

УДК 534.222

**«ЭКЗОТИЧЕСКИЕ» МОДЕЛИ ФИЗИКИ ИНТЕНСИВНЫХ ВОЛН: ЛИНЕАРИЗУЕМЫЕ
УРАВНЕНИЯ, ТОЧНО РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ И НЕАНАЛИТИЧЕСКИЕ
НЕЛИНЕЙНОСТИ**

О. В. Руденко

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Россия, 119991 Москва, ГСП-1, Ленинские горы, 1, стр. 2

Институт общей физики имени А.М. Прохорова РАН

Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38

Институт физики Земли имени О.Ю. Шмидта РАН

Россия, 123242 Москва, Б. Грузинская ул., 10, стр. 1

Blekinge Institute of Technology, Karlskrona, Sweden

E-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru

Поступила в редакцию 1.05.2018

Тема и цель исследования. Представлен краткий обзор публикаций и обсуждение ряда математических моделей, которые, по мнению автора, знакомы только узкому кругу специалистов. Эти модели недостаточно изучены, несмотря на их универсальность и практическую значимость. Результаты, опубликованные в разное время и в разных журналах, обобщены в рамках одной статьи. Цель – сформировать у читателя общее представление о предмете и заинтересовать его математическими, физическими или прикладными деталями, подробно изложенными в цитируемой литературе. **Исследуемые модели.** Обсуждаются диссипативные модели высших порядков. Рассмотрены точно линеаризуемые уравнения, содержащие неаналитические нелинейности: квадратично-кубичную (QC) и модульную (M). Анализируются уравнения типа Бюргерса, Кортевега–де Вриза, Хохлова–Заболотской, Островского–Вахненко, неоднородные и нелинейные интегро-дифференциальные уравнения. **Результаты.** Дано объяснение появлению диссипативных осцилляций вблизи ударного фронта. Описано формирование в QC-среде ударных волн сжатия и разрежения, устойчивых лишь при определенных параметрах «скачка», формирование периодических трапециевидных пилообразных волн и автомоделных импульсных сигналов N-типа. Рассмотрены столкновения одиночных импульсов в M-среде, обнаруживающие новые корпускулярные свойства (взаимное поглощение и аннигиляцию) и похожие на соударения сгустков химически реагирующих веществ, например, горючего и окислителя. Описаны особенности поведения «модульных» солитонов. Изучено явление нелинейного волнового резонанса в средах с QC-, Q- и M-нелинейностями. Использованы точно линеаризуемые неоднородные уравнения с источниками. Указан сдвиг максимума резонансных кривых относительно линейного положения, определяемого равенством скоростей собственной и вынужденной волн. Дан анализ упрощенных моделей для дифрагирующих пучков, полученных проецированием 3D уравнений на ось пучка. Обсуждаются сильно нелинейные волны в системах с голономными связями. Рассматриваются интегро-дифференциальные уравнения с ядрами релаксационного типа и возможности сведения их к дифференциальным и дифференциально-разностным уравнениям. **Обсуждение.** Материал изложен на популярном уровне. По-видимому, эти исследования могут быть продолжены, если читатели сочтут их достаточно интересными.

Ключевые слова: диссипативные модели, ударные фронты, линеаризуемые уравнения, QC-, Q- и M-нелинейности.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-7-34

Образец цитирования: Руденко О.В. «Экзотические» модели физики интенсивных волн: Линеаризуемые уравнения, точно решаемые задачи и неаналитические нелинейности // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 3. С. 7–34. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-7-34

«EXOTIC» MODELS OF HIGH-INTENSITY WAVE PHYSICS: LINEARIZING EQUATIONS, EXACTLY SOLVABLE PROBLEMS AND NON-ANALYTIC NONLINEARITIES

O. V. Rudenko

Lomonosov Moscow State University, Physics Faculty
1–2, Leninskie Gory, 119991 Moscow, Russia
Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences
38, Vavilov Str., 119991 Moscow, Russia
Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences
10–1, Bolshaya Gruzinskaya str., 123242 Moscow, Russia
Blekinge Institute of Technology
Karlskrona 371 79, Sweden

Received 1.05.2018

Topic and aim. A brief review of publications and discussion of some mathematical models are presented, which, in the author's opinion, are well-known only to a few specialists. These models are not well studied, despite their universality and practical significance. Since the results were published at different times and in different journals, it is useful to summarize them in one article. The goal is to form a general idea of the subject for the readers and to interest them with mathematical, physical or applied details described in the cited references. **Investigated models.** Higher-order dissipative models are discussed. Precisely linearizable equations containing nonanalytic nonlinearities – quadratically-cubic (QC) and modular (M) – are considered. Equations like Burgers, KdV, KZ, Ostrovsky–Vakhnenko, inhomogeneous and nonlinear integro-differential equations are analyzed. **Results.** The appearance of dissipative oscillations near the shock front is explained. The formation in the QC-medium of compression and rarefaction shocks, which are stable only for certain parameters of the «jump», as well as the formation of periodic trapezoidal sawtooth waves and self-similar N-pulse signals are described. Collisions of single pulses in the M-medium are discussed, revealing new corpuscular properties (mutual absorption and annihilation). Collisions are similar to interactions of clusters of chemically reacting substances, for example, fuel and oxidizer. The features of the behavior of «modular» solitons are described. The phenomenon of nonlinear wave resonance in media with QC-, Q- and M-nonlinearities is studied. Precisely linearizable inhomogeneous equations with external sources are used. The shift of maximum of resonance curves relative to the linear position, which is determined by the equality of velocities of freely propagating and forced waves, is indicated. Simplified models for diffracting beams obtained by projecting 3D equations onto the beam axis are analyzed. Strongly nonlinear waves in systems with holonomic constraints are discussed. Integro-differential equations with relaxation type kernel, and the possibility of reducing them to

differential and differential-difference equations are considered. **Discussion.** The material is outlined on a popular level. Apparently, these studies can be continued if the readers find them interesting enough.

Key words: dissipative models, shock fronts, linearizing equations, QC-, Q- and M-nonlinearities.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-7-34

References: Rudenko O.V. «Exotic» models of high-intensity wave physics: Linearizing equations, exactly solvable problems and non-analytic nonlinearities. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 3, pp. 7–34. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-7-34