.2013*

MATHEMATICAL MODELS OF THE WORLD-SYSTEM EVOLUTION

E. S. Kurkina, E. D. Kuretova

We propose new mathematical models of the evolution of the human society based on the synergistic approach. They describe the dynamics of the indicators of the major integral development of the World-System such as the total population and the level of the technological development. Our models capture the basic laws of the space and temporal development of the society. They indicate the hyperbolic growth of the population that agrees with the demographical data and the cyclic dynamics. The models help to analyze historical events and to make some predictions from the further development of the society.

Keywords: mathematical modeling, evolution of human society, cyclic dynamics, nonlinear heat equation, blow-up regimes, ordinary differential equation.

Куркина Елена Сергеевна – родилась в Москве (1956). Окончила физический факультет МГУ (1979) и аспирантуру факультета ВМК МГУ (1982). Защитила кандидатскую диссертацию (1982) на тему «Нестационарные диссипативные структуры в средах с источником» и докторскую диссертацию (2005) на тему «Математическое моделирование пространственно-временных структур в системах типа реакция–диффузия». С 1982 года работает на факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, руководитель группы и темы НИР, профессор РХТУ имени Д.И. Менделеева, член редколлегии журнала «Сложные системы». Область научных интересов: математическое моделирование, режимы с обострением, сложные системы, автоколебания, пространственные структуры и другие явления самоорганизации в нелинейных системах типа реакция–диффузия. Автор более 140 научных статей по математическому моделированию пространственно-временных структур, возникающих в различных физико-химических и социально-экономических системах. Автор монографии «Автоколебания, структуры и волны в химических системах. Методы математического моделирования» (М.: РХТУ имени Д.И. Менделеева, 2012. 220 с.). В основу монографии положен разработанный курс лекций для студентов РХТУ. Награждена Почетной грамотой Министерства образования и науки «За большой личный вклад в развитие отечественной науки и многолетний добросовестный труд» (2011).

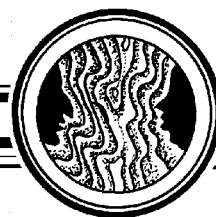


119992 Москва, Ленинские горы, ГСП-2
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
E-mail: e.kurkina@rambler.ru; elena.kurkina@cs.msu.su

Куретова Екатерина Дмитриевна – родилась в 1975 году, окончила факультет вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова (1997) и аспирантуру этого факультета, защитила кандидатскую диссертацию на тему «Математическое моделирование реакции окисления монооксида углерода в слое зернистого катализатора» (2001). Работает на факультете ВМК МГУ в должности младшего научного сотрудника, была исполнителем нескольких грантов РФФИ. Автор 23 научных работ. Область научных интересов – нелинейное уравнение теплопроводности с объемным источником, режимы с обострением, математическое моделирование явлений самоорганизации в системах разной природы типа реакция–диффузия.



119992 Москва, Ленинские горы, ГСП-2
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
E-mail: ekaterina.kuretova@gmail.com

**«И ПАМЯТЬ СВЕТЛАЯ ЖИВА ...»****К 110-летию со дня рождения Р.В. Мерцлина**

К. К. Ильин

Доктор химических наук, заслуженный деятель науки РСФСР, профессор Роман Викторович Мерцлин был крупным ученым, видным общественным деятелем, ректором Пермского и Саратовского университетов, талантливым педагогом и организатором науки. Научные интересы Р.В. Мерцлина лежали в области теоретического и экспериментального исследования гетерогенных конденсированных состояний в многокомпонентных системах. Его труды, имеющие большое значение для развития теории фазовых равновесий, хорошо известны многочисленным отечественным и зарубежным ученым. Общение с Р.В. Мерцлиным оставило у современников глубокое впечатление о нем как разносторонне развитом, талантливым, увлеченном, интеллигентном и добром человеке.

Ключевые слова: Р.В. Мерцлин, теория гетерогенных равновесий, организатор вузовской науки и образования, общественный деятель, воспоминания современников.

Роман Викторович Мерцлин родился 17 октября 1903 года в Саратове в семье служащего. В 1912 году Роман поступил в 1-ю Саратовскую мужскую гимназию, которую окончил в 1920 году. В том же году был зачислен студентом химического отделения физико-математического факультета Саратовского университета. После его окончания в мае 1924 года он работал в Физическом институте Саратовского университета под руководством К.А. Леонтьева и Н.А. Трифонова, преподавал неорганическую химию и заведовал химической лабораторией в Саратовском сельскохозяйственном техникуме имени К.А. Тимирязева (село Октябрьский городок), химиком-аналитиком в центральной лаборатории Рубежанского химического завода (ст. Рубежная Екатеринбургской ж.д.), прослужил три месяца в 32-м артиллерийском полку.

В декабре 1927 года он вернулся в Саратов, не смог найти работу и в течение четырех месяцев состоял на учете на бирже труда. Неодолимое желание посвятить себя науке привело Романа Викторовича в лабораторию органической химии Саратовского университета, где под руководством профессора В.В. Челинцева он без

оплаты труда занимался синтезом и изучением свойств замещенных амидов и гидразидов нафтеновых кислот. Результаты этой первой научной работы были опубликованы в трудах V Менделеевского съезда по чистой и прикладной химии (Казань, 1928). В период с 1928 по 1930 год он работал помощником заведующего химической лабораторией Алапаевского металлургического завода (г. Алапаевск Свердловской области).

Становление Р.В. Мерцлина как ученого и педагога началось в должности ассистента кафедры физической химии Пермского химико-технологического института в 1930 году. В 1931 году он был назначен доцентом и заведующим кафедрой противогазового дела этого института. В Перми Роман Викторович обратил на себя внимание неистощимой энергией, работоспособностью, увлеченностью и незаурядным педагогическим дарованием. Его первые самостоятельные научные исследования, начатые в это время совместно с профессором Пермского университета Н.А. Трифоновым (учеником академика Н.С. Курнакова), были посвящены изучению поверхностного натяжения двойных жидких гомогенных систем с целью использования этого свойства в физико-химическом анализе. Ими было исследовано 25 двойных систем и получены первые примеры сингулярных диаграмм для жидких систем.

В 1932–1935 годах Р.В. Мерцлин находился в командировке в Научно-исследовательском химическом институте ВОХИМУ РККА, где работал старшим научным сотрудником по специальному оборонному заказу. Осенью 1935 года он получил приглашение в Пермский университет, был избран на должность профессора и стал заведовать кафедрой неорганической химии. Центральное место в его научной деятельности стало занимать изучение влияния температуры, химических свойств компонентов и характера их взаимодействия на взаимную растворимость жидких фаз в двойных и тройных системах. Мерцлин, развивая представления академика Н.С. Курнакова, считал, что взаимодействие между компонентами должно найти определенное отражение на геометрической структуре диаграмм растворимости тройных жидкостных систем с расслоением. Обобщив экспериментальные данные, он выявил наиболее общие качественные закономерности, показывающие связь между формой бинодальной кривой, координатами критической точки, расположением нод на поле расслоения фазовой диаграммы и взаимодействием компонентов системы. Указанные положения явились развитой им впоследствии концепции о преобладающем взаимодействии компонентов.

Обширному экспериментальному исследованию различных многокомпонентных систем в значительной мере способствовал новый метод изучения моновариантных фазовых состояний – изотермический метод сечений, основы которого разработаны Мерцлиным в 1937 году. Этот метод является безаналитическим, позволяет построить практически неограниченное число нод на поле моновариантного состояния и графически определить составы равновесных фаз.

В результате непрерывной и плодотворной научной работы талантливый 36-летний ученый в 1939 году сразу защитил докторскую диссертацию на тему «Расслаивание как метод физико-химического анализа многокомпонентных систем». Защита состоялась в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова на заседании Ученого совета под председательством основателя физико-химического анализа академика Н.С. Курнакова.

Развитые профессором Мерцлиным теоретические представления и введение в экспериментальную практику нового метода исследования стимулировали дальнейшие многоплановые работы в области исследования гетерогенных равновесий в двух-, трех- и четырехкомпонентных системах. В Пермском университете им были созданы новое направление в физико-химическом анализе и новая научная школа физико-химиков, среди которых хорошо известны имена профессоров Е.Ф. Журавлева, И.Л. Крупаткина, доцентов К.И. Мочалова, А.А. Волкова, С.Ф. Кудряшова, А.Д. Шевелевой. В 1948 году указом Президиума Верховного Совета РСФСР Р.В. Мерцлину за большие заслуги в области развития химической науки присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки РСФСР».

Наряду с большой научно-педагогической деятельностью Роман Викторович много сил и энергии отдавал административной работе: в 1936–1938 годах занимал должность декана химического факультета, в 1940–1950 годах в разное время был проректором по научно-учебной работе и ректором Молотовского (Пермского) университета. За плодотворную научно-исследовательскую работу и подготовку высококвалифицированных специалистов он в 1944 году был награжден орденом Трудового Красного Знамени. В этом же году Р.В. Мерцлин вступил в ряды Коммунистической партии. Он неоднократно избирался депутатом районного и городского Советов Перми, а в 1947 году был избран депутатом Верховного Совета РСФСР.

В 1950 году Роман Викторович становится ректором своего родного Саратовского университета. За годы его работы ректором (1950–1965) число научных работников и студентов возросло в два раза, число аспирантов – в три. Развились и окрепли три научно-исследовательских института, семь проблемных лабораторий, создано издательство СГУ, построены здания пятого учебного корпуса, лаборатории высоких давлений и студенческого общежития, создан спортивно-оздоровительный лагерь «Университет» на острове Чардым на Волге. Ректор Мерцлин уделял большое внимание укреплению научных и культурных связей с вузами страны – были заключены договоры о содружестве и социалистическом соревновании с Киевским, Днепропетровским и Томским университетами. В составе различных советских делегаций он посетил Германскую Демократическую Республику, Финляндию, Румынию, США.

В Саратове с новой силой проявились качества Р.В. Мерцлина как видного общественного деятеля. Член Саратовского обкома и Кировского райкома КПСС, депутат городского Совета, председатель Областного комитета защиты мира, делегат XX съезда КПСС, Роман Викторович заслужил большое уважение и авторитет у населения. В 1959 году в связи с 50-летием со дня основания Саратовский государственный университет был награжден орденом Трудового Красного Знамени, а его ректор – Почетной грамотой Президиума Верховного Совета РСФСР. В 1961 году Роман Викторович награждается орденом Ленина.

В 1951 году профессор Мерцлин основал на химическом факультете СГУ единственную в истории университетов России кафедру физико-химического анализа, которой он заведовал до ее объединения с кафедрой неорганической химии. С 1965 по 1971 год он возглавлял кафедру неорганической химии и был научным руководителем лаборатории физико-химического анализа этой кафедры. В стенах Саратовского университета он закончил работу над спецкурсом лекций «Гетерогенные равновесия в одно-, двух-, трех- и четырехкомпонентных системах», в основу кото-

рого легли работы известных ученых и собственные теоретические воззрения. Его лекции по неорганической химии и специальному курсу отличались глубоким научным и философским содержанием, отражали новейшие достижения науки и техники и иллюстрировались конкретными примерами применения излагаемого материала на практике. Логически выстроенные и доказательные они являлись отражением творческого процесса мышления лектора и вызывали живой интерес слушателей.

Роман Викторович был активным членом Ученых советов университета и химфака и специализированного совета по присуждению ученых степеней. Его выступления на заседаниях отличались глубоким проникновением в сущность вопроса и конкретными предложениями. Все присутствовавшие на защитах диссертаций с большим интересом слушали научную дискуссию, инициаторами которой неизменно выступали профессора Р.В. Мерцлин и А.Д. Степухович. Их полемика была подчас настолько острой и захватывающей, что публика забывала о самом диссертанте и буквально любовалась этими глубоко эрудированными учеными, которых связывала крепкая дружба.

Научные идеи и замыслы профессора Мерцлина, возникшие в Пермском университете, получили дальнейшее развитие на кафедрах физико-химического анализа и неорганической химии СГУ. В этот период (1951–1971) под его руководством были выполнены фундаментальные теоретические и экспериментальные исследования способов образования и топологии различных фазовых состояний: равновесий двух и трех жидких фаз и монотектических состояний в тройных и четверных системах; равновесия четырех жидких фаз в четырех- и пятикомпонентных системах; равновесий одной твердой и трех жидких фаз, двух твердых и двух жидких фаз в четверных системах. Под руководством профессора Мерцлина и доцента Никурашиной аспиранты, сотрудники и студенты с успехом применили метод сечений к исследованию тройных и четверных систем новых типов. Результатом многолетней работы явилось издание в соавторстве с Н.И. Никурашиной двух оригинальных монографий: «Метод сечений. Приложение его к изучению многофазного состояния многокомпонентных систем» (1969) и «Гетерогенные равновесия, ч. 1» (1971).

С 1965 года профессор Мерцлин совместно с доцентом Никурашиной начали интересные политермические исследования равновесия двух и трех жидких фаз в четырехкомпонентных системах, позволившие предложить модельные фазовые диаграммы ряда четверных экстракционных систем. Эти работы явились первым экспериментальным подтверждением существования критических явлений высшего (третьего) порядка, предсказанных теоретически Ван-дер-Ваальсом и Констаммом в 1912 году.

В Саратовском университете под руководством Р.В. Мерцлина выросло новое поколение ученых-специалистов в области физико-химического анализа: доктор химических наук Н.И. Никурашина, кандидаты химических наук Л.А. Камаевская, Г.М. Остапенко, Г.И. Харитоновна, К.К. Ильин, А.И. Гей, С.И. Синегубова, В.С. Петелина, И.Г. Шубцова. От своих сотрудников, аспирантов и студентов Роман Викторович требовал тщательности и аккуратности в проведении эксперимента, строгой и критической интерпретации полученных результатов. Приведу воспоминание студентки-дипломницы 1953 года выпуска, доктора биологических наук Л.К. Обуховой. «Прежде, чем дать дипломное задание, Роман Викторович беседовал с каждым из нас, желая оценить характер и способности. Увидев во мне большую нетерпели-

вость, поручил не самую сложную трехкомпонентную систему. В личных беседах, а они становились более частыми по мере выполнения дипломной работы, он преследовал свою основную воспитательную цель: научить нас ответственности за результат, даже за каждую экспериментальную точку, которая не могла (не должна!) быть ошибочной. Он часто возвращался к этой теме на лекциях по спецкурсу, цитируя академика Вернадского: «...теории преходящи, в основе естествознания лежат только научные эмпирические факты».

А вот что пишет в своем письме-воспоминании выпускник 1952 года, дипломник первой группы студентов кафедры физико-химического анализа СГУ, доктор технических наук Л.Д. Дудкин. «Будучи студентом, я не думал и даже не мечтал о научной карьере. Роман Викторович не только привил вкус к научному эксперименту и анализу, но настоял в личных беседах на том, чтобы я поступал в аспирантуру Института общей и неорганической химии АН СССР им. Н.С. Курнакова в Москве, поскольку ученый совет химфака после защиты дипломной работы выдал мне соответствующую рекомендацию. Полученные на кафедре теоретические знания послужили, по моему глубокому убеждению, основой успешной сдачи не только вступительных экзаменов в аспирантуру, но и кандидатского минимума по специальности. И хотя в своей дальнейшей учебе и работе мне пришлось иметь дело не с жидкими растворами и системами, а с интерметаллическими полупроводниковыми фазами и системами на их основе, заложенный на кафедре теоретический багаж являлся надежным фундаментом в моих последующих исследованиях и разработках. Вот почему я до конца своих дней буду благодарен химфаку, кафедре физико-химического анализа, их преподавателям, сотрудникам и, в первую очередь, Роману Викторовичу Мерцлину!»

Вспоминает ученица Р.В. Мерцлина, его бывшая аспирантка, кандидат химических наук, доцент Г.М. Остапенко. «Я защитила дипломную работу под руководством профессора Мерцлина в 1956 году. Спустя два года Роман Викторович пригласил меня на беседу и сказал: «Мы с Наталией Ивановной Никурашиной хотели бы опубликовать в соавторстве с Вами результаты Вашей дипломной работы в виде двух статей в Журнале общей химии. Вы не будете возражать?» Сколько было в этом предложении такта, уважительного отношения к личности, человеческого тепла. Я была очень взволнована и, конечно, ответила согласием. Позже я поступила в заочную аспирантуру к Р.В. Мерцлину, увлеченно занималась изучением явления высаливания в трех- и четырехкомпонентных системах и в 1970 году успешно защитила кандидатскую диссертацию».

Роман Викторович любил студенческую молодежь и охотно выступал перед студентами с лекциями и беседами, был частым и желанным гостем в студенческих общежитиях. Ему были присущи большое обаяние и скромность, доброжелательность и внимательное отношение к людям в сочетании с высокой принципиальностью и ярко выраженным чувством собственного достоинства. Вспоминает член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, бывший ректор СГУ, профессор Д.И. Трубецков. «После окончания университета в 1960 году я поступил в аспирантуру к профессору В.Н. Шевчику. Через год он предложил мне место ассистента на кафедре и переход в заочную аспирантуру. Решить вопрос такого перехода мог тогда только ректор. И я пошел на прием. Роман Викторович принял меня любезно, поздоровался за руку, усадил в кресло. Расспросил о жизни, прочел заявление и подписал его со словами: «Желаю удачи и долгой работы в университете». Работа оказалась действительно долгой».

Неутомимый исследователь и энтузиаст науки Р.В. Мерцлин обладал редким сочетанием замечательных качеств – незаурядными способностями, глубокой эрудицией, уникальной памятью, неиссякаемой энергией, талантом организатора и педагога, большой работоспособностью и увлеченностью. Он имел разносторонние знания и интересы: любил историю российского государства, литературу, математику, философию, разбирался в живописи и музыке, сам играл на пианино и любил декламировать стихи. Роман Викторович очень любил добрую шутку и удивлял всех искусством устного рассказа. В сборнике «Геологи улыбаются» (составитель Д.А. Кухтинов. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2002) есть небольшой рассказ профессора В.Г. Очева о Мерцлине. Он пишет: «Раньше бывало нередко так, что производственная практика студентов в отдельных партиях, экспедициях затягивалась на довольно значительный срок, иногда до ноября, даже до декабря. Попав в такую именно ситуацию, студент Витя А-ев отбил телеграмму на имя ректора: «Задерживаюсь на практике до ноября. Витя». Спустя какое-то время от ректора поступил ответ: «Возвращайтесь немедленно, иначе отчислю из университета. Рома».

Последний год своей жизни Мерцлин, несмотря на тяжелую болезнь, активно работал, читал лекции, занимался с аспирантами и дипломниками, намечал планы дальнейших исследований и темы публикаций. 9 февраля 1971 года Роман Викторович читал лекцию по неорганической химии студентам 1 курса, а 11 февраля он скончался от сердечной недостаточности. Так оборвалась жизнь выдающегося деятеля науки и высшего образования, ставшего легендой для многих поколений студентов и преподавателей Пермского и Саратовского университетов.

17 октября 2003 года научная и педагогическая общественность отмечала 100-летие со дня рождения Мерцлина. В связи с этой датой в Саратовском университете проводились мероприятия по увековечиванию его памяти. В актовом зале СГУ 1 июля 2003 года состоялось совместное заседание ученых советов университета, химического факультета и Международной научной конференции «Физико-химический анализ жидкофазных систем», посвященное 100-летию со дня рождения Р.В. Мерцлина. С докладами о жизни и деятельности Мерцлина выступили ректоры Саратовского и Пермского университетов Д.И. Трубецков и В.В. Маланин. Его ученик профессор СГУ К.К. Ильин и представитель Пермской научной школы профессор ПГУ О.С. Кудряшова в своих докладах подробно остановились на научном наследии профессора Мерцлина и достижениях в развитии физико-химического анализа в Саратовском и Пермском университетах. В этот день в торжественной обстановке была открыта мемориальная доска с барельефом профессора Мерцлина на фасаде первого учебного корпуса СГУ, в котором располагается химический факультет. Главная химическая аудитория, в которой Роман Викторович читал лекции по неорганической химии, с 2003 года носит имя: «Аудитория имени профессора Р.В. Мерцлина».

В настоящее время новое поколение ученых, принадлежащих к научной школе профессора Мерцлина, а также его последователи успешно продолжают фундаментальные и прикладные работы в области физико-химического анализа гомогенных и гетерогенных систем. Это доктора химических наук К.К. Ильин, А.Г. Демахин (Саратов), О.С. Кудряшова, С.А. Мазунин (Пермь), М.Р. Танашева (Казахстан), кандидаты химических наук Д.Г. Черкасов, защитивший недавно докторскую диссертацию, Т.М. Варламова, Е.С. Юрина, Г.В. Герасимова, В.Ф. Курский, Е.М. Рубцова, М.П. Смотров (Саратов), М.Г. Зубарев, А.Н. Васянин, Н.С. Кистанова (Пермь) и другие.

Многие современники с восхищением вспоминают внешний облик Романа Викторовича. Вот что пишет в своей книге «Ректоры Саратовского университета» выпускник СГУ, кандидат геолого-минералогических наук В.Н. Семенов. «Его внешний облик был колоритен и импозантен: высокий седобородый мужчина с приятным интеллигентным лицом, в шляпе и при тросточке. Было что-то «старорежимное» и царственное в его строгом, но доброжелательном взгляде, в его приветливом обязательном поклоне в ответ на многочисленные «здрасьте», в его полной достоинства неторопливой походке и движениях, в добротной одежде; источал он, без преувеличения, некое величие и благородство, внушавшее огромное уважение – до замешательства и оторопи. И такое впечатление производил он не только на студентов, но и на зрелых людей, видевших в Романе Викторовиче прежде всего мудрость, солидность, основательность, энциклопедический кругозор».

Студенты и преподаватели Саратовского университета уважительно прозвали Романа Викторовича «Дедом» за его рано поседевшие голову и бороду. К одному из посмертных юбилеев Р.В. Мерцлина кандидат химических наук, доцент кафедры неорганической химии С.Б. Пиркес написала душевные строки:

Для нас слились уже давно	Но стариком, увы, не стал он,	И память светлая жива,
Слова в понятие одно –	Лишь седина и борода	И благодарность за дела,
И неразрывны будут век,	Ему добавили года...	А мудрость, честность, доброта
Родной университет и Дед.	Душа была же молода!	Его остались навсегда!

Автор выражает благодарность внучке Р.В. Мерцлина ведущему инженеру кафедры морфологии и экологии животных биологического факультета СГУ К.В. Федотовой за предоставленные фотоматериалы и доценту кафедры общей и неорганической химии Института химии СГУ Д.Г. Черкасову за помощь в подготовке рукописи настоящей статьи.

ЛИТЕРАТУРА О ЖИЗНИ И ДЕЯТЕЛЬНОСТИ Р.В. МЕРЦЛИНА

1. Березниковский избирательный округ № 407. Коллектив Березниковского азотнотукового завода выдвинул кандидатами в депутаты Верховного Совета РСФСР Иосифа Виссарионовича Сталина, Климента Ефремовича Ворошилова, Романа Викторовича Мерцлина // Звезда. Молотов, 1947. 5 янв.
2. Гомон Н., Языкова Н., Микрюкова А. и др. Любимый наставник // Звезда. Молотов, 1947. 7 февр.
3. Бугаенко П. Нашему ректору – 60 лет // Ленинский путь. Саратов, 1963. 16 нояб. С. 1.
4. Никурашина Н.И., Ильин К.К. Ученый, педагог, общественный деятель. К 80-летию со дня рождения Р.В. Мерцлина // Физико-химический анализ гомогенных и гетерогенных многокомпонентных систем: Межвуз. науч. сб. Ч. 1. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1983. С. 3.
5. Семенов В.Н. Ректоры Саратовского университета. Факты жизни и деятельности. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999. С. 228.
6. Мерцлин Роман Викторович: Библиогр. указ. тр. науч. шк., опубл. с 1928 по 2002 г. Пермь: Перм. ун-т, ЕНИ при Перм. ун-те, 2002. 164 с.
7. Ильин К.К., Трубецков Д.И. Мерцлин Роман Викторович. 1903–1971: К 100-летию со дня рождения // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. 2003. Т. 3, вып. 1. С. 14.

8. *Ильин К.К.* Научное наследие Р.В. Мерцлина и развитие физико-химического анализа в Саратовском университете // Физико-химический анализ жидкофазных систем: Тез. докл. междунар. конф. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2003. С. 11.

9. Химический факультет Саратовского государственного университета. Саратов: Научная книга, 2004. С.71.

10. *Костицын В.И.* Ректоры Пермского университета. 1916–2006. Изд. 2-е, перераб. и доп. Пермь: Перм. ун-т, 2006. С. 172.

*Саратовский государственный
университет*

Поступила в редакцию 2.12.2013

«AND MAY FOR EVER LIVE HIS BLESSED MEMORY...»

To the 110th Anniversary of Professor Roman V. Mertslin

К. К. Ilin

Doctor of chemistry, honored science worker of the Russian Soviet Federative Socialist Republic, Professor Roman Victorovich Mertslin was an outstanding scientist, an eminent public figure, Rector of Perm and Saratov universities, a talented teacher, and an organizer of science. R.V. Mertslin's interests were in the field of theoretical and experimental research of heterogeneous condensed states in multicomponent systems. His works, being of great importance for the development of a theory of phase equilibrium, are well-known to numerous domestic and foreign scientists. His contemporaries' communications with R.V. Mertslin have left deep impression of him as a versatile, talented, keen, cultured and kind personality.

Keywords: R.V. Mertslin, theory of heterogeneous equilibria, organizer of academic science and education, public figure, memories of contemporaries.



Ильин Константин Кузьмич – родился в 1944 году в Саратове, окончил химический факультет Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского в 1966 году. После окончания университета работал инженером в НИИ химии СГУ, в 1968 году поступил в аспирантуру к профессору Р.В. Мерцлину. С 1970 года по настоящее время работает преподавателем Саратовского университета, сейчас в должности профессора. Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1973, СГУ) и доктора химических наук (2000, СГУ) в области физико-химического анализа многокомпонентных систем, топологии фазовых диаграмм, критических явлений равновесия жидкость–жидкость, жидкостной экстракции и высаливания. Опубликовал 101 научную статью по направлениям, указанным выше.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
E-mail: ilinkk@info.sgu.ru