

## МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ОРБИТ В АНСАМБЛЕ ОТОБРАЖЕНИЙ С ДАЛЬНОДЕЙСТВУЮЩИМИ СВЯЗЯМИ

*А. В. Шабунин*

Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
E-mail: shabuninav@info.sgu.ru

*Поступила в редакцию 31.10.2017, после доработки 24.02.2018*

**Цель.** Целью работы является исследование закономерностей фазовой мультистабильности в ансамбле колебательных систем с нелокальными связями при изменении силы и дальности действия связей между элементами ансамбля, а также описание этих закономерностей с точки зрения пространственных спектров. **Метод.** Исследование проводилось посредством численного моделирования ансамбля логистических отображений, расчета разностей фаз между колебаниями подсистем, определения пространственных фазовых кластеров и их спектрального анализа. При этом система связей ансамбля рассматривалась как цифровой фильтр, с частотной характеристикой, зависящей от параметров связей. **Результаты.** Проведенные исследования показывают, что при слабых дальнедействующих связях ансамбль отображений с бифуркациями удвоения периода демонстрирует развитую фазовую мультистабильность. С ростом силы связей и радиуса их действия число режимов монотонно уменьшается до тех пор, пока при небольших размерах ансамбля мультистабильность не исчезает полностью. При этом ансамбль переходит к глобальному режиму синфазной синхронизации. Обнаружено, что зависимость числа мод от силы связей носит выраженный ступенчатый характер. Вблизи нуля существует конечный диапазон значений параметра связи, где наблюдается максимально возможное число устойчивых мод. Этот диапазон одинаков для ансамблей с разным дальностью действия. Затем, с ростом силы связей наблюдается скачкообразное уменьшение числа орбит, причем порядок их исчезновения определяется характерной длиной пространственных кластеров. Показано, что порядок «исчезновения» режимов с различными характерными пространственными масштабами кластеров можно рассматривать как результат пространственной фильтрации, при которой система связей работает как цифровой фильтр. При этом порядок исчезновения кластеров определяется формой характеристики пространственного фильтра связей. **Обсуждение.** Из всех полученных результатов наиболее интересным представляется обнаруженный эффект скачкообразного изменения числа аттракторов, происходящий при очень малом изменении силы связей. Его можно объяснить, если рассматривать систему связей ансамбля как пространственный фильтр, полоса пропускания которого зависит от величины и дальности действия связей. Использование спектральных методов для анализа динамики систем со сложной топологией связи представляется перспективным направлением, в том числе и для исследования синхронизации и мультистабильности в хаотических осцилляторах и отображениях.

Обнаруженные закономерности обобщают результаты, известные для ансамблей осцилляторов с локальными связями. Они в значительной части могут быть применены к ансамблям автоколебательных систем с непрерывным временем, а также к явлению мультистабильности в системах с хаотической динамикой, наблюдающихся в связанных системах с удвоениями периода.

Ключевые слова: нелинейные колебания, ансамбли нелинейных осцилляторов, мультистабильность, спектры.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-2-5-23

Образец цитирования: Шабунин А.В. Мультистабильность периодических орбит в ансамбле отображений с дальнедействующими связями // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, No 2. С. 5–23. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-2-5-23

## MULTISTABILITY OF PERIODIC ORBITS IN ENSEMBLES OF MAPS WITH LONG-RANGE COUPLINGS

*A. V. Shabunin*

Saratov State University

83, Astrakhanskaya, 410012 Saratov, Russia

E-mail: shabuninav@info.sgu.ru

*Received 31.10.2017, revised 24.02.2018*

**Aim.** The aim of the investigation is to study the regularities of phase multistability in an ensemble of oscillatory systems with non-local couplings in dependence of strength and radius of the couplings, as well as to describe them from the point of view of the spatial spectrum. **Method.** Study has been carried out by means of numerical simulation of ensemble of logistic maps, by calculation of the phase differences between the oscillations in the subsystems, which define spatial phase clusters and analyze their spectra. The structure of the couplings has been considered as a digital filter whose frequency characteristic depends on the couplings parameters. **Results.** The research has revealed that the ensemble of maps with period-doubling bifurcations demonstrates developed phase multistability at weak couplings. While the couplings strength and radius grow, the number of coexisting regimes decrease monotonically. Then, if the ensemble is not too large, the multistability is changed by the globally stable regime of in-phase synchronization. The plot of the number of attractors in depending of the coupling strength has the form of steps. At small coupling there is a finite range where the number of the regimes reaches its maximal value and this range practically not depends on the radius of the couplings. Then, while the couplings strength increases, the number of attractors decreases abruptly from step to step. The order of the attractors disappearance is determined by their spatial cluster structure. It can be explained by considering this process as a result of spatial filtering, when the system of the ensemble couplings operates as a digital filter. The wavelength characteristic of the last defines the order of disappearance of clusters. **Discussion.** The most interesting result is the discovered effect of a jump-like change of the quantity of the attractors with the

strength of the couplings. It can be explained if we consider the system of couplings as a spatial filter, the bandwidth of which depends on the couplings parameters. The use of methods of spatial spectra seems to give promising perspectives for the analysis of dynamics of networks with complex topology, including the study of synchronization and multistability in chaotic oscillators and maps. The discovered regularities generalize the results known for ensembles oscillators with local couplings. They are also applicable to ensembles of self-oscillating systems with continuous time, as well as to the phenomenon of multistability in systems with chaotic dynamics and period-doubling bifurcations.

*Keywords:* nonlinear oscillations, ensembles of oscillators, multistability, spectra.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-2-5-23

*References:* Shabunin A.V. Multistability of periodic orbits in ensembles of maps with long-range couplings. Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics, 2018, vol. 26, iss. 2, pp. 5–23.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-2-5-23