УДК 517.98.537

ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ ОПЕРАТОРА ПЕРРОНА–ФРОБЕНИУСА

В. М. Аникин, С. С. Аркадакский, С. Н. Купцов, А. С. Ремизов

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
E-mail: anikinvm@info.sgu.ru

В работе выявляется структура полиномиальных собственных функций и функций ядра оператора Перрона–Фробениуса, соотнесенного с одномерными хаотическими отображениями, итеративная функция которых обладает следующими свойствами: кусочно-линейный характер; полные ветви, каждая из которых переводит область своего задания на полный интервал определения отображения; произвольный наклон ветви (области задания ветви), отсутствие щелей между ветвями.

Знание решения спектральной задачи позволяет аналитически определить скорость установления инвариантного распределения в системе, скорость расцепления корреляций в динамической системе, обладающей хаотическими свойствами, строить разложения функций, аналогичные разложению Эйлера–Маклорена.

В качестве метода решения спектральной задачи используется комбинированный подход, основанный на методе производящей функции для собственных функций оператора и методе неопределенных коэффициентов.

Впервые получено общее аналитическое решение спектральной задачи для случая произвольных наклона кусочно-линейных ветвей отображения и их сочетания.

Найдено решение задачи на полиномиальные собственные функции и собственные значения оператора Перрона–Фробениуса для произвольных кусочно-линейных отображений с полными ветвями без «щелей» – конечных областей нулевого значения итеративной функции. Определен также общий вид функций, составляющих ядро оператора. Результаты верифицируются на примере сдвигов Бернулли.

Факторизация производящей функции для собственных функций оператора позволяет найти универсальный набор рекуррентно вычисляемых коэффициентов, на основе которых и конструируются собственные полиномиальные функции. Полученные решения включают как частные случаи решения подобной задачи для отображений, представляющих композицию полных линейных ветвей, но характеризуемых одинаковым модулем производной и произвольным чередованием знака производной (сдвиги Бернулли, разнообразные пилообразные отображения).

Ключевые слова: Кусочно-линейные хаотические отображения, оператор Перрона–Фробениуса, полиномиальные собственные функции оператора, ядро оператора.

DOI:10.18500/0869-6632-2016-24-4-6-16

Ссылка на статью: Аникин В.М., Аркадакский С.С., Купцов С.Н., Ремизов С.А. Полиномиальные собственные функции оператора Перрона–Фробениуса // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика, 2016. Т. 24, No 4. С. 6–16.

POLYNOMIAL EIGENFUCTIONS OF THE PERRON–FROBENIUS OPERATOR

V. M. Anikin, S. S. Arkadaksky, S. N. Kuptsov, A. S. Remisov

National Research Saratov State University
Astrahanskaya, 83, 410012 Saratov, Russia
E-mail: anikinvm@info.sgu.ru, anikinvm@yandex.ru

In the paper, we reveal the structure of polynomial functions of the eigenfunctions and the kernel of the Perron–Frobenius operator for one-dimensional chaotic maps that iterative functions have the following properties: they are piecewise-linear ones; they have full branches transforming the domain of its definition to the full range of the mapping; the have arbitrary slope of branches; they have not some gaps between the branches.

Knowledge of solution of the spectral problem allows us to find analytically the rate of establishment of the invariant distribution in the, the rate of decay of correlations in a dynamic system, which has chaotic properties, to construct the function decomposition similar to the Euler–Maclaurin decomposition.

For solving the spectral problem, we introduce a combined approach based on the method of generating function for the operator eigenfunctions and the method of undetermined coefficients.

The new results of the paper is a general solution of the spectral problem for piecewise linear maps having arbitrary skew of linear branches of the mapping.

We present the solution for polynomial eigenfunctions and eigenvalues of Perron–Frobenius operator associated to arbitrary piece-wise linear chaotic maps with full branches without «gaps» (finite intervals where iterative function is equal to zero). A general form of the functions of the operator kernel is written.

The factoring generating function for the eigenfunctions allows us to find an universal set of coefficients that are calculated recursively and form polynomial eigenfunctions. These solutions include partial spectral solutions for Bernoulli shifts and other sawtooth maps.

Keywords: Piece-wise linear chaotic maps, the Perron–Frobenius operator, polynomial eigen-

functions, the kernel.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-4-6-16

Paper reference: Anikin V.M., Arkadaksky S.S., Kuptsov S.N., Remisov A.S. Polynomial eigenfuctions of the Perron–Frobenius operator // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 24. Issue 4. P. 6–16.