

УДК 534.1:539.3:517.957

**Нелинейные волны в цилиндрической оболочке,
содержащей вязкую жидкость, при воздействии окружающей упругой среды
и конструкционного демпфирования в продольном направлении**

Ю. А. Блинков¹, Е. В. Евдокимова², Л. И. Могилевич²

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет
Российская Федерация, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

²Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
Российская Федерация, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77
E-mail: blinkovua@info.sgu.ru, eev2106@mail.ru, mogilevich@sgu.ru

Автор для переписки Блинков Юрий Анатольевич, blinkovua@info.sgu.ru

Поступила в редакцию 9.04.2018, принята к публикации 29.10.2018

Тема и цель исследования. В настоящей работе развивается метод возмущений для моделирования нелинейных волн деформаций в упругой цилиндрической оболочке, заполненной вязкой несжимаемой жидкостью, окруженной упругой средой и при конструкционном демпфировании в продольном направлении. Наличие окружающей среды приводит к интегродифференциальному уравнению, обобщающему уравнение Кортевега–де Вриза, имеющему то же решение в виде уединенной волны – солитона. Оно не содержит произвольного постоянного волнового числа, в отличие от решения уравнения Кортевега–де Вриза. Поведение вязкой несжимаемой жидкости внутри оболочки описывается уравнениями динамики и неразрывности. Они решаются вместе с граничными условиями прилипания жидкости к стенке оболочки. **Методы.** Решение представляется прямым разложением искомых функций по малому параметру задачи гидроупругости и сводится к задаче для уравнения гидродинамической теории смазки. Решение этих уравнений и определяет напряжения со стороны жидкости, действующие на оболочку в продольном направлении и по нормальям. Наличие жидкости в оболочке добавляет в уравнения продольных волн деформаций член уравнения, который не позволяет найти точное решение. Конструкционное демпфирование в продольном направлении добавляет такой же точно член уравнения, что и наличие жидкости. Они имеют разные знаки, когда коэффициент Пуассона меньше $1/2$. В противном случае знаки совпадают. Наличие жидкости и конструкционного демпфирования требует численного исследования. Численное исследование проводится с использованием современного подхода, основанного на универсальном алгоритме коммутативной алгебры для интегроинтерполяционного метода. **Результаты.** В результате построения разностного базиса Грёбнера сгенерированы разностные схемы типа Кранка–Николсон, полученные с использованием базовых интегральных разностных соотношений, аппроксимирующих исходную систему уравнений.

Ключевые слова: нелинейные волны, вязкая несжимаемая жидкость, упругие цилиндрические оболочки.

Образец цитирования: Блинков Ю.А., Евдокимова Е.В., Могилевич Л.И. Нелинейные волны в цилиндрической оболочке, содержащей вязкую жидкость, при воздействии окружающей упругой среды и конструкционного демпфирования в продольном направлении // Изв. вузов. ПНД. 2018. Т. 26, No 6. С. –32-47.
<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-6-32-47>

Финансовая поддержка. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект No 16-01-00175-а).

**Nonlinear waves in cylinder shell containing viscous liquid,
under the impact of surrounding elastic medium
and structural damping in longitudinal direction**

Yu. A. Blinkov¹, E. V. Evdokimova², L. I. Mogilevich²

¹Saratov State University

83, Astrakhanskaya, 410012 Saratov, Russia

²Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

77, Politechnicheskaya, 410054 Saratov, Russia

E-mail: blinkovua@info.sgu.ru, eev2106@mail.ru, mogilevich@sgu.ru

Correspondence should be addressed to Blinkov Yu. A., blinkovua@info.sgu.ru

Received 9.04.2018, accepted for publication 29.10.2018

Subject of the study. The present article deals with further developing of perturbation method for deformation non-linear waves in an elastic cylinder shell, filled with viscous incompressible liquid, surrounded by an elastic media and under construction damping in longitudinal direction. Surrounding medium presence leads to integro-differential equation, to generalizing Korteweg–de Vries ones and possessing the same soliton in the form of a solitary wave – a soliton. It does not contain an arbitrary constant number unlike Korteweg–de Vries equation solution. The viscous incompressible liquid presence inside the shell behavior is described by means of dynamics and continuity equation, is solved together with boundary conditions liquid adhesion to a shell wall. **Methods.** The solution is presented by direct expansion of unknown function by small parameter of hydroelasticity problem and reduced to the problem for hydrodynamics lubrication theory equations. The equations solution defines the tensions on the part of the liquid, the tensions influence the shell longitudinal and normal directions. The liquid presence in the shell adds to longitudinal deformation waves equations one more equation member, which does not allow to find exact solution. Construction damping in a longitudinal direction adds the same equation member, like liquid presence does. They possess opposite signs in the case of shell Poisson coefficient being smaller than 1/2. In contrary case signs coincide. Liquid presence in the shell and construction damping demand for numerical research. The liquid presence leads to the equation, generalizing Korteweg–de Vries equation, lacking the exact solution and demanding numerical investigation. The numerical investigation is carried out with the use of the modern approach, relying on the universal algorithm of commutative algebra for integro-interpolation method. **Results.** As a result of difference Grobner basis construction,

the difference Crank–Nicolson type schemes are generalized. The schemes were obtained due to the use of basic integral difference correlations, approximating the initial equations system.

Key words: non-linear waves, viscous incompressible liquid, elastic cylinder shell.

Reference: Blinkov Yu.A., Evdokimova E.V., Mogilevich L.I. Nonlinear waves in cylinder shell containing viscous liquid, under the impact of surrounding elastic medium and structural damping in longitudinal direction. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 6, pp. –32-47. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-6-32-47>

Acknowledgements. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 16-01-00175-a).