

УДК 519.6

## СОХРАНЯЮЩИЕ МЕРУ ХАОТИЧЕСКИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ В ФОРМЕ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

*В. М. Аникин, М. Г. Инкин, О. С. Плеханов*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени

Н.Г. Чернышевского Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

E-mail: AnikinVM@info.sgu.ru; sunbeam18.95@mail.ru; evid-sar@ya.ru

*Поступила в редакцию 17.07.2017, после доработки 10.01.2018*

Цель работы – демонстрация алгоритма построения сохраняющих меру трехмерных хаотических отображений, определенных в областях, образованных телами вращения. С одной стороны, появляется возможность формально расширить класс многомерных хаотических отображений, а с другой стороны, приводит к формулам моделирования псевдослучайных величин, востребованных при решении задач методом Монте-Карло. Аналитический алгоритм построения многомерных отображений складывается из следующих шагов: 1) представление инвариантной плотности в виде произведения безусловного распределения одной из координат точки орбиты отображения и условных плотностей распределения других координат (при условии, что значения некоторых координат приняли фиксированное значение); 2) нахождение соответствующих интегральных законов распределения для координат точки орбиты отображения; 3) представление координат точки орбиты через псевдослучайные величины посредством использования метода обратных функций моделирования случайных величин; 4) сведение полученных зависимостей к форме хаотических отображений для конкретного выбора хаотического одномерного отображения, обладающего равномерным инвариантным распределением. Последний шаг позволяет представить датчики псевдослучайных величин как итерационные детерминированные процедуры, определенные на областях сложной формы. Статистические свойства соотносятся с массивом сгенерированных чисел, имеющих смысл координат псевдослучайной точки в пространстве, ограниченном фигурой вращения. Рассмотрены примеры синтеза трехмерных хаотических отображений (генераторов псевдослучайных точек) как для общего случая (задания образующей тела вращения произвольной непрерывной функцией), так и для конкретных видов трехмерных областей в виде шара и конуса. Обсуждаются приемы, позволяющие при моделировании псевдослучайных величин сгладить свойство рациональности машинных чисел.

*Ключевые слова:* трехмерные хаотические отображения, метод Монте-Карло, фигуры вращения.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-90-103

*Образец цитирования:* Аникин В.М., Инкин М.Г., Плеханов О.С. Сохраняющие меру хаотические отображения областей в форме тел вращения // Известия вузов.

Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 1. С. 90–103. DOI:

10.18500/0869-6632-2018-26-1-90-103

## PRESERVING MEASURE CHAOTIC MAPS OF DOMAINS IN THE FORM OF ROTATION FIGURES

*V. M. Anikin, M. G. Inkin, O. S. Plekhanov*

Saratov State University 83, Astrakhanskaya, 410012 Saratov, Russia E-mail:

AnikinVM@info.sgu.ru; sunbeam18.95@mail.ru; evid-sar@ya.ru

*Received 17.07.2017, revised 10.01.2018*

The aim of the article is to demonstrate an algorithm for constructing measure-preserving three-dimensional chaotic maps defined in domains formed by rotation bodies. On the one hand, the class of multidimensional chaotic mappings is expanded, and on the other hand, we obtain formulas for simulating pseudo-random quantities that are in demand in problems solving by the Monte Carlo method. The analytical algorithm for constructing multidimensional maps consists of the following steps: 1) the presentation of the invariant density as the product of the unconditional distribution of a point coordinates of the map's orbit and the conditional densities of the distribution of other coordinates (provided that the values of some coordinates take a fixed value); 2) finding the corresponding integral distribution laws for the coordinates of the point of the mapping; 3) presentation of the coordinates of the point of the orbit through pseudo-random variables by using the inverse function modeling method; 4) reduction of the obtained dependences to the form of chaotic mappings for a particular choice of a chaotic onedimensional map possessing a uniform invariant distribution. The last step allows us to present pseudorandom values as iterative deterministic procedures defined on areas of complex shape. Statistical properties correlate with an array of generated numbers that have the sense of the coordinates of a pseudo-random point in a space bounded by a rotation figure. Examples of the synthesis of three-dimensional chaotic mappings (generators of pseudo-random points) are considered both for the general case (defining the generator of the body of revolution by an arbitrary continuous function) and for specific types of three-dimensional regions in the form of a sphere and a cone. Methods are discussed that allow one to smooth out the property of rationality set of computer numbers by modeling pseudo-random variables.

*Key words:* three-dimensional chaotic mappings, Monte Carlo method, rotation figures.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-90-103

*References:* Anikin V.M., Inkin M.G., Plekhanov O.S. Preserving measure chaotic maps of domains in the form of rotation figures. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, iss. 1, pp. 90–103. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-90-103