

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ПЕРРОНА – ФРОБЕНИУСА КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ

В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, А.С. Ремизов

Исследуются спектральные свойства линейного несамосопряженного оператора Перрона – Фробениуса для кусочно-линейного пилообразного отображения, ветви которого имеют одинаковый по модулю тангенс угла наклона и переводят отрезок своего определения на единичный интервал. Показано, что для произвольного числа ветвей отображения полиномиальные собственные функции оператора представляются (в зависимости от четности или нечетности числа ветвей) многочленами Бернулли, Эйлера или их линейной комбинацией. Соответствующие собственные числа выражаются через отрицательные степени числа ветвей отображения. Для отображения с нечетным числом ветвей и нулевым значением итеративной функции в нуле собственные числа являются кратными. Переход к инверсному отображению устраняет кратность собственных чисел оператора. Результаты получены методом, основанным на построении специальной аналитической производящей функции для собственных функций оператора Перрона–Фробениуса. Знание решения спектральной задачи для кусочно-линейного отображения автоматически позволяет записать точное решение спектральной задачи для любых топологически сопряженных отображений, а также найти аналитическое представление для автокорреляционной функции траекторий и корреляционных функций связанных с ними наблюдаемых.

ANALYTICAL SOLUTION OF SPECTRAL PROBLEM FOR THE PERRON – FROBENIUS OPERATOR OF PIECE-WISE LINEAR CHAOTIC MAPS

V.M. Anikin, S.S. Arkadaksky, A.S. Remizov

Spectral properties of the linear non-self-adjoint Perron – Frobenius operator of piece-wise linear chaotic maps having regular structure are investigated. Eigenfunctions of the operator are found in the form of Bernoulli and Euler polynomials. Corresponding eigenvalues are presented by negative powers of number of map branches. The solution is obtained in general form by means of generating functions for eigenfunctions of the operator. Expressions for eigenfunctions and eigenvalues are different for original and inverse maps having even and odd number of branches. Results allow us to find analogous solution of the spectral problem for conjugate maps and to calculate analytically decay of correlations for such chaotic dynamical systems.