



К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В КОЛЬЦАХ САТУРНА

Н. О. Бессуднова

Спицеобразные азимутальные возмущения в кольцах Сатурна анализируются на основе гидродинамического подхода и математического моделирования волн пространственного заряда в трехпоточковой системе методом «частица в ячейке». Даны компьютерные иллюстрации «спиц».

Существует несколько моделей для описания азимутальных спицеобразных возмущений, наблюдаемых на фоне неоднородной структуры кольца В Сатурна. Одна из них - представление широкого кольца, состоящего из множества элементарных колечек, в виде совокупности, лежащих в одной плоскости узких прямолинейных потоков заряженных частиц, разделенных столь же узкими зазорами, и анализ волновых процессов в такой системе. На основе этой модели П. В. Блюх и В. В. Ярошенко построили линейную теорию спицеобразных возмущений и проанализировали возникающую в системе неустойчивость [1].

Целью данной работы является построение упрощенной нелинейной теории наблюдаемых неоднородностей, имеющих волновой характер. В общем виде анализ данной модели представляется достаточно сложным из-за множества потоков и сортов частиц. Поэтому ограничимся рассмотрением трех моноскоростных квазинейтральных потоков заряженных частиц. Предположим, что пылевые частицы одинаковые, что позволит не учитывать распределение частиц по сортам; электроны и ионы плазмы находятся в состоянии коротации с магнитосферой Сатурна, то есть для их скоростей выполняется соотношение $V_{0i}(e,i) = 0$. Существует два подхода к решению задачи. Один основан на гидродинамическом представлении, другой - на использовании метода крупных частиц при исследовании динамики спицеобразных возмущений в трехпоточковой системе.

В основе гидродинамической модели лежат нелинейные уравнения движения, уравнения непрерывности для отдельных потоков и уравнение Пуассона для электрического потенциала ϕ

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial y} = -\eta \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i V_i)}{\partial y} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{q}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^3 n_i, \quad (3)$$

где i - номер потока; V_i - скорость i -го потока; ϕ , n_i - потенциал и концентрация пылевых частиц вблизи i -го потока.

Полагаем для простоты, что потоки бесконечно широкие, - это и позволяет перейти к одномерной модели. Пусть в начальный момент времени в одном из потоков существует малое гармоническое возмущение. Если скорости потоков близки, то благодаря существующей в системе неустойчивости данное возмущение развивается. Образующиеся сгустки и разрежения плотности пространственного заряда, которым соответствуют сгустки и разрежения плотности вещества, распространяются по направлению движения потоков. При этом профиль волн скорости искажается, волны становятся круче. В момент времени $t \approx 7\omega_p^{-1}$ передний фронт волны становится вертикальным, и производная $\partial V/\partial y$ обращается в бесконечность. Соответствующие зависимости плотности пространственного заряда и скорости потоков от бегущей координаты $\xi = y - V_{0i}t$ представлены на рис. 1. В последующие моменты времени скорость становится неоднозначной функцией координаты, и уравнениями (1) - (3) для описания интересующих нас возмущений пользоваться уже нельзя.

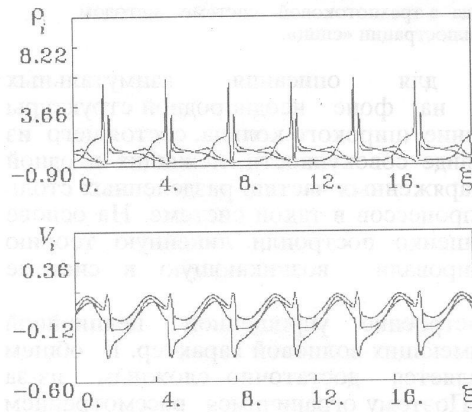


Рис. 1. Зависимости $\rho_i(\xi)$ и $V_i(\xi)$, полученные на основе гидродинамической модели

Второй подход к решению задачи моделирование динамики спицеобразных возмущений на основе метода «частица в ячейке» [2,3]. Исследуемая модель кольца позволяет осуществить два предельных перехода. Если расстояние между элементарными колечками велико, то приходим к описанию волн пространственного заряда, распространяющихся в изолированном потоке заряженных частиц. Наибольший интерес представляет второй предельный случай, когда элементарные колечки смыкаются друг с другом. Тогда задача о динамике спицеобразных возмущений сводится к анализу трех эффективно взаимодействующих потоков заряженных частиц. В качестве исходных примем следующие безразмерные уравнения для скоростей и координат частиц в отдельных потоках

$$V_{i,m}^{t+1/2} = V_{i,m}^{t-1/2} + E_m^t, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4)$$

$$y_{i,m}^{t+1} = y_{i,m}^t + V_{i,m}^{t+1/2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Здесь $y_{i,m}^{t\pm 1/2}$, $V_{i,m}^{t\pm 1/2}$ - координата и скорость m -ой частицы i -го потока в моменты времени $t \pm 1/2$; E_m^t - поле пространственного заряда, действующее на частицу номера « m » в момент времени t , выражение для которого получается из решения уравнения Лапласа для функции Грина при заданных граничных условиях [4]

$$\epsilon(y,t) = \frac{1}{2\pi b'^2 \epsilon_0} \int_0^L \rho(y',t) \exp\left\{-\frac{2|y-y'|}{b'}\right\} \text{sgn}(y-y') dy',$$

где b' - радиус потока, L - характерная длина системы, ρ - плотность пространственного заряда. Перепишем последнее соотношение в принятых выше обозначениях

$$E_j' = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_c} \sum_{i=1}^3 \Theta_{i,k}^2 \exp\{-\alpha|j-k|\} \operatorname{sgn}(j-k), \quad (6)$$

где j, k - номера ячеек, α характеризует радиус действия сил пространственного заряда, N_c - количество ячеек, Θ - параметр, пропорциональный плотности пространственного заряда ρ . Последняя на границах ячейки аппроксимируется распределением заряда каждой частицы между двумя ближайшими границами ячейки, как указано в [2].

Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 2 в виде зависимостей скорости и плотности тока трех потоков от координаты. Моделирование динамики возмущений методом «частица в ячейке» проводилось при следующих параметрах: характерной частоте $\omega = \pi/10$, оцениваемой по обратному времени жизни «спиц»; скоростях $V_{01}=1.00$, $V_{02}=1.01$, $V_{03}=1.02$; числе частиц на ячейку, равному 3; количестве ячеек $N_c=500$. На начальном участке пространства взаимодействия малое возмущение, подаваемое на вход системы, нарастает. Дальше существенны нелинейные эффекты. Отчетливо прослеживаемая структура «пиков» плотности тока по всей длине пространства взаимодействия, по-видимому, соответствует устойчивым группам отдельных неоднородностей, распространяющихся на фоне сложной радиальной структуры кольца В.

В данной модели рассмотрен лишь один механизм возникновения и динамики спицеобразных возмущений, основанный на конвективной неустойчивости в системе трех взаимодействующих потоков. Однако, существуют и другие механизмы неустойчивостей, связанные с множеством потоков и сортов частиц в реальной системе. Например, возможны аналоги кинетической неустойчивости при соответствующих функциях распределения по потокам и сортам частиц [1]. Но этот вопрос нетривиален и требует более детального изучения.

Автор выражает искреннюю благодарность Д.И. Трубецкову за предложение интересной темы исследования и помощь в процессе выполнения работы.

Библиографический список

1. Блюх П. В., Ярошенко В. В. Электростатические волны в кольцах Сатурна // *Астрономический журнал*. 1985. Т. 62, вып. 3. С. 569.
2. Morey. I.J., Birdsall C. K. Travelling Wave Tube Simulation: The IBC Code // *IEEE Trans. on Plasma Science*. 1990. Vol. 18, №3. P. 482.
3. Бэдсел Ч., Ленгтон А. Численное моделирование и физика плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1989.
4. Роу Дж. Нелинейные явления в приборах СВЧ. М.: Сов. радио, 1969.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 19.09.94
после переработки 28.11.94.

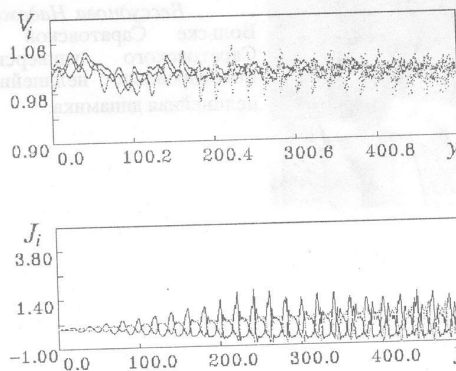


Рис. 2. Зависимости $V_i(y)$ и $J_i(y)$, полученные методом «частица в ячейке», представлены для момента времени $t=500$

где b' - радиус потока, L - характерная длина системы, ρ - плотность пространственного заряда. Перепишем последнее соотношение в принятых выше обозначениях

$$E_j' = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_c} \sum_{i=1}^3 \Theta_{i,k}^2 \exp\{-\alpha|j-k|\} \operatorname{sgn}(j-k), \quad (6)$$

где j, k - номера ячеек, α характеризует радиус действия сил пространственного заряда, N_c - количество ячеек, Θ - параметр, пропорциональный плотности пространственного заряда ρ . Последняя на границах ячейки аппроксимируется распределением заряда каждой частицы между двумя ближайшими границами ячейки, как указано в [2].

Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 2 в виде зависимостей скорости и плотности тока трех потоков от координаты. Моделирование динамики возмущений методом «частица в ячейке» проводилось при следующих параметрах: характерной частоте $\omega = \pi/10$, оцениваемой по обратному времени жизни «спица»; скоростях $V_{01}=1.00$, $V_{02}=1.01$, $V_{03}=1.02$; числе частиц на ячейку, равному 3; количестве ячеек $N_c=500$. На начальном участке пространства взаимодействия малое возмущение, подаваемое на вход системы, нарастает. Дальше существенны нелинейные эффекты. Отчетливо прослеживаемая структура «пиков» плотности тока по всей длине пространства взаимодействия, по-видимому, соответствует устойчивым группам отдельных неоднородностей, распространяющихся на фоне сложной радиальной структуры кольца В.

В данной модели рассмотрен лишь один механизм возникновения и динамики спицеобразных возмущений, основанный на конвективной неустойчивости в системе трех взаимодействующих потоков. Однако, существуют и другие механизмы неустойчивостей, связанные с множеством потоков и сортов частиц в реальной системе. Например, возможны аналоги кинетической неустойчивости при соответствующих функциях распределения по потокам и сортам частиц [1]. Но этот вопрос нетривиален и требует более детального изучения.

Автор выражает искреннюю благодарность Д.И. Трубецкову за предложение интересной темы исследования и помощь в процессе выполнения работы.

Библиографический список

1. Блюх П. В., Ярошенко В. В. Электростатические волны в кольцах Сатурна // *Астрономический журнал*. 1985. Т. 62, вып. 3. С. 569.
2. Morey. I.J., Birdsall C. K. Travelling Wave Tube Simulation: The IBC Code // *IEEE Trans. on Plasma Science*. 1990. Vol. 18, №3. P. 482.
3. Бэдсел Ч., Ленгтон А. Численное моделирование и физика плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1989.
4. Роу Дж. Нелинейные явления в приборах СВЧ. М.: Сов. радио, 1969.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 19.09.94
после переработки 28.11.94.

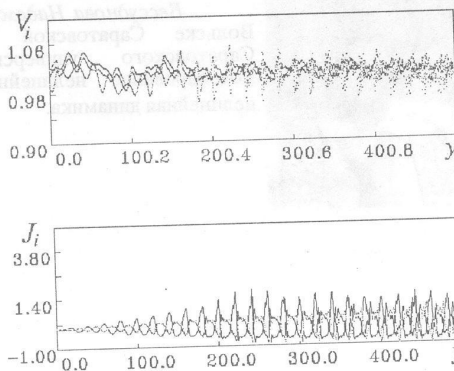


Рис. 2. Зависимости $V_i(y)$ и $J_i(y)$, полученные методом «частица в ячейке», представлены для момента времени $t=500$



ПОЗДРАВЛЯЕМ

Анищенко Вадима Семеновича,
Саратовский госуниверситет;
Белых Владимира Николаевича,
Волжская госакадемия водного транспорта,
Нижний Новгород;
Ерухимова Льва Михайловича,
Нижегородский госуниверситет;
Калиникоса Бориса Антоновича,
Санкт-Петербургский
электротехнический университет;
Климонтовича Юрия Львовича,
Московский госуниверситет;
Ланда Полину Соломоновну,
Московский госуниверситет;
Неймарка Юрия Исааковича,
Нижегородский госуниверситет;
Трубецкова Дмитрия Ивановича,
Саратовский госуниверситет

с международным признанием
Вашей научной деятельности,
подтвержденной присуждением
звания

Соросовского профессора.
Будьте здоровы! Успехов Вам в
ученых и «неученых» делах!

Редакционная коллегия